

## К ПОСТРОЕНИЮ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ СТАЦИОНАРНЫХ ПОТОКОВ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ ЗЕРНОВОМ СЛОЕ НА СТРУКТУРНЫХ ВИБРОРЕШЕТАХ

**Харченко С.А., к.т.н., доц.**

*Харьковский национальный технический университет  
сельского хозяйства имени Петра Василенко*

*В статье обосновано построение уравнений второго приближения динамики зерновых смесей на виброрешетах. Получены уравнения для определения поля скоростей зерновой смеси, приняты допущения и краевые условия, учтены конструктивно-кинематические параметры виброрешет.*

**Постановка проблемы.** Моделирование процессов динамики зерновой смеси по виброрешету позволяет повысить эффективности работы зерновых сепараторов, но представляет сложную теоретическую задачу.

Применение аналогии между движением вязкой несжимаемой жидкости и зерновой смеси, которая находится в псевдооживленном состоянии под воздействием вибрационных колебаний решета показали свою эффективность [1-7], и позволяют определить с допустимой погрешностью скорости движения смеси, производительность и полноту разделения.

**Цель работы:** исследования динамики зерновой смеси по виброрешету, получение математических выражений с учетом конструктивно-кинематических параметров решета.

**Основной материал.** Возможность применения методов механики сплошных сред позволили определить направление по уточненному моделированию динамики зерновой смеси (ЗС) на виброрешетах [8]. Виброрешета рассмотрены как периодическая структура с периодом, определяемым расположением отверстий. Заданы краевые условия: нормальные компоненты скорости на поверхности расположения отверстий, а касательные - на поверхности их поперечных перемычек. Решение нелинейных уравнений Навье – Стокса, удовлетворяющее указанным выше краевым условиям, построены методом последовательных приближений [9]. Получены расчетные формулы для поля скорости, учитывающие как характеристики колебаний решета (амплитуда и частота колебаний), так его геометрические параметры – размеры отверстий и период их повторения. Показано, что поле скорости зависит не только от координаты вдоль толщины слоя, но периодически изменяется вдоль поверхности решета с периодом, определяемым взаимным расположением отверстий решета.

Для первого и второго приближения получены следующие уравнения [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{U}_1}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \nabla P_1 + \nu \Delta \vec{U}_1, \\ \operatorname{div} \vec{U}_1 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}_2}{\partial t} + (\vec{U}_1, \nabla) \vec{U}_1 = -\frac{1}{\rho} \nabla P_2 + \nu \Delta \vec{U}_2, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{U}_2 = 0,$$

где:  $\rho$  - усредненные значения плотности псевдоожидженного зернового слоя;  
 $\nu = \mu / \rho$  - кинематический коэффициент вязкости псевдоожидженности;  
 $U_1$  и  $U_2$  - соответственно, компоненты поля скорости вдоль осей  $x_1$  и  $x_2$   
( $x_1$  – направлена вдоль направления движения ЗС,  $x_2$  – по высоте слоя).

Уравнения второго приближения описывает процесс установления течения. Исключая его из рассмотрения усредним (2) по времени. Тогда вместо (2) имеем [9]:

$$\overline{(\vec{U}_1 / \nabla) \vec{U}_1} = -\frac{1}{\rho} \overline{\nabla P_2} + \nu \overline{\Delta \vec{U}_2}, \quad (3)$$

где черта обозначает операцию усреднения.

Как показано выше, (см. формулу (3)), усредненные по времени уравнения второго приближения, решение которых моделирует медленные стационарные потоки, возникающие в псевдоожидженном зерновом слое, имеют следующий вид:

$$\overline{U_{11} \frac{\partial U_{11}}{\partial x_1} + U_{12} \frac{\partial U_{11}}{\partial x_2}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_2}{\partial x_1} + \nu \Delta U_{21},$$

$$\overline{U_{11} \frac{\partial U_{12}}{\partial x_1} + U_{12} \frac{\partial U_{12}}{\partial x_2}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} + \nu \Delta U_{22}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial U_{22}}{\partial x_2} = 0.$$

Здесь  $\vec{U}_1 = (U_{11}, U_{12})$  - поле скорости первого приближения псевдоожидженности:

$$U_{11} = A \omega \sqrt{\frac{\cos^2(\lambda(h-x^2)) + sh^2(\lambda(h-x^2))}{\cos^2(\lambda h) + sh^2(\lambda h)}} \sin(\omega t + \Phi - \psi) -$$

$$- 2V_0 \sum_{n=1}^{\infty} (P_{n-1}(U) - P_n(U)) e^{-\frac{2\pi n}{l} h} sh\left(\frac{2\pi n}{l}(h-x_2)\right) \sin\left(\frac{2\pi n}{l} x_1\right), \quad (5)$$

$$U_{12} = 2V_0 \sum_{n=1}^{\infty} (P_{n-1}(U) - P_n(U)) e^{-\frac{2\pi n}{l} h} ch\left(\frac{2\pi n}{l}(h-x_2)\right) \cos\left(\frac{2\pi n}{l} x_1\right).$$

Здесь:

$$\begin{aligned}
\Phi &= \operatorname{arctg}(tg(\lambda(h-x_2))th(\lambda(h-x_2))), \\
\psi &= \operatorname{arctg}(tg(\lambda h)th(\lambda h)), \\
\lambda &= \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}, \quad U = \cos \frac{\pi d}{l}.
\end{aligned} \tag{6}$$

$A$  - амплитуда колебаний решета,  $\omega$  - круговая частота,  $\nu$  - усредненный коэффициент кинематической вязкости псевдожидкости,  $V_0$  - средняя скорость прохождения зерен через отверстия решета,  $l$  - период повторения отверстий решета,  $h$  - средняя толщина зернового слоя. При получении формулы (5) экспоненциально затухающие во времени члены были опущены.

$P_2$  и  $\vec{U}_2 = (U_2, U_{22})$  - усредненные по времени избыточное давление и поле скорости второго приближения,  $\rho$  и  $\nu$  - усредненные значения плотности и эффективного коэффициента кинематической вязкости псевдожидкости, моделирующей зерновой слой, черта обозначает усреднение по времени.

Для построения решения уравнений (4) необходимо вычислить величины:

$$\begin{aligned}
f_1 &= U_{11} \frac{\partial U_{11}}{\partial x_1} + U_{12} \frac{\partial U_{11}}{\partial x_2}, \\
f_2 &= U_{11} \frac{\partial U_{12}}{\partial x_1} + U_{12} \frac{\partial U_{12}}{\partial x_2}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Для вычисления величин  $f_1$  и  $f_2$  воспользуемся формулами (5) и (6) для компонент поля скорости первого приближения. При этом ограничимся одним членом рядов в (5). Это возможно, поскольку эти ряды сходятся достаточно быстро благодаря присутствию экспоненциального множителя  $\exp(-2\pi nh/l)$ .

Тогда, поле скорости первого приближения можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
U_{11} &= B_1(x_2) \sin(\omega t + \Phi - \psi) - B_2(x_1, x_2), \\
U_{12} &= B_3(x_1, x_2),
\end{aligned} \tag{8}$$

где:

$$B_1(x_2) = A\omega \sqrt{\frac{\cos^2 \lambda(h-x_2) + s^2 h \lambda(h-x_2)}{\cos^2 \lambda h + s^2 h \lambda h}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}, \tag{9}$$

$$B_2(x_1, x_2) = 2V_0 \left(1 - \cos \frac{\pi d}{l}\right) e^{-\frac{2\pi h}{l}} \operatorname{sh}\left(\frac{2\pi}{l}(h-x_2)\right) \sin\left(\frac{2\pi}{l}x_1\right), \tag{10}$$

$$B_3(x_1, x_2) = 2V_0 \left(1 - \cos \frac{\pi d}{l}\right) e^{-\frac{2\pi h}{l}} \operatorname{ch}\left(\frac{2\pi}{l}(h-x_2)\right) \cos\left(\frac{2\pi}{l}x_1\right), \tag{11}$$

где:  $d$  - средний диаметр отверстий решета, величины  $\Phi$  и  $\psi$  определены в (6).

Подставляя (8) в (7), после ряда преобразований имеем:

$$\begin{aligned} f_1 &= B_2 \frac{\partial B_2}{\partial x_1} - B_3 \frac{\partial B_2}{\partial x_2}, \\ f_2 &= -B_2 \frac{\partial B_3}{\partial x_1} + B_3 \frac{\partial B_3}{\partial x_2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее, используя (10), (11), окончательно получаем:

$$f_1 = B e^{-\frac{4\pi}{l} x_2} \sin \frac{4\pi}{l} x_1, \quad f_2 = -B e^{-\frac{4\pi}{l} x_2} \cos \frac{4\pi}{l} x_1. \quad (13)$$

Здесь:

$$B = \frac{\pi V_0^2 \left(1 - \cos \frac{\pi d}{l}\right)^2}{l}. \quad (14)$$

С учетом (13), уравнения (4) представим в виде:

$$\begin{aligned} \Delta U_{21} &= \frac{1}{\rho v} \frac{\partial P_2}{\partial x_1} + \frac{B}{v} e^{-\frac{4\pi}{l} x_2} \sin \frac{4\pi}{l} x_1, \\ \Delta U_{22} &= \frac{1}{\rho v} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} - \frac{B}{v} e^{-\frac{4\pi}{l} x_2} \cos \frac{4\pi}{l} x_1, \\ \frac{\partial U_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial U_{22}}{\partial x_2} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Потребуем, чтобы неизвестные функции  $U_{21}, U_{22}$  и  $P_2$  удовлетворяли следующим краевым условиям. На поверхности решета при  $x_2 = 0$  поле скорости второго приближения должно обращаться в нуль:

$$U_{21}|_{x_2=0} = U_{22}|_{x_2=0} = 0. \quad (16)$$

На свободной поверхности зернового слоя избыточное давление  $P_2$  должно обращаться в нуль:

$$P_2|_{x_2=h} = 0. \quad (17)$$

Нормальные и касательные компоненты тензора напряжений также равны нулю: на свободной поверхности при  $x_2 = h$  избыточное давление и тензор напряжений обращаются в нуль [9]:

$$P|_{x_2=h} = 0, \quad \frac{\partial U_1}{\partial x_1} = \frac{\partial U_2}{\partial x_2}|_{x_2=h} = 0, \quad \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right)|_{x_2=h} = 0.$$

Тогда:

$$\frac{\partial U_{21}}{\partial x_1}|_{x_2=h} = \frac{\partial U_{22}}{\partial x_2}|_{x_2=h} = 0, \quad \left( \frac{\partial U_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial U_{22}}{\partial x_1} \right)|_{x_2=h} = 0. \quad (18)$$

**Выводы.** Таким образом, полученные уравнения поля скорости псевдооживленного слоя зерновой смеси и принятые краевые условия формируют задачу, решение которой позволит адекватно описывать процессы сепарации зерновых смесей на плоских виброрешетках. В модели учтены характеристики колебаний решета (амплитуда и частота колебаний), и его конструктивные параметры: размеры отверстий и период их повторения.

#### Список использованных источников

1. Тищенко Л.Н. Гидродинамика сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. - Харьков: "Міськдрук", 2010. - 174 с.
2. Brilliantov N. Hydrodynamics and transport coefficients for Granulats Gases/ N. Brilliantov, T. Proschel // arxiv: cond-mat 0301152. -V. 1.10 Jan., 2003.
3. Dufty James W. Hydrodynamics Models for Granular Gases / arxiv: cond-mat 0302170. -V.1, 10 Feb., 2003.
4. Paolotti D., Cattuto C., Marini V., Marconi D., Puglisi A. / arxiv: cond-mat 0207601. -V.1. 25 Jul., 2002.
5. Тищенко Л.Н. Виброрешетчатая сепарация зерновых смесей / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. - Харьков: "Міськдрук", 2011. - 280 с.
6. Тищенко Л.Н. Колебания зерновых потоков на виброрешетках / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский.- Харьков: "Міськдрук", 2012. - 267 с.
7. Тищенко Л.Н. Моделирование потока зернового слоя на решетке с учетом просеивания / Л.Н.Тищенко // MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin, 2012. – Vol. 14 D. – P. 39-48.
8. Тищенко Л.Н. К применению методов механики сплошных сред для описания движения зерновых смесей на виброрешетках / Л.Н.Тищенко, С.А.Харченко // MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin, 2013. – Vol. 15 D. – №7. – P. 94-99.
9. Харченко С.А. Построение решений уравнений динамики зерновых

смесей на плоских віброрешетах / Харченко С.А. // Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин, вип.43, ч.ІІ.- Кіровоград: КНТУ, 2013. - С.287-292.

#### **Аннотація**

### **ДО ПОБУДОВИ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ СТАЦІОНАРНИХ ПОТОКІВ В ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ЗЕРНОВОМУ ШАРІ НА СТРУКТУРНИХ ВІБРОРЕШЕТАХ**

Харченко С.

*В статі обґрунтовано побудова рівнянь другого наближення динаміки зернових сумішей на віброрешетах. Одержані рівняння для визначення поля швидкостей зернової суміші, прийняті допущення і крайові умови, ураховані конструктивно-кінематичні параметри віброрешет.*

#### **Abstract**

### **CONSTRUCTION OF DYNAMICS EQUATIONS OF STATIONARY FLOWS IN A FLUIDIZED BED OF GRAIN ON STRUCTURAL VIBRATION SIEVE**

S. Kharchenko

*The paper justified the construction of the equations of the second approximation of the dynamics of grain mixtures on vibrating sieves. The equations for determining the velocity field of grain mixture, some assumptions and boundary conditions are taken into account structural and kinematic parameters of the sieves vibration.*

**УДК 631.344:634.1-13**

### **ОБґРУНТУВАННЯ КОНСТРУКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ РАСТРУБА МОБІЛЬНОГО ПРИСТРОЮ ДЛЯ ЗАХИСТУ РОСЛИН ВІД РАДІАЦІЙНИХ ЗАМОРОЗКІВ**

**Рудницька Г.В., к.т.н., доц.**

*Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка*

*Представлений аналіз результатів експериментальних досліджень з обґрунтування конструктивних параметрів раструба мобільного пристрою для захисту рослин від радіаційних заморозків.*

**Вступ.** Найбільш поширеним методом захисту садів від заморозків за кордоном є надкронове дощування, яке дозволяє рослинам переносити зниження температури до  $-8,0^{\circ}\text{C}$ . Цей метод вимагає великих фінансових і