



**Міністерство освіти і науки України**

**ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**Інститут «Кіберпорт»**

**Кафедра автоматизації та комп'ютерно-  
інтегрованих технологій**

**С. О. Тимчук, А. О. Панов**

**Методичні вказівки до виконання  
практичних робіт з дисципліни  
«Ідентифікація та моделювання  
технологічних об'єктів»**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної  
та заочної форм навчання  
за освітньо-професійною програмою зі спеціальності  
151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології**

**Харків  
2023**

Міністерство освіти і науки України

ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Інститут «Кіберпорт»

Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

С. О. Тимчук, А. О. Панов

Методичні вказівки до виконання  
практичних робіт з дисципліни  
«Ідентифікація та моделювання  
технологічних об'єктів»

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та  
заочної форм навчання  
за освітньо-професійною програмою зі спеціальності  
151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Затверджено  
рішенням науково-методичної ради  
інституту «Кіберпорт»  
Протокол № 6  
від «04» травня 2023 року

**Харків  
2023**

УДК 510:621.9

Т 41

Схвалено на засіданні кафедри  
автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій  
Протокол № 8 від 28.04. 2023 р.

**Рецензенти:**

*С. Я. Бовчалиук*, канд. техн. наук, доцент кафедри електронних обчислювальних машин ХНУРЕ.

*М. П. Кунденко*, д-р. техн. наук, професор, зав. кафедри теплотехніки та енергоефективних технологій НТУ 'ХП'.

Т 41 Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів: методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни «Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання за освітньо-професійною програмою зі спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / С. О. Тимчук, А. О. Панов / - Електрон. дані. – Х.: ДБТУ, 2023. – 50 с.

Методичні вказівки включають 7 практичних робіт та 2 додатки. Матеріал розкриває сутність процесу побудови статичних та динамічних математичних моделей технологічних об'єктів, методів ідентифікації математичних моделей. Майбутні фахівці повинні володіти основами методології математичного моделювання об'єктів керування.

Видання призначене студентам першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання спеціальності 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології.

**УДК 510:621.9****Відповідальний за випуск: С. О. Тимчук, д-р техн. наук, професор**

© Тимчук С. О.,  
Панов А. О., 2023.  
© ДБТУ, 2023

**ЗМІСТ**

ВСТУП.....	4
ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	6
Практична робота №1.....	10
Практична робота №2.....	15
Практична робота №3.....	23
Практична робота №4.....	27
Практична робота №5.....	35
Практична робота №6.....	39
Практична робота №7.....	43
ДОДАТОК А.....	46
ДОДАТОК Б.....	47
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	48

## ВСТУП

*Математичне моделювання* – потужний метод пізнання зовнішнього миру, а також прогнозування й керування. Аналіз математичних моделей дозволяє проникнути в сутність досліджуваних явищ. Процес математичного моделювання, а саме вивчення явища за допомогою математичних моделей, можна підрозділити на 4 етапи.

*Перший етап* – формулювання законів, що зв'язують основні об'єкти моделі. Цей етап вимагає широкого знання фактів, що ставляться до досліджуваних явищ, і глибокого проникнення в їхній взаємозв'язок. Ця стадія завершується записом у математичних термінах сформульованих якісних уявлень про зв'язки між об'єктами моделі.

*Другий етап* – дослідження математичних задач, до яких приводять математичні моделі. Основним питанням тут є розв'язання прямої задачі, тобто одержання в результаті аналізу моделі вихідних даних (теоретичних наслідків) для подальшого їхнього зіставлення з результатами спостережень досліджуваних явищ. На цьому етапі важливу роль здобуває математичний апарат, необхідний для аналізу математичних моделей, а також обчислювальна техніка – потужний засіб для одержання кількісної вихідної інформації як результату розв'язання складних математичних задач.

*Третій етап* – з'ясування того, чи задовольняє прийнята (гіпотетична) модель критерію практики, тобто з'ясування питання про те, чи погоджуються результати спостережень із теоретичними наслідками моделі в межах точності спостережень. Якщо модель була цілком визначена – всі параметри її були задані, то визначення відхилень теоретичних наслідків від спостережень дає розв'язання прямої задачі з наступною оцінкою відхилень. Якщо відхилення виходять за межі точності спостережень, то модель не може бути прийнята.

*Четвертий етап* – наступний аналіз моделі у зв'язку з нагромадженням даних про досліджувані явища й модернізація моделі. У процесі розвитку науки й техніки дані про досліджувані явища усе більше й більше уточнюються й настає момент, коли висновки, одержувані на підставі прийнятої математичної моделі, не відповідають нашим знанням про явище. Таким чином, виникає необхідність побудови нової, більш досконалої математичної моделі.

Метод математичного моделювання, що зводить дослідження явищ зовнішнього світу до математичних задач, займає провідне місце серед інших методів дослідження, особливо у зв'язку з появою

комп'ютерів. Він дозволяє проектувати нові технічні засоби, що працюють в оптимальних режимах; використовується для рішення складних завдань науки й техніки; допомагає при пошуку нових фізичних явищ. Математичні моделі виявили себе як важливий засіб в питаннях керування складними системами. Вони застосовуються у всіляких областях знання, стали необхідним апаратом в області економічного планування і є важливим елементом автоматизованих систем керування.

## ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### Принципи побудови статичних моделей

Звичайно математичні моделі статички технологічних об'єктів створити значно важче, оскільки вони поєднують різні за фізичною природою процеси. Основні залежності, на яких базуються моделі статички технологічних об'єктів є **рівняннями матеріальних чи енергетичних, і в першу чергу - теплових балансів**. Ці рівняння дозволяють відобразити зв'язок об'єкта моделювання з іншими об'єктами чи пристроями. Це будуть рівняння сумарних балансів. Крім того, балансні рівняння можуть відображати внутрішні залежності об'єкта моделювання. Це будуть **баланси рівняння його складових частин, або балансні рівняння для окремих компонентів технологічного середовища чи балансні рівняння для теплоносіїв**. У другому випадку відтворюються технологічні процеси, що відбуваються в об'єкті моделювання, а для цього використовуються основні кінетичні, гідродинамічні, тепломасообмінні залежності цих процесів.

Досить часто виникає питання, **які рівняння балансів і в якій кількості необхідно представити для отримання математичної моделі статички об'єкта?** Універсального рецепту для розв'язання цього питання дати неможливо, але існує певний підхід до розв'язання цього питання. Він полягає у тому, що потрібно в залежності від фізико-хімічної суті вихідного параметру скласти одне, або систему рівнянь, що зв'язують цей вихід з входами, що нас цікавлять.

У цьому випадку до складу отриманих рівнянь можуть входити проміжні змінні параметри, які неможливо виразити наявними рівняннями. У зв'язку з цим виникає потреба в додаткових рівняннях, щоб виразити ці проміжні змінні через вхідні чи інші, які нам відомі. Таким чином, слід більш детально розглянути складання рівнянь сумарного балансу, складання системи рівнянь матеріального балансу, що відображають внутрішні зв'язки змінних стану елементів об'єкта, а також складання рівнянь теплових балансів.

### Розробка аналітичних динамічних моделей

Для аналітичного моделювання об'єкта необхідно:

1. Визначити входи та виходи об'єкту моделювання, а також його границі.
2. Визначити внутрішню структуру об'єкта моделювання, ввести припущення, які спрощують модель, виділити акумулюючі ємності.
3. Ввести позначення основних параметрів об'єкта моделювання та його акумулюючих ємностей.

4. На базі п.п. 1-3 побудувати розрахункову схему об'єкта моделювання.

5. Скласти для кожної акумулюючої ємності рівняння статичної у вигляді балансу рівнянь, виходячи із фізичної природи визначальних параметрів ємності.

6. Розв'язати рівняння статичної. Визначити числові значення всіх констант та змінних, що задовольняють рівнянням статичної.

7. Скласти таблицю числових значень констант та змінних, що входять в рівняння статичної, тобто задати основний (початковий) режим.

8. Рівняння статичної (п. 5) перетворити в рівняння динаміки ємностей шляхом врахування акумуляції в них речовин чи енергії.

9. Лінеаризувати рівняння динаміки ємностей з використанням розкладання його складових у ряд Тейлора.

10. Записати рівняння динаміки ємностей у канонічній формі (або, за необхідності, у формі Коші).

11. Розрахувати числові значення коефіцієнтів рівнянь динаміки, використовуючи числові значення величин, які вміщені в таблицю (п. 7).

12. Отримана система рівнянь динаміки акумулюючих ємностей і буде динамічною моделлю об'єкта керування. Якщо рівняння акумулюючих ємностей записані в канонічній формі, то така система рівнянь дає модель в канонічній (звичайній) формі. Якщо ж рівняння записані в формі Коші, то ми отримаємо модель об'єкта в просторі станів. Часто необхідно отримати одне сумарне рівняння динаміки всього багатомірного об'єкта моделювання. У цьому випадку змінюються пункти методики, починаючи з п. 10.

13. Перетворити рівняння динаміки акумулюючих ємностей за Лапласом.

14. Розв'язати отриману систему зображуючих рівнянь відносно виходу та входів об'єкта. Отримати зображення рівняння динаміки об'єкта.

15. Виконати зворотне перетворення зображення рівняння динаміки об'єкта до оригіналу.

16. Записати отримане (п. 12) рівняння динаміки в канонічній формі.

17. Розрахувати числові значення коефіцієнтів рівняння динаміки, використовуючи дані таблиці (п. 7), або числові значення коефіцієнтів рівнянь динаміки акумулюючих ємностей, якщо вони отримані.

18. Отримано рівняння динаміки об'єкта моделювання, яке зв'язує його вихідну величину з входами.



## Ідентифікація технологічних об'єктів за допомогою регресійних методів

Методи ідентифікації, засновані на регресійних процедурах з використанням методу найменших квадратів, можуть бути застосовні як до лінійних, так і до нелінійних процесів і полегшують проведення ідентифікації по декількох входах одночасно.

Завдяки своїм широким можливостям різні регресійні процедури успішно використовуються в інженерній практиці для ідентифікації процесів, однак їхнє застосування до ідентифікації багатомірних процесів стало можливим тільки з розвитком і впровадженням швидкодіючих комп'ютерів.

Якщо виконуються виміри для регресійної ідентифікації в процесі нормального функціонування системи в реальному масштабі часу, параметри процесу, що підлягають ідентифікації, приймаються стаціонарними або квазістаціонарними. Період вимірювання повинен становити не менш  $nT$ , де  $T$  - інтервал виміру;  $n$  - число параметрів, що підлягають ідентифікації.

Спочатку розглянемо лінійне статичне завдання з одним входом й одним виходом. У багатьох експериментальних роботах потрібно досліджувати, як одна зміна впливає на іншу зміну. Іноді дві змінні зв'язані точним лінійним рівнянням. Наприклад, якщо опір  $R$  простого ланцюга підтримується постійним, то струм  $I$ , що протікає, міняється лінійно при зміні напруги  $u$  відповідно до закону Ома  $I=u/R$ . Якби закон Ома не був відомий, то можна було б знайти емпіричну залежність, вимірюючи  $u$  і змінюючи  $I$  при фіксованому  $R$ . За цим даними будується графік залежності  $I$  від  $u$ , що являє собою більшменш пряму лінію, яка проходить через початок координат.

Залежно від ступеня похибки вимірів, отримані експериментально точки не потрапляють на лінію, а будуть розкидані навколо її випадковим образом. Іноді лінійна залежність не точна (навіть без обліку похибки), але вона може мати деякий зміст. Нехай, наприклад, розглядається ріст і маса дорослих чоловіків. Якщо нанести на графік пари чисел ріст - маса, то зображення звичайно називають діаграмою розсіювання або точковою діаграмою.

Геометричне місце крапок середніх величин однієї змінної при зміні іншої називають регресійною кривою, а функціональний зв'язок цих змінних - рівнянням регресії.

У багатьох ситуаціях для узагальнення спостережуваної залежності однієї змінної від іншої може бути прийнята лінійна залежність

$$x = \beta_0 + \beta_1 u \quad (*)$$

Варто помітити, що лінійність моделі тут розуміється по параметрах  $\beta_i$ . Значення найвищого ступеня незалежної змінної  $u$  у моделі називається порядком моделі. Наприклад,  $x = \beta_0 + \beta_1 u + \beta_2 u^2$  є регресійною моделлю другого порядку по  $u$  і лінійною по  $\beta_i$ .

Тепер покажемо, як можна одержати рівняння (\*) методом найменших квадратів, коли є експериментальні дані  $r$  спостережень  $u_i, x_i$ , якщо  $i=1, \dots, r$ .

Складемо суму квадратів відхилень експериментально отриманих значень вихідної величини  $x_i$  від лінії регресії:

$$S = \sum_{i=1}^r (x_i - \beta_0 - \beta_1 u_i)^2 \quad (**)$$

Будемо вибирати значення оцінок  $\beta_0, \beta_1$  так щоб мінімізувати суму  $S$ . Визначимо  $\beta_0, \beta_1$  диференціюванням рівняння (\*\*) по  $\beta_0, \beta_1$  і дорівнюємо часткові похідні до нуля

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\beta_0} &= -2 \sum_{i=1}^r (x_i - \beta_0 - \beta_1 u_i) = 0; \\ \frac{dS}{d\beta_1} &= -2 \sum_{i=1}^r u_i (x_i - \beta_0 - \beta_1 u_i) = 0, \end{aligned}$$

тоді маємо

$$\begin{aligned} \beta_0 r + \beta_1 \sum_{i=1}^r u_i &= \sum_{i=1}^r x_i; \\ \beta_0 \sum_{i=1}^r u_i + \beta_1 \sum_{i=1}^r u_i^2 &= \sum_{i=1}^r u_i x_i. \end{aligned}$$

Ці рівняння називаються нормальними, їхнє рішення відносно  $\beta_0, \beta_1$  і дає шукані коефіцієнти регресії.

### Практичне заняття №1.

#### «Розрахунок статичної моделі повітряного ресивера для випадку ізотермічного розширення газу»

**Мета:** Отримання практичних навичок побудови математичних статичних моделей та використання середовища Microsoft Excel 2007 в якості платформи для виконання чисельних розрахунків.

**Завдання:** Розрахувати статичну модель  $P = f(\alpha, \beta)$  та побудувати статичну характеристику  $P = f_1(\alpha)$  повітряного ресивера (рис. 1.1) для випадку ізотермічного розширення газу, де температура повітря  $t = 20$  °C, тиск повітря на вході  $P_0 = 6$  кг/см<sup>2</sup>, щільність повітря на вході  $\rho_0 = 7,24 \cdot 10^{-6}$  кг/см<sup>3</sup>. Інші дані, які необхідні для розрахунку, наведені в табл. 1.1. В якості платформи для виконання чисельних розрахунків використати програму Microsoft Excel 2007 (див. Додаток А).

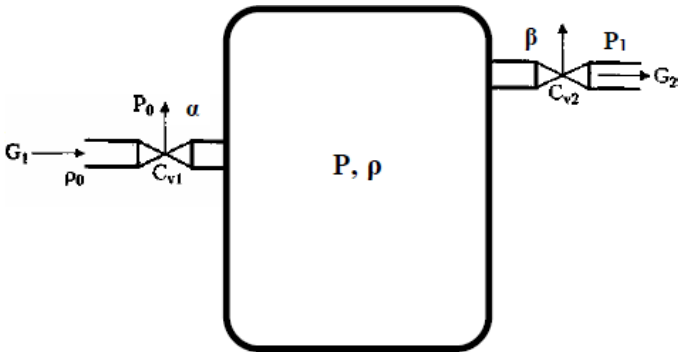


Рисунок 1.1 – Розрахункова схема для розробки статичної математичної моделі ресивера

Таблиця 1.1 – Вихідні дані для розрахунку основного статичного режиму

Вар. №	$P, \text{кг/см}^2$	$P_1, \text{кг/см}^2$	$G_1, \text{кг/год}$	$G_2, \text{кг/год}$	$\alpha$	$\beta$
1	3	2	10	10	0,1	0,2
2	5	4	10	10	0,2	0,2
3	5	3	10	20	0,3	0,2
4	3	2	10	20	0,4	0,2
5	5	4	10	30	0,1	0,3

Продовження таблиці 1.1

Вар. №	$P, \text{кг/см}^2$	$P_1, \text{кг/см}^2$	$G_1, \text{кг/год}$	$G_2, \text{кг/год}$	$\alpha$	$\beta$
6	5	3	10	30	0,2	0,3
7	3	2	20	10	0,3	0,3
8	5	4	20	10	0,4	0,3
9	5	3	20	20	0,5	0,4
10	3	2	20	20	0,5	0,3
11	5	4	20	30	0,5	0,2
12	5	3	20	30	0,6	0,4
13	3	2	30	10	0,6	0,3
14	5	4	30	10	0,6	0,2
15	5	3	30	20	0,6	0,1
16	3	2	30	20	0,7	0,1
17	5	4	30	30	0,7	0,2
18	5	3	30	30	0,7	0,3
19	3	2	30	30	0,7	0,4
20	5	3	30	10	0,7	0,2

**Розрахунок математичної моделі:** Відповідно до заданої функціональної залежності  $P = f(\alpha, \beta)$  маємо одну вихідну величину ( $P$ ) та дві вхідні ( $\alpha$  та  $\beta$ ). Інші можливі входи будуть незмінними і не розглядатимуться як входи. Виходячи з місць розташування вихідної величини  $P$  та входів  $\alpha$  та  $\beta$ , можна визначити межами об'єкта моделювання місця установки регулюючих органів  $\alpha$  та  $\beta$ .

При складанні моделі об'єкта для каналу тиску  $P$  запишемо рівняння матеріального балансу виходячи з того, що повітря в ресивері не може накопичуватися. Тому кількість повітря, що потрапила до ресивера  $G_1$  повинна дорівнювати кількості повітря, що вийшла з ресивера  $G_2$

$$G_1 = G_2.$$

Виразимо значення витрат  $G_1$  та  $G_2$  відомими формулами витрат повітря, яке проходить через клапани:

$$G_1 = C_{v1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_0 - P) \cdot \rho_0}, \quad (1.1)$$

$$G_2 = C_{v2} \cdot \beta \cdot \sqrt{(P - P_1) \cdot \rho}, \quad (1.2)$$

де  $C_{v1}$  та  $C_{v2}$  – коефіцієнти витрати клапанів;

$\rho_0$  та  $\rho$  – щільність повітря для тиску відповідно  $P_0$  та  $P$ .

Підставимо формули для розрахунку витрат повітря в рівняння матеріального балансу:

$$C_{v1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_0 - P) \cdot \rho_0} = C_{v2} \cdot \beta \cdot \sqrt{(P - P_1) \cdot \rho}.$$

Отриманий вираз є рівнянням статки, яке зв'яже вихідну величину  $P$  із входами  $\alpha$  та  $\beta$ . Однак у цьому рівнянні є значення щільності повітря  $\rho_0$  та  $\rho$ , які для ізотермічного розширення газу повністю визначаються значеннями тиску  $P_0$  та  $P$ . В зв'язку з тим, що  $P_0$ , а значить і  $\rho_0$  є величини сталі, то для виключення проміжної змінної слід через тиск виразити лише значення щільності  $\rho$ .

Для ізотермічного закону розширення можна записати рівняння

$$P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

де  $m$  – маса газу;

$M$  – молярна маса.

Відомо, що

$$V = \frac{m}{\rho}.$$

Тоді

$$m \cdot \frac{P}{\rho} = m \cdot \frac{R \cdot T}{M}$$

або

$$\rho = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} = P \cdot \gamma, \quad (1.3)$$

де

$$\gamma = \frac{M}{R \cdot T} = \frac{\rho_0}{P_0}.$$

Запишемо рівняння матеріального балансу з урахуванням виразу (1.3)

$$C_{v_1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_0 - P) \cdot \rho_0} = C_{v_2} \cdot \beta \cdot \sqrt{(P - P_1) \cdot P \cdot \gamma}.$$

З формальної точки отримане рівняння і є математичною статичною моделлю ресивера, але його практичне використання неможливе. Для практичного використання цієї моделі треба отримати статичні характеристики в аналітичній формі. Але якщо це неможливо, то можна обмежитись розрахунками  $P$  виходячи з можливого кроку зміни  $\alpha$  та  $\beta$ .

Для розрахунку статичних характеристик визначимо  $P$  в явній формі, тобто виразимо його через інші змінні та константи. Для цього визначимо квадрати лівої та правої частин отриманого рівняння

$$C_{v_1}^2 \cdot \alpha^2 \cdot (P_0 - P) \cdot \rho_0 = C_{v_2}^2 \cdot \beta^2 \cdot (P - P_1) \cdot P \cdot \gamma.$$

Після алгебраїчних перетворень отримаємо квадратне рівняння відносно змінної  $P$

$$C_{v_2}^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma \cdot P^2 + (C_{v_1}^2 \cdot \alpha^2 \cdot \rho_0 - C_{v_2}^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma \cdot P_1) \cdot P - C_{v_1}^2 \cdot \alpha^2 \cdot \rho_0 \cdot P_0 = 0,$$

яке можна представити у вигляді

$$(a \cdot \beta^2) \cdot P^2 + (b \cdot \alpha^2 - c \cdot \beta^2) \cdot P - d \cdot \alpha^2 = 0,$$

де

$$a = C_{v_2}^2 \cdot \gamma;$$

$$b = C_{v_1}^2 \cdot \rho_0;$$

$$c = a \cdot P_1;$$

$$d = b \cdot P_0.$$

Знайдемо корені цього рівняння

$$P_{1,2} = \frac{(c \cdot \beta^2 - b \cdot \alpha^2) \pm \sqrt{(b \cdot \alpha^2 - c \cdot \beta^2)^2 + 4 \cdot a \cdot d \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2}}{2 \cdot a \cdot \beta^2}. \quad (1.4)$$

Значення заданої функціональної залежності  $P = f(\alpha, \beta)$  отримано в загальному вигляді.

**Порядок виконання:**

1. Виконати розрахунок значення допоміжного параметру  $\gamma$  та щільності  $\rho$  згідно виразу 1.3.

2. Отримати залежності для розрахунку та виконати розрахунок коефіцієнтів витрати клапанів  $C_{v1}$  та  $C_{v2}$  за допомогою перетворення виразів 1.1 та 1.2 відповідно.

3. Отримати статичну модель  $P = f(\alpha, \beta)$  шляхом підстановки значень вихідних та розрахункових параметрів у вираз 1.4.

4. Отримати статичну характеристику  $P = f_1(\alpha)$  та побудувати графік, де вхідна величина змінюється в межах  $\alpha \in [0; 1]$ . В якості сталої  $\beta$  взяти відповідне значення з табл. 1.1.

**Практичне заняття №2.**  
**«Аналітичне моделювання динамічного режиму двоємнісного повітряного ресивера»**

**Мета:** Отримання практичних навичок побудови математичних динамічних моделей та закріплення навичок використання середовища Microsoft Excel 2007 в якості платформи для виконання чисельних розрахунків.

**Завдання:** Отримати рівняння динаміки  $P_3(t) = f(\alpha(t), G_3(t))$  та побудувати графік залежності прирощення тиску  $\Delta P_3$  від часу  $t$  у двоємнісному повітряному ресивері (рис. 2.1), де атмосферний тиск  $P_0 = 9,81 \text{ Н/см}^2$ , щільність повітря  $\rho_0 = 1,3 \text{ кг/м}^3$ , витрата повітря  $G_1 = G_2 = G_3 = 100 \text{ кг/год}$ , а прирощення керуючого впливу не залежить від часу  $\Delta\alpha(t) = 0,01$ . Інші дані, які необхідні для розрахунку, наведені в табл. 2.1. В якості платформи для виконання чисельних розрахунків використати програму Microsoft Excel 2007.

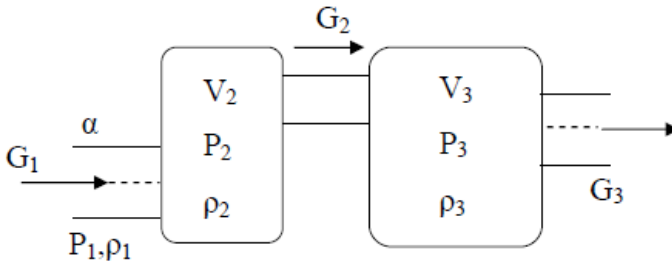


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема об'єкту моделювання

Таблиця 2.1 – Вихідні дані

Вар.№	$P_1, \text{Н/см}^2$	$P_2, \text{Н/см}^2$	$P_3, \text{Н/см}^2$	$V_1, \text{м}^3$	$V_2, \text{м}^3$	$\alpha$
1	97.8	43.9	29.6	3	5	0.5
2	93.6	39.6	26.6	4	6	0.5
3	87.5	36.4	19.7	5	7	0.5
4	85.3	48.2	17.7	3	7	0.5
5	97.8	43.9	29.6	3	5	0.3
6	93.6	39.6	26.6	4	6	0.3
7	87.5	36.4	19.7	5	7	0.3
8	85.3	48.2	17.7	3	7	0.3



Продовження таблиці 2.1

Вар. №	$P_1, H/cm^2$	$P_2, H/cm^2$	$P_3, H/cm^2$	$V_1, m^3$	$V_2, m^3$	$\alpha$
9	97.8	43.9	29.6	3	5	0.7
10	93.6	39.6	26.6	4	6	0.7
11	87.5	36.4	19.7	5	7	0.7
12	85.3	48.2	17.7	3	7	0.7
13	97.8	43.9	29.6	3	8	0.5
14	93.6	39.6	26.6	4	8	0.5
15	87.5	36.4	19.7	5	8	0.5
16	85.3	48.2	17.7	2	7	0.5
17	97.8	43.9	29.6	2	5	0.3
18	93.6	39.6	26.6	2	6	0.3
19	87.5	36.4	19.7	2	8	0.3
20	85.3	48.2	17.7	8	2	0.3

**Розрахунок математичної моделі:** Визначальним параметром даного об'єкта є тиск  $P_3$ . Необхідно знайти залежність

$$P_3(t) = f(\alpha(t), G_3(t)),$$

де  $\alpha$  – ступінь відкриття клапану на вхідному потоці;

$G_3$  – витрата газу з ресивера, кг/год.

На основі матеріальних балансів складемо рівняння статки для кожної із ємностей:

$$G_1 - G_2 = 0,$$

$$G_2 - G_3 = 0.$$

Витрати  $G_1$  та  $G_2$  виразимо через залежності від відповідних значень тиску та ступеню відкриття клапану на вхідному потоці:

$$G_1 = C_{V1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_1 - P_2) \cdot \rho_1}, \quad (2.1)$$

$$G_2 = C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2}, \quad (2.2)$$

де  $C_{V1}$  та  $C_{V2}$  – коефіцієнти витрати;

$\rho_1$  та  $\rho_2$  – значення щільності газу перед вхідним клапаном та у першій ємності відповідно.

Підставляючи вирази для розрахунку витрат у рівняння статички отримаємо:

$$\begin{aligned} C_{V1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_1 - P_2) \cdot \rho_1} - C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2} &= 0, \\ C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2} - G_3 &= 0. \end{aligned}$$

Враховуючи акумулюючу здатність кожної з ємностей, перетворимо рівняння статички на рівняння динаміки:

$$\begin{aligned} C_{V1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_1 - P_2) \cdot \rho_1} - C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2} &= \Delta G_1, \\ C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2} - G_3 &= \Delta G_2. \end{aligned}$$

За умови, що

$$\begin{aligned} \Delta G_1 &= V_1 \cdot \frac{d\rho_2}{dt}, \\ \Delta G_2 &= V_2 \cdot \frac{d\rho_3}{dt}, \end{aligned}$$

отримаємо систему диференційних рівнянь

$$\begin{cases} C_{V1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{(P_1 - P_2) \cdot \rho_1} - C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2} = V_1 \cdot \frac{d\rho_2}{dt} \\ C_{V2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3) \cdot \rho_2} - G_3 = V_2 \cdot \frac{d\rho_3}{dt} \end{cases}$$

Зробимо аналіз змінних, що входять у ці рівняння. Змінними є  $P_3$ ,  $\alpha$  та  $G_3$ . Якщо  $\alpha$  та  $P_3$  будуть змінюватися, то навіть за сталим значенням  $P_1$  будуть змінюватися  $P_2$  та  $\rho_2$ , а в зв'язку з тим, що  $P_3$  – змінна, то змінною буде і  $\rho_3$ . Таким чином, змінними у наведених вище рівняннях будуть  $P_3$ ,  $\alpha$ ,  $G_3$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  та  $P_2$ , а самі рівняння будуть нелінійними. Лініаризуємо їх розкладанням в ряд Тейлора.

$$\left\{ \begin{aligned} & V_1 \cdot \frac{d\Delta\rho_2(t)}{dt} + \left( \frac{C_{v1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{\rho_1}}{2 \cdot \sqrt{(P_1 - P_2)}} + \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{\rho_2}}{2 \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}} \right) \cdot \Delta P_2(t) + \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}}{2 \cdot \sqrt{\rho_2}} \cdot \Delta\rho_2(t) = \\ & = C_{v1} \cdot \sqrt{(P_1 - P_2)} \cdot \rho_1 \cdot \Delta\alpha(t) + \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{\rho_2}}{2 \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}} \cdot \Delta P_3(t) \\ & V_2 \cdot \frac{d\Delta\rho_3(t)}{dt} + \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{\rho_2}}{2 \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}} \cdot \Delta P_3(t) = \\ & \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{\rho_2}}{2 \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}} \cdot \Delta P_2(t) + \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}}{2 \cdot \sqrt{\rho_2}} \cdot \Delta\rho_2(t) - \Delta G_3 \end{aligned} \right.$$

У наведених рівняннях є залежні між собою змінні. Це тиск  $\Delta P_2$  та щільність  $\Delta\rho_2$ , тиск  $\Delta P_3$  та щільність  $\Delta\rho_3$ . Їх однозначна залежність буде визначатися законом розширення газу. Якщо теплообмін з навколишнім середовищем близький до ідеального та не дуже великий перепад тиску, можна прийняти ізотермічний закон розширення газу  $P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$ . Тоді можна записати:

$$\Delta\rho_2 = \Delta P_2 \cdot \gamma,$$

$$\Delta\rho_3 = \Delta P_3 \cdot \gamma,$$

де

$$\gamma = \frac{M}{R \cdot T} = \frac{\rho_0}{P_0} \quad (2.3)$$

Використавши наведені залежності перетворимо рівняння динаміки наступним чином

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{V_1 \cdot \gamma \cdot d\Delta P_2(t)}{dt} + (B + D + E) \cdot \Delta P_2(t) = C \cdot \Delta\alpha(t) + D \cdot \Delta P_3(t), \\ & \frac{V_2 \cdot \gamma \cdot d\Delta P_3(t)}{dt} + D \cdot \Delta P_3(t) = (D + E) \cdot \Delta P_2(t) - \Delta G_3 \end{aligned} \right.$$

де:

$$B = \frac{C_{v1} \cdot \alpha \cdot \sqrt{\rho_1}}{2 \cdot \sqrt{P_1 - P_2}}, \quad (2.4)$$

$$C = C_{v1} \cdot \sqrt{(P_1 - P_2)} \cdot \rho_1, \quad (2.5)$$

$$D = \frac{C_{v2} \cdot \sqrt{\rho_2}}{2 \cdot \sqrt{P_2 - P_3}}, \quad (2.6)$$

$$E = \frac{C_{v2} \cdot \gamma \cdot \sqrt{(P_2 - P_3)}}{2 \cdot \sqrt{\rho_2}}. \quad (2.7)$$

Виключивши з рівнянь динаміки змінну  $\Delta P_2(t)$  та розділивши всі складові рівняння на коефіцієнт при  $\Delta P_3(t)$ , отримаємо

$$T_0 \cdot \frac{d^2 \Delta P_3(t)}{dt^2} + T_1 \cdot \frac{d \Delta P_3(t)}{dt} + \Delta P_3(t) = k_1 \cdot \Delta \alpha(t) - k_2 \cdot \Delta G_3(t) - T_2 \cdot \frac{d \Delta G_3(t)}{dt}, \quad (2.8)$$

де:

$$T_0 = \frac{\gamma^2 \cdot V_1 \cdot V_2}{D \cdot B}, \quad (2.9)$$

$$T_1 = \frac{\gamma \cdot (V_1 \cdot D + V_2 \cdot (B + D + E))}{D \cdot B}, \quad (2.10)$$

$$T_2 = \frac{\gamma \cdot V_1}{D \cdot B}, \quad (2.11)$$

$$k_1 = \frac{C \cdot (D + E)}{D \cdot B}, \quad (2.12)$$

$$k_2 = \frac{B + D + E}{D \cdot B}. \quad (2.13)$$

Тиск та щільність для незмінної температури знаходяться у такій залежності

$$\frac{P_0}{\rho_0} = \frac{P_1^*}{\rho_1} = \frac{P_2^*}{\rho_2} = \frac{P_3^*}{\rho_3}, \quad (2.14)$$

де  $P_0$  – атмосферний тиск;

$P_1^* = P_0 + P_1$ ,  $P_2^* = P_0 + P_2$ ,  $P_3^* = P_0 + P_3$  – абсолютне значення тиску перед ресивером, у першій та другій ємностях відповідно.  
Знайдемо розв'язання рівняння динаміки у вигляді

$$\Delta P_3(t) = \Delta P_{3\theta.}(t) + \Delta P_{3\text{взм.}}(t),$$

де  $\Delta P_{3e.}(t)$  – вільна складова;

$\Delta P_{3вим.}(t)$  – вимушена складова.

Початкові умови прийемо, збурюючий вплив та його похідну прийемо нульовими:

$$\Delta P_3(0) = 0,$$

$$\left( \frac{d\Delta P_3}{dt} \right)_{t=0} = 0,$$

$$\Delta G_3(0) = 0,$$

$$\left( \frac{d\Delta G_3}{dt} \right)_{t=0} = 0.$$

Тоді характеристичне рівняння диференційного рівняння 2.8 матиме вигляд

$$T_0 \cdot q^2 + T_1 \cdot q + 1 = 0. \quad (2.15)$$

Корені характеристичного рівняння знаходяться наступним чином

$$q_{1,2} = \frac{-T_1 \pm \sqrt{T_1^2 - 4 \cdot T_0}}{2 \cdot T_0}. \quad (2.16)$$

Таким чином вільна складова  $\Delta P_{3e.}(t)$  матиме вигляд

$$\Delta P_{3e.}(t) = C_1 \cdot e^{q_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{q_2 \cdot t},$$

де  $C_1$  та  $C_2$  – сталі інтегрування.

Вимушена складова складатиме

$$\Delta P_{3вим.}(t) = k_1 \cdot \Delta \alpha(t). \quad (2.17)$$

Для визначення сталих інтегрування  $C_1$  та  $C_2$  складемо систему рівнянь, яка з урахуванням зазначених початкових умов матиме вигляд

$$\begin{cases} \Delta P_3(0) = C_1 + C_2 + \Delta P_{3\text{вим.}}(t) = 0, \\ \left( \frac{d\Delta P_3}{dt} \right)_{t=0} = q_1 \cdot C_1 + q_2 \cdot C_2 = 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Розв'яжемо систему рівнянь 2.18

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + \Delta P_{3\text{вим.}}(t) = 0 \\ q_1 \cdot C_1 + q_2 \cdot C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 + \Delta P_{3\text{вим.}}(t) = 0 \\ C_2 = -\frac{q_1 \cdot C_1}{q_2} \end{cases} \Rightarrow \quad (2.19)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{q_1 \cdot C_1}{q_2} - C_1 = \Delta P_{3\text{вим.}}(t) \\ C_2 = -\frac{q_1 \cdot C_1}{q_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{q_2 \cdot \Delta P_{3\text{вим.}}(t)}{q_1 - q_2} \\ C_2 = -\frac{q_1 \cdot C_1}{q_2} \end{cases}$$

Таким чином, графік залежності прирощення тиску  $\Delta P_3$  від часу  $t$  можна побудувати, підставивши розрахункові параметри у рівняння

$$\Delta P_3(t) = C_1 \cdot e^{q_1 t} + C_2 \cdot e^{q_2 t} + \Delta P_{3\text{вим.}}(t) \quad (2.20)$$

### Порядок виконання:

1. Виконати розрахунок значень щільності повітря  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  та  $\rho_3$  на вході, в першій та другій ємностях відповідно згідно виразу 2.14.

2. Виконати розрахунок значення допоміжного параметру  $\gamma$  згідно виразу 2.3.

3. Отримати залежності для розрахунку та виконати розрахунок коефіцієнтів витрати  $C_{V1}$  та  $C_{V2}$  за допомогою перетворення виразів 2.1 та 2.2 відповідно.

4. Виконати розрахунок значень допоміжних коефіцієнтів  $B$ ,  $C$ ,  $D$  та  $E$  згідно виразів 2.4-2.7 відповідно.

5. Виконати розрахунок значень допоміжних коефіцієнтів  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $k_1$  та  $k_2$  згідно виразів 2.9-2.13 відповідно.

6. Виконати розрахунок значення коренів характеристичного рівняння  $q_1$  та  $q_2$  згідно виразу 2.16.

7. Виконати розрахунок значення вимушеної складової  $\Delta P_{3\text{вим.}}(t)$  згідно виразу 2.17.

8. Виконати розрахунок значень сталих інтегрування  $C_1$  та  $C_2$

згідно результуючих виразів 2.19, отриманих в ході розв'язання системи рівнянь.

9. Отримати остаточне розв'язання рівняння динаміки шляхом підстановки значень розрахункових параметрів у вираз 2.20 та побудувати графік залежності прирощення тиску  $\Delta P_3$  від часу  $t$ , де вхідна величина змінюється в межах  $t \in [0; 10]$  (за необхідністю підібрати діапазон самостійно).

### Практичне заняття №3.

#### «Розрахунок динамічної моделі коливань вантажу підвішеного до нерухомої опори»

**Мета:** Закріплення навичок побудови математичних динамічних моделей та отримання навичок використання середовища MATLAB 2014a в якості платформи для виконання чисельних розрахунків.

**Завдання:** До нерухомої опори підвішений на пружині вантаж з масою  $m$  на пружині, жорсткість якої дорівнює  $c$ . Вантаж примусово опускається униз на відстань  $x_0$  та відпускається, після чого він починає коливатися у вертикальній площині (рис. 3.1). Треба отримати аналітичний вираз траєкторії руху ваги у часі та графік залежності амплітуди коливань  $x$  від часу  $t$ . Дані, які необхідні для розрахунку, наведені в табл. 3.1. В якості платформи для виконання чисельних розрахунків використати програму MATLAB 2014a (див. Додаток Б).

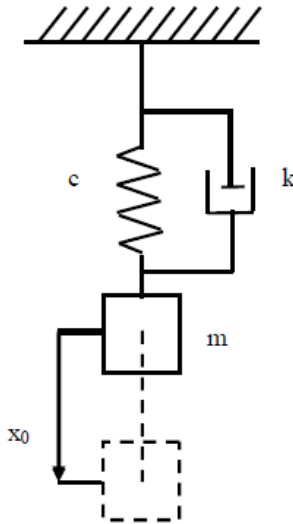


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема коливань вантажу на пружині

Таблиця 3.1 – Вихідні дані

Вар. №	$m$ , кг	$c$ , кг/с <sup>2</sup>	$k$ , кг/с	$x_0$ , м
1	1	100	5	0,1
2	1	100	8	0,1



Продовження таблиці 3.1

Вар. №	$m, \text{ кг}$	$c, \text{ кг}/\text{с}^2$	$k, \text{ кг}/\text{с}$	$x_0, \text{ м}$
3	2	50	5	0,1
4	2	50	8	0,1
5	2	50	10	0,1
6	4	20	8	0,1
7	4	20	10	0,1
8	1	100	5	0,5
9	1	100	8	0,5
10	2	50	5	0,5
11	2	50	8	0,5
12	2	50	10	0,5
13	4	20	8	0,5
14	4	20	10	0,5
15	1	100	5	0,9
16	1	100	8	0,9
17	2	50	5	0,9
18	2	50	8	0,9
19	2	50	10	0,9
20	4	20	8	0,9

**Розрахунок математичної моделі:** У процесі коливань частина енергії коливань перетворюється на теплову енергію, яка розсіюється в просторі. Це відбувається внаслідок внутрішнього тертя в середині пружини та тертя вантажу по повітрю. Узагальнений коефіцієнт, який враховує дисипацію енергії – умовно називається коефіцієнтом опору амортизатору  $k$ .

Диференціальне рівняння складається як баланс сил за другим законом Н'ютона

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot \frac{dx}{dt} + c \cdot x = 0.$$

Рівняння містить три складові. Перша складова враховує інерційність маси, яка множиться на прискорення і утворює силу; друга складова враховує силу демпфірування, яка прямо пропорційно залежить від швидкості і завдяки якій кінетична енергія перетворюється в теплову; третя складова – це сила Гука, яка прямо пропорційна переміщенню. В реальних умовах на вантаж діє сила тяжіння, але ми її не враховуємо, оскільки вважаємо, що до початку процесу коливань вантаж знаходиться в стані покою (рівноваги) і

сила тяжіння вже врівноважена відповідною силою Гука.

Коефіцієнти  $m$ ,  $c$  та  $k$  є динамічними параметрами коливальної системи і в загальному випадку можуть залежати від динамічних характеристик (переміщення, швидкості та прискорення), але в межах моделі, яка розглядається, будемо вважати їх сталими величинами.

Як видно з диференційного рівняння, в правій його частині немає збурюючої сили, а відповідно до початкових умов внесення додаткової потенційної енергії в коливальну систему відбувається за рахунок переміщення вантажу униз на величину  $x_0$ . Тому в якості початкових умов будемо вважати, що  $x(0) = x_0$ . Виконання перетворення Лапласа щодо диференційного рівняння дозволяє отримати наступне алгебраїчне рівняння

$$(m \cdot p^2 + k \cdot p + c) \cdot x(p) = m \cdot p \cdot x_0 + k \cdot x_0.$$

Визначимо зображення траєкторії та проведемо деякі перетворення

$$x(p) = \frac{m \cdot p \cdot x_0 + k \cdot x_0}{m \cdot p^2 + k \cdot p + c} = x_0 \cdot \frac{p}{p^2 + \frac{k}{m} \cdot p + \frac{c}{m}} + \frac{x_0 \cdot k}{m} \cdot \frac{1}{p^2 + \frac{k}{m} \cdot p + \frac{c}{m}}.$$

Виділимо повний квадрат в характеристичному поліномі та введемо нові позначення:

$$p^2 + \frac{k}{m} \cdot p + \frac{c}{m} = p^2 + 2 \cdot \frac{k}{2 \cdot m} \cdot p + \left(\frac{k}{2 \cdot m}\right)^2 - \left(\frac{k}{2 \cdot m}\right)^2 + \frac{c}{m} = \left(p + \frac{k}{2 \cdot m}\right)^2 + \frac{c}{m} - \frac{k^2}{4 \cdot m^2},$$

$$b = \frac{k}{2 \cdot m}, \quad (3.1)$$

$$a = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{k^2}{4 \cdot m^2}}. \quad (3.2)$$

Зображення траєкторії прийме наступний вигляд

$$\begin{aligned}
 x(p) &= x_0 \cdot \frac{p}{(p+b)^2 + a^2} + 2 \cdot x_0 \cdot b \cdot \frac{1}{(p+b)^2 + a^2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow x(t) &= x_0 \cdot e^{-bt} \cdot \left( \cos(at) - \frac{b}{a} \cdot \sin(at) \right) + x_0 \cdot \frac{2 \cdot b}{a} \cdot e^{-bt} \cdot \sin(at) = \\
 &= x_0 \cdot e^{-bt} \cdot \cos(at) - x_0 \cdot e^{-bt} \cdot \frac{b}{a} \cdot \sin(at) + 2 \cdot x_0 \cdot e^{-bt} \cdot \frac{b}{a} \cdot \sin(at) = \\
 &= x_0 \cdot e^{-bt} \cdot \cos(at) + x_0 \cdot e^{-bt} \cdot \frac{b}{a} \cdot \sin(at) = \frac{x_0}{a} \cdot e^{-bt} \cdot (a \cdot \cos(at) + b \cdot \sin(at)) = \\
 &= \frac{x_0}{a} \cdot e^{-bt} \cdot (\sin \varphi \cdot \cos(at) + \cos \varphi \cdot \sin(at)),
 \end{aligned}$$

де  $\sin \varphi = a$ ,  $\cos \varphi = b$ .

Тоді

$$\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{a}{b} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} \frac{a}{b}. \quad (3.3)$$

Таким чином, отримаємо аналітичний вираз траєкторії руху ваги у часі

$$x(t) = \frac{x_0}{a} \cdot e^{-bt} \cdot \sin(a \cdot t + \varphi). \quad (3.4)$$

### Порядок виконання:

1. Виконати розрахунок значень допоміжних параметрів  $a$  та  $b$  згідно виразів 3.1 та 3.2 відповідно.
2. Виконати розрахунок значення куту  $\varphi$  згідно виразу 3.3.
3. Отримати аналітичний вираз траєкторії руху ваги у часі шляхом підстановки значень розрахункових параметрів у вираз 3.4.
4. Побудувати графік залежності амплітуди коливань  $x$  від часу  $t$ , де вхідна величина змінюється в межах  $t \in [0; 2]$  (за необхідністю підібрати діапазон самостійно).

## Практичне заняття №4. «Розрахунок динамічної моделі перехідного процесу»

**Мета:** Закріплення навичок побудови математичних динамічних моделей та використання середовища MATLAB 2014a в якості платформи для виконання чисельних розрахунків.

**Завдання:** Електричний пристрій працює у двох режимах. Перехід від першого режиму до другого виконується замиканням рубильника. Принципова електрична схема пристрою зображена на рис. 4.1. Треба отримати графіки залежності струму в другій гілці  $i_2$  та напруги на конденсаторі  $u_C$  від часу  $t$ . Дані, які необхідні для розрахунку, наведені в табл. 4.1. В якості платформи для виконання чисельних розрахунків використати програму MATLAB 2014a.

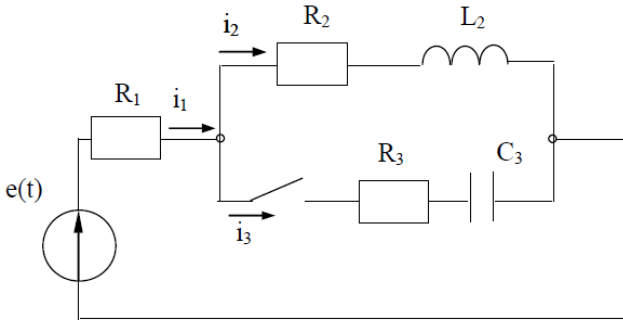


Рисунок 4.1 – Принципова електрична схема пристрою

Таблиця 4.1 – Вихідні дані

Вар. №	$E, B$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$L_2, Гн$	$C_3, мкФ$
1	120	50	8	55	2	150
2	120	55	8	55	2	150
3	120	55	8	50	2	150
4	120	50	8	55	2	120
5	120	55	10	55	2	120
6	120	55	10	50	2	120
7	120	50	10	55	1,5	150
8	120	55	10	55	1,5	150
9	120	55	8	50	1,5	150

Продовження таблиці 4.1

Вар. №	$E, B$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$L_2, Гн$	$C_3, мкФ$
10	120	50	8	55	1,5	120
11	120	55	8	55	1,5	120
12	120	55	8	50	1,5	120
13	130	55	10	55	2	120
14	130	55	10	50	2	120
15	130	50	10	55	1,5	150
16	130	55	10	55	1,5	150
17	130	55	8	50	1,5	150
18	130	50	8	55	1,5	120
19	130	55	8	55	1,5	120
20	130	55	8	50	1,5	120

**Розрахунок математичної моделі:** Розв'язання задачі умовно складається з двох частин. В першій частині розраховуються струми та напруги, які існували в електричному колі в момент часу до комутації і струми та напруги, які виникли в першу мить після комутації.

Математична модель перехідного процесу ґрунтується на двох законах комутації в електричних колах, фізична суть, яких формалізована в законах збереження магнітної енергії в котушці індуктивності та електричної енергії в конденсаторі про неможливість її миттєвої зміни.

За першим законом комутації струм  $i_L(0_-)$ , який тече крізь індуктивність безпосередньо до комутації дорівнює струму  $i_L(0_+)$ , який тече крізь ту саму індуктивність безпосередньо після комутації.

За другим законом комутації напруга  $u_C(0_-)$  на конденсаторі безпосередньо до комутації дорівнює напрузі  $u_C(0_+)$ , на тому самому конденсаторі безпосередньо після комутації.

Для подальших розрахунків використовуємо статичну математичну модель кіл постійного струму відому, як закон Ома.

Визначимо струми  $i_1(0_-)$ ,  $i_2(0_-)$  до замикання та вимушені струми  $i_{1вим.}$ ,  $i_{2вим.}$  після замикання рубильника

$$i_{1вим.} = i_{2вим.} = i_1(0_-) = i_2(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_2}. \quad (4.1)$$

Постійний струм через конденсатор не тече, тому

$$i_{3\text{вим.}} = 0.$$

Від постійного струму на індуктивності також немає падіння напруги

$$u_{L\text{вим.}} = 0.$$

Вимушена напруга на конденсаторі дорівнює падінню напруги на опорі  $R_2$  від струму  $i_{2\text{вим.}}$

$$u_{C\text{вим.}} = R_2 \cdot i_{2\text{вим.}}. \quad (4.2)$$

За першим законом комутації

$$i_2(0_-) = i_2(0_+).$$

Але

$$i_2(0_+) = i_{2\text{вим.}}(0_+) + i_{2\text{в.}}(0_+),$$

звідки:

$$i_{2\text{в.}}(0_+) = i_2(0_+) - i_{2\text{вим.}}(0_+), \quad (4.3)$$

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) + i_3(0_+).$$

Складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для замкнутого кола, утвореного першою й третьою гілками

$$i_1(0_+) \cdot R_1 + i_3(0_+) \cdot R_3 + u_C(0_+) = E.$$

Оскільки

$$u_C(0_+) = 0,$$

то

$$i_3(0_+) = \frac{E - i_2(0_+) \cdot R_1}{R_1 + R_3}. \quad (4.4)$$

Знайдемо  $i_{3e.}(0_+)$

$$i_{3e.}(0_+) = i_3(0_+) - i_{3внм.}(0_+), \quad (4.5)$$

Для визначення  $u_{L6.}(0_+)$  складемо рівняння для вільних складових по контурі, утвореному першою й другою гілками

$$i_{1e.}(0_+) \cdot R_1 + i_{2e.}(0_+) \cdot R_2 + u_{L6.}(0_+) = 0,$$

звідки

$$u_{L6.}(0_+) = -i_{1e.}(0_+) \cdot R_1 - i_{2e.}(0_+) \cdot R_2. \quad (4.6)$$

Але

$$u_{L6.} = L_2 \cdot \frac{di_{2e.}}{dt},$$

отже

$$\left( \frac{di_{2e.}}{dt} \right)_{t=0_+} = \frac{u_{L6.}(0_+)}{L_2}. \quad (4.7)$$

Вільну складову напруги на конденсаторі при  $t = 0_+$  знайдемо за другим законом комутації

$$u_C(0_-) = u_C(0_+),$$

$$u_C(0_+) = u_{Cвнм.}(0_+) + u_{C6.}(0_+),$$

звідки:

$$u_{C6.}(0_+) = u_C(0_+) - u_{Cвнм.}(0_+). \quad (4.8)$$

Визначимо швидкість зміни вільної складової напруги на конденсаторі при  $t = 0_+$ . Із цією метою скористаємося тим, що

$$i_{3e.} = C_3 \cdot \frac{du_{C6.}}{dt},$$

отже

$$\left(\frac{du_{C_3}}{dt}\right)_{t=0_+} = \frac{i_{3e.}(0_+)}{C_3}. \quad (4.9)$$

Перейдемо до розв'язання другої частини завдання і складемо характеристичне рівняння для кола, зображеного на рис. 4.1.

Для цього складемо систему диференційних рівнянь за першим та другим законом Кірхгофа

$$\begin{cases} i_{1e.} - i_{2e.} - i_{3e.} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1e.} + R_2 \cdot i_{2e.} + L_2 \cdot \frac{di_{2e.}}{dt} + 0 = 0 \\ R_1 \cdot i_{1e.} + 0 + R_3 \cdot i_{3e.} + \frac{1}{C_3} \cdot \int i_{3e.} \cdot dt = 0 \end{cases}.$$

Проведемо алгебраїзацію системи диференційних рівнянь і отримаємо наступну систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} i_{1e.} - i_{2e.} - i_{3e.} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1e.} + (R_2 + p \cdot L_2) \cdot i_{2e.} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1e.} + \left(R_3 + \frac{1}{p \cdot C_3}\right) \cdot i_{3e.} = 0 \end{cases}.$$

Визначник системи алгебраїчних рівнянь, який дорівнює 0 і є характеристичним рівнянням

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0, \quad (4.10)$$

де

$$a = L_2 \cdot C_3 \cdot (R_1 + R_3),$$

$$b = C_3 \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3) + L_2,$$

$$c = R_1 + R_2.$$



Характеристичне рівняння має два комплексно спряжених корені, тому вільна складова повинна бути взята в такому вигляді

$$i_{2c.}(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \nu), \quad (4.11)$$

де

$$\delta = \frac{|b|}{2 \cdot a},$$

$$\omega_0 = \left| \frac{\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a \cdot j} \right|.$$

Величини  $A$  та  $\nu$  визначимо за значеннями вільної складової і її першій похідній при  $t = 0_+$ .

Враховуючи, що при  $t = 0_+$  функція  $i_{2c.}(t)$  має вигляд

$$i_{2c.}(0_+) = A \cdot \sin \nu,$$

а її похідна дорівнює

$$i_{2c.}'(0_+) = -\delta \cdot A \cdot \sin \nu + \omega_0 \cdot A \cdot \cos \nu.$$

Розв'яжемо систему рівнянь та знайдемо значення  $A$  та  $\nu$  для вільної складової струму  $i_{2c.}$

$$\begin{cases} A \cdot \sin \nu = i_{2c.}(0_+) \\ -\delta \cdot A \cdot \sin \nu + \omega_0 \cdot A \cdot \cos \nu = i_{2c.}'(0_+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{i_{2c.}(0_+)}{\sin \nu} \\ -\delta \cdot A \cdot \sin \nu + \omega_0 \cdot A \cdot \cos \nu = i_{2c.}'(0_+) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{i_{2c.}(0_+)}{\sin \nu} \\ -\delta \cdot i_{2c.}(0_+) + \omega_0 \cdot i_{2c.}(0_+) \cdot \frac{\cos \nu}{\sin \nu} = i_{2c.}'(0_+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{i_{2c.}(0_+)}{\sin \nu} \\ \nu = \arctg \frac{i_{2c.}'(0_+) + \delta \cdot i_{2c.}(0_+)}{\omega_0 \cdot i_{2c.}(0_+)} \end{cases}. \quad (4.12)$$

Отже

$$i_2(t) = i_{2сим.} + i_{2c.}(t). \quad (4.13)$$

Знайдемо значення  $A$  та  $\nu$  для вільної складової напруги  $u_{C6.}$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} A \cdot \sin \nu = u_{C_0}(0_+) \\ -\delta \cdot A \cdot \sin \nu + \omega_0 \cdot A \cdot \cos \nu = u_{C_0}'(0_+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{u_{C_0}(0_+)}{\sin \nu} \\ -\delta \cdot A \cdot \sin \nu + \omega_0 \cdot A \cdot \cos \nu = u_{C_0}'(0_+) \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{u_{C_0}(0_+)}{\sin \nu} \\ -\delta \cdot u_{C_0}(0_+) + \omega_0 \cdot u_{C_0}(0_+) \cdot \frac{\cos \nu}{\sin \nu} = u_{C_0}'(0_+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{u_{C_0}(0_+)}{\sin \nu} \\ \nu = \arctg \frac{u_{C_0}'(0_+) + \delta \cdot u_{C_0}(0_+)}{\omega_0 \cdot u_{C_0}(0_+)} \end{cases}, \quad (4.14) \end{aligned}$$

звідки

$$u_C(t) = u_{C_{вим.}} + u_{C_0}(t). \quad (4.15)$$

### Порядок виконання:

1. Виконати розрахунок значень струмів  $i_1(0_-)$ ,  $i_2(0_-)$  до замикання та вимушених струмів  $i_{1_{вим.}}$ ,  $i_{2_{вим.}}$  після замикання рубильника згідно виразу 4.1.

2. Виконати розрахунок значення вимушеної напруги на конденсаторі  $u_{C_{вим.}}$  згідно виразу 4.2.

3. Виконати розрахунок значення вільної складової струму  $i_{2_0}(0_+)$  після комутації згідно виразу 4.3.

4. Виконати розрахунок значення струму на третій гілці  $i_3(0_+)$  після комутації згідно виразу 4.4.

5. Виконати розрахунок значення вільної складової струму на третій гілці  $i_{3_0}(0_+)$  після комутації згідно виразу 4.5.

6. Виконати розрахунок значення вільної складової напруги на індуктивності  $u_{L_0}(0_+)$  після комутації згідно виразу 4.6.

7. Виконати розрахунок значення похідної вільної складової струму  $i_{2_0}'(0_+)$  після комутації згідно виразу 4.7.

8. Виконати розрахунок значення вільної складової напруги на конденсаторі  $u_{C_0}(0_+)$  та її похідної  $u_{C_0}'(0_+)$  після комутації згідно виразів 4.8 та 4.9 відповідно.

9. Виконати розрахунок значень допоміжних коефіцієнтів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  та отримати характеристичне рівняння шляхом підстановки значень розрахункових параметрів у вираз 4.10.

10. Виконати розрахунок значень  $\delta$  та  $\omega_0$  згідно виразу 4.11.

11. Виконати розрахунок значень  $A$  та  $\nu$  для вільної складової струму  $i_{2_0}$  згідно виразу 4.12.

12. Підставити значення розрахункових параметрів у вираз 4.13 та побудувати графік залежності струму на другій гілці  $i_2$  від часу  $t$ , де вхідна величина змінюється в межах  $t \in [0; 0,2]$  (за необхідністю підібрати діапазон самостійно).

13. Виконати розрахунок значень  $A$  та  $V$  для вільної складової напруги  $u_{C_6}$  згідно виразу 4.14.

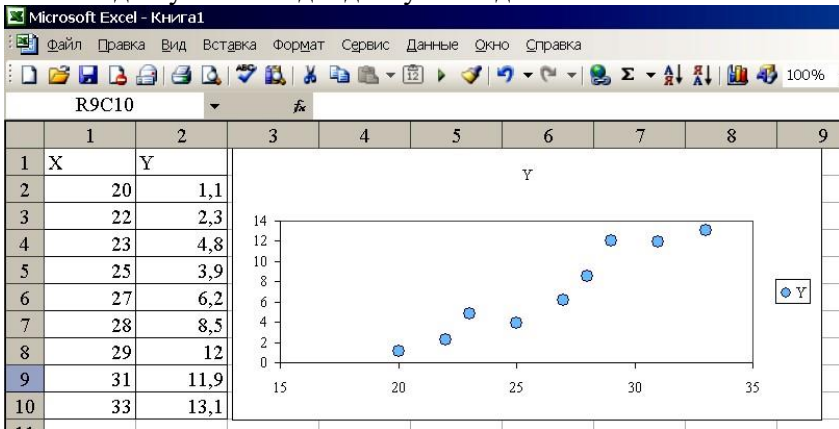
14. Підставити значення розрахункових параметрів у вираз 4.15 та побудувати графік залежності напруги на конденсаторі  $u_C$  від часу  $t$ , де вхідна величина змінюється в межах  $t \in [0; 0,2]$  (за необхідністю підібрати діапазон самостійно).

## Практичне заняття №5. «Регресійний аналіз»

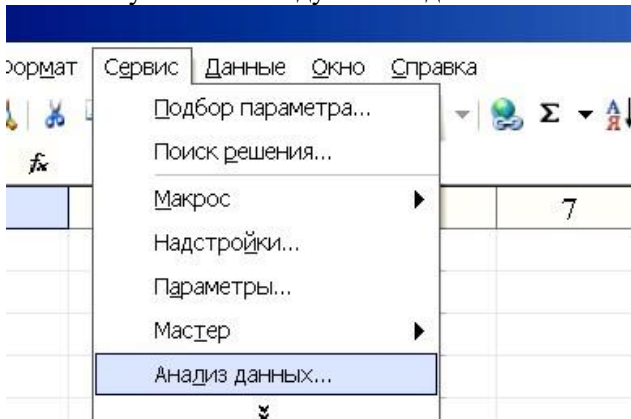
**Мета:** Отримання практичних навичок побудови регресійних моделей в середовищі Microsoft Excel

### Порядок виконання:

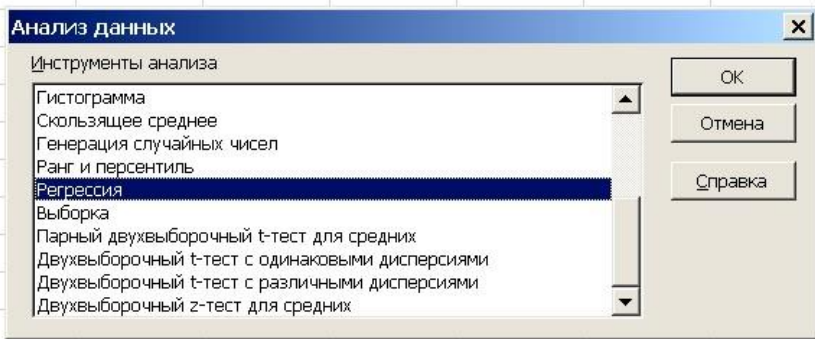
1. Запустити програму Excel.
2. Підготувати вихідні дані у вигляді:



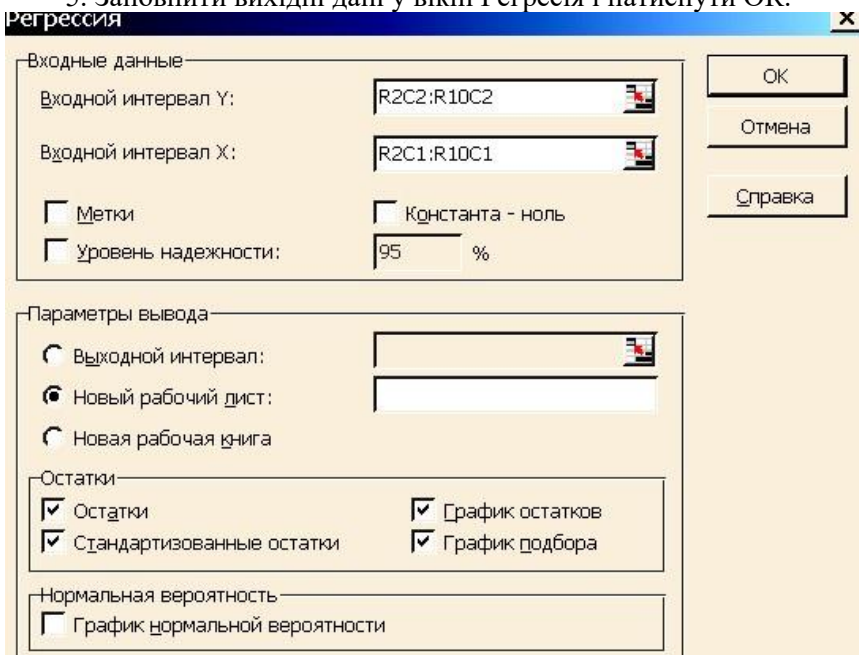
3. У меню запустити команду Аналіз даних



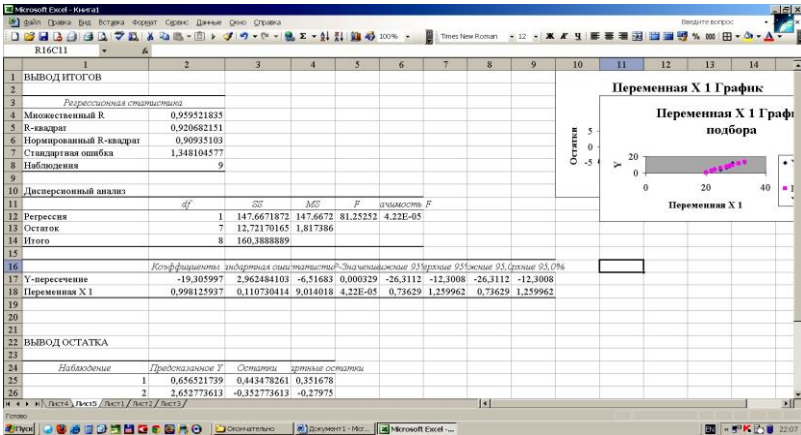
4. Запустити команду Регресія



5. Заполнить выходные данные у вкни Регрессия и натиснути ОК.

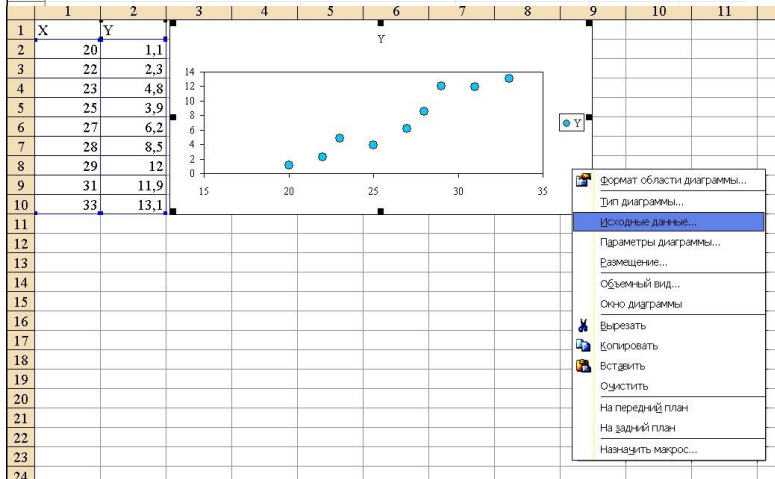


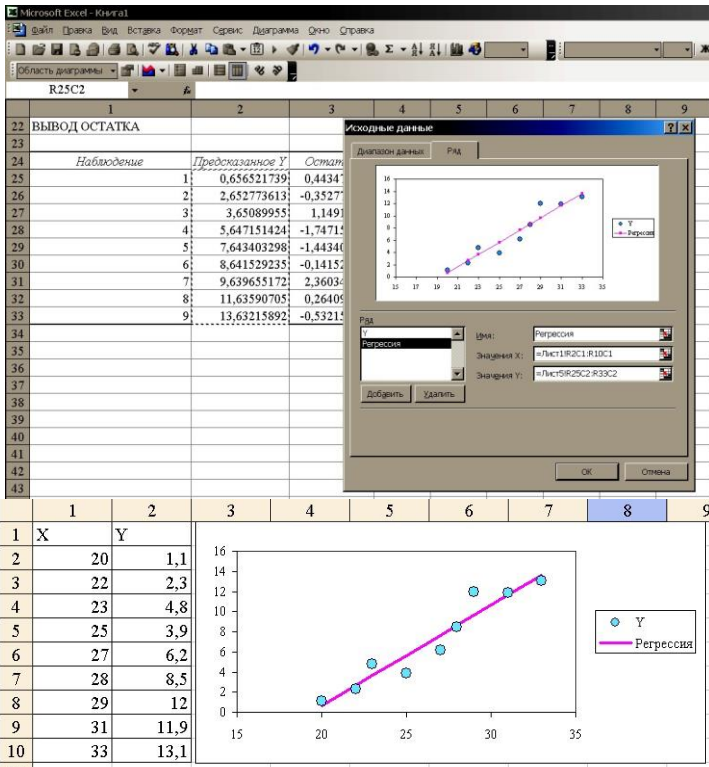
6. На новом листе отримати результати регресійного аналізу



## 7. Додати результати обробки до вихідного графіку

24	Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки	зрештє остатки
25	1	0,656521739	0,443478261	0,351678
26	2	2,652773613	-0,352773613	-0,27975
27	3	3,65089955	1,14910045	0,911235
28	4	5,647151424	-1,747151424	-1,38549
29	5	7,643403298	-1,443403298	-1,14462
30	6	8,641529235	-0,141529235	-0,11223
31	7	9,639655172	2,360344828	1,87175
32	8	11,63590705	0,264092954	0,209425
33	9	13,63215892	-0,532158921	-0,422
34				





8. Самостійно виконати обробку даних за допомогою регресійного аналізу.

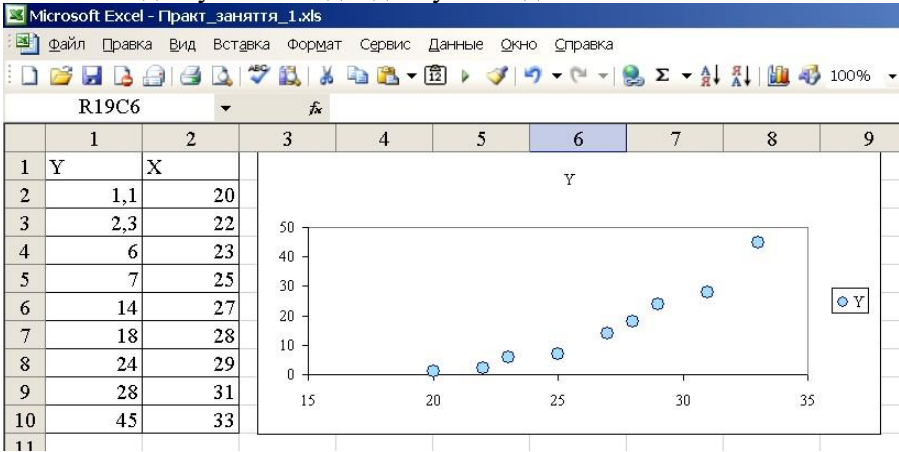
Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3	
X	Y	X	Y	X	Y
0	12	1	33	10	228
2	14	2	33	50	229
2,2	13	3	33	80	228
3	15	4	35	120	235
4	17	6	35	150	240
4,1	21	7	36	190	245
4,5	20	9	37	220	260
6	23	11	38	250	270
6,5	24	13	38	300	275
7	28	15	39	350	275
7,7	27	16	40	400	285
8,1	27	17	41	420	290
9	29	19	41	480	300
9,5	30	20	42	530	301

## Практичне заняття №6. «Регресійний аналіз даних. Підбір виду регресійної залежності»

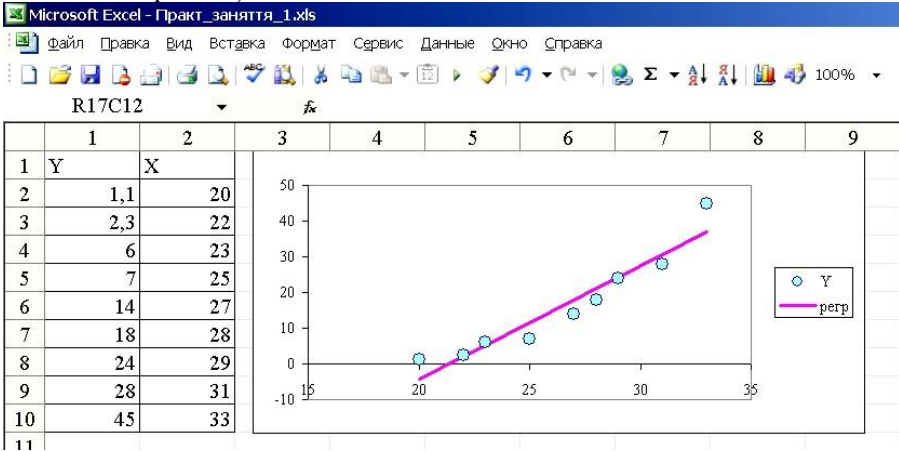
**Мета:** Отримання практичних навичок побудови регресійних моделей в середовищі Microsoft Excel

### Порядок виконання:

1. Запустити програму Excel.
2. Підготувати вихідні дані у вигляді:



3. Провести обробку командою «Регрессия» (Сервис-Анализ данных-Регрессия).



Впевнитись, що лінійна регресія неефективна. Це можна зробити по виду функції регресії і по стандартній похибці:



	1	2
1	ВЫВОД ИТОГОВ	
2		
3	<i>Регрессионная статистика</i>	
4	Множественный R	0,954303031
5	R-квадрат	0,910694274
6	Нормированный R-квад	0,897936314
7	Стандартная ошибка	<b>4,584595249</b>
8	Наблюдения	9
9		

Регресійна залежність має вид  $Y=A_1+A_2*X$ .

В даному випадку стандартна похибка складає 4,584595249. Це означає, що принаймні для перших трьох значень  $Y$  така похибка неприйнятна. Значимість регресійної залежності можна також оцінити по критерію Фішера, значення котрого наводиться у вікні з результатами регресії.

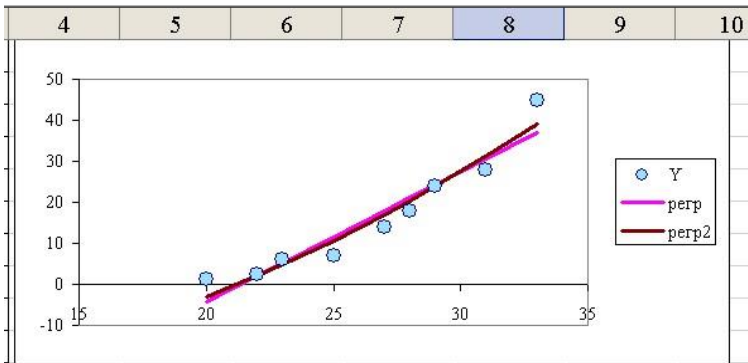
	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
353	<b>71,38243</b>	<b>6,42227E-05</b>
851		

Аналіз експериментальних даних показує, що залежність  $Y(X)$  носить квадратичний характер.

4. Отримати значення  $X^2$  у додатковому стовпчику.

	1	2	3
1	Y	X	$X^2$
2	1,1	20	400
3	2,3	22	484
4	6	23	529
5	7	25	625
6	14	27	729
7	18	28	784
8	24	29	841
9	28	31	961
10	45	33	1089

5. Повторити розрахунки, ввести  $X^2$  у форму для розрахунку регресії замість  $X$ .



Нова залежність якісніше описує вихідні дані оскільки стандартна похибка її менша, а критерій Фішера більший:

№	Регрессионная статистика					
3	Регрессионная статистика					
4	Множественный R	0,9712958				
5	R-квадрат	0,9434156				
6	Нормированный R-кв	0,9353321				
7	Стандартная ошибка	<b>3,6493004</b>				
8	Наблюдения	9				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>ачимость F</i>
12	Регрессия	1	1554,26	1554,26	<b>116,7091</b>	<b>1,28E-05</b>
13	Остаток	7	93,22175	13,31739		
14	Итого	8	1647,482			

Регресійна залежність має вид  $Y=A_1+A_2*X^2$ .

Однак візуальний аналіз графіків показує, що дана залежність також неефективна.

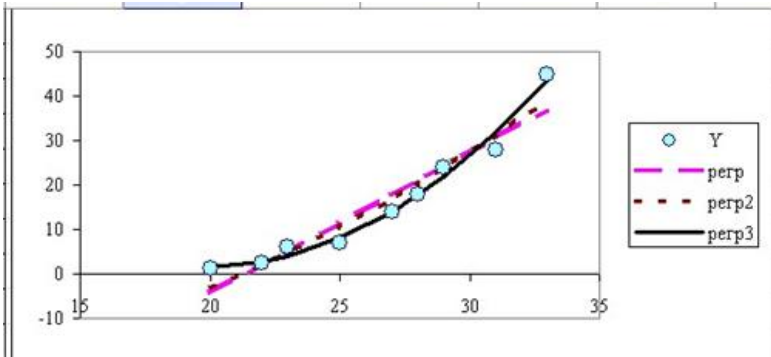
6. Провести ще один розрахунок, при цьому задати замість X обидва стовпчики X, X<sup>2</sup>.

№	1	2	3	4	5	6
5	R-квадрат	0,984172				
6	Нормированный R-ква	0,978896				
7	Стандартная ошибка	<b>2,08473</b>				
8	Наблюдения	9				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>ачимость F</i>
12	Регрессия	2	1621,406	810,7029	<b>186,537</b>	<b>4E-06</b>
13	Остаток	6	26,07649	4,346082		
14	Итого	8	1647,482			
15						
16	Кoeffициентная статистика - Значения ниже 95%					
17	У-пересечение	<b>94,1286</b>	31,05573	3,030956	0,02307	18,13792
18	Переменная X 1	<b>-9,37844</b>	2,386008	-3,930599	0,007707	-15,21679
19	Переменная X 2	<b>0,23755</b>	0,045011	5,277631	0,001869	0,127414

№	1	2	3
1	Y	X	X <sup>2</sup>
2	1,1	20	400
3	2,3	22	484
4	6	23	529
5	7	25	625
6	14	27	729
7	18	28	784
8	24	29	841
9	28	31	961
10	45	33	1089

Регресійна залежність має вигляд  $Y=A_1+A_2*X+A_3*X^2$



Дана залежність має мінімальну стандартну похибку, максимальне значення критерію Фішера і візуально правильно описує вихідні дані.

7. Самостійно виконати обробку даних за допомогою регресійного аналізу.

Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3	
X	Y	X	Y	X	Y
0	12	1	15	1	12,8
2	16	2	26	2	41,4
2,2	16,84	3	43	3	87,6
3	21	4	66	4	150,2
4	28	6	130	6	319,8
4,1	28,81	7	171	7	424,4
4,5	32,25	9	271	9	667,2
6	48	11	395	11	946,8
6,5	54,25	13	543	13	1253,6
7	61	15	715	15	1578
7,7	71,29	16	810	16	1743,8
8,1	77,61	17	911	17	1910,4
9	93	19	1131	19	2241,2
9,5	102,25	20	1250	20	2403

## Практичне заняття №7.

### «Розв'язання рівнянь за допомогою сервісу «Поиск решения»

**Мета:** Отримання практичних навичок розв'язання рівнянь та систем рівнянь в середовищі Microsoft Excel

#### Вихідна інформація

#### Елементи діалогового вікна «ПОИСК РЕШЕНИЯ»

##### *Установить целевую ячейку*

Служить для вказівки цільової комірки, значення якої необхідне максимізувати, мінімізувати або встановити рівним заданому числу. Цей осередок повинна містити формулу.

##### *Равно*

Служить для вибору варіанта оптимізації значення цільової комірки (максимізація, мінімізація або підбір заданого числа). Щоб встановити число, введіть його в поле.

##### *Изменяя ячейки*

Служить для вказівки комірок, значення яких змінюються в процесі пошуку рішення до тих пір, поки не будуть виконані накладені обмеження і умова оптимізації значення комірки, зазначеної в полі **Установить целевую ячейку**.

##### *Предположит*

Використовується для автоматичного пошуку комірок, що впливають на формулу, посилання на яку дана в полі **Установить целевую ячейку**. Результат пошуку відображається в полі **Изменяя ячейки**.

#### **Ограничения**

Служить для відображення списку граничних умов поставленого завдання.

##### **Добавить**

Служить для відображення діалогового вікна **Добавить ограничение**.

##### **Изменить**

Служить для відображення діалогового вікна **Изменить ограничение**.

##### **Удалить**

Служить для зняття вказаного обмеження.

##### **Выполнить**

Служить для запуску пошуку вирішення поставленого завдання.

##### *Закреть*

Служить для виходу з вікна діалогу без запуску пошуку

вирішення поставленого завдання. При цьому зберігаються установки зроблені у вікнах діалогу, що з'явилися після натискань на кнопки **Параметры, Добавить, Изменить** или **Удалить**.

### *Параметры*

Служить для відображення діалогового вікна **Параметры поиска решения**, в якому можна завантажити або зберегти оптимізовану модель і вказати передбачені варіанти пошуку рішення.

### *Восстановит*

Служить для очищення полів вікна діалогу і відновлення значень параметрів пошуку рішення, використовуваних за замовчуванням.

**Завдання №1:** розв'язати рівняння  $y = a_1x^2 + a_2x + a_3$  відносно  $X$  за допомогою команди «Поиск решения».

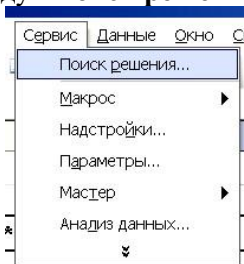
### **Порядок виконання:**

1. Запустити програму Excel.
2. Підготувати вихідні дані у вигляді:

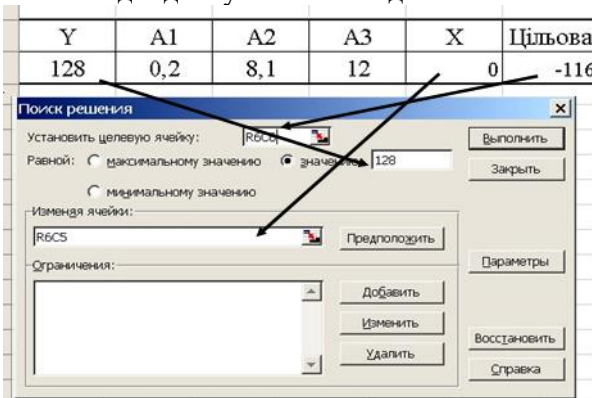
Y	A1	A2	A3	X	Цільова
128	0,2	8,1	12	0	-116

У цільовій комірці увести формулу  $A1 * X^2 + A2 * X + A3$ .  
Для  $X$  уведено початкове значення, що дорівнює  $0$ .

3. Запустити команду «Поиск решения»



4. Увести вихідні дані у вікні команди.



Натиснути «Виконати» і отримати рішення

5	Y	A1	A2	A3	X	Цільова
5	128	0,2	8,1	12	11,21526	128

5. Виконати самостійно наступні завдання. Розв'язати рівняння

$$12 * \sin(x^2) - 0,1 * \exp(-2 * x) = 1,5;$$

$$138 * (x - 5)^2 - 5 = 0;$$

$$1,25 * \exp(1,2 * x) = 24,2 * \sin(x - 2).$$

**Завдання №2:** розв'язати систему рівнянь  $a_1x + a_2y = a_3$

$$b_1x + b_2y = b_3$$

1. Підготувати вихідні дані у вигляді:

a1	a2	a3	x	y
12	35	22	0	0
b1	b2	b3	Цільова	
11	2	12	-10	

Цільову функцію сформулювати самостійно.

«Изменения ячейки» - виділити значення  $x, y$ .

2. Отримати рішення

2	a1	a2	a3	x	y
3	12	35	22	0,00917	0,30275
4	b1	b2	b3	Цільова	
5	11	2	12	0	

3. Виконати самостійно наступні завдання.

Розв'язати системи рівнянь

$$135x + 18y = 321$$

$$14x + 45y = 68$$

$$13,5x^2 + 18y^3 = 31$$

$$1,4x^3 + 4,5y^2 = 68 \square \square$$

$$3,5\sin(x^2) + 18y^3 = 6$$

$$4\exp(x^3) + 5y^2 = 8$$

**Завдання №3:** самостійно знайти значення аргументу, при якому функція набуває максимального (мінімального) значення.

$$\text{Max}(325 * X^2 + 200 * X + 300 * \text{SIN}(X) + 1200);$$

$$\text{Min}(|12 * (X - 2) + \exp(X)|).$$

## ДОДАТОК А

Приклад складання програми\* на мові VBA для використання в середовищі Microsoft Excel:

**Sub MyProgram()**

```
'-----Оголошення змінних-----'
Dim a As Double 'вхідна константа "a"'
Dim b As Double 'вхідна константа "b"'
Dim x As Integer 'вхідна змінна "x"'
Dim f_x As Double 'вихідна змінна "f(x)'"
'-----Привласнення початкових значень-----'
a = 2 'привласнення значення 2 константі "a"'
b = 3 'привласнення значення 3 константі "b"'
'-----Виконання розрахунків-----'
For x = 1 To 10
    f_x = a * (x ^ 2) + b 'розрахунок значення вихідної змінної
    "f(x)'"
    ActiveSheet.Cells(x, 3) = x 'привласнення значень змінної "x"
    коміркам (1,3) - (10,3)'
    ActiveSheet.Cells(x, 4) = f_x 'привласнення значень змінної "f(x)"
    коміркам (1,4) - (10,4)'
Next
'-----Побудова діаграми-----'
ActiveSheet.Shapes.AddChart.Select 'створення нової діаграми'
ActiveChart.ChartType = xlXYScatterLines 'вибір типу
    поточної діаграми'
ActiveChart.SetSourceData Source:=Range(Cells(1, 3), Cells(10, 4))
    'вибір діапазону значень для поточної діаграми'
End Sub
```

\*Запропонована програма призначена для побудови графіку залежності  $f(x) = a \cdot x^2 + b$  від  $x$ , де  $a$  та  $b$  – константи, а вхідна величина змінюється в межах  $x \in [1; 10]$ .

## ДОДАТОК Б

Приклад складання програми\* в середовищі MATLAB 2014a:

```

clear all; %очищення робочого поля "Workspace" та системної пам'яті
clc; %очищення командного вікна "Command Window"
%-----Привласнення початкових значень-----
a = 2; %привласнення значення 2 константі "a"
b = 3; %привласнення значення 3 константі "b"
x = []; %привласнення початкового значення масиву "x"
f_x = []; %привласнення початкового значення масиву "f(x)"
%-----Виконання розрахунків-----
for i = 1:10
    x(1,i) = i; %привласнення значень елементам масиву "x"
    f_x(1,i) = a * (x(1,i) ^ 2) + b; %розрахунок і привласнення значень
    елементам масиву "f(x)"
end
%-----Побудова діаграми-----
figure(1); %створення нової діаграми з номером №1
plot(x,f_x); %вибір типу і діапазону значень для поточної діаграми

```

\*Запропонована програма призначена для побудови графіку залежності  $f(x) = a \cdot x^2 + b$  від  $x$ , де  $a$  та  $b$  – константи, а вхідна величина змінюється в межах  $x \in [1; 10]$ .



**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Павленко П. М., Філоненко С. Ф., Чередніков О. М., Трейтяк В. В. / Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб. – К. : НАУ, 2017. – 392 с.
2. Голушко А.В., Юрченко С.К. Вплив структурних і механічних характеристик композиційного матеріалу на деформування дзеркальної антени // Прикладна механіка і технічна фізика. - 2002. - Т. 43. - № 2. - С. 170-175.
3. Glowinski R. Finite Element Methods for Incompressible Viscous Flow.// HANDBOOK OF NUMERICAL ANALYSIS, VOL. IX. Numerical Methods for Fluids (Part 3). - Elsevier Science BV, 2003. - P. 1-1176.
4. Павленко П. М. Автоматизовані системи технологічної підготовки розширених виробництв. Методи побудови та управління: монографія / П. М. Павленко. – К. : НАУ, 2005. – 280 с.
5. Автоматизація технічної підготовки виробництва : навч. посіб. / П. М. Павленко, Є. І. Яблочников, Ю. А. Буренніков, Л. Г. Козлов. – Вінниця : ВНТУ, 2006. – 114 с.
6. Гліненко Л. К. Основи моделювання технічних систем: навч. посіб. для студ. ВНЗ / Л. К. Гліненко, О. Г. Сухоносів. – Львів : Бескид Біт, 2003. – 176 с.
7. Томашевський В. М. Моделювання систем: підруч. для студ. ВНЗ / за заг. ред. М. З. Згуровського. – К. : Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.
8. Томашевський В. М. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання / В. М. Томашевський, О. Г. Жданова, О. О. Жолдаков. – К. : Корнійчук, 2001. – 267 с.
9. Пальчевський Б. О. Дослідження технологічних систем (моделювання, проектування, оптимізація): навч. посіб. / Б. О. Пальчевський. – Львів : Світ, 2001. – 232 с.
10. Цифрові вимірювальні прилади. Комп'ютерний лабораторний практикум : навч. посіб. / В. П. Бабак, В. С. Єременко, Ю. В. Куц, В. М. Мокійчук; за ред. чл.-кор. НАНУ В. П. Бабака. – К. : Книжк. видво Націон. авіац. ун-ту, 2006. – 168 с.
11. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів: метод. вказівки до виконання практич. робіт для студентів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заоч. форм навч. спец. 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології ; Харків. нац. техн. у-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка ; уклад.: С. О. Тимчук, А. О. Панов. – Харків : [б. в.], 2019.– 52 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки  
до виконання практичних робіт з дисципліни  
Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів

**Тимчук** Сергій Олександрович  
**ПАНОВ** Антон Олександрович

Формат 60×84/16. Гарнітура Times New Roman  
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.  
Ум. друк. арк. 2,67. Наклад 20 пр.  
ДБТУ  
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44