

О.І. Черевко, д-р техн. наук, проф.

Ж.А. Крутовий, канд. техн. наук, проф.

МАТЕМАТИЧНІ АСПЕКТИ ЗБАЛАНСУВАННЯ СКЛАДУ НУТРИЄНТІВ У СИСТЕМАХ ХАРЧУВАННЯ

Реалізовано системний підхід до проблеми збалансування вмісту нутрієнтів. Запропоновано методологію збалансування основних груп нутрієнтів на різних етапах створення систем харчування лікувально-профілактичного призначення.

Реализован системный подход к проблеме сбалансирования содержания нутриентов. Предложена методология сбалансирования основных групп нутриентов на различных этапах создания систем питания лечебно-профилактического назначения.

The system approach to the problem of balancing nutrients content is realized. The methodology of balancing the main groups of nutrients on the different stages of creating nutrition systems with prophylaxis and treatment properties is proposed.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Загальновідомо, що одним із найважливіших чинників, що впливає на розвиток та прогресування величезної кількості захворювань, у тому числі найтяжчих, є нераціональне харчування, у той же час збалансоване харчування є потужним засобом як профілактики, так і лікування найрізноманітніших захворювань. Ефект впливу харчування на стан здоров'я споживача значною мірою залежить від того, наскільки збалансовані нутрієнти: білки, жири, вуглеводи, незамінні та замінні амінокислоти, жирні кислоти, мінеральні речовини, вітаміни та ін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання збалансування нутрієнтів розглядалися у низці праць, зокрема [1; 3–6]. У роботах [1; 3; 7] досліджуються питання їх збалансування під час розв'язання задач оптимального проектування рецептур харчових продуктів і страв, розглядаються комплексні показники, що характеризують якість майбутнього продукту. У дослідженнях [3; 5] викладено підхід до врахування низки співвідношень між важливими нутрієнтами при створенні математичних моделей вмісту інгредієнтів у раціонах одного прийому їжі. У [6] запропоновано математичну модель оптимізації добових раціонів харчування, створених на базі раціонів одноразового споживання (РОСів).

Разом із тим, актуальною залишається проблема системного врахування всієї сукупності рекомендованих фізіологічних співвідношень, норм та величин на всіх етапах розв'язання проблеми збалансованого харчування для конкретних категорій споживачів.

Аналіз різних джерел наукової інформації показує, що під час розв'язання зазначеної проблеми слід кількісно враховувати такі чинники:

1. Середньодобові потреби споживачів різних категорій у харчових речовинах, визначені за формулою збалансованого харчування А.А. Покровського.

2. Низка співвідношень між групами нутрієнтів, зокрема білками, жирами та вуглеводами, між десятьма незамінними амінокислотами, групами жирних кислот (насичених, мононенасичених та поліненасичених).

3. Низка співвідношень між парами нутрієнтів, зокрема вмістом жиру і кальцію, кальцію і фосфору, кальцію і магнію, між вмістом тваринних і рослинних білків.

4. Обмеження на допустимі перевищення середніх добових потреб у десятках нутрієнтів.

5. Сукупності технологічних обмежень, зокрема на вміст інгредієнтів у рецептурах виробів та раціонах харчування, технологічні умови забезпечення необхідного вмісту вологи в тісті та ін.

6. Умови збагачення майбутніх виробів та раціонів низкою нутрієнтів, особливо дефіцитних.

7. Низка критеріїв оптимальності, які можуть використовуватись при створенні рецептур виробів і страв, раціонів одноразового прийому їжі, добових раціонів тощо.

Як узгодити сформульовані та інші чинники, співвідношення, обмеження, вимоги в рамках системи харчування (СХ) конкретної категорії людей і тим паче СХ окремої людини, причому як у межах добового раціону, так і певного циклу діб?

Із вище викладеного випливає, що сформульована задача оптимізації харчування в загальній постановці є надзвичайно складною. На сьогодні ніким не розв'язана. З причини складності розв'язати її неможливо без застосування математичних моделей, математичних методів та комп'ютерних технологій, без системного підходу до створення СХ для певних категорій людей, а в перспективі – для кожної конкретної людини із притаманними їй захворюваннями, особливостями та ін.

На попередніх етапах досліджень [3–6] нами розроблено математичні моделі оптимізації вмісту інгредієнтів у рецептурах низки виробів, сукупності моделей РОСів різного призначення: для перших та других сніданків, обідів та вечерь; моделі оптимізації добових раціонів (ДР), створених на базі РОСів, та загальні принципи проектування систем харчування, призначених для профілактики та лікування захворювань, що виникають на тлі дефіциту кальцію.

Подальше вдосконалення СХ потребує системного підходу до розв'язання проблем збалансування вмісту нутрієнтів на всіх етапах розробки цих систем.

Мета та завдання статті: розробка системного підходу до проблеми збалансування нутрієнтів на різних етапах створення систем харчування лікувально-профілактичного призначення, а саме: на етапі розробки рецептур виробів, раціонів одноразового споживання різних видів (для сніданків, обідів, вечерь тощо), а також – проектування добових та циклових раціонів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Будемо виходити з того, що для конкретної категорії споживачів відомо (встановлено) наступне:

а) величини середніх добових потреб у нутрієнтах для всієї їх сукупності;

б) визначено групи (із трьох і більше) нутрієнтів, між якими повинні бути забезпечені рекомендовані (відомо, які саме) співвідношення;

в) визначено пари нутрієнтів і рекомендовані співвідношення між ними;

г) визначено допустимі перевищення середніх добових потреб у різних нутрієнтах.

Збалансованість харчування всі розуміють по-різному. Задача оптимізації харчування в загальному виді може бути сформульована таким чином: необхідно визначити масовий вміст різних інгредієнтів у рецептурах майбутніх виробів, страв, у раціонах одноразового споживання (РОСах для сніданків, обідів, вечерь тощо) і, врешті, в добових раціонах, які складаються з РОСів, так, щоб виконувалась низка певних співвідношень, насамперед між нутрієнтами:

а) між парами нутрієнтів, наприклад, вмістом жиру і кальцію, кальцію і фосфору, кальцію і магнію та ін.;

б) між групами із трьох нутрієнтів, наприклад, вмістом білків, жирів і вуглеводів, між вмістом жирних кислот (насичених, мононенасичених та поліненасичених) тощо;

в) між нутрієнтами групи з десяти незамінних амінокислот та ін.

При цьому координати багатовимірних векторів вмісту інгредієнтів у рецептурах виробів, страв, у РОСах і ДР повинні максимізувати або мінімізувати певні цільові функції, які залежать від вмісту інгредієнтів і забезпечують мінімальне (або допустиме) відхилення від середніх добових потреб, установлених для конкретної категорії споживачів.

Безумовно, що під час математичного моделювання слід ураховувати й технологічні обмеження на вміст інгредієнтів та співвідношення між ними, наприклад, умови забезпечення необхідного вмісту вологи в тісті, але визначальними мають бути фізіологічні співвідношення, оскільки їх природа і врахування в моделях є суттєво складнішими.

Очевидно, мова йде про збалансованість на різних етапах створення систем харчування з урахуванням різної кількості груп нутрієнтів, які підлягають збалансуванню.

Введемо такі поняття:

- **рівень збалансованості нутрієнтів у СХ;**
- **глибина збалансованості нутрієнтів.**

Рівень збалансованості нутрієнтів у СХ будемо визначати кількістю етапів, на яких здійснюється узгоджене збалансування: на етапі проектування рецептур виробів і страв, етапі створення РОС, етапі вибору, оптимізації добових раціонів та ін.

Глибину збалансованості нутрієнтів на кожному етапі будемо визначати кількістю збалансованих груп нутрієнтів, насамперед із трьох і більше нутрієнтів.

Звичайно, можна обмежитись збалансуванням нутрієнтів тільки на етапі проектування рецептур виробів і страв. При цьому забезпечити лише перший рівень збалансованості та невелику глибину збалансування, оскільки відносно мало важелів для збалансування. Збалансування, як відомо, забезпечується лише вмістом інгредієнтів. Їх мало (зазвичай не більше 10), а кількість співвідношень між нутрієнтами, і отже, кількість рівнянь і нерівностей, що зв'язують вміст інгредієнтів, дуже велика.

Більш глибоке збалансування нутрієнтів може бути забезпечене поєднанням і узгодженням двох етапів: проектуванням рецептур виробів, страв і проектуванням РОСів. Ув'язкою, узгодженням на рівні математичних моделей.

Ще вищий рівень збалансованості нутрієнтів може бути забезпечений здійсненням етапу оптимізації добових раціонів та ін.

Повторимо, що збільшення кількості етапів збалансування та кількості груп нутрієнтів, охоплених процесом узгодженого

збалансування, буде сприяти забезпеченню високого рівня та глибини збалансованості нутрієнтів у системах харчування в цілому.

Процеси збалансування на різних етапах створення систем харчування неможливо здійснити без узгодження сукупності багатьох математичних моделей.

Як узгодити всі етапи збалансування? Як забезпечити високий рівень і глибину збалансованості нутрієнтів у добових раціонах?

Із сказаного випливає, що між багатьма парами нутрієнтів (масовими їх частками, g), повинні забезпечуватись певні, рекомендовані фахівцями з фізіології харчування, співвідношення. Зазначені залежності повинні віддзеркалюватись у математичних моделях оптимізації вмісту (масової частки, g) інгредієнтів як у рецептурах виробів, так і в раціонах одноразового споживання, а також у моделях оптимізації ДР. Це можна здійснити шляхом введення в моделі наступних співвідношень:

$$\frac{Y_i}{Y_j} = A_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

де Y_i , Y_j – вміст відповідно i -го та j -го нутрієнтів; m – кількість нутрієнтів, співвідношення між якими необхідно враховувати в моделі;

A_{ij} – величина рекомендованого співвідношення між вмістом i -го та j -го нутрієнтів.

Використовуючи співвідношення, що зв'язують вміст нутрієнтів із вмістом інгредієнтів

$$Y_i = \sum_{k=1}^n a_{ki} \cdot x_k, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

запишемо

$$\sum_{k=1}^n a_{ki} \cdot x_k = A_{ij} \cdot \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot x_k, \quad (3)$$

де x_k – вміст k -го інгредієнта в рецептурі виробу, страви або раціоні харчування; a_{ki} – вміст i -го нутрієнта (g) в 1 г k -го інгредієнта; n – кількість інгредієнтів у рецептурі виробу або в раціоні харчування.

Проведені дослідження показують, що в разі врахування всієї сукупності рекомендованих співвідношень між нутрієнтами за формулою (3) задачі оптимізації вмісту інгредієнтів у рецептурах виробів, страв, а також раціонах харчування розв'язків не мають.

Причина у наступному: забезпечити необхідні співвідношення між нутрієнтами можна, тільки змінюючи вміст інгредієнтів у рецептурах виробів і страв або в раціонах харчування. У той же час інгредієнтів як засобів регулювання вмісту нутрієнтів (для забезпечення необхідних співвідношень) відносно мало (особливо в рецептурах виробів), а співвідношень між вмістом нутрієнтів дуже багато.

Отже, математичні моделі оптимізації вмісту інгредієнтів, в яких враховується вся сукупність рекомендованих співвідношень між нутрієнтами, а також технологічні умови та обмеження, створити можна, але розв'язків таких задач не існує. Дуже багато жорстких умов при малих можливостях їх задовольнити.

Більш перспективними з точки зору збалансування нутрієнтів слід вважати обмеження на їх співвідношення у формі

$$A'_{ij} \leq \frac{Y_i}{Y_j} \leq A''_{ij} \quad (4)$$

або

$$A'_{ij} \cdot \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot x_k \leq \sum_{k=1}^n a_{ki} \cdot x_k \leq A''_{ij} \cdot \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot x_k, \quad (5)$$

де A'_{ij} та A''_{ij} – відповідно нижня та верхня допустимі межі для співвідношення між нутрієнтами Y_i та Y_j .

Дослідження показують, що при математичному моделюванні задач оптимізації вмісту інгредієнтів у рецептурах виробів і РОСів із використанням фізіологічних обмежень у формі (5), зазначені задачі можуть мати оптимальні розв'язки. Однак, такі результати мають місце в разі врахування не всіх співвідношень між групами нутрієнтів. Причина та ж сама: багато жорстких обмежень при малій кількості засобів збалансування нутрієнтів. У рецептурах виробів зазвичай найменше інгредієнтів, отже, найменше і важелів збалансування нутрієнтів. У раціонах одноразового споживання більше страв, більше інгредієнтів і, як результат, більше засобів для збалансування.

Під час створення добових раціонів ще більше можливостей збалансування, якщо створювати ДР із великої сукупності РОСів.

Із аналізу трьох видів математичних моделей, а саме: оптимізації рецептур виробів, моделей РОСів і моделей оптимізації ДР, випливає, що всі вони пов'язані між собою. Отже, проблема

збалансування нутрієнтів у системі харчування складається з трьох етапів:

- збалансування на етапі проектування рецептур виробів і страв;
- збалансування під час створення сукупності РОСів;
- збалансування нутрієнтів на етапі оптимізації сукупності ДР.

І її можна успішно розв'язати лише у взаємозв'язку всіх трьох етапів. Рецептури виробів, страв повинні «працювати» на збалансованість, на збагачення РОСів нутрієнтами, а останні, у свою чергу, – на їх збалансованість у ДР. І все це має бути виражене в математичних моделях і виробів, і РОСів, і оптимізації ДР.

Як цього досягти? Як узгодити, ув'язати процес збалансування на всіх трьох етапах? Якими засобами, шляхами забезпечити цей взаємозв'язок? Причому так, щоб сукупності математичних задач мали розв'язки і, крім того, було забезпечено максимально високий рівень та глибину збалансованості нутрієнтів?

Для того, щоб забезпечити максимально можливі рівень і глибину збалансування нутрієнтів у математичних моделях, крім уже врахованих обмежень на величини співвідношень між вмістом жиру і кальцію, кальцію і фосфору, кальцію і магнію, необхідно враховувати найскладніші зв'язки між нутрієнтами таких груп:

- а) білками, жирами і вуглеводами;
- б) десятьма незамінними амінокислотами;
- в) жирними кислотами (насиченими, мононенасиченими, поліненасиченими). Тобто необхідно суттєво ускладнити математичні моделі різних рівнів, якщо це здійснювати за допомогою обмежень на співвідношення між парами нутрієнтів.

Разом із тим, щоб одержані математичні задачі мали розв'язки, необхідно зменшити кількість обмежень на пари нутрієнтів.

Зазначені вимоги є антиподними, конфліктними. Шлях до їх узгодження, вбачаємо у формуванні *агрегованих обмежень*, що накладаються на зазначені групи нутрієнтів, зв'язаних між собою співвідношеннями, рекомендованими фахівцями з фізіології харчування. Це дозволить, з одного боку, збільшити глибину збалансування; з іншого – створити умови для одержання оптимальних розв'язків математичних задач, що виникають на трьох етапах проектування систем харчування. Крім того, це створить перспективи для підвищення рівня збалансованості шляхом запровадження агрегованих форм зв'язків між нутрієнтами на різних етапах їх збалансування.

Процедуру реалізації ідеї агрегованих зв'язків між нутрієнтами груп розглянемо в загальному випадку. Припустимо, що в

математичних моделях необхідно врахувати рекомендовані співвідношення

$$r_1:r_2\dots r_l \quad (6)$$

між нутрієнтами груп $Y_1, Y_2, Y_3, \dots Y_l$.

Форма залежності між нутрієнтами конкретної групи може бути різною. Найпростіша – лінійна. Введемо поняття функціонала збалансування групи нутрієнтів.

Функціоналом збалансування групи нутрієнтів, зв'язаних між собою науково обґрунтованими фізіологічними співвідношеннями, будемо називати зважену суму вмісту (г) нутрієнтів цієї групи

$$\Phi = \sum_{i=1}^l \alpha_i \cdot Y_i, \quad (7)$$

де α_i – коефіцієнт вагомості i -го нутрієнта групи.

Чисельно функціонал збалансування дорівнює сумі добутків вмісту (г) нутрієнтів (відповідно в рецептурі виробу, страви, РОСу або ДР) на величини коефіцієнтів вагомості нутрієнтів цієї групи. Він є математичним вираженням залежності групи нутрієнтів, зв'язаних між собою рекомендованими фізіологічними співвідношеннями.

Величини коефіцієнтів вагомості нутрієнтів групи можна обчислити, виходячи з рекомендованих числових співвідношень між нутрієнтами групи, за формулою

$$\alpha_i = \frac{r_i}{\sum_{i=1}^l r_i}, \quad \text{для } i = 1, 2, \dots l. \quad (8)$$

Очевидно, що коефіцієнти вагомості сукупності одних і тих же нутрієнтів однакові у функціоналах збалансування цієї групи нутрієнтів для різних математичних моделей (рецептур виробів, страв, РОСів і ДР) систем харчування конкретної категорії споживачів.

Для різних категорій споживачів вони можуть бути різними залежно від рекомендованих співвідношень між нутрієнтами групи, вплив якої на математичні моделі систем харчування досліджується.

Функціонал збалансування є агрегованою формою збалансування конкретної групи нутрієнтів у різних математичних

моделях, створених для систем харчування конкретної категорії споживачів.

Для математичних моделей рецептур різних виробів, страв, РОСів обмеження на один і той же функціонал в загальному випадку будуть різними, але узгодженими між собою в межах величини цього функціонала ($\Phi^{\partial.n.}$), що відповідає добовим потребам груп нутрієнтів

$$\Phi^{\partial.n.} = \sum_{i=1}^l \alpha_i \cdot Y_i^{\partial.n.}, \quad (9)$$

де $Y_i^{\partial.n.}$ – рекомендована величина добової потреби в i -му нутрієнті.

Сформуємо функціонали збалансування найважливіших груп нутрієнтів:

- функціонал збалансування білків, жирів та вуглеводів;
- функціонал збалансування десяти незамінних амінокислот;
- функціонал збалансування таких груп жирних кислот: насичених, мононенасичених (МНЖК) та поліненасичених (ПНЖК).

Співвідношення між вмістом білків, жирів і вуглеводів у раціоні залежить, як відомо, від віку, стану здоров'я, умов праці, фізичних навантажень. Для людей, зайнятих фізичною працею, збалансованість білків, жирів і вуглеводів виражається співвідношенням 1:1:5 [2]. Тоді функціонал збалансування білків, жирів і вуглеводів за формулами (7) та (8) матиме вид:

$$\Phi_{\text{бжв}} = \frac{1}{7} \cdot Y_5 + \frac{1}{7} \cdot Y_2 + \frac{5}{7} \cdot Y_6, \quad (10)$$

де Y_5 , Y_2 та Y_6 – вміст (г) відповідно білків, жирів та вуглеводів у рецептурі виробу, РОСі або ДР.

Із урахуванням залежності нутрієнтів від вмісту інгредієнтів (2) функціонал $\Phi_{\text{бжв}}$ запишемо таким чином

$$\Phi_{\text{бжв}} = \frac{1}{7} \cdot \sum_{k=1}^n a_{k5} \cdot x_k + \frac{1}{7} \cdot \sum_{k=1}^n a_{k2} \cdot x_k + \frac{5}{7} \cdot \sum_{k=1}^n a_{k6} \cdot x_k. \quad (11)$$

Функціонал збалансування білків, жирів та вуглеводів, що відповідає добовим потребам $Y_5^{\partial.n.}$, $Y_2^{\partial.n.}$, $Y_6^{\partial.n.}$ у зазначених нутрієнтах, дорівнює

$$\Phi_{\text{бжв}}^{\partial.n.} = \frac{1}{7} \cdot Y_5^{\partial.n.} + \frac{1}{7} \cdot Y_2^{\partial.n.} + \frac{5}{7} \cdot Y_6^{\partial.n.}. \quad (12)$$

Одним із критеріїв оптимальності добових раціонів може бути мінімум відхилення функціонала збалансування $\Phi_{\text{бжв}}$ на етапі створення ДР, тобто величини $\Phi_{\text{бжв}}^{\partial.p.}$ від величини $\Phi_{\text{бжв}}^{\partial.n.}$. Для того, щоб відхилення різних нутрієнтів, які можуть бути різного знаку, не компенсували один одного, доцільно розглядати абсолютні величини відхилень нутрієнтів, тобто цільову функцію задачі оптимізації добових раціонів вибирати у формі

$$\delta\Phi_{\text{бжв}} = \frac{1}{7} \left| Y_5^{\partial.p.} - Y_5^{\partial.n.} \right| + \frac{1}{7} \left| Y_2^{\partial.p.} - Y_2^{\partial.n.} \right| + \frac{5}{7} \left| Y_6^{\partial.p.} - Y_6^{\partial.n.} \right| \rightarrow \min. \quad (13)$$

Цільова функція (13) може бути залучена до математичної моделі оптимізації ДР.

Про обмеження, які повинні бути внесені в математичні моделі оптимізації рецептур виробів (страв) та РОСів із метою їх узгодження з ДР), буде сказано нижче.

Функціонал збалансування вмісту десяти незамінних амінокислот. Згідно з [2] рекомендовані співвідношення вмісту незамінних амінокислот (валін : ізолейцин : лейцин : лізин : метіонін : треонін : триптофан : фенілаланін : аргінін : гістидин), які забезпечують їх збалансованість для дорослої людини мають такий вид:

$$4:3,5:5:4:3:2,5:1:3:6:1,75^1. \quad (14)$$

Тоді функціонал збалансування незамінних амінокислот $\Phi_{\text{нак}}$ визначається за формулою

$$\Phi_{\text{нак}} = \sum_{i=36}^{45} \alpha_i \cdot Y_i^{\partial.n.}, \quad (15)$$

¹ У випадку рекомендованих інтервалів значень обирались середини відповідних інтервалів.

де

$$\alpha_{36} = \frac{4}{33,75}, \quad \alpha_{37} = \frac{3,5}{33,75}, \quad \alpha_{38} = \frac{5}{33,75}, \quad \alpha_{39} = \frac{4}{33,75}, \quad \alpha_{40} = \frac{3}{33,75},$$
$$\alpha_{41} = \frac{2,5}{33,75}, \quad \alpha_{42} = \frac{1}{33,75}, \quad \alpha_{43} = \frac{3}{33,75}, \quad \alpha_{44} = \frac{6}{33,75}, \quad \alpha_{45} = \frac{1,75}{33,75}; \quad (16)$$

$Y_{36}, Y_{37}, \dots, Y_{45}$ – вміст (г) амінокислот: відповідно валіну, ізолейцину, лейцину, лізину, метіоніну, треоніну, триптофану, фенілаланіну, аргініну, гістидину в рецептурі виробу (страви), РОСі, ДР.

Функціонал збалансування незамінних амінокислот, що відповідає їх добовим потребам $Y_{36}^{\partial.n.}, Y_{37}^{\partial.n.}, \dots, Y_{45}^{\partial.n.}$, дорівнює

$$\Phi_{\text{нак}}^{\partial.n.} = \sum_{i=36}^{45} \alpha_i \cdot Y_i^{\partial.n.}, \quad (17)$$

Критерієм оптимальності вибору ДР може бути мінімум відхилення функціонала $\Phi_{\text{нак}}^{\partial.p.}$, що відповідає добовому раціону, від функціонала $\Phi_{\text{нак}}^{\partial.n.}$ добових потреб

$$\delta\Phi_{\text{нак}} = \sum_{i=36}^{45} \alpha_i \left| Y_i^{\partial.p.} - Y_i^{\partial.n.} \right| \rightarrow \min. \quad (18)$$

Аналогічно сформуємо функціонал збалансування жирних кислот: насичених, мононенасичених та поліненасичених.

Функціонал збалансування жирних кислот. Згідно з [1] рекомендоване співвідношення між вмістом насичених, мононенасичених та поліненасичених жирних кислот для середньостатистичного споживача дорівнює $0,3:0,6:0,1$. З урахуванням вищесказаного функціонал збалансування жирних кислот має вид:

$$\Phi_{\text{ж.к.}} = \alpha_1 \cdot Y_{\text{н.к.}} + \alpha_2 \cdot Y_{\text{м.н.к.}} + \alpha_3 \cdot Y_{\text{п.н.к.}}, \quad (19)$$

$$\text{де } \alpha_1 = \frac{0,3}{0,3+0,6+0,1} = 0,3, \quad \alpha_2 = 0,6, \quad \alpha_3 = 0,2; \quad (20)$$

$Y_{\text{н.к.}}, Y_{\text{м.н.к.}}, Y_{\text{п.н.к.}}$ – відповідно вміст (г) насичених, мононенасичених та поліненасичених кислот.

Функціонал збалансування жирних кислот, що відповідає добовим потребам у зазначених нутрієнтах ($Y_{н.к.}^{\partial.п.}$, $Y_{м.н.к.}^{\partial.п.}$ та $Y_{п.н.к.}^{\partial.п.}$), дорівнює

$$\Phi_{ж.к.}^{\partial.п.} = \alpha_1 \cdot Y_{н.к.}^{\partial.п.} + \alpha_2 \cdot Y_{м.н.к.}^{\partial.п.} + \alpha_3 \cdot Y_{п.н.к.}^{\partial.п.} \quad (21)$$

Критерієм оптимальності вибору ДР може бути також мінімум відхилення функціонала $\Phi_{ж.к.}^{\partial.п.}$, що відповідає добовому раціону, від функціонала $\Phi_{ж.к.}^{\partial.п.}$ добових потреб

$$\delta\Phi_{ж.к.} = \alpha_1 \left| Y_{н.к.}^{\partial.п.} - Y_{н.к.}^{\partial.п.} \right| + \alpha_2 \left| Y_{м.н.к.}^{\partial.п.} - Y_{м.н.к.}^{\partial.п.} \right| + \alpha_3 \left| Y_{п.н.к.}^{\partial.п.} - Y_{п.н.к.}^{\partial.п.} \right| \quad (22)$$

Очевидно, що всі три (а в перспективі, можливо, і більше) функціонали збалансування груп нутрієнтів у добових раціонах, по суті, формуються на всіх етапах створення ДР, а саме: на етапі проектування рецептур виробів (страв), етапі створення раціонів одноразового споживання різних видів (для перших та других сніданків, обідів, вечерь тощо) і, власне, етапі оптимізації ДР, що складаються з РОСів. Зі сказаного випливає, що окремі вироби (страви) повинні впливати на збалансованість нутрієнтів у РОСах, останні ж, у свою чергу, – на їх збалансованість у ДР.

Отже, математичні моделі рецептур виробів (страв) мають забезпечувати формування певної частки (γ_i) функціонала, що відповідає добовим потребам у нутрієнтах групи. Математично це можна здійснити шляхом доповнення вже створених математичних моделей рецептур виробів такими обмеженнями:

– на функціонал збалансування білків, жирів та вуглеводів

$$\Phi_{б.ж.в.}^{рец.} = \frac{1}{7} Y_5^{рец.} + \frac{1}{7} Y_2^{рец.} + \frac{5}{7} Y_6^{рец.} \geq \gamma_1 \cdot \Phi_{б.ж.в.}^{\partial.п.} \quad (23)$$

або після використання залежності (2)

$$\Phi_{б.ж.в.}^{рец.} = \frac{1}{7} \cdot \sum_{k=1}^n a_{k5} \cdot x_k + \frac{1}{7} \cdot \sum_{k=1}^n a_{k2} \cdot x_k + \frac{5}{7} \cdot \sum_{k=1}^n a_{k6} \cdot x_k \geq \gamma_1 \cdot \Phi_{б.ж.в.}^{\partial.п.} \quad (24)$$

де $\Phi_{б.ж.в.}^{рец.}$, $\Phi_{нак}^{рец.}$, $\Phi_{ж.к.}^{рец.}$, $Y_5^{рец.}$, $Y_2^{рец.}$, $Y_6^{рец.}$ – відповідно функціонали збалансування білків, жирів і вуглеводів, незамінних амінокислот і жирних кислот та вміст цих нутрієнтів у рецептурі;
– на функціонал збалансування незамінних амінокислот

$$\Phi_{нак}^{рец.} = \sum_{i=36}^{45} \alpha_i \cdot Y_i^{рец.} \geq \gamma_2 \cdot \Phi_{нак}^{\partial.н.}; \quad (25)$$

– на функціонал збалансування жирних кислот

$$\Phi_{ж.к.}^{рец.} = 0,3 \cdot Y_{н.к.}^{рец.} + 0,6 \cdot Y_{м.н.к.}^{рец.} + 0,2 \cdot Y_{п.н.к.}^{рец.} \geq \gamma_3 \cdot \Phi_{ж.к.}^{\partial.н.}, \quad (26)$$

де $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – частки функціоналів, що відповідають добовим потребам у нутрієнтах.

Величини $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ вибираються на етапі визначення числових параметрів математичних моделей рецептур виробів (страв).

Аналогічно математичні моделі РОСів повинні забезпечувати формування часток функціоналів збалансування різних груп нутрієнтів:

– на функціонал збалансування білків, жирів та вуглеводів

$$\Phi_{бжв}^{РОС} = \frac{1}{7} Y_5^{РОС} + \frac{1}{7} Y_2^{РОС} + \frac{5}{7} Y_6^{РОС} \geq \beta_1 \cdot \Phi_{б.ж.в.}^{\partial.н.}; \quad (27)$$

– на функціонал збалансування незамінних амінокислот

$$\Phi_{нак}^{РОС} = \sum_{i=36}^{45} \alpha_i \cdot Y_i^{РОС} \geq \beta_2 \cdot \Phi_{нак}^{\partial.н.}; \quad (28)$$

– на функціонал збалансування жирних кислот

$$\Phi_{ж.к.}^{РОС} = 0,3 \cdot Y_{н.к.}^{РОС} + 0,6 \cdot Y_{м.н.к.}^{РОС} + 0,2 \cdot Y_{п.н.к.}^{РОС} \geq \beta_3 \cdot \Phi_{ж.к.}^{\partial.н.}. \quad (29)$$

Коефіцієнти збалансування $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ вибираються на етапі визначення числових параметрів математичних моделей оптимізації вмісту інгредієнтів у РОСах різних видів.

За наявності (затвердження в країні) максимально допустимого рівня споживання різних нутрієнтів протягом доби математичні моделі

оптимізації добових раціонів мають бути доповнені такими обмеженнями на функціонали збалансування груп нутрієнтів:

– на функціонал збалансування білків, жирів та вуглеводів

$$\Phi_{б.ж.в.}^{ДР} = \frac{1}{7}Y_5^{ДР} + \frac{1}{7}Y_2^{ДР} + \frac{5}{7}Y_6^{ДР} \leq \Phi_{б.ж.в.}^{допуст.}; \quad (30)$$

– на функціонал збалансування незамінних амінокислот

$$\Phi_{нак}^{ДР} = \sum_{i=36}^{45} \alpha_i \cdot Y_i^{ДР} \leq \Phi_{нак}^{допуст.}; \quad (31)$$

– на функціонал збалансування жирних кислот

$$\Phi_{ж.к.}^{ДР} = 0,3 \cdot Y_{н.к.}^{ДР} + 0,6 \cdot Y_{м.н.к.}^{ДР} + 0,2 \cdot Y_{п.н.к.}^{ДР} \leq \Phi_{ж.к.}^{допуст.}, \quad (32)$$

де $\Phi_{б.ж.в.}^{допуст.}$, $\Phi_{нак.}^{допуст.}$, $\Phi_{ж.к.}^{допуст.}$ – значення функціоналів збалансування, що відповідають допустимому рівню споживання нутрієнтів групи протягом доби.

Зміст агрегованих обмежень (23)–(29) у наступному: рецептури виробів (страв) та раціони одноразового споживання різних видів повинні забезпечувати внески у відповідні функціонали збалансування груп нутрієнтів у добових раціонах. Розмір внесків не менший, ніж той, що визначено правими частинами цих нерівностей.

Отже, створюються умови для збалансованості важливих груп нутрієнтів на всіх етапах проектування систем харчування. Механізм забезпечення полягає у використанні функціоналів збалансування груп нутрієнтів: у математичних моделях оптимізації рецептур виробів (страв), РОСів і ДР у виді агрегованих обмежень на величини функціоналів. Крім того, у моделях оптимізації ДР шляхом використання цільових функцій, створених також на базі функціоналів збалансування.

Таким чином, використання агрегованих обмежень дозволить суттєво зменшити загальну кількість нерівностей та рівнянь в задачах оптимізації вмісту інгредієнтів і, як результат, буде сприяти знаходженню розв'язків зазначених задач. Варто зауважити, що аналогічні функціонали збалансування можуть бути сформовані для інших груп нутрієнтів.

Висновки. У результаті проведеного дослідження встановлено наступне:

1. Для того, щоб будь-яка система харчування була ефективною, вона має бути збалансованою. У першу чергу, **забезпечена збалансованість нутрієнтів на різних етапах створення систем:** на етапі проектування рецептур виробів (страв), етапі створення раціонів одноразового споживання (РОСів) різних видів (перших, других сніданків, обідів, вечерь тощо), на етапі оптимізації добових раціонів (ДР).

Збалансування на етапі ДР є підсумковим, оскільки воно базується на збалансованості нутрієнтів на перших двох етапах. Отже, оскільки три етапи зв'язані між собою, то і збалансування має бути узгодженим на рівні математичних моделей задач оптимізації трьох видів.

2. Щоб забезпечити максимально можливий рівень збалансування нутрієнтів, тобто охопити максимальну кількість станів і забезпечити максимальну глибину збалансування, тобто залучити максимально можливу кількість груп нутрієнтів, для яких існують науково обгрунтовані співвідношення, **необхідно суттєво ускладнити математичні моделі задач оптимізації трьох видів.**

Якщо в математичних моделях обмеження на співвідношення між парами нутрієнтів задавати по аналогії з обмеженнями, що задавались раніше на фізіологічні співвідношення між вмістом жиру і кальцію, кальцію і фосфору, кальцію і магнію, то **задачі оптимізації**, як показують дослідження, **не будуть мати розв'язків**. Причина в наступному: для забезпечення високого рівня збалансування нутрієнтів необхідно задовольнити дуже багато обмежень на співвідношення між нутрієнтами. Досягти цього можна, лише змінюючи вміст інгредієнтів (у рецептурах виробів і раціонах харчування). У той же час, інгредієнтів як засобів регулювання вмісту нутрієнтів відносно мало.

3. Щоб задачі оптимізації на трьох етапах створення систем харчування мали розв'язки (за умови забезпечення належної глибини збалансування нутрієнтів) **необхідно суттєво зменшити кількість обмежень**, що накладаються на співвідношення між ними, зберігши їх суть.

Це можливо за умови створення **агрегованих обмежень на групи нутрієнтів**, тобто по одному обмеженню на кожену групу нутрієнтів, зв'язаних між собою рекомендованими співвідношеннями.

4. Із метою розв'язання поставленої задачі запропоновано методологію збалансування нутрієнтів, взаємоув'язаного на трьох етапах створення систем харчування. Методологія базується на формуванні функціоналів збалансування наступних видів: функціонала збалансування білків, жирів та вуглеводів, функціонала збалансування десяти незамінних амінокислот і функціонала збалансування жирних кислот (насичених, мононенасичених і поліненасичених).

Функціоналом збалансування групи нутрієнтів, зв'язаних між собою науково обґрунтованими співвідношеннями, називаємо зважену суму вмісту (г) нутрієнтів цієї групи відповідно в рецептурі виробу (страви), РОСі або ДР. Використовуючи сформовані функціонали, створюються, по-перше, агреговані обмеження на групи нутрієнтів на трьох етапах проектування систем харчування; по-друге, формуються цільові функції на етапі оптимізації ДР. При цьому не зменшується сукупність нутрієнтів, задіяних у збалансуванні та водночас суттєво зменшується сумарна кількість обмежень (нерівностей) на вміст нутрієнтів на трьох етапах їх збалансування. Запропонований системний підхід до проблеми збалансування вмісту нутрієнтів на різних етапах створення систем харчування лікувально-профілактичного призначення дозволить, по-перше, узгодити всі три класи математичних моделей задач оптимізації; по-друге, створить перспективи для їх розв'язання.

Список літератури

1. Липатов Н. Н. Методология проектирования продуктов питания с требуемым комплексом показателей пищевой ценности / Н. Н. Липатов, Н. А. Рогов // Известия вузов. Пищевая технология. – 1987. – № 2. – С. 9–15.
2. Фізіологія харчування : підручник / Павлоцька Л. Ф., Дуденко Н. В., Левітін Є. Я. [та ін.]. – Суми : Університетська книга, 2011. – 473 с.
3. Поетапне математичне моделювання та оптимізація вмісту інгредієнтів у раціонах одноразового споживання / Ж. А. Крутовий, Г. В. Запаренко, Н. В. Манжос, Л. О. Касілова // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв, ресторанного та готельного господарств і торгівлі : зб. наук. праць ХДУХТ. – Х., 2012. – Вип. 1 (15). – С. 434–440.
4. Крутовий Ж. А. Про розробку систем харчування для профілактики та лікування захворювань, що виникають на тлі дефіциту кальцію / Ж. А. Крутовий // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв, ресторанного та готельного господарств і торгівлі : зб. наук. праць ХДУХТ. – Х., 2012. – Вип. 1 (15). – С. 288–292.
5. Крутовий Ж. А. Про альтернативний підхід до проектування рецептур хлібобулочних і борошняних кондитерських виробів / Ж. А. Крутовий, Г. В. Запаренко // Прогресивна техніка та технології харчових виробництв, ресторанного та готельного господарств і торгівлі. Економічна

стратегія і перспективи розвитку сфери торг. та послуг : Міжнар. наук.-прак. конф., 18 жовтня 2012 р. : [присвяч. 45-річчю ХДУХТ : тези у 2-х ч.] / редкол. : О. І. Черевко [та ін.]. – Х., 2012. – Ч. 1. – С. 48–49.

6. Крутовий Ж. А. Математичні моделі проектування добових раціонів харчування з високим вмістом кальцію на базі раціонів одноразового споживання / Ж. А. Крутовий, А. О. Півненко // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв, ресторанного господарства і торгівлі : зб. наук. праць / ХДУХТ. – Х., 2011. – Вип. 1 (13). – С. 415–424.

7. Арсеньєва Л. Ю. Наукове обґрунтування та розроблення технології функціональних хлібобулочних виробів з рослинними білками та мікронутрієнтами : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.18.01 / Л. Ю. Арсеньєва. – К., 2007. – 47 с.

Отримано 01.02.2013. ХДУХТ, Харків.

© О.І. Черевко, Ж.А. Крутовий, 2013.

УДК 613.292

Ж.А. Крутовий, канд. техн. наук, проф.

Л.О. Касілова, канд. техн. наук, проф.

Н.В. Манжос, ст. викл.

Ю.Ю. Приказчикова, магістрант

Г.В. Запаренко, магістрант

ПРО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗБАЛАНСОВАНИМ КАЛЬЦІЄМ РАЦІОНІВ ОДНОРАЗОВОГО СПОЖИВАННЯ БЕЗ М'ЯСА ТА РИБИ

Обґрунтовано можливість створення на базі продуктів масового вжитку без м'яса та риби сукупності раціонів одноразового споживання (РОСів) різного призначення з високим вмістом збалансованого кальцію та з оптимальним складом інгредієнтів у РОСах, які можуть бути використані для профілактики та лікування захворювань, що виникають на тлі дефіциту кальцію.

Обоснована возможность создания на основе продуктов массового потребления без мяса и рыбы совокупности рационов одноразового потребления различного назначения с высоким содержанием сбалансированного кальция и с оптимальным содержанием ингредиентов в рационах одноразового потребления, которые могут быть использованы для профилактики и лечения заболеваний, возникающих при дефиците кальция.