

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПРОКИДЫВАНИЕ ТРАКТОРА НА СКЛОНЕ

**Кириенко Н.М., к.т.н., Зинченко А.А., ст.преп., Винокуров Н.А., ст.преп.**

*Харьковский национальный технический университет  
сельского хозяйства имени Петра Василенка*

*Для правильного проектирования каркаса защитных кабин необходимы сведения о кинематике процесса опрокидывания трактора, динамическом воздействии при этом каркаса и грунта, зонах приложения нагрузок, величинах энергии поглощаемых кабиной. С этой целью выполнено математическое моделирование процесса опрокидывания на склоне.*

Простой анализ показывает, что на процесс опрокидывания и количество энергии, поглощаемое кабиной, влияют многие параметры, но в настоящее время только масса трактора входит в формулы по которым определяется энергия нагружения кабины при прочностных испытаниях. Единственным исключением является формула удара сзади, в которую входит колесная база. Отсутствие строгого законодательного требования по учету воздействия различных параметров является основным оправданием простой формулы.

Испытания методом натурального опрокидывания тракторов с шарнирно-сочлененной рамой при всех его преимуществах трудоемки. Поэтому для перехода к лабораторным испытаниям, на основании изучения взаимного влияния различных параметров на процесс опрокидывания, должны быть оценены величины энергий прилагаемые к кабине при опрокидывании.

При разработке математической модели процесса опрокидывания приняты следующие условия и допущения:

- опрокидывание начинается из положения неустойчивого равновесия, когда центр масс трактора «0» находится на одной вертикале с линией опрокидывания;

- в начальный момент опрокидывания угловая скорость трактора  $\dot{\beta}=0$ ;

- опрокидывание трактора происходит после замыкания упоров горизонтального шарнира рамы;

- энергия удара при падении трактора на почву воспринимается верхним углом кабины;

- деформация шин и опорной поверхности в процессе опрокидывания не учитывается;

- изменение угла поворота за счет упругости рессор не учитывается;

- скольжение шин по наклонной поверхности склона отсутствует;

- опрокидывание заканчивается после удара кабины о грунт, когда угловая скорость  $\dot{\beta}=0$ .

Энергия при ударе трактора о грунт распределяется на:

- деформацию кабины (каркаса);

- деформацию грунта;

- демпфирование колес и других элементов трактора о грунт.

Поэтому основные принятые условия и допущения были направлены на то, чтобы большая часть энергии при моделировании воспринималась кабиной (каркасом), т.е. расчеты производились с некоторым запасом направленным на обеспечение безопасности работы оператора.

Исключение демпфирования колесами и другими элементами трактора о грунт до удара кабины достигалось выбором соответствующей высоты падения трактора, методика определения которой приведена ранее.

Начальная скорость  $\dot{\beta}$  принималась равной нулю, так как по данным экспериментальных и теоретических исследований она незначительно отличается от нуля, а следовательно такое допущение не внесет большой ошибки в результаты исследований.

При расчете сил и моментов, действующих на трактор, целесообразно различать силы и моменты, являющиеся существенными переменными и силы и моменты, которые с малой погрешностью можно принять за постоянные.

Если считать углы поворота малыми углами, так что  $\sin \beta = \beta$  и  $\cos \beta = 1$ , то дифференциальные уравнения интегрируются довольно просто и решения получаются удобными для исследования. Однако такое упрощение возможно только для углов  $5 \dots 80$ . При опрокидывании трактора до удара кабины о грунт угол  $\beta$  существенно больше указанной величины, а после – меньше. Следовательно, до удара кабины о грунт мы не сможем воспользоваться указанным упрощением при решении дифференциального уравнения.

В связи с тем, что конструкцией шарнирно-сочленённых машин предусматривается горизонтальный шарнир рамы, обеспечивающий изменение взаимного углового расположения сочлененных секций, в процессе бокового опрокидывания происходит изменение расположения центра тяжести машины относительно её главных осей  $X$  и  $Y$ . Горизонтальный шарнир сельскохозяйственных тракторов, как правило, оборудуется упорами, ограничивающими взаимный поворот секций до  $30 \dots 450$ . Учитывая, что опрокидывание тракторов с шарнирно-сочлененной рамой происходит после замыкания упоров горизонтального шарнира, при расчетах необходимо предварительно вычислить координаты центра тяжести в этом положении. Зная координаты центров тяжести передней ( $X_{п}, h_{п}$ ) и задней ( $X_{з}, h_{з}$ ) секции, высоту расположения горизонтального шарнира  $h_{г}$ , максимальный угол  $\Psi$  поворота секции до замыкания упоров горизонтального шарнира, массы передней  $m_{п}$  и задней  $m_{з}$  секций, общую эксплуатационную массу трактора  $M$ , можно определить координаты центра тяжести трактора ( $X_{т}, Y_{т}$ ) при замкнутых упорах горизонтального шарнира по известным формулам:

$$\begin{cases} X_{т} = \frac{X_{п} \cdot m_{п} + X_{з} \cdot m_{з}}{M} \\ Y_{т} = \frac{h_{п} \cdot m_{п} + h_{з} \cdot m_{з}}{M} \end{cases} \quad (1)$$

После преобразований получим:

$$\begin{cases} X_T = \frac{(h_r + h_3) \cdot m_3 \cdot \sin \Psi}{M} \\ Y_T = \frac{h_n \cdot m_n + [h_r(1 - \cos \Psi + h_3 \cdot \cos \Psi)] \cdot m_3}{M} \end{cases} \quad (2)$$

В процессе опрокидывания можно выделить два этапа:

1-ый – свободное падение под действием силы тяжести до соприкосновения кабины с грунтом. При этом трактор осуществляет вращение вокруг точки «А» (рис 1). Опрокидывание начинается из положения неустойчивого равновесия, когда центр масс трактора «О» находится на одной вертикали с линией опоры.

2-ой этап – удар кабины о грунт. После окончания первого этапа (этапа разгона) на трактор действует сила  $F_g$ , которая создает тормозящий момент, препятствующий вращению. Второй этап заканчивается, когда угловая скорость  $\beta$  достигнет значения  $\beta=0$ .

Приведенная жесткость системы «кабина-грунт» рассчитывается по формуле:

$$C_g = \frac{C_k \cdot C_{гр}}{C_k + C_{гр}} \quad (3)$$

где:  $C_k$  – жесткость кабины (защитного устройства);

$C_{гр}$  – условная жесткость грунта.

Многочисленные исследования процесса сжатия почв, проведенные с помощью плотномера, показали, что в начальной фазе сжатия деформация растет пропорционально напряжению. На основании этого считалось возможным рассматривать почву, как линейно деформируемую среду.

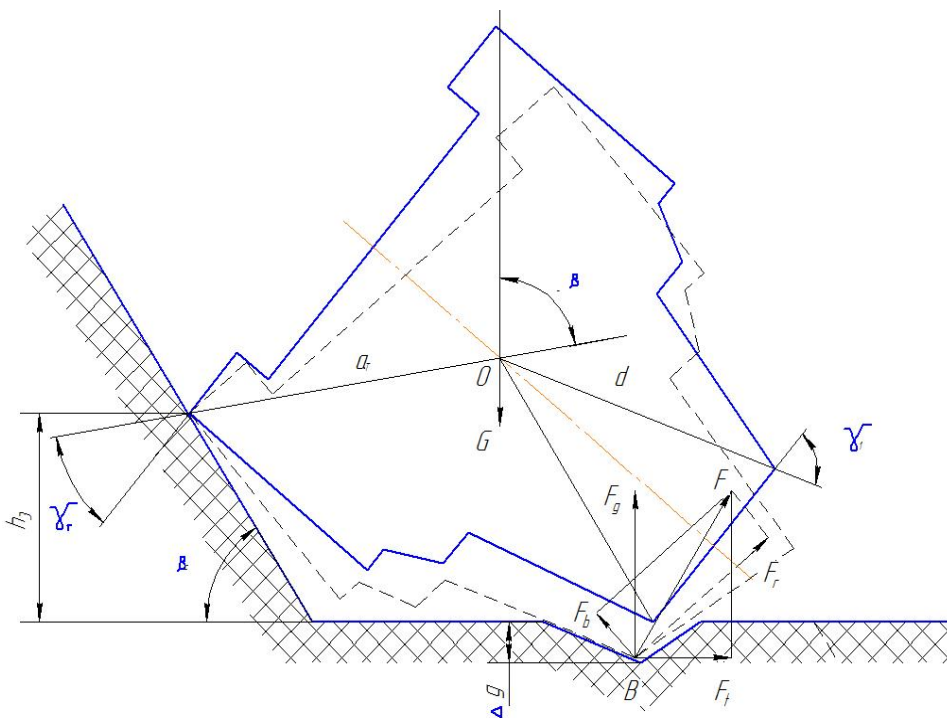


Рис. 1 – Опрокидывание трактора на склоне.

Тогда, нормальная реакция грунта может быть описана следующим уравнением при условии отсутствия деформации каркаса кабины:

$$F_{гр} = S \cdot k \cdot \Delta_{гр} = C_{гр} \cdot \Delta_{гр} \quad (4)$$

где:  $S$  – площадь воздействия кабины на грунт;  
 $\Delta_{гр}$  – осадка грунта при отсутствии деформации кабины;  
 $k$  – коэффициент объемного сжатия почвы.

Площадь воздействия кабины на грунт (рис 2) приближенно определяется по формуле:

$$S = 2 \cdot \Delta_{гр} \cdot n \quad (5)$$

где:  $n$  – ширина кабины в верхней ее части над дверным проемом.

Осадка грунта  $\Delta_{гр}$  определяется по формуле:

$$\Delta_{гр} = \mathcal{L} [d \cdot \sin(\gamma_T + \gamma_1 - \beta_1) + \alpha_T \cdot \sin \beta_1] \quad (6)$$

где:  $\mathcal{L} = \beta - \beta_1$  – угол наклона трактора на втором этапе опрокидывания;

$d = \sqrt{(H - h)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$  расстояние от продольной оси трактора, проходящей через центр инерции системы, до верхнего стыка кабины;

$H$  – высота трактора;

$h$  – высота центра тяжести трактора

$\alpha$  – ширина кабины в верхней ее части (над капотом);

$\gamma_T = \arcsin \frac{h}{\alpha_T}$  – угол, постоянный для данной конструкции трактора;

$\gamma_1 = \arcsin \frac{H-h}{\alpha_T}$  – угол, постоянный для данной конструкции трактора;

$\alpha_T = \sqrt{H^2 + \left(\frac{B+B}{2}\right)^2}$  – расстояние от продольной оси трактора, проходящей через центр инерции до точки опоры «А»;

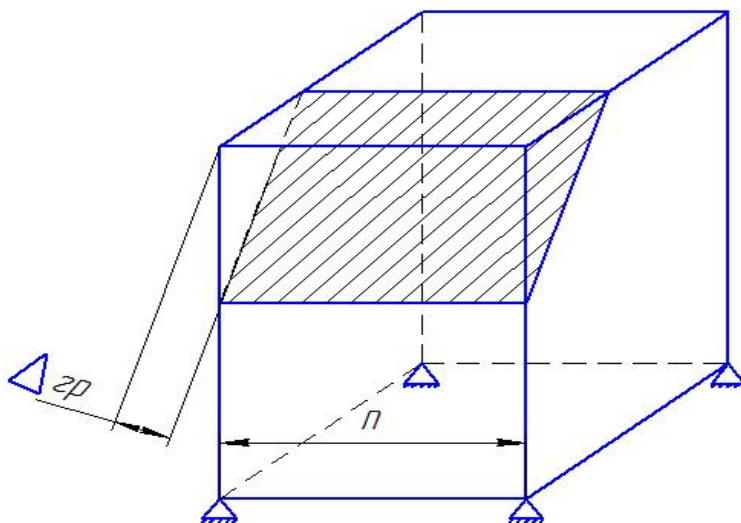


Рис. 2 Определение площади воздействия кабины трактора на грунт.

$$\beta_1 = \arccos \left\{ \sqrt{\frac{[\alpha_T - d \cos(\gamma_1 + \gamma_T)]^2 \cdot h_3^2}{[\alpha_T^2 + \alpha^2 - 2 \cdot \alpha_T \cdot d \cdot \cos(\gamma_1 + \gamma_T)]^2}} \cdot \frac{h_3^2 - \alpha^2 \cdot \sin(\gamma_1 + \gamma_T)}{\alpha_T^2 + \alpha^2 - 2 \cdot \alpha_T \cdot d \cdot \cos(\gamma_1 + \gamma_T)} - \frac{[\alpha_T - d \cdot \cos(\gamma_1 + \gamma_T)] \cdot h_3}{\alpha_T^2 + d^2 - 2 \cdot \alpha_T \cdot d \cdot \cos(\gamma_1 + \gamma_T)} \right\}$$

– угол наклона трактора в конце первого этапа опрокидывания;

где:  $h_3$  – высота падения трактора;

$B$  – ширина колеи трактора;

$b$  – ширина колес трактора;

Учитывая, что :

$$\Delta g = \Delta_{гр} - \Delta_{к} \quad (7)$$

$$F_g = F_{гр} - F_{к} \quad (8)$$

получим

$$\Delta_{к} = \Delta_{гр} \frac{C_{гр} - C_g}{C_{к} - C_g} = \Delta_{гр} \frac{C_{гр}^2}{C_{к}^2} \quad (9)$$

где:  $\Delta_g$  – деформация грунта с учетом деформации кабины;

$\Delta_{к}$  – деформация кабины.

Вследствие вышеизложенного реакции грунта с учетом деформации кабины могут быть описаны следующими уравнениями:

- нормальная составляющая

$$F_g = A_1 \cdot \mathcal{L}^2 + A_2 \cdot \mathcal{L}^3 \quad (10)$$

- тангенциальная составляющая

$$F_t = \mu_1 \cdot F_g \quad (11)$$

где  $\mu_1$  – коэффициент трения между кабиной и грунтом;

$$A_1 = 2 \cdot n \cdot k \cdot [d \cdot \sin(\gamma_T + \gamma_1 - \beta_1) + \alpha_T \cdot \sin \beta_1]^2 \quad (12)$$

$$A_2 = \frac{4 \cdot n^2 \cdot k^2}{C_{к}} \cdot [d \cdot \sin(\gamma_T + \gamma_1 - \beta_1) + \alpha_T \cdot \sin \beta_1]^3 \quad (13)$$

Дифференциальным уравнением опрокидывания трактора на склоне будет уравнение для угла опрокидывания  $\beta$ . Приравнивая инерционный момент к сумме действующих моментов, согласно рис. 4.1, можно записать:

$$\begin{aligned} J_A \cdot \ddot{\beta} &= M \cdot g \cdot \alpha_T \cdot \sin \beta, t \in [0; t_1] \\ J_A \cdot \ddot{\beta} &= M \cdot g \cdot \alpha_T \cdot \sin \beta - F_t \cdot (h_3 + \Delta_g) - \\ &- F_g [\alpha_t \cdot \sin \beta + d \cdot \sin(\gamma_T + \gamma_1 - \beta_1)], t \in [t_1; t_2] \end{aligned} \quad (14)$$

4.2. Решение дифференциального уравнения опрокидывания трактора на склоне.

Движение на первом этапе описывается уравнением

$$J_A \cdot \ddot{\beta} = M \cdot g \cdot \alpha_T \cdot \sin \beta, t \in [0; t_1] \quad (15)$$

с начальными уравнениями

$$\begin{cases} t_0 = 0 \\ \beta_0 = 0 \\ \dot{\beta}_0 = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Уравнение (4.15) можно записывать в виде

$$\ddot{\beta} = K \cdot \sin \beta \quad (17)$$

где

$$K = \frac{M \cdot g \cdot \alpha_T}{J_A} \quad (18)$$

В уравнении (4.17) делаем подстановку

$$\dot{\beta} = Q; \ddot{\beta} = Q \frac{dQ}{d\beta} \quad (19)$$

Применяя указанную подстановку, получим

$$Q \frac{dQ}{d\beta} = K \cdot \sin \beta$$

или

$$Q dQ = K \cdot \sin \beta d\beta$$

Проведя интегрирование, получим для начальных условий (4.16)

$$\int_0^Q Q dQ = \int_0^\beta K \cdot \sin \beta d\beta$$

или

$$Q = \pm \sqrt{2 \cdot K \cdot (1 - \cos \beta)} \quad (20)$$

Возвращаясь к замене переменной (4.19), имеем

$$\dot{\beta} = \pm \sqrt{2 \cdot K \cdot (1 - \cos \beta)} \quad (21)$$

или

$$\frac{d\beta}{\sqrt{1 - \cos \beta}} = \sqrt{2 \cdot K} \cdot dt \quad (22)$$

Если в начальный момент опрокидывания угловая скорость будет иметь некоторое значение  $\dot{\beta}_0 \neq 0$ , то уравнение (4.21) примет вид

$$\dot{\beta} = \sqrt{2 \cdot K \cdot (1 - \cos \beta) + \beta_0^2} \quad (23)$$

Энергия поглощаемая кабиной при ударе о грунт во многом определяется величиной угловой скорости  $\dot{\beta}_1$  в конце первого этапа опрокидывания. Следовательно, представляет интерес влияние угловой скорости в начале

первого этапа опрокидывания на её изменение к концу этого этапа. Начальная угловая скорость практически не оказывает влияния на угловую скорость в конце этапа. Аналогичный характер изменения угловой скорости наблюдается и при варьировании моментом инерции. Вследствие этого допущение сделанное ранее можно считать правомочным.

Таблица 1 – Угловая скорость  $\beta_1$ , I/c

Масса трактора, кг	Угловая скорость в начале первого этапа $\beta_0$ , I/c			
	0	1	2	3
6000	7,2247	7,2936	7,4964	7,8228
8000	8,4021	8,4021	8,5788	8,8654
10000	9,3270	9,3805	9,5390	9,7976
12000	10,2170	10,4110	10,4110	10,6480

Интегрируя (22) при начальных условиях (16) и учитывая, что

$$\cos \beta = 1 - 2 \cdot \left( \sin \frac{\beta}{2} \right)^2$$

левую часть уравнения (4.22) можно переписать

$$\int_0^\beta \frac{d\beta}{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2}} \quad (24)$$

Введем замену под знаком интеграла полагая, что

$$\frac{\beta}{2} = \eta \quad (25)$$

Откуда

$$\beta = 2 \cdot \eta \quad (26)$$

$$d\beta = 2 \cdot d \cdot \eta \quad (27)$$

Подставив (4.26) и (4.27) в (4.24) можно переписать

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \int_0^\eta \frac{d\eta}{\sin \eta} \quad (28)$$

известно, что:

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| \quad (29)$$

После проведения преобразований уравнение (22) можно записать в виде

$$\ln \left| \tan \frac{\beta}{4} \right| = \sqrt{K} \cdot t \quad (30)$$

Окончательное выражение имеет вид

$$\beta = 4 \cdot \text{актан} e^{\sqrt{K}t} - \pi \quad (31)$$

Движение на втором этапе опрокидывания описывается уравнением

$$J_A \cdot \ddot{\beta} = M \cdot g \cdot \alpha_T \cdot \sin \beta - F_t \cdot (h_3 + \Delta_g) - F_g [\alpha_t \cdot \sin \beta + d \cdot \sin(\gamma_T + \gamma_1 - \beta)], t \in [t_1; t_2] \quad (32)$$

$$\begin{cases} t_0 = t_1 \\ \beta_0 = \beta_1 \\ \dot{\beta}_0 = \dot{\beta}_1 \end{cases} \quad (33)$$

После подстановки

$$\begin{aligned} F_t &= \mu_1 \cdot F_g \\ F_g &= A_1 \cdot \mathcal{L}^2 + A_2 \cdot \mathcal{L}^3 \\ \beta &= \beta_1 + \mathcal{L} \\ \Delta_g &= \Delta_{\text{гп}} - \Delta_{\text{к}} \end{aligned}$$

а также учитывая, что  $\mathcal{L} < 5 \dots 8^\circ$  и используя известную из тригонометрии формулу разложения синуса суммы двух углов уравнения (32) запишем в виде:

$$\ddot{\mathcal{L}} = B_0 + \mathcal{L} \cdot B_1 + \mathcal{L}^2 \cdot B_2 + \dots + \mathcal{L}^6 \cdot B_6 \quad (34)$$

где

$$B_0 = \frac{M \cdot g \cdot \alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1}{J_A} \quad (35)$$

$$B_1 = \frac{M \cdot g \cdot \alpha_{\text{T}} \cdot \cos \beta_1}{J_A} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} B_2 &= -\frac{2 \cdot n \cdot k}{J_A} \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)]^2 \cdot \\ &\cdot [\mu_1 \cdot h_3 + \alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)] \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} B_3 &= -\frac{2 \cdot n \cdot k}{J_A} \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)]^2 \cdot [\mu_1 \cdot h_3 + \alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \\ &\sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)] \cdot \left\{ \frac{2 \cdot n \cdot k}{C_K} \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)] \cdot [\mu_1 \cdot h_3 + \alpha_{\text{T}} \cdot \right. \\ &\sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1) - \mu_1 \cdot d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1) - \mu_1 \cdot \alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1] + \alpha_{\text{T}} \cdot \\ &\left. \cos \beta_1 - d \cdot \cos(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1) \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} B_4 &= \frac{4 \cdot n^2 \cdot k^2}{J_A \cdot C_K} \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)]^3 \cdot \{ \mu_1 \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \cos \beta_1 + d \cdot \\ &\sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1) - d \cdot \cos(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)] \} \end{aligned} \quad (39)$$

$$B_5 = \frac{8 \cdot n^3 \cdot k^3}{J_A \cdot C_K^2} \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)]^5 \quad (40)$$

$$B_6 = \frac{16 \cdot n^4 \cdot k^4 \cdot \mu_1}{J_A \cdot C_K^3} \cdot [\alpha_{\text{T}} \cdot \sin \beta_1 + d \cdot \sin(\gamma_{\text{T}} + \gamma_1 - \beta_1)]^6 \quad (41)$$

Решение уравнения (34) будем искать в виде ряда разложенного по степеням  $(t - t_0)$ , то есть в виде

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + C_1 \cdot (t - t_0) + C_2 \cdot (t - t_0)^2 + \dots + C_n \cdot (t - t_0)^n + \dots \quad (42)$$



Множители  $C_1, C_2, \dots, C_n$  найдем по методу неопределенных коэффициентов.

Согласно формуле (42) и учитывая начальные условия, получаем

$$\mathcal{L} = C_1 \cdot t + C_2 \cdot t^2 + \dots + C_8 \cdot t^8 \quad (43)$$

Дифференцируя (43) находим

$$\dot{\mathcal{L}} = C_1 + 2 \cdot C_2 \cdot t + 3 \cdot C_3 \cdot t^2 + \dots + 8 \cdot C_8 \cdot t^7 \quad (44)$$

$$\ddot{\mathcal{L}} = 2 \cdot C_2 + 6 \cdot C_3 \cdot t + 12 \cdot C_4 \cdot t^2 + \dots + 56 \cdot C_8 \cdot t^6 \quad (45)$$

Подставив (45) и (43) в (34), получаем

$$2 \cdot C_2 + 6 \cdot C_3 \cdot t + 12 \cdot C_4 \cdot t^2 + \dots + 56 \cdot C_8 \cdot t^6 = B_0 + B_1 \cdot (C_1 \cdot t + C_2 \cdot t^2 + \dots + C_8 \cdot t^8) + B_2 \cdot (C_1 \cdot t + C_2 \cdot t^2 + \dots + C_8 \cdot t^8)^2 + \dots + B_6 \cdot (C_1 \cdot t + C_2 \cdot t^2 + \dots + C_8 \cdot t^8)^6 \quad (46)$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $t$ , получаем соотношение

$$\begin{cases} 2 \cdot C_2 = B_0; 6 \cdot C_3 = B_1 \cdot C_1; 12 \cdot C_4 = B_1 \cdot C_1^3; 20 \cdot C_5 = B_1 \cdot C_3 + B_2 \cdot 2 \cdot C_1 \cdot C_2 + \\ + B_3 \cdot C_1^3; 30 \cdot C_6 = B_1 \cdot C_4 + B_2 \cdot (2 \cdot C_1 \cdot C_3 + C_3^2) + 3 \cdot B_3 \cdot C_1^2 \cdot C_2 + B_4 \cdot C_1^4; 42 \cdot C_7 = \\ B_1 \cdot C_5 + B_2 \cdot (2 \cdot C_1 \cdot C_4 + 2 \cdot C_2 \cdot C_3) + B_3 \cdot (2 \cdot C_1^2 \cdot C_3 + 3 \cdot C_1 \cdot C_2^2) + B_4 \cdot 3 \cdot C_1^3 \cdot C_2 + \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{cases} + B_5 \cdot C_1^5; 58 \cdot C_8 = B_1 C_6 + B_2 \cdot (2 \cdot C_1 \cdot C_5 + 2 \cdot C_2 \cdot C_4 + C_3^2) + B_3 \cdot (3 \cdot C_1^3 \cdot C_4 + \\ + 6 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 + C_2^3) + B_4 \cdot (4 \cdot C_1^3 \cdot C_3 + 6 \cdot C_1^2 \cdot C_2^2) + B_5 \cdot 5 \cdot C_1^4 \cdot C_2 + B_6 \cdot C_1^6 \end{cases} \quad (47)$$

Исходя из начальных условий и уравнения (44), получаем

$$C_1 = \dot{\beta}_1 \quad (48)$$

Из (47) и (48) последовательно находим коэффициенты:

$$C_2 = \frac{B_0}{2} \quad (49)$$

$$C_3 = \frac{\dot{\beta}_1 \cdot B_1}{6} \quad (50)$$

$$C_4 = \frac{1}{12} \left( \frac{B_0 \cdot B_1}{2} + \dot{\beta}_1^2 \cdot B_2 \right) \quad (51)$$

$$C_5 = \frac{\dot{\beta}_1}{20} \left( \frac{B_1^2}{6} + B_0 \cdot B_2 + \dot{\beta}_1^3 \cdot B_3 \right) \quad (52)$$

$$C_6 = \frac{B_1}{360} \cdot \left( \frac{B_0 \cdot B_1}{2} + \dot{\beta}_1^2 \cdot B_2 \right) + \frac{B_2}{30} \cdot \left( \frac{\dot{\beta}_1^2 \cdot B_1}{3} + \frac{B_0^2}{4} \right) + \frac{\dot{\beta}_1^2 \cdot B_0 \cdot B_3}{20} + \frac{\dot{\beta}_1^4 \cdot B_4}{30} \quad (53)$$

$$C_7 = \frac{\dot{\beta}_1 \cdot B_1}{840} \cdot \left( \frac{B_1^2}{6} + B_0 \cdot B_2 + \dot{\beta}_1^3 \cdot B_3 \right) + \frac{\dot{\beta}_1 \cdot B_2}{252} \cdot \left( \frac{3 \cdot B_0 \cdot B_1}{2} + \dot{\beta}_1^2 \cdot B_2 \right) + \frac{\dot{\beta}_1 \cdot B_3}{84} \cdot \left( \dot{\beta}_1 \cdot B_1 + \frac{3}{2} \cdot B_0^2 \right) + \frac{\dot{\beta}_1^3 \cdot B_0 \cdot B_4}{28} + \frac{\dot{\beta}_1^5 \cdot B_5}{42} \quad (54)$$

$$C_8 = \frac{B_1}{560} \cdot \left[ \frac{B_1}{36} \cdot \left( \frac{B_0 \cdot B_1}{2} + \dot{\beta}_1^2 \cdot B_2 \right) + \frac{B_3}{3} \cdot \left( \frac{\dot{\beta}_1^2 \cdot B_1}{3} + \frac{B_0^2}{4} \right) + \frac{\dot{\beta}_1 \cdot B_0 \cdot B_3}{2} + \frac{\dot{\beta}_1^4 \cdot B_4}{3} \right] + \frac{B_2}{112} \cdot \left[ \frac{\dot{\beta}_1^2}{5} \cdot \left( \frac{B_1^2}{6} + B_0 \cdot B_2 + \dot{\beta}_1^2 \cdot B_3 \right) + \frac{B_0}{6} \cdot \left( \frac{B_0 \cdot B_1}{2} + \dot{\beta}_1^2 \cdot B_2 \right) + \frac{\dot{\beta}_1^2 \cdot B_1}{18} \right] + \frac{B_3}{224} \cdot \left( \frac{5 \cdot \dot{\beta}_1 \cdot B_0 \cdot B_1}{2} + \dot{\beta}_1^4 \cdot B_2 + \frac{B_0^3}{2} \right) + \frac{B_4 \cdot \dot{\beta}_1^2}{56} \cdot \left( \frac{2 \cdot \dot{\beta}_1^2 \cdot B_1}{3} + \frac{3 \cdot B_0^2}{2} \right) + \frac{5 \cdot \dot{\beta}_1^5 \cdot B_0 \cdot B_5}{112} + \frac{\dot{\beta}_1^6 \cdot B_6}{56} \quad (55)$$

Искомое решение имеет вид

$$\beta = \beta_1 + C_1 \cdot t + C_2 \cdot t^2 + \dots + C_8 \cdot t^8 \quad (56)$$

Приведенные выше формулы дают математическое определение положения трактора, как функции времени, с учетом изменения ряда параметров: размеров и массы трактора, возникающего при опрокидывании момента инерции, высоты и угла падения трактора, коэффициента трения между кабиной и грунтом и т.п.

### Список источников

1. Амельченко П.А., и др., Колесный трактор для работ на склоне – К.: М.: Машиностроение – 1978г. 248 стр.
2. Кириенко Н.М. Об оценке деформации кабин по результатам прочностных испытаний. Зерноград – 1981г. стр.132-137.
3. Кириенко Н.М., Дорошенко М.А. Использование натурального опрокидывания тракторов для оценки динамической устойчивости. УКР. НИИНТИ, Харьков №82-67, стр. 74.

### Анотація

#### МОДЕЛЮВАННЯ І ОПРОКИДУВАННЯ ТРАКТОРА НА СХИЛІ

Кірієнко М., Зінченко О., Винокуров М.

*Для правильного проектування каркаса захисних кабін необхідні відомості про кінематиці процесу перекидання трактора, динамічному впливі при цьому каркаса й ґрунту, зонах прикладання навантажень, величинах енергії поглинаються кабіною.*

*З цією метою виконано математичне моделювання процесу перекидання на схилі.*

### Abstract

#### MODELING AND ROLLOVER TRACTOR HILLSIDE

N. Kiriienko, A. Zinchenko, N. Vinokurov.

*For proper design of protective frame cabins necessary information about the kinematics of the process of overturning tractor dynamic action in this frame and ground areas where loads are the values of the energy absorbed by the unit. To this end, mathematical simulation of the process of overturning on the slope.*