

6. Technologies of Food Products on Base of Milk Protein : The monograph / F. V. Pertcevoi [et al.]. — Kh. : ChSUFT, 2009. — 204 p.
7. Цендровский В. А. Влияние дейтерирования на некоторые ИК-спектральные характеристики желатина / В. А. Цендровский, И. Ф. Мишунин, А. С. Циперов // Украинский биохимический журнал. — 1977. — № 49 (4). — С. 108–112.
8. Derrick Michele R. Infrared Spectroscopy in Conservation Science / Michele R. Derrick, Dusan Stulik, James M. Landry. — Los Angeles : The Getty Conservation Institute, 1999. — 236 p.
9. Чиргадзе Ю. Н. Инфракрасные спектры и структура полипептидов и белков / Ю. Н. Чиргадзе. — М. : Наука, 1965. — 36 с.
10. Sherman Hsu C.-P. Infrared Spectroscopy. Handbook of Instrumental Techniques for Analytical Chemistry / C.-P. Sherman Hsu. — New Jersey : Prentice-Hall, 1997. — 262 p.

Отримано 01.02.2013. ХДУХТ, Харків.

© М.Ф. Перцевой, П.В. Гурський, Т.О. Кузнецова, 2013.

УДК 66.011;664.002.5

Л.М. Мостова, канд. техн. наук (*ХТЕІ КНТЕУ, Харків*)

Л.Г. Мартиненко, канд. техн. наук (*ХТЕІ КНТЕУ, Харків*)

М.О. Комарова (*ХТЕІ КНТЕУ, Харків*)

І.В. Галясний (*ХТЕІ КНТЕУ, Харків*)

РОЗРОБКА МЕХАНІЗМУ МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВІТАМІНУ С У ХАРЧОВОМУ ПРОДУКТІ ПІД ЧАС ТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ

Побудовано диференційне рівняння, яке описує зміну вітаміну в харчовому продукті за рахунок дифузії та хімічних перетворень. Отримано розв'язок такого диференційного рівняння. Досліджено зміну концентрації вітаміну С у картоплі залежно від координати та часу під час термічної обробки.

Построено дифференциальное уравнение, которое описывает изменение витамина в пищевом продукте за счет диффузии и химических преобразований. Получено решение такого дифференциального уравнения. Исследовано изменение концентрации витамина С в картофеле в зависимости от координаты и времени при термической обработке.

A differential equation which describes the change of a vitamin in a food product at the expense of diffusion and chemical transformation has been built. The technique of solving such a differential equation has been developed. The change of the concentration of vitamin C in potatoes subject to the coordinate and the time of thermal processing has been studied.

Постановка проблеми у загальному вигляді. У харчовій промисловості найбільш поширеним методом обробки харчових продуктів є теплова обробка. Близько 75...85% виробів продукції громадського харчування в обов'язковому порядку піддається термічній обробці [1]. Проте все це не означає, що теплова обробка продуктів не позбавлена недоліків.

За гідротермічної обробки харчових продуктів близько 90% енергії викидається в навколишній простір та на 30...50% зменшується біологічна цінність продуктів [2; 3]. Це зумовлено недосконалістю сучасних механізмів моделювання, технологій та обладнання, які супроводжують цей процес.

У зв'язку з цим, завдання удосконалення механізму моделювання зміни концентрації вітаміну в харчовому продукті під час теплової обробки є актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, які розглядають розробку механізму моделювання зміни концентрації вітаміну в харчовому продукті під час теплової обробки доводить, що до сьогодні немає механізму, який би одночасно враховував зменшення кількості вітаміну під дією процесів дифузії та термічного перетворення.

Так, наприклад, у праці [1] досліджується зміна концентрації лише за рахунок явища дифузії.

У роботі [3] досліджується зміна концентрації вітаміну А в харчовому продукті тільки за рахунок термічних перетворень. У цих дослідженнях не враховано, що температура продукту в процесі обробки змінюється за часом та вздовж просторової координати.

Нехтування взаємного впливу між явищами дифузії та термічного перетворення на зміну концентрації вітаміну в харчовому продукті під час термічної обробки може призвести до великих похибок у дослідженнях.

Мета та завдання статті. Удосконалення механізму моделювання зміни вітаміну в харчовому продукті під час термічної обробки за умови взаємодії процесів дифузії та термічного перетворення під дією температурного поля, що змінюється за часом та неоднорідне вздовж просторової координати.

Виклад основного матеріалу дослідження. Фізичну модель зміни вітаміну в харчовому продукті за термічної обробки можна подати наступним чином.

Харчовий продукт, який має геометричну форму кулі радіусом R і має початкову температуру T_0 , розміщується в нагрітому до температури T_k середовищі. Після цього в харчовому продукті інтенсифікуються наступні фізичні та хімічні явища:

1. Згідно з явищем теплопровідності, температура харчового продукту буде збільшуватися, бо початкова температура продукту менша за температуру нагрітого середовища.

2. Згідно з явищем дифузії, кількість вітаміну в продукті почне зменшуватися, оскільки концентрація вітаміну в продукті значно вища від концентрації вітаміну в нагрітому середовищі.

3. За рахунок хімічних перетворень під дією енергії теплового руху молекули вітаміну будуть руйнуватися.

Припустимо, що початкова концентрація C_0 вітаміну постійна в різних частинах продукту. Концентрація вітаміну в нагрітому середовищі, в якому знаходиться харчовий продукт, відсутня й не змінюється з часом.

Згідно зі сформульованою фізичною моделлю, температурне поле харчового продукту змінюється за часом та неоднорідне вздовж просторової координати. Це поле можна навести наступним аналітичним виразом, якщо температура нагрітого середовища підтримується постійною [4]:

$$T(r, \tau) = 273 + T_k + 2 \cdot (T_k - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{R} r\right)}{r} \cdot \frac{R}{n\pi} \exp\left[-a \cdot \left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 \tau\right], \quad (1)$$

де T_k – температура нагрітого середовища, °C; T_0 – початкова температура харчового продукту, °C; r – просторова координата, м; R – радіус харчового продукту, м; a – коефіцієнт теплопровідності харчового продукту, m^2/c .

Згідно зі сформульованою фізичною моделлю, математичну зміну вітаміну в продукті при гідротермічному процесі можна розробити наступним способом.

Виділимо в харчовому продукті довільний об'єм V . У цьому об'ємі знаходиться N молекул вітаміну. Із них одна частина N_1 молекул зникають із досліджуваного об'єму за рахунок термічного перетворення, а інша частина N_2 молекул залишає об'єм V за рахунок дифузії.

Для визначення зміни концентрації вітаміну за рахунок термічного перетворення під дією теплової енергії використаємо відомий вираз, що характеризує швидкість перебігу хімічних реакцій [5]:

$$\frac{dc}{d\tau} = -\kappa_0 \cdot \exp \left(-U / R_T \cdot T \right) \cdot c, \quad (2)$$

де c – концентрація молекул вітаміну, м^{-3} ; κ_0 – коефіцієнт пропорційності, с^{-1} ; U – енергія активації, Дж/моль ; R_T – універсальна газова постійна $\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}$; $T(r, \tau)$ – температурне поле продукту, К ; r – просторова координата, м ; τ – час, с .

Швидкість зміни загальної кількості молекул N вітаміну в об'ємі продукту V , обмеженому замкнутою поверхнею S , згідно з визначенням концентрації наступна:

$$c = \frac{dN}{dV} \rightarrow N = \int_V c \cdot dV \rightarrow \frac{dN}{d\tau} = \int_V \frac{\partial c}{\partial \tau} \cdot dV. \quad (3)$$

Швидкість зміни кількості молекул вітаміну N_1 отримаємо проінтегрувавши вираз (2) за об'ємом:

$$\frac{dN_1}{d\tau} = - \int_V \kappa_0 \cdot \exp \left(- \frac{U}{R_T \cdot T} \right) \cdot c \cdot dV. \quad (4)$$

Для визначення зміни концентрації вітаміну за рахунок явища дифузії, зумовленого неоднорідністю концентрації, використаємо закон Фіка [6]:

$$j = -D \cdot \text{grad} c, \quad (5)$$

де j – густина потоку молекул вітаміну, $\text{м}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}$; D – коефіцієнт дифузії, $\text{м}^2/\text{с}$.

Швидкість зміни кількості молекул вітаміну N_2 в об'ємі V , обмеженому замкнутою поверхнею S , згідно з визначенням потоку:

$$j = \frac{dN}{dS \cdot d\tau} \rightarrow \frac{dN}{d\tau} = \int_S j \cdot ds, \quad (6)$$

можна обчислити за допомогою наступного виразу:

$$\frac{dN_2}{d\tau} = \oint_S D \cdot \text{grad}_n c \cdot ds, \quad (7)$$

де $\text{grad}_n c$ – проекція градієнта концентрації вітаміну на зовнішню нормаль до поверхні S .

У рівнянні (7), згідно із законом збереження маси враховано, що зміна кількості молекул в об'ємі V має протилежний знак порівняно з кількістю молекул, що перетинають замкнуту поверхню S і залишають досліджуваний об'єм V .

Сумарна швидкість зміни загальної кількості молекул ($dN = dN_1 + dN_2$) вітаміну в об'ємі V , яка зумовлена одночасно явищем дифузії та хімічним перетворенням молекул вітаміну, може бути обчислена наступним рівнянням:

$$\frac{dN}{d\tau} = \oint_S \mathbf{D} \cdot \text{grad}_n c \cdot ds - \int_V \kappa_0 \cdot \exp\left(-\frac{U}{R_T \cdot T_{\text{eff}, \tau}}\right) \cdot c \cdot dv. \quad (8)$$

Узявши загальну кількість молекул вітаміну за концентрацію, отримаємо інтегральне рівняння для визначення концентрації вітаміну в харчовому продукті під час гідротермічної обробки:

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial \tau} \cdot dv = \oint_S \mathbf{D} \cdot \text{grad}_n c \cdot ds - \int_V \kappa_0 \cdot \exp\left(-\frac{U}{R_T \cdot T_{\text{eff}, \tau}}\right) \cdot c \cdot dv. \quad (9)$$

За допомогою формули Остроградського [7] у рівнянні (9) інтеграл щодо поверхні S замінимо на інтеграл за об'ємом V . Отримаємо:

$$\int_V \left(\frac{\partial c}{\partial \tau} - \text{div} \mathbf{D} \cdot \text{grad} c + \kappa_0 \cdot \exp\left(-\frac{U}{R_T \cdot T_{\text{eff}, \tau}}\right) \cdot c \right) \cdot dv = 0. \quad (10)$$

Отримаємо диференційне рівняння для визначення концентрації вітаміну в харчовому продукті під час гідротермічної обробки:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} - \text{div} \mathbf{D} \cdot \text{grad} c + \kappa_0 \cdot \exp\left(-\frac{U}{R_T \cdot T_{\text{eff}, \tau}}\right) \cdot c = 0. \quad (11)$$

Розв'язок рівняння (11) повинен задовольняти початковій та граничній умові, сформульовані у фізичній моделі:

$$c = c_0 \text{ за } \tau = 0; \quad (12)$$

$$c = 0 \text{ за } r = R. \quad (13)$$

Предмет дослідження є центральносиметричним, тому концентрація вітаміну та температурне поле в харчовому продукті під час гідротермічної обробки змінюються лише вздовж координати r та за часом t .

За цієї умови розв'язок рівнянь (10) та (11), який задовольняє умови (12; 13) може бути поданий наступним чином:

$$c = c_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left[1 - \frac{2R}{n\pi} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{R} r\right)}{r} \right] \cdot \exp\left[-B_n t\right]; \quad (14)$$

де

$$B_n = \left(\frac{n\pi}{R}\right)^2 D t + \kappa_0 \frac{n\pi}{R^2} \int_0^t I_n d\tau; \quad (15)$$

$$I_n = \int_0^R \exp\left[-\frac{U}{R\Gamma \cdot T} \tau\right] \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{R} \cdot r\right) \cdot r \cdot dr, \quad (16)$$

де t – час теплової обробки харчового продукту, с.

Отримане рівняння задовольняє початковій умові (12), граничній умові (13) та інтегральному рівнянню (10).

На рисунку наведено залежності зміни концентрації вітаміну C у картоплі від координати для різних моментів часу обробки. Результати численного аналізу зміни концентрації вітаміну C проведені для наступних численних значень параметрів: $a=1,6 \cdot 10^{-7}$ м²/с; $R=0,02$ м; $D=2 \cdot 10^{-9}$ м²/с; $U=9,6 \cdot 10^4$ Дж/моль; $\ln(\kappa_0) = 23,6$; $T_k = 100$ оС; $T_0 = 20$ оС.

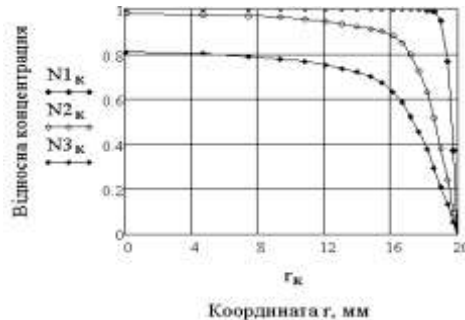


Рисунок 1 – Залежність відносної концентрації вітаміну C в картоплі від координати під час термічної обробки: $N1$ – 1 хв після початку обробки; $N2$ – 10 хв; $N3$ – 20 хв

Із рисунка видно, що після термічної обробки протягом 1 хв за температури 100⁰ С, у картоплі, яка має радіус 20 мм концентрація вітаміну С в серединних частинах об'єму практично не змінюється. Після 20 хв обробки середнє значення концентрації вітаміну в картоплі зменшилося до 49%. Відомо, що за умови варіння картоплі у воді, яка має температуру 100⁰ С, кількість вітаміну С у ній зменшується до 50% [6; 7]. Наведені теоретичні результати співпадають із дослідними, у межах похибки, вимірюваннями.

Тому можна зробити висновок, що розроблений механізм моделювання зміни вітаміну в харчовому продукті за рахунок дифузії та хімічних перетворень, відповідає реальним процесам, що відбуваються у харчовому продукті під час теплової обробки.

Висновки. Побудовано диференційне рівняння, яке описує зміну вітаміну в харчовому продукті під час термічної обробки за рахунок дифузії та хімічних перетворень. Отримано рішення такого диференційного рівняння. Досліджено зміну концентрації вітаміну С в картоплі залежно від координати та часу під час термічної обробки. Теоретичні результати співпадають із дослідними, у межах похибки, вимірюваннями.

Список літератури

1. Беляев М. И., Пахомов П. Л. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов : монография / М. И. Беляев, П. Л. Пахомов. – Харьков : ХИОП, 1991. – 160 с.
2. Ростовський В. С. Теоретичні основи технології громадського харчування. Загальна частина : навчальний посібник / В. С. Ростовський. – К. : Кондор, 2006. – 200 с.
3. Справочник специалиста пищевых производств. Книга 2. Теплофизические процессы. Энергосбережение / А. И. Соколенко [и др.]. – К. : АртЭк, 2003. – 432 с.
4. Мартиненко Л. Г. Моделювання гідротермічного процесу обробки харчових продуктів / Л. Г. Мартиненко, К. В. Карпенко, Л. К. Карпенко // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв : Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Харків, 2011. – Вип. 119. – 250 с.
5. Лебідь В. І. Фізична хімія / В. І. Лебідь. – Харків : Гімназія, 2008. – 478 с.
6. Василенко С. М. Основи тепломасообміну : підручник / С. М. Василенко, А. І. Українець, В. В. Ольшевський ; за ред. акад. УААН І. С. Гулого. – К. : НУХТ, 2004. – 250 с.
7. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Том 2. / В. И. Смирнов. – М. : Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1957. – 415 с.

Отримано 01.02.2013. ХДУХТ, Харків.

© Л.М. Мостова, Л.Г. Мартиненко, М.О. Комарова, І.В. Галясний, 2013.