

**М.І. Погожих**, д-р техн. наук, проф. (ХДУХТ, Харків)  
**Є.О. Іштван** (ХДУХТ, Харків)

### **ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО МЕТОДУ ДО РІШЕННЯ РІВНЯНЬ ТЕПЛОМАСООБМІНУ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ХАРЧОВОЇ СИРОВИНИ**

Енергоємність більшості процесів харчової промисловості робить нагальним питання зменшення енерговитрат з утриманням чи підвищенням якості продукції. Більшість таких процесів описується рівняннями матфізики. З огляду на це подальший розвиток тепло-масообмінних процесів у харчовій промисловості вимагає застосування сучасних математично-фізичних прийомів з метою вдосконалення сучасних методик та апаратів

Одним з актуальних напрямів опису процесів тепло масообміну, з застосуванням математично-фізичного інструментарію, є експрес оцінка теплофізичних характеристик харчової сировини. Така оцінка є нагальним питанням для багатьох технологічних процесів. Задачею роботи є наведення кореляції між модельною задачею математичної фізики тепло-масообміну з експериментальним дослідженням процесу сушіння харчової сировини.

Відомо, що процеси тепломасообміну, за умов, які використовуються в харчовій промисловості, описуються параболічним рівнянням (1). За різних систем, будуються математично-фізичні моделі з урахуванням різних граничних умов.

$$c\rho \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial U}{\partial x}. \quad (1)$$

Літерою  $U$  позначається температура, до рівняння входять три теплофізичні характеристики зразку, до формули також входять  $\lambda$  (іноді позначають  $k$ ) – коефіцієнт теплопровідності,  $c$  – питома теплоємність,  $\rho$  – густина речовини.

Проводячи експеримент синхронно для двох зразків, ми можемо визначити невідомі теплофізичні характеристики зразку. Розглядаючи випадок однорідного розповсюдження теплоти в напрямку перпендикулярному руху теплоносія, сформулюємо лінійну модель для опису сушіння зразків за однакових умов:

$$U(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l$$

$$U(0, t) = 0,$$

$$U(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq \infty$$

Застосовуючи метод Фур'є, отримуємо рішення та розраховуємо коефіцієнти. Підставивши, отримуємо:

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\varphi}{\pi n} (1 - \cos(\pi n)) e^{-a^2 \frac{\pi^2}{l^2} t} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Оскільки зовнішні умови в обох каналах сушіння збігаються, використовуємо диференційний підхід:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (1 - \cos(\pi n)) e^{-a^2 \frac{\pi^2}{l^2} t} \sin \frac{\pi n}{l}}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (1 - \cos(\pi k)) e^{-a^2 \frac{\pi^2}{l^2} t} \sin \frac{\pi k}{l}}.$$

Ураховуємо, що канал порівняння містить зразок з відомими теплофізичними характеристиками, наведемо відповідь, попередньо провівши оцінку збіжності ряду, після розкладання функцій в ряд Тейлора. Для цього беремо експериментальні данні для двох типів ковбас з великою розбіжністю коефіцієнтів температуро-провідності ( $a_1=13 \cdot 10^{-8}(\text{м}^2/\text{с})$  та  $a_2=21,1 \cdot 10^{-8}(\text{м}^2/\text{с})$ ), таким чином отримане співвідношення є збіжним. Беремо перший ряд розкладання та, шукаючи рішення для точки  $x_1=x_2=0,9l$ , отримаємо:

$$\frac{U_1}{U_2} = e^{(a_2^2 t_2 - a_1^2 t_1)}.$$

Значення температур в обраних точках тіла та час знаходимо експериментально, теплофізичні характеристики еталонного тіла відомі, таким чином ми отримали рівняння в точці з однією невідомою. Це рівняння легко вирішується в програмних пакетах інженерних підрахунків (наприклад Mathcad чи Lab).

У роботі було проведено частину від загальної задачі, а саме пошук рішень та застосування диференційних методів з метою отримання теплофізичних характеристик зразку за різних умов проведення експерименту.

Таким чином нами проведено пошук рішень диференційних рівнянь параболічного типу для однієї з моделей за відомих граничних умов та їх відповідності для двох зразків. На підставі отриманих співвідношень між рішеннями отримано залежність теплофізичних параметрів від відомих температурних характеристик зразків під час експерименту. Все це робить можливим розробку експрес методів оцінки теплофізичних параметрів для харчової сировини з невідомими показниками.