

**РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ ОБОЛОНКОВИХ
КОНСТРУКЦІЙ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В
ПЕРЕРОБНИХ ВИРОБНИЦТВАХ, З УРАХУВАННЯМ
ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТА ФІЗИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ**

Сичов А.І., к.т.н., доцент, Сичова Т.О., к.т.н., доцент

*Харківський національний технічний університет
сільського господарства ім. П.Василенка*

У статті розглядається застосування геометрично нелінійної теорії оболонок для розрахунків тонкостінних конструкцій, які використовуються в переробних виробництвах, при повзучості. Надані основні рівняння та метод розв'язку початково-крайовій задачі повзучості з урахуванням геометричної нелінійності для осесиметрично навантажених оболонок обертання. Наведені результати розрахунків повзучості циліндричних та конічних оболонок виготовлених з алюмінієвого сплаву.

Оболонкові конструкції отримали широке розповсюдження в переробних і харчових виробництвах. Значна кількість обладнання переробних і харчових виробництв працює при підвищених температурах та інтенсивному навантаженні. Для обладнання також часто використовують матеріали, що проявляють властивості повзучості в діапазоні температур, в якому це обладнання експлуатується [1].

Багато науковців, які займаються розрахунками оболонок конструкцій на міцність при повзучості, також враховують геометричну нелінійність в рівняннях теорії оболонок у випадках, коли прогини оболонки є близькими до товщини оболонки [2, 3]. Тобто в рівняннях враховано, як фізичну нелінійність внаслідок повзучості, так і геометричну нелінійність. Треба відмітити, що при деформуванні конструкції деформації залишаються малими.

Розглянемо постановку задачі для осесиметрично навантажених оболонок обертання з урахуванням геометричної нелінійності [3].

Для точки оболонки задано систему координат (ξ_1, ξ_2, ζ) , де ξ_1 - координата вздовж твірної оболонки, ξ_2 – координата в окружному напрямку, ζ – координата в напрямку нормалі до поверхні оболонки. На оболонку діють осесиметрично розподілене навантаження p_1, p_3 та зосереджені по краям кільцеві сили $n_{11}^0, n_{11}^L, q_1^0, q_1^L$ і моменти m_{11}^0, m_{11}^L .

Припустимо, що при деформуванні оболонки є дійсними відомі гіпотези Кірхгофа-Лява. Переміщення точки оболонки v_1^*, v_3^* визначаються через переміщення точки серединної поверхні оболонки v_1, v_3 та кут повороту перетину оболонки при деформуванні φ_1 :

$$v_1^* = v_1 + \zeta \varphi_1, \quad v_3^* = v_3. \quad (1)$$

Запишемо кінематичні співвідношення:

$$\gamma_{11} = \alpha_{11} + \zeta \beta_{11}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \quad (2)$$

$$\alpha_{11} = \partial_1 \nu_1 + k_1 \nu_3 + \frac{\varphi_1^2}{2}, \quad \alpha_{22} = \phi_1 \nu_1 + k_2 \nu_3, \quad (3)$$

$$\beta_{11} = \partial_1 \varphi_1, \quad \beta_{22} = \phi_1 \varphi_1, \quad (3)$$

$$\varphi_1 = -\partial_1 \nu_3 + k_1 \nu_1,$$

$$\partial_1(\dots) \equiv A_1^{-1} \partial_1(\dots) / \partial \xi_1, \quad \phi_1 = A_2^{-1} \partial_1 A_2, \quad (4)$$

де α_{11}, α_{22} – відносні подовження елемента оболонки у напрямках ξ_1, ξ_2 ;

β_{11}, β_{22} – зміни кривин елемента оболонки у напрямках ξ_1, ξ_2 ;

A_1, A_2 - параметри Ляме;

k_1, k_2 – головні кривини.

Рівняння рівноваги будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} \partial_1 n_{11} + \phi_1 (n_{11} - n_{22}) + k_1 q_1 + p_1 &= 0, \\ \partial_1 m_{11} + \phi_1 (m_{11} - m_{22}) - q_1 - \underline{n_{11} \varphi_1} &= 0, \\ \partial_1 q_1 + \phi_1 q_1 - k_1 n_{11} - k_2 n_{22} + p_3 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

де n_{11}, n_{22} – мембранні сили, q_1 – поперечна сила, m_{11}, m_{22} – згинальні моменти.

До рівнянь (2)-(5) додаються кінематичні для ν_1, ν_3, φ_1 або статичні для n_{11}, q_1, m_{11} граничні умови при $\xi_1 = \xi_1^0$ та $\xi_1 = \xi_1^L$.

Фізичні рівняння розглядаються для швидкостей деформацій та швидкостей силових факторів:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{11} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\dot{\alpha}_{11} + \nu \dot{\alpha}_{22}) - \dot{n}_{11}^{cr} \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \dot{m}_{11} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\dot{\beta}_{11} + \nu \dot{\beta}_{22}) - \dot{m}_{11}^{cr} \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (6)$$

де E – модуль пружності матеріалу, ν – коефіцієнт Пуассона, h – товщина оболонки.

Доданки, які відповідають повзучості, $\dot{n}_{11}^{cr}, \dot{n}_{22}^{cr}, \dot{m}_{11}^{cr}, \dot{m}_{22}^{cr}$ мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{11}^{cr} &= \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\gamma}_{11}^{cr} + \nu \dot{\gamma}_{22}^{cr}) d\zeta, \quad (1 \leftrightarrow 2), \\ \dot{m}_{11}^{cr} &= \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} (\dot{\gamma}_{11}^{cr} + \nu \dot{\gamma}_{22}^{cr}) \zeta d\zeta, \quad (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (7)$$

де швидкості деформацій повзучості $\dot{\gamma}_{11}^{cr}, \dot{\gamma}_{22}^{cr}$ визначаються обраною моделлю повзучості та залежать від напружень σ_{11}, σ_{22} .

Розв'язувальну систему рівнянь можна отримати, якщо геометричні рівняння та рівняння рівноваги продиференціювати за часом. Таким чином

сформульована початково-крайова задача, для розв'язку якої використовуються чисельні методи продовження розв'язку за параметром і дискретної прогонки з ортогоналізацією розв'язків на кроці по координаті С.К.Годунова. Початкова задача інтегрувалась за схемою вкладеного методу Рунге-Кутта-Мерсона четвертого порядку з автоматизованим вибором кроку у часі.

Результати чисельних досліджень повзучості тонкостінних оболонкових конструкцій з урахуванням геометричної нелінійності надано для шарнірно опертих циліндричної та конічної оболонок, які виготовлені з алюмінієвого сплаву. Геометричні розміри і навантаження були наступними: товщина оболонок $h = 0,01$ м, радіус оболонок $R = 2$ м, довжина оболонок $L = 1$ м, кут між нормаллю до твірної конічної оболонки та віссю обертання $\beta = 85^\circ$, внутрішній тиск $p_3 = 1$ МПа. В розрахунках повзучості використовувалась класична модель повзучості Качанова-Работнова [3]. В наданих прикладах дослідження повзучості було обмежено другою стадією повзучості та накопичення пошкоджуваності при повзучості не розглядалося.

На Рис. 1 показано розподіл згинальних моментів m_{11} по довжині конічної оболонки, отримане з розрахунку по теорії оболонок Кірхгофа-Лява і теорії з урахуванням геометричної нелінійності для розв'язків пружної задачі та задачі повзучості для часу $t = 400$ год. По рисунку можна бачити кількісні та якісні відмінності розподілу згинальних моментів при повзучості у геометрично лінійній (Рис. 1а) та нелінійній (Рис. 1б) постановці задачі. При розрахунках циліндричних оболонок відмінності для задач повзучості у геометрично лінійній та нелінійній постановці для такого співвідношення геометричних розмірів та навантаження були не суттєві.

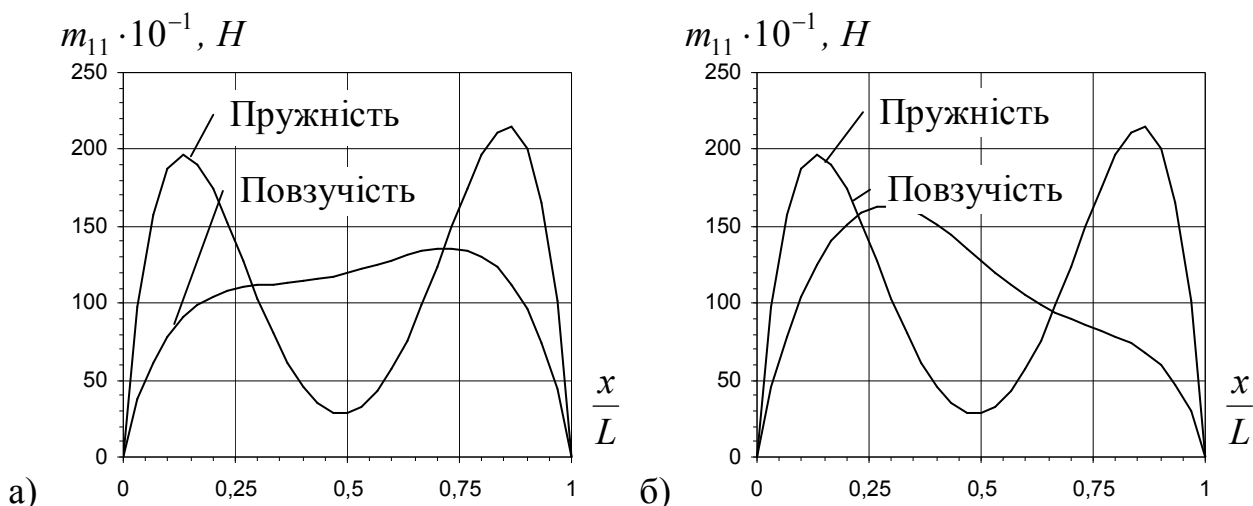


Рис.1. Розподіл згинальних моментів по довжині конічної оболонки, отримане з розрахунку по теорії оболонок Кірхгофа-Лява (а) і теорії з урахуванням геометричної нелінійності (б)

На Рис. 2 досліджується зміна згинальних моментів m_{11} кінчної оболонки у часі для точки з максимальним моментом (для пружної задачі), та точки посередині оболонки $x = L/2$, отримане з розрахунку по теорії оболонок Кірхгофа-Лява і теорії з урахуванням геометричної нелінійності. По рисункам можна бачити, що якщо для розв'язків геометрично лінійної задачі повзучості спостерігається швидкий перехід до «усталеного» напруженого стану, то для розв'язків геометрично нелінійної задачі «усталення» напруженого стану не відбувається.

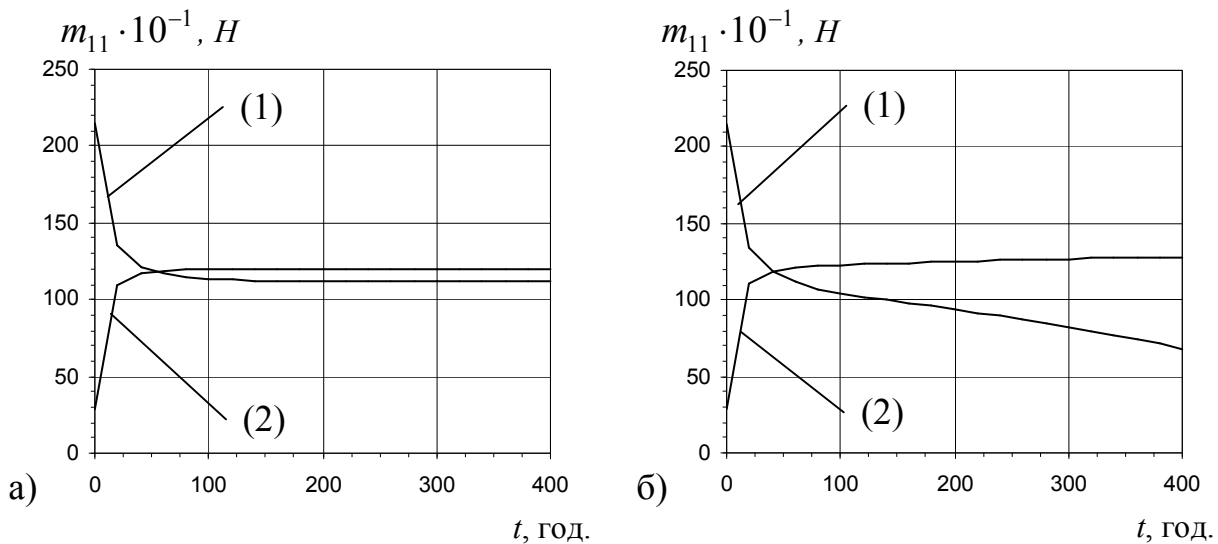


Рис.2. Зміна згинальних моментів кінчної оболонки у часі для точки з максимальним моментом (1) та точки $x = L/2$ (2), отримане з розрахунку по теорії оболонок Кірхгофа-Лява (а) і теорії з урахуванням геометричної нелінійності (б)

Таким чином, по результатам проведених досліджень можна зробити висновки о том, що розрахунки конструкцій по теорії оболонок з урахуванням геометричної нелінійності надають можливість отримувати значення напружень в оболонках більш близькими до реальних значень. Це є важливим фактором для використання геометрично нелінійної теорії оболонок при конструюванні та розрахунку оболонкових конструкцій.

Список використаних джерел

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. М.:Машиностроение, 1983. – 447 с.
2. Галишин А.З., Шевченко Ю.Н. Определение осесимметричного геометрически нелинейного термовязкоупругопластического состояния тонких слоистых оболочек с учетом повреждаемости материала // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – Вып. 51, № 2. – С. 175-187.
3. Сычев А.И. Исследования влияния асимметрии свойств материала и геометрической нелинейности на ползучесть тонких оболочек // Динамика и прочность машин. – Харьков: ХГПУ. – 1997. – Вып. 55. – С. 33-46.

Аннотация

РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, КОТОРЫЕ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ В ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ ПРОИЗВОДСТВАХ, С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Сычев А.И., Сычева Т.А.

В статье рассматривается применение геометрически нелинейной теории оболочек для расчетов тонкостенных конструкций, которые используются в перерабатывающих и пищевых производствах, при ползучести. Представлены основные уравнения и метод решения начально-краевой задачи ползучести с учетом геометрической нелинейности для осесимметрично-нагруженных оболочек вращения. Приводятся результаты расчетов ползучести цилиндрических и конических оболочек изготовленных из алюминиевого сплава.

Abstract

STRENGTH CALCULATIONS OF SHELL CONSTRUCTIONS FOR PROCESSING MANUFACTURES WITH CONSIDERATION OF GEOMETRICAL AND PHYSICAL NONLINEARITY

A. Sychov, T. Sychova

In article it is considered applications of geometrical nonlinear shell theory for calculations of thin-walled constructions for processing and food manufactures working in the conditions of creep. Basic equalizations and method of solution for boundary-initial value creep problem considering geometrical nonlinearity for axisymmetrically loaded shell of revolution are presented. Results of creep calculations of cylindrical and conical shells made from an aluminium alloy are resulted.