

СЕКЦІЯ 1  
**ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ  
 ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ СУШІННЯ ХАРЧОВОЇ СИРОВИНИ**

**М.І. Погожих**, д-р техн. наук, проф. (ХДУХТ, Харків)

**М.С. Синькоп**, д-р техн. наук, проф. (ХДУХТ, Харків)

**А.О. Пак**, канд. техн. наук, доц. (ХДУХТ, Харків)

**ВИКОРИСТАННЯ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ  
 МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ СУШІННЯ**

Ефективність інтенсифікації процесів сушіння харчової сировини можна підвищити шляхом всебічного дослідження математичних моделей з урахуванням широкого діапазону зміни теплофізичних параметрів та типів межових умов. При значних градієнтах температури сушіння взаємний вплив процесів тепло- і масообміну є суттєвим, що спонукає розглядати зв'язану систему диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_{11} \Delta t + a_{12} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{21} \Delta u + a_{12} \Delta t \quad \text{в } \Omega \quad (1)$$

при початкових умовах

$$t(x, 0) = t_0(x), u(x, 0) = u_0(x), \quad (2)$$

де  $t$  – температура,  $u$  – волога,  $\tau$  – час,  $x = (x_1, x_2)$ ,  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $\Omega$  – капілярно-пористе тіло,  $a_{ij}$  ( $i, j=1, 2$ ) – нормовані параметри, які виражаються через теплофізичні коефіцієнти: температуропровідності, потенціалопровідності, термоградієнтний, питомої теплоємності, середньої питомої теплоти випарювання, фазового перетворення – задані функції. У подальшому будемо також вважати, що  $a_{12}$  – малий параметр порівняно з  $a_{11}, a_{21}, a_{22}$ . Замінімо в (1) похідні за часом їх різницевиими аналогами

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}(x, \tau_k) \approx \frac{t(x, \tau_k) - t(x, \tau_{k-1})}{h}, \quad \frac{\partial u}{\partial \tau}(x, \tau_k) \approx \frac{u(x_1, \tau_k) - u(x_1, \tau_{k-1})}{h}.$$

де  $h = \tau_0 / N$  – крок розбиття часового проміжку  $[0, \tau_0]$  на  $N$  частин,  $\tau_k = kh$ .

Одержуємо послідовність стаціонарних межових задач (значення всіх величин у момент  $\tau_k$  будемо позначати верхнім індексом « $k$ »)

$$\frac{1}{h} t^k - a_{11} \Delta t^k - \frac{a_{12}}{h} u^{(k)} - \frac{1}{h} t^{(k-1)} + \frac{a_{12}}{h} u^{(k-1)} = 0,$$

$$\frac{1}{h}u^{(k)} - a_{21}\Delta u^{(k)} - a_{22}\Delta t^{(k)} - \frac{1}{h}u^{(k-1)} = 0. \quad (3)$$

Тут введені позначення  $t^{(k)}(x) = t(x, kh)$ ,  $u^{(k)}(x) = u(x, kh)$ ,

$$t^{(0)}(x) = t_0(x), u^{(0)}(x) = u_0(x), k = 1, 2, \dots, N.$$

Нехай  $\varepsilon = a_{12}$  – малий параметр. У відповідності до методу малого параметра розв'язання системи (3) на кожному часовому шарі ( $k=1, 2, \dots, N$ ) будемо шукати у вигляді степеневих рядів по параметру  $\varepsilon$

$$t^{(k)} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m t_m^{(k)}, u^{(k)} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m u_m^{(k)}. \quad (4)$$

Зауважимо, що коефіцієнти розв'язання  $t_m^{(k)}$  і  $u_m^{(k)}$  ( $m=0, 1, 2, \dots$ ) не залежать від  $\varepsilon$ , а  $t_0^{(k)}$ ,  $u_0^{(k)}$  – розв'язки при  $\varepsilon = 0$ . Шляхом підставки (4) в (3) і порівняння коефіцієнтів при однакових степенях  $\varepsilon$ , одержуємо: для визначення нульового наближення  $t_0^{(k)}$ ,  $u_0^{(k)}$  рівняння

$$\frac{1}{h}t_0^{(k)} - a_{11}\Delta t_0^{(k)} = \frac{1}{h}t_0^{(k-1)}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{h}u_0^{(k)} - a_{21}\Delta u_0^{(k)} - a_{22}\Delta t_0^{(k)} = \frac{1}{h}u_0^{(k-1)}, \quad (6)$$

а подальші наближення  $t_m^{(k)}$ ,  $u_m^{(k)}$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) знаходимо як розв'язки рівнянь

$$\frac{1}{h}t_m^{(k)} - a_{11}\Delta t_m^{(k)} = \frac{1}{h}(u_{m-1}^{(k)} - \gamma_m u^{(k-1)}), \quad (7)$$

$$\frac{1}{h}u_m^{(k)} - a_{21}\Delta u_m^{(k)} = a_{22}\Delta t_m^{(k)}, \quad (8)$$

$$t_m^{(0)} = t_0, u_m^{(0)} = u_0, \gamma_m = \begin{cases} 1, & m = 1 \\ 0, & m > 1. \end{cases}$$

Замітимо, що верхнім індексом «к» позначається відповідність розглядуваних величин к-тому часовому шару, а нижнім індексом «m» – місце тих же величин в розвиненнях в ряди по степенях  $\varepsilon$  функцій температури і вологи. Для задовільнення межових умов у роботі використовуються R-функції, за допомогою яких будуються структурні формули, з точним виконанням цих умов.