УДК 621.81

НОРМИРОВАНИЕ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ НАГРУЗКАХ

А.С. Гринченко, к.т.н., доц.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко

Рассматриваются вопросы нормирования показателей безотказности по внезапному разрушению. На основе вероятностной модели "нагрузка-прочность" определены верхние границы для коэффициента запаса прочности, обеспечивающие заданную вероятность неразрушения.

Постановка проблемы. Коэффициенты запаса прочности задаются в нормативных технических документах или стандартах, используемых в различных отраслях машиностроения. Их величину часто устанавливают эмпирическим путем на основе экспертного анализа и обобщения предшествующего опыта проектирования и эксплуатации изделий аналогичного назначения. Как правило, при таком подходе инженеру невозможно установить, какому риску разрушения проектируемого объекта соответствует рекомендуемое нормативное значение коэффициента запаса. В связи с этими недостатками более прогрессивным является использование при проектировочных расчетах вероятностно-статистической концепции и соответствующих моделей прогнозирования механической надежности.

Используя вероятностные модели можно непосредственно связать величину нормируемого коэффициента запаса прочности с прогнозируемой вероятностью неразрушения или риском разрушения, выраженными количественно и имеющими вполне конкретный и понятный инженеру практический смысл. Вероятность неразрушения удобна с точки зрения нормирования, так как позволяет оценивать в статистическом аспекте возможный материальный ущерб в случае отказа и обосновывать устанавливаемые нормативы экономически. Применение вероятностных моделей обязательно сопровождается привлечением дополнительной информации о характеристиках случайного рассеивания прочностных свойств элементов и действующих внешних нагрузок. Учет этой информации в целом способствует более рациональному и объективному решению проблем обеспечения механической надежности машин при проектировании.

Анализ публикаций. Ранее было показано [1], что при стационарном пуассоновском потоке экстремальных нагружений интенсивность внезапных отказов, обусловленных перегрузками, представляет собой монотонно убывающую функцию наработки. Такой вывод подтверждается и анализом статистической информации о разрушении стальных конструкций [2]. В связи с этим при наличии рассеивания прочности наибольшая вероятность внезапного разрушения имеет место при первом экстремальном нагружении, а с каждым последующим нагружением условная вероятность разрушения уменьшается. Учитывая это обстоятельство в качестве нормируемых показателей безотказности элементов и систем по внезапному разрушению целесообразно использовать две характеристики:

- вероятность безотказной работы при первом экстремальном нагружении R_1;
- вероятность безотказной работы при заданном числе $m > 1$ экстремальных нагружений – R_m.

Каждый из этих показателей имеет самостоятельное значение, так как величиной R_1 оценивается уровень безотказности в начальный (гарантийный) период эксплуатации, что особенно важно с точки зрения обеспечения конкурентоспособности. Показатель R_m характеризует безотказность объекта за длительный период эксплуатации (срок службы) и позволяет заранее прогнозировать возможные затраты, обусловленные внезапными разрушениями.

Если нормативные значения для каждого из показателей безотказности заданы: $[R_1]$ и $[R_m]$, то при проектировании выбор коэффициента запаса прочности по средним $K = \overline{P}_п / \overline{P}_н$, где $\overline{P}_п$ и $\overline{P}_н$ - средние значения характеристик прочности и нагрузки, должен обеспечивать выполнение двух условий:

$$\begin{aligned} R_1(K) &\geq [R_1]; \\ R_m(K) &\geq [R_m]. \end{aligned} \qquad (1)$$

Целью статьи является обоснование коэффициентов запаса прочности при внезапном разрушении, которые обеспечивают заданную вероятность неразрушения в условиях неопределенности относительно вида распределений нагрузки и прочности.

Результаты исследования. Анализ данных о коэффициентах запаса прочности при заданной вероятности неразрушения элементов свидетельствует о наличии зависимости величины необходимого запаса от вида предполагаемых законов распределения нагрузки и прочности. Поэтому в условиях неопределенности относительно вида этих распределений при практических расчетах целесообразно использовать такие верхние границы для коэффициента запаса, которые в реальном диапазоне возможного изменения коэффициентов вариации прочности $V_п$ и нагрузки $V_н$ давали бы гарантии обеспечения заданной вероятности неразрушения γ.

Теоретически гарантированные оценки: нижняя – для вероятности неразрушения $\breve{R}_1$ и верхняя – для соответствующего коэффициента запаса $\widehat{K}_{1\gamma}$, не зависящие от вида законов распределения прочности и нагрузки могут быть получены [3] с помощью неравенства Чебышева или гарантированной оценки Гермейера [4]. Однако в практическом отношении такой подход является непродуктивным ввиду того, что получаемые при этом верхние границы для коэффициентов запаса, если $\gamma \geq 0{,}99$, оказываются чрезмерно велики.

Приемлемое в практическом отношении решение вопроса можно получить на основе анализа результатов расчетов коэффициентов запаса, проведенных с использованием большого количества (20) различных вариантов сочетаний унимодальных распределений для неограниченных сверху величин нагрузки и прочности: нормального, логарифмически нормального, Вейбулла, двойного экспоненциального, степенного, Седракяна, логистического, логарифмически логистического, Фреше, а также сочетаний обобщенного гамма-распределения с законом Вейбулла. Путем ранжирования по величине и отбора наибольших значений коэффициентов запаса были определены верхние границы для условного коэффициента запаса прочности при первом нагружении. Ввиду того, что на практике в качестве используемых характеристик рассеивания прочности и нагрузки обычно приходится ограничиваться только коэффициентами вариации, теряет практический смысл рассмотрение законов распределения с числом независимых параметров больше двух. При выборе вида подходящих законов распределения следует также учитывать реальные верхние границы диапазонов изменения коэффициентов вариации: у прочности $V_{п} \le 0{,}1$; у нагрузки $V_{н} \le 0{,}3$.

Из рассмотрения совокупности сочетаний унимодальных двухпараметрических законов распределения для неограниченных сверху случайных величин оказалось, что наибольшие значения коэффициентов запаса по средним K_{γ}, соответствующие достаточно высокому уровню вероятности неразрушения $\gamma \ge 0{,}99$ получаются, если задавать случайную прочность элемента распределенной по закону Вейбулла, а случайную экстремальную нагрузку – имеющей распределение Фреше [3]. Косвенным обоснованием этому может служить то обстоятельство, что оба эти распределения относятся к категории предельных [5], причем закон Вейбулла является распределением минимумов, а законом Фреше описывается распределение максимумов случайных величин. Методом единичных распределений [6] в рамках модели "нагрузка-прочность" может быть получено выражение для вероятности неразрушения элемента при многократном экстремальном нагружении в зависимости от коэффициента запаса

$$R_m(K) = \int_0^1 \exp\left\{ -m \left(\frac{\Gamma\left(1+{}^{1}\!/\!{}_{b}\right)}{K\Gamma\left(1-{}^{1}\!/\!{}_{\rho}\right)} \right)^{\rho} \left[-\ln(1-x)\right]^{-\rho/b} \right\} dx, \qquad (2)$$

С помощью (2), решая численно уравнение $R_1\left(\widehat{K}_{1\gamma}\right) = \gamma$ при m = 1 были определены значения верхних границ коэффициента запаса при первом нагружении $\widehat{K}_{1\gamma}$, соответствующие коэффициенту вариации прочности $V_{п}$ = 0,1 (параметр формы закона Вейбулла b=12,15). Эти величины для ряда значений коэффициента вариации нагрузки $V_{н}$ и вероятности неразрушения γ приведены в табл. 1. Здесь же приведены значения параметра формы ρ двухпараметрического распределения Фреше, соответствующее известным коэффициентам вариации нагрузки $V_н$.

Конечно, нельзя исключить, что аналогичный поиск с использованием унимодальных двухпараметрических распределений других видов, отличающихся от перечисленных выше, может дать еще более высокие значения для верхних границ $\hat{K}_{1\gamma}$. Тогда следует внести соответствующие уточнения и продолжить таким образом процесс последовательного приближения к гарантированному верхнему уровню для коэффициентов запаса, практически не зависящему от вида законов распределения. Такой подход к установлению зависимости между вероятностью неразрушения и коэффициентом запаса прочности в определенной мере может компенсировать основной недостаток вероятностной модели "нагрузка-прочность", заключающийся в необходимости принятия каких-либо предположений о виде используемых теоретических законов распределения.

Таблица 1. Верхние границы для коэффициента запаса прочности по средним при первом нагружении

$V_н$	ρ	$V_п$	Вероятность неразрушения при первом нагружении		
			0,99	0,999	0,9999
0,08	16,81	0	1,267	1,453	1,667
		0,1	1,470	1,789	2,169
0,1	13,616	0	1,340	1,586	1,878
		0,1	1,513	1,863	2,276
0,12	11,49	0	1,410	1,724	2,106
		0,1	1,564	1,959	2,433
0,2	7,263	0	1,712	2,351	3,230
		0,1	1,820	2,511	3,425
0,3	5,184	0	2,101	3,278	5,111
		0,1	2,190	3,421	5,323

Следует заметить, что даже при наличии значительных объемов статистических данных об экстремальных нагрузках и прочностных характеристиках материалов известные статистические критерии согласия [7] не дают однозначного ответа по поводу "истинного" вида теоретического распределения. Поэтому использование адекватных предшествующему опыту гипотез на этот счет в инженерной практике неизбежно.

В табл. 1 кроме значений $\hat{K}_{1\gamma}$, соответствующих случайной прочности с коэффициентом вариации $V_п = 0,1$ приведены также верхние границы для коэффициентов запаса в случае детерминированной прочности (при $V_п = 0$). Эти границы рассчитывались при $m = 1$ с использованием выражения, полученного в предположении, что нагрузка также имеет распределение Фреше

$$\widehat{K}_m(\gamma)=\frac{\left(1-\frac{1}{\rho}\right)}{\Gamma\left(2-\frac{1}{\rho}\right)}\left(\frac{m}{\ln\frac{1}{\gamma}}\right)^{\frac{1}{\rho}}. \qquad (3)$$

Из всех рассматривавшихся закон Фреше в приведенном диапазоне изменения величин $V_{\text{н}}$ и γ, при $V_{\text{п}} = 0$ дает наибольшие значения коэффициентов запаса прочности. Вариант, эквивалентный детерминированной прочности, может быть практически реализован, если при изготовлении элементов обеспечить сплошное контрольное предварительное нагружение ("опрессовку") с заданным постоянным значением нагрузки $P_{\max}$, а коэффициент запаса рассчитывать, как отношение $K = P_{\max}/\overline{P}_{\text{н}}$. Если обеспечить практически детерминированную и одинаковую прочность у элементов, составляющих систему, то при их совместном случайном нагружении вероятность безотказной работы системы не будет зависеть от ее структуры и количества элементов, а будет определяться вероятностью неразрушения одного элемента. В этом случае данные, приведенные в табл. 1 при $V_{\text{п}} = 0$ могут быть использованы для обеспечения необходимого уровня безотказности таких систем.

Использование верхних границ для коэффициентов запаса, каждая из которых соответствует определенному уровню вероятности неразрушения, гарантирует, что если нагрузка и прочность будут распределены по любому из перечисленных выше законов, то коэффициент запаса, принятый по данным табл. 1, обеспечит вероятность неразрушения R_1 элемента не ниже указанной величины. Как следует из выражений (2) и (3) величину верхней границы для коэффициента запаса прочности у элемента в случае заданного числа m экстремальных нагружений, имеющих распределение Фреше, можно определить по формуле

$$\widehat{K}_m(\gamma)=\widehat{K}_{1\gamma}m^{\frac{1}{\rho}}. \qquad (4)$$

С помощью формулы (4) и данных табл. 1 построены графики верхних границ коэффициента запаса прочности в зависимости от числа экстремальных нагружений m, для которого использована логарифмическая шкала. Графики приведены на рис. 1 и соответствуют вероятности неразрушения $\gamma = 0{,}999$. Анализ графиков показывает, что наиболее существенное влияние на интенсивность роста верхних границ коэффициента запаса с увеличением m оказывает величина коэффициента вариации нагрузки $V_{\text{н}}$. Значительное понижение коэффициента запаса за счет уменьшения рассеивания прочности (уменьшения $V_{\text{п}}$) возможно только при достаточно малых значениях $V_{\text{н}}$. Можно также отметить, что, если коэффициент вариации экстремальной нагрузки $V_{\text{н}} \geq 0{,}2$ то при возможном числе экстремальных нагружений $m > 10$ обеспечение достаточно высокой вероятности неразрушения только за счет запаса прочности становится проблематичным.

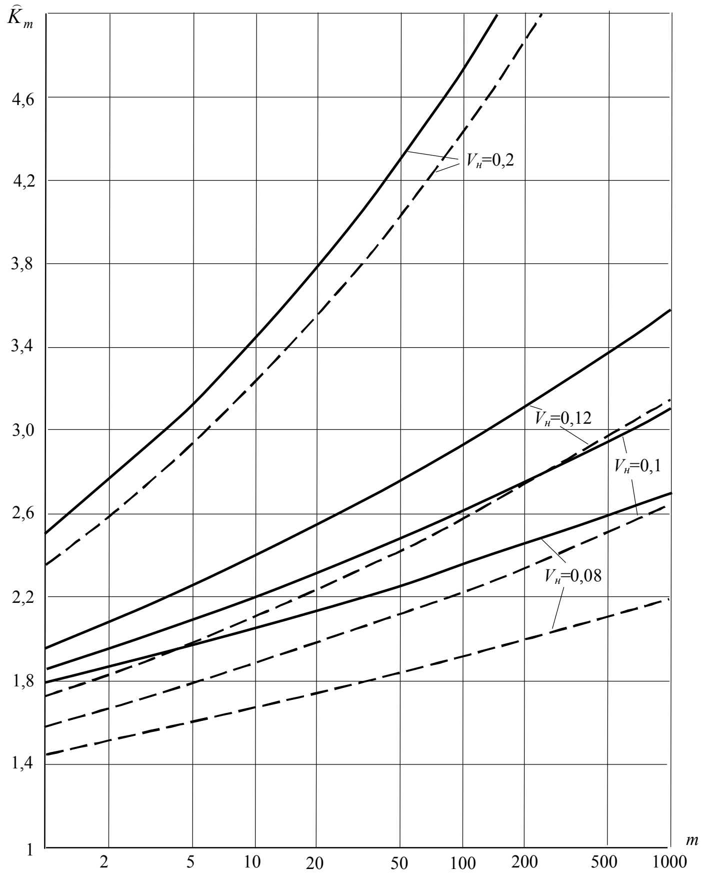

Рис. 1. Верхние границы коэффициента запаса прочности при многократном нагружении элемента:
———— - при $V_п = 0{,}1$ — — — - при $V_п = 0$.

Подытоживая изложенное, следует заметить, что все определяемые табл. 1 величины коэффициентов запаса являются условными, так как не учитывают наличие нижнего неповреждающего уровня нагрузки $\widetilde{P}_o$. Поэтому для перехода к коэффициенту запаса прочности $\widetilde{K}_{m\gamma}$, который обычно используется в расчетах на статическую прочность, следует воспользоваться формулой

$$\widetilde{K}_{m\gamma} = \frac{\hat{K}_m(\gamma) + \widetilde{P}_o / \overline{P}_н}{1 + \widetilde{P}_o / \overline{P}_н}. \tag{5}$$

Рассчитываемый по формуле (5) полный коэффициент запаса при $\widetilde{P}_o > 0$ всегда меньше условного. Это же относится и к коэффициентам вариации прочности и нагрузки, фактические величины которых связаны с условными $V_п$ и $V_н$ соотношениями

$$\nu_п = V_п \Big/ \left(1 + \widetilde{P}_o / \overline{P}_r\right); \qquad \nu_н = V_н \Big/ \left(1 + \widetilde{P}_o / \overline{P}_н\right). \tag{6}$$

С учетом (5) и (6) при нормировании безотказности следует соответствующим образом корректировать значения коэффициентов запаса прочности и коэффициентов вариации, приведенных в табл. 1.

Выводы. На основе применения вероятностной модели надежности типа "нагрузка-прочность" численным методом получены значения верхних границ коэффициента запаса прочности. Их использование дает практические гарантии обеспечения заданной вероятности неразрушения при отсутствии информации о виде распределений нагрузки и прочности. Полученные результаты позволяют нормировать коэффициенты запаса прочности по внезапному разрушению с учетом значений коэффициентов вариаций нагрузки и прочности, а также возможного числа экстремальных нагружений.

Список использованных источников

1. Гринченко А.С. Некоторые прикладные модели прочностной надежности при внезапных отказах// Вестник национального технического университета "ХПИ". Тематический вып.: Динамика и прочность машин, Харьков, 2003. № 12. Т. 1. – С. 51-58.
2. Сильвестров А.В., Шагимординов Р.М. Хрупкое разрушение стальных конструкций и пути его предотвращения // Проблемы прочности. – 1972. - № 5. – С.88-94.
3. Переверзев Е.С. Случайные процессы в параметрических моделях надежности. - К.: Наукова думка, 1987. - 240 с.
4. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. – М.: Наука, 1974. – 384 с.
5. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. – М.: Мир, 1965. – 452 с.
6. Гринченко А.С. Анализ прочностной надежности элементов и систем на основе метода единичных распределений// Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка, Харків, 2010. - Вип. 100. - С. 109-118.
7. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. - 416 с.

Анотація

НОРМУВАННЯ ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ НАДІЙНОСТІ У ВИПАДКУ ЕКСТРЕМАЛЬНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

О.С. Гринченко

Розглядаються питання нормування показників безвідмовності у випадку раптового руйнування. За допомогою імовірнісної моделі "навантаження-міцність" визначені верхні межи коефіцієнта запасу міцності, які забезпечують задану імовірність неруйнування.

Abstract

RATE SETTING AND PROVIDING OF MECHANICAL RELIABILITY IN CASE EXTREME LOADS

O.S. Grinchenco

The paper considers the question of reliability rate setting parameters in case of sudden destruction. Using probabilistic models of "load-strength" defined upper limits of the safety factor of strength to ensure a given probability of no the destruction.