

2. Голоскоков Е.Г. Нестационарные колебания деформируемых систем / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1977. – 340 с.
3. Cveticanin L. Dynamics of Machines with Variable Mass. / L. Cveticanin. Taylor & Francis Ltd, – 1998. – 300 p.
4. Ольшанський В.П. Вільні коливання осцилятора змінної маси / В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукр. наук.-техн. журнал. – Вінниця. Вип.2(70). – 2013. – С. 57-59.
5. Ольшанский В.П. Моделирование колебаний осциллятора линейно-переменной массы при импульсном нагружении / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вісник НТУ “ХПІ”: Математичне моделювання в техніці та технологіях, – 2013, № 37 (1010). – С. 125-130.
6. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке – М. Наука, 1976. – 576 с.
7. Karnakov V.M. WKB Approximation in Atomic Physics / V.M. Karnakov, V.P. Krainov – Springer, 2013. – 176 p.
8. Митропольский Ю.А. Избранные труды в 2-х томах / Ю.А. Митропольский – К.: Наукова думка, 2012. – 504 с.
9. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.
10. Ольшанский В.П. ВБК – метод в расчётах колебаний механизмов с переменной массой звеньев / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. – Кіровоград: КНТУ, 2013, вип. 43, Ч.1. – С. 108-113.

Анотація

РОЗРАХУНОК КОЛИВАНЬ МЕХАНІЗМІВ ЗІ ЗМІННОЮ МАСОЮ ЛАНОК МЕТОДОМ ВБК

Ольшанський В., Ольшанський С.

Показано, що інженерний розрахунок нестационарних коливань механізмів зі змінною масою або жорсткістю ланок, які зводяться до системи з одним ступенем свободи, зручно проводити методом ВБК. При виконанні певних обмежень на швидкість зміни параметрів у часі, вказаний метод приводить до компактних наближених розв'язків високої точності.

Abstract

CALCULATION OF OSCILLATION MECHANISMS WITH VARIABLE MASS UNITS BY WKB APPROXIMATION

V. Olshanskii, S. Olshanskii

It is shown that nonstationary oscillations engineering calculation mechanisms with variable mass or stiffness of links that lead to a system with one degree of freedom is conveniently carried out by WKB. Subject to certain restrictions on the rate of change of the parameters, this method leads to compact approximate solutions of high accuracy.

ДО РОЗРАХУНКУ КОЛИВАНЬ МЕХАНІЗМІВ ПРИ СПІЛЬНІЙ ДІЇ СИЛ СУХОГО І В'ЯЗКОГО ТЕРТЯ

**Бурлака В.В., к.т.н., Ольшанський В.П., докт. фіз.-мат. наук,
Малець О.М., асис.**

*Харківський національний технічний університет
сільського господарства імені Петра Василенка*

Запропоновано компактні формули для обчислень амплітуд затухаючих коливань систем з одним ступенем вільності при спільній дії сил сухого і в'язкого тертя. Показано використання одержаних формул до розв'язування прямої і оберненої задач.

Постановка проблеми. У спрощених розрахунках коливань у теорії механізмів і машин, зазвичай математичні моделі механізмів зводять до системи з одним ступенем вільності [1], [2], [3]. Якщо ведуть дослідження малих лінійних переміщень $x(t)$ у часі t , то їх описують рівнянням

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + F_T \text{sign}(\dot{x}) + cx = 0, \quad (1)$$

де m, c - зведені маса і пружність системи;
 μ - коефіцієнт в'язкого тертя; крапкою над x позначено похідні за часом t .

Коли досліджують малі кутові коливання, то використовують рівняння

$$I\ddot{\varphi} + \mu\dot{\varphi} + M_T \text{sign}(\dot{\varphi}) + c\varphi = 0 \quad (2)$$

У ньому I - зведений момент інерції механізму; c - його крутильна жорсткість; M_T - момент сухого тертя; φ - кут повороту.

Розглядаючи вільні коливання, традиційно окремо враховують або тільки силу в'язкого опору або тільки сухого тертя. Та часто в реальних умовах роботи механізмів одночасно діють обидві сили опору. Тому тут будемо враховувати їх спільну дію.

Метою роботи є одержання розрахункових формул для обчислення амплітуд вільних затухаючих коливань зведеного механізму, зумовлених дією сил пружності та опору.

Основна частина роботи. Змінюючи позначення, від (1) легко перейти до (2) і навпаки. Тому зупинимось лише на розв'язуванні рівняння (1) при початкових умовах

$$x(0) = x_0 < 0; \quad \dot{x}(0) = 0, \quad (3)$$

приймаючи, що в положенні статичної рівноваги $x = 0$, а $c|x_0| > F_T$.

Розглянемо рух на проміжку часу $t \in (0, t_1)$, що відповідає першому розмахові коливань. У цей проміжок часу напрям руху осцилятора збігається з напрямом вісі ox і рівняння (1) спрощується до

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = -F_T. \quad (4)$$

У випадку переміщення маси по горизонтальній площині сила тертя пов'язана з масою залежністю Кулона $F_T = fmg$, де f - коефіцієнт тертя ковзання; g - прискорення вільного падіння. Якщо ковзання відбувається по площині, нахиленій під кутом α до горизонту, то $F_T = fmg \cos \alpha$.

Загальним розв'язком рівняння (4):

$$x(t) = \exp(-\beta t) [a_1 \cdot \cos(\omega t) + a_2 \cdot \sin(\omega t)] - \frac{F_T}{c}. \quad (5)$$

Тут $\beta = \frac{\mu}{2m}$; $\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - \beta^2}$; a_1, a_2 - довільні сталі.

Взявши похідну з (5), одержуємо вираз швидкості руху

$$\dot{x}(t) = -\exp(-\beta t) [(a_1\beta - a_2\omega)\cos(\omega t) + (a_1\omega + a_2\beta)\sin(\omega t)]. \quad (6)$$

Підставивши (5) і (6) в (3), одержуємо два рівняння, з яких знаходимо сталі:

$$a_1 = x_0 + \frac{F_T}{c}; \quad a_2 = \frac{\beta}{\omega} a_1.$$

Отже, вираз швидкості спрощується і набуває вигляду

$$\dot{x}(t) = -a_1 \left(\omega + \frac{\beta^2}{\omega} \right) \exp(-\beta t) \sin(\omega t). \quad (7)$$

Із (7) випливає, що осцилятор зупиниться, закінчивши перший розмах, коли $t = t_1 = \frac{\pi}{\omega}$. При цьому амплітудне відхилення від положення рівноваги, згідно з (5), становить

$$|x_1| = \left(|x_0| - \frac{F_T}{c} \right) q - \frac{F_T}{c},$$

де: $q = \exp(-\beta t_1) = \exp\left(-\frac{\mu\pi}{2m\omega}\right)$.

Повторивши викладені дії, для обчислення амплітуди в кінці другого розмаху, знаходимо вираз

$$|x_2| = \left(|x_1| - \frac{F_T}{c} \right) q - \frac{F_T}{c} = \left(|x_0| - \frac{F_T}{c} \right) q^2 - 2F_T(q+1) + \frac{F_T}{c}.$$

Узагальнивши його на випадок k -го розмаху, приходимо до формули

$$|x_k| = \left(|x_0| - \frac{F_T}{c} \right) q^k - 2 \frac{F_T}{c} \frac{1-q^k}{1-q} + \frac{F_T}{c}. \quad (8)$$

Зазначимо, що при запису (8) скористалися формулою суми членів геометричної прогресії.

В частинних випадках із (8) випливають загальновідомі залежності, а саме при $F_T = 0$: $|x_k| = |x_0| q^k$; $\mu = 0$: $|x_k| = |x_0| - 2k \frac{F_T}{c}$.

Щоб одержати останню залежність треба виконати в (8) граничний перехід, спрямувавши $q \rightarrow 1$.

Осцилятор зупиниться, зробивши k розмахів, коли $|x_k| = F_T c^{-1}$. Це дозволяє розв'язати зворотню задачу, тобто знайти таке початкове відхилення $|x_0|$, при якому відбудеться k повних розмахів. Воно становить

$$|x_0| = \frac{F_T}{c} \left(\frac{2}{q^k} \frac{1-q^k}{1-q} + 1 \right). \quad (9)$$

У випадку відсутності в'язкого тертя формула (9) набуває відомого вигляду [4]

$$|x_0| = \frac{F_T}{c} (2k + 1).$$

Таким чином, використовуючи (8) і (9), можна обчислити амплітуди затухаючих коливань при спільній дії сил в'язкого і сухого тертя або знайти потрібне початкове відхилення, при якому відбудеться задане число розмахів.

Вище розглядали вільні коливання, спричинені початковим відхиленням. Але причиною коливань може бути і початкова швидкість (одержаний зовні імпульс). Тому далі розглянемо рух осцилятора за початкових умов

$$x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = v_0. \quad (10)$$

Підставивши вирази (5) і (6) в (10), одержуємо значення сталих

$$a_1 = \frac{F_T}{c}; \quad a_2 = \frac{1}{\omega} \left(v_0 + \beta \frac{F_T}{c} \right).$$

Тоді, у відповідності з (6), перша зупинка осцилятора відбудеться при $t = t_*$, де t_* найменший корінь рівняння

$$-v_0 \cos(\omega t_*) + (a_1 \omega + a_2 \beta) \sin(\omega t_*) = 0.$$

Таким коренем є

$$t_* = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{v_0}{a_1 \omega + a_2 \beta}.$$

Підставивши це значення $t = t_*$ в (5), одержуємо відхилення від положення рівноваги в момент зупинки

$$|x_1| = \exp(-\beta t_*) [a_1 \cos(\omega t_*) + a_2 \sin(\omega t_*)] - \frac{F_T}{c}.$$

Якщо виявиться, що $|x_1| \leq F_1 c^{-1}$, то осцилятор зупиниться і далі рухатись не буде. У випадку, коли $|x_1| > F c^{-1}$, осцилятор продовжить рух і обчислення його наступних амплітуд коливань зводиться до використання (8).

При розрахунках кутових коливань зведеного механізму у одержаних вище формулах треба замінити m, F_T, x відповідно на I, M_T, φ .

Розглянемо результати розрахунків. Для проведення обчислень приймаємо $m = 3 \text{ кг}$; $c = 1962 \text{ Н}$; $F_T = 5,886 \text{ Н}$; $x_0 = 0,063 \text{ м}$ і різні значення μ . Результати обчислень по формулі (8) подано в табл.1.

Таблиця 1 –Значення $|x_k|$ при різних μ

k	$100 x_k , \text{ м}$				
	$\mu = 0$	$\mu = 5, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$	$\mu = 10, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$	$\mu = 15, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$	$\mu = 20, \frac{\text{кг}}{\text{с}}$
1	5,7	5,116	4,587	4,107	3,670
2	5,1	4,047	3,192	2,496	1,930
3	4,5	3,082	2,055	1,313	0,778
4	3,9	2,221	1,130	0,444	0,016
5	3,3	1,425	0,376	0,194	-
6	2,7	0,716	0,238	-	-
7	2,1	0,075	-	-	-
8	1,5	-	-	-	-
9	0,9	-	-	-	-
10	0,3	-	-	-	-

Розрахунки показують, що зі збільшенням коефіцієнта в'язкого опору суттєво скорочується кількість розмахів, які робить осцилятор до повної його зупинки. Без дії сили сухого тертя така зупинка не можлива. Отже, при спільній дії сил сухого і в'язкого тертя вільні коливання проходять на скінченному проміжку часу з обмеженою кількістю розмахів.

Про вплив в'язкого тертя на початкове відхилення $|x_0|$, потрібне, щоб відбулося k -розмахів, наведена інформація в табл. 2. Результати одержано за формулою (9) при вказаних вище числових даних. Спостерігається суттєве збільшення $|x_0|$ при зростанні коефіцієнта μ . При $\mu = 0$ значення $|x_0|$ дорівнює 0,063 м, що повністю узгоджується з результатом в табл.1. Там саме при такому $|x_0|$, в умовах відсутності в'язкого тертя, осцилятор робить 10 розмахів.

Таблиця 2 – Значення $|x_0|$ при різних k і μ .

k	$100 x_k , м$				
	$\mu = 0$	$\mu = 5, \frac{кг}{с}$	$\mu = 10, \frac{кг}{с}$	$\mu = 15, \frac{кг}{с}$	$\mu = 20, \frac{кг}{с}$
3	2,1	2,517	3,051	3,743	4,649
4	2,7	3,421	4,415	5,805	7,779
5	3,3	4,422	6,088	8,612	12,511
6	3,9	5,531	8,143	12,434	19,662
7	4,5	6,760	10,666	17,638	-
8	5,1	8,122	13,764	-	-
9	5,7	9,630	-	-	-
10	6,3	11,301	-	-	-
11	6,9	13,152	-	-	-

Висновки. Одержані компактні формули дозволяють проводити розрахунок амплітуд затухаючих коливань зведеного механізму при спільній дії сил в'язкого і сухого тертя. При цьому є можливість знайти таке початкове відхилення коливальної системи від положення рівноваги, коли вона здійснить задану кількість розмахів.

Список використаних джерел

1. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев / А.П. Бессонов. – М.: Наука, 1967. – 267 с.
2. Cveticanin L. Dynamics of Machines with Variable Mass/ L. Cveticanin. – Taylor & Francis Ltd, 1998. – 300 p.
3. Поновко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний/ Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1980 – 270 с.
4. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики, Т.2 Динамика/ Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. – М.: Наука, 1985. – 496 с.

Аннотация

К РАСЧЕТУ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЗМОВ ПРИ ОБЩЕМ ДЕЙСТВИИ СИЛ СУХОГО И ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ

Бурлака В., Ольшанский В., Малец О.

Предложены компактные формулы для вычисления амплитуд затухающих колебаний систем с одной степенью свободы при общем действии сил сухого и вязкого трения. Показано использование полученных формул для решения прямой и обратной задачи.

Abstract

TO CALCULATION OF THE FLUCTUATIONS MECHANISM UNDER GENERAL ACTION OF POWER DRY AND VISCOUS FRICTION

V. Burlaka, V. Olshanskii, O. Malets

The compact formulas are offered for calculation of the amplitudes fading system fluctuations with one degree of the liberty under the general action of power dry and viscous friction. It is shown use got molded for decision direct and inverse problem.

УДК 633.521:631.172

КРОК ГРАБЛИН ПІДБИРАЛЬНОГО БАРАБАНА ПРЕС-ПІДБИРАЧА ТА ЩІЛЬНІСТЬ РУЛОНУ ЛЬОНОТРЕСТИ І ЇЇ ПОШКОДЖЕННЯ В УПАКОВЦІ

Лімонт А.С., к.т.н., с.н.с., Климчук В.М., к.т.н., с.н.с.

*Житомирський національний агроекологічний університет
Інститут сільського господарства Полісся НААНУ*

Визначений крок граблин підбирального барабана прес-підбирачів ПР-1,2Л і ППР-110. Досліджена зміна лінійної маси шару стебел в рулоні залежно від довжини стрічки трести, що її підбирає одна граблина підбирального барабана прес-підбирачів. Висвітлено вплив кроку граблин підбирального барабана на щільність рулону трести та її пошкодження в упаковці.

Постановка проблеми. В сучасних умовах переважна більшість виробників льону-довгунця в країнах Західної і Східної Європи, Росії і Білорусі впроваджують рулонну технологію збирання трести. Така технологія збирання трести рекомендована і для впровадження в Україні [1, 2, 3]. Тим більше що в Україні було налагоджено виробництво прес-підбирачів – основних засобів механізації за рулонної технології виробництва трести. Прес-підбирачі, що