

СПРОЩЕННЯ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ТЕПЛООВОЛОГООБМІНУ

Гапонюк І.І., д.т.н., проф.

(Національний університет харчових технологій)

В даній роботі висвітлено можливості математичного моделювання масо-теплообміну зневоднення шару зерна із застосуванням критеріальних рівнянь.

Постановка задачі: виконати аналіз відомих математичних моделей тепловологообміну шару сипких компонентів для відображення процесів зневоднення шару зерна.

Мета досліджень: встановити можливість та умови використання відомих рівнянь опису тепло-масообмінних процесів для математичного моделювання зневоднення шару зерна.

Основні матеріали досліджень. Розглянемо вихідні умови перебігу процесу міжфазової взаємодії із яких виділимо рушійні потенціали, параметри і стан взаємодіючих систем без обмежень на особливості хімічного складу та змінення показника масоємності. Наявність системи зв'язків та перемінних в часі й просторі, в тому числі й параметрів взаємодіючих систем, що ускладнюють математичне їх описання, обумовлюють отримання коефіцієнтів пропорційності в напівемпіричних рівняннях опису, або за відсутності можливості отримання цих коефіцієнтів пропорційності, застосування певних спрощень.

Для спрощення використання оператора Лапласа (вектор набла) (∇^2) з розрахунку тривимірних задач, у більшості випадків задачу зводять до одновірної (нескінченна пластина, циліндр, куля) [1, 2]. Таким чином розв'язання конкретних задач можливе при багатьох спрощеннях, уявленнях і обмеженнях.

Більшість спрощень зводять до рівнянь матеріального і енергетичного балансу, кінетики при певних граничних умовах, які можна звести до невизначених умов однозначності: геометричні умови неоднозначно визначають форму і розміри тіла і їх зводять до ідеальних; фізичні умови неоднозначні у зв'язку з неоднозначність характеристик зерна і робочого агента в просторі апарату і всередині зернини; граничні умови I, II, III і IV роду у більшості вибирають зазвичай довільно, оскільки важко вивести

закон розподілу температури, теплової течії, умови теплообміну та рівності течії теплоти і вологи через поверхні дотику шару зерна чи зернини і робочого агента [3].

Однак відсутність можливостей отримати коефіцієнти пропорційності для класичних рівнянь у стендових дослідженнях обмежує їх застосування. Це можна прослідкувати на прикладі використання системи рівнянь А.В. Ликова. Так практичне застосування цього виду опису в технології зберігання зерна для визначення закономірностей розповсюдження температури в зерновому середовищі при самозігріванні в силосах, розглядаючи його як суцільне середовище, зробили В.С.Сергунов і В.С.Уколов. В своїх дослідженнях автори відмовились від методу розв'язання рівнянням А.В. Ликова і запропонували додаткові спрощення уявлень. Так шари самозігріваючого зерна вони розглядали як нескінчену пластину, нескінчений циліндр і кулю, що значно спрощує математичний опис, оскільки розв'язується одновірною задачею. Наприклад, для зернового середовища в силосі у формі нескінченної пластини ними запропоновано рівняння визначення розподілу температури зерна всередині джерела самозігрівання $\theta_1(x, \tau)$ в часі τ і відстані x :

$$\theta_1(x, \tau) - \theta_0 \approx \frac{(q_n - q_0)\tau}{\rho_1 c_1} \left[1 - \frac{2}{1 + k_\epsilon} (1 + \theta_1) \right] + \frac{q_0 \tau}{\rho_2 c_2}, \quad (1)$$

яке є функцією залежності зміни температури зернового середовища θ в часі τ і відстані x при відомій інтенсивності джерела теплоутворення q_n , q_0 температур в центрі джерела самозігрівання θ_0 та периферії θ_1 зернового шару, що охоплює нагріваючий самозігріваючий шар зерна [В.С.Сергунов і В.С.Уколов].

Теж саме спрощення змушений був застосувати М.В.Остапчук при визначенні розподілу температур по довжині теплообмінника і в часі. Ним замінено рівняння в частинних похідних системою алгебраїчних рівнянь та зроблено кілька

припущень, що дозволило розв'язати цю систему методом прямих тільки для одного випадку:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_x}{\partial \tau} + G_x \cdot \frac{\partial t_x}{\partial x} + b \cdot (t_{cm} - t_x) &= 0; \\ \frac{\partial t_\Gamma}{\partial \tau} + G_\Gamma \cdot \frac{\partial t_\Gamma}{\partial x} + a \cdot (t_\Gamma - t_{cm}) &= 0; \\ \frac{\partial t_{cm}}{\partial \tau} - c \cdot (t_\Gamma - t_{cm}) + d \cdot (t_{cm} - t_x) &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{де } a = \frac{\pi \cdot D_\Gamma \cdot \alpha_1}{f_\Gamma \cdot \rho_\Gamma \cdot c_\Gamma}; \quad b = \frac{\alpha_2}{\delta \rho_{cm} \cdot c_{cm}}; \quad c = \frac{\alpha_1}{\delta \cdot \rho_{cm} \cdot c_\Gamma};$$

$$d = \frac{\pi \cdot D_x \cdot \alpha_2}{f_x \cdot \rho_x \cdot c_x}.$$

Розв'язання цієї спрощеної системи рівнянь при визначених уявних граничних умовах ($\tau_0 = 0, x = 0, x = l$) дозволило встановити закономірності розподілу температур по довжині і в часі.

Як відомо, специфіка процесів зберігання зерна полягає у неоднозначності їх початкових характеристик та зовнішнього впливу при виконанні технологічних операцій. Значні розбіжності цих показників призводять до невизначеності узагальнених показників. Нижче покажемо ці розбіжності та можливості їх уникнення на процесі тепловологообміну післязбиральної обробки зерна.

Вперше такі розрахунки, на нашу думку, виконав М.В. Остапчук. Нижче наведемо їх аналіз. Як відомо, визначення числа Re слід знати значення l, v, ν . Величина геометричного розміру l відповідає еквівалентному діаметру шпаринок зернового середовища, яке можна визначити за формулою $d_e = 1,24\sqrt[3]{V_3}$, а об'єм зернин V_3 за формулою на основі виміру геометричних розмірів зернин $a, b, l. V_3 = Kabl = (0,5...0,55) \times 7,2 \times 2,7 \times 2,4 = 18,6...25,6 \text{ мм}^3$. Тоді $d_e = 1,24\sqrt[3]{18,6...25,6} = 3,4...3,6 \text{ мм}$. Площа поверхні зернин $F_3 = 4\pi R(l + 3R) = 43,140,465)7,2 + 30,465) = 50,2 \text{ мм}^2$, де $R = (5a + 5b)/60$, гідравлічний радіус $r = V_3/F_3 = 0,37...0,51 \text{ мм}$ [1, 2, 3]. Таким чином канал, по якому переміщується робочий агент, має гідравлічний радіус $0,37...0,51 \text{ мм}$, або еквівалентний діаметр шпар $d_{ew} = 4r_e = 0,00148...0,00204 \text{ м}$.

В'язкість повітря збільшується зі зміною температури в межах $t_{cu} = (20...120) \text{ }^\circ\text{C}$ від $15 \cdot 10^{-6}$ до $26 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, теплопровідність $\lambda = (2,59...3,34) \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. Для викладених вихідних даних число Re може змінюватись в

межах $Re = 1...40$ для щільного нерухомого шару і $Re = 10...350$ для щільного рухомого шару. Для умов пронизуванні шару зерна робочим агентом дійсна швидкість в шпаринах $u = v/\varepsilon$ більша умовної швидкості v на величину шпаруватості ε , а геометричний розмір l визначається еквівалентним діаметром шпар, який, в свою чергу, можна визначити за формулою $d_e = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot d}{6 \cdot (1 - \varepsilon)}$.

Для шпаруватості $\varepsilon = 0,5$, та середнього діаметру зернин $d_e = 2,2 \text{ мм}$, то $d_e = 0,15 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Тоді число Рейнольдса для цього в шпаринах нерухомому шару зерна при умовній швидкості $0,2 \text{ м/с}$ становитиме:

$$Re = \frac{0,2 \cdot 0,00145}{15 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,01}{15} \leq 1; \quad (3)$$

За даними А.В.Ликова число Re в шпаруватому середовище визначене за еквівалентним діаметром лежить в межах $1...0,75$.

Для більших станів рухомості шару зерна числа Re може бути ще більших значень. Тобто діапазон зміни числа Re дуже для різної шпаруватості, швидкостей робочого агента та станів рухомості шару зерна перебуває в досить значному діапазоні.

Щодо числа Нуссельта $Nu = \alpha l / \lambda$. В умовах нагрівання та охолодження зерна для різних шарів за умови зміни коефіцієнту теплообміну α в межах $\alpha = 10...105 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$, та температуропровідності $\lambda = (2,6...3,35) \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, еквівалентному діаметру шпар $(1,5...2,0) \cdot 10^3 \text{ м}$ може змінюватись в межах

$$Nu = \frac{(10...105)(1,5...2,0) \cdot 10^3}{(2,6...3,35) \cdot 10^{-2}} = 1...7. \quad (4)$$

Інші числа можуть змінюватись ще в більшому діапазоні.

Висновки:

1. Для оперативної оцінки перебігу процесів доцільно застосовувати критеріальні рівняння.

2. Критеріальні рівняння дозволяють оптимізувати технологічний процес оскільки вони в спрощеному вигляді дають якісну оцінку того чи іншого процесу, за різних вихідних параметрів взаємодіючих систем.

3. Слід мати на увазі, що критеріальні рівняння з прийнятною точністю можна отримувати лише для обмеженого інтервалу перебігу процесу (перемінних параметрів фізичних величин).

Література

1. Аэров М.Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным кипящим зерновым слоем /М.Э. Аэров, О.М.Тодес – Л.: Химия, 168. – 512 с.
2. Лыков А.В. Теплообмен (Справочник). – М.: Энергия.

1987. – 500 с.
3. Остапчук Н.В. Основы математического моделирования процессов пищевых производств: [Уч. пособие.]// – К.: Вища шк. – 1991. – 367 с.

References

1. Aerovit M.E. Hydraulic Fundamentals and тепловые work apparatusov со statsyonарным куpуасchым zерновым sloem [Hydraulic and thermal basics of devices with a stationary fluidized bed grain] /M.E.Aerovit, O.M.Todes - L .: Chemistry, 168 - 512. [in Russian].
2. A.V.Lykov Heat and mass exchange (Directory) [Heat and

- Mass Transfer (Reference)]. - M .: Energy. 1987. - 500 p. [in Russian].
3. Ostapchuk N.V. Fundamentals of mathematical modeling processes pусcheвьih productions [Fundamentals of mathematical modeling of processes of food production]: [account. Tutorial] // -. K .: Vishcha wk. - 1991. - 367 p. [in Russian].

Аннотация

УПРОЩЕНИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕПЛООВОЛОГООБМИНУ

Гапонюк И.И.

В данной работе освещены возможности математического моделирования массо-теплообмена обезвоживания слоя зерна с применением критериальных уравнений.

Abstract

SIMPLIFICATION IN THE MATHEMATICAL MODELING OF HEAT VOLOHOBMINU

Haronyuk I.I.

This paper highlights the possibility of mathematical modeling of mass and heat dehydration layer grains using equations criterion.

