

МОДЕЛЮВАННЯ ЧИСЛАМИ ПОДІБНОСТІ

Гапонюк І.І., д.т.н., проф.

(Національний університет харчових технологій)

В даній роботі висвітлено можливості математичного моделювання масо-теплообміну зневоднення шару зерна числами подібності, показано можливість якісної оцінки перебігу процесів та складнощі застосування критеріальних рівнянь для чисельної оцінки перебігу цих процесів.

Постановка задачі: навести можливість застосування чисел подібності та критеріальних рівнянь в математичному моделюванні процесів тепловологообміну.

Мета досліджень: використати числа подібності для спрощеного математичного моделювання процесів зневоднення шару зерна за різних способів тепловологообміну та умови їх використання.

Основні матеріали досліджень. Пропонуємо розглянути можливість використання критеріальних чисел для спрощеного опису процесів зневоднення шару зерна конвективним та кондуктивним способами за різних параметрів і енергії течії робочого агента.

Слід відмітити, що методи математичного опису з використанням чисел подібності (критеріїв) відповідають формі початкових рівнянь та призначені для визначення температури і вологи у будь-якій точці простору:

$$f(Re, Nu, Pr, Fo, Ko, Gu, St,$$

$$Pe, Bi, Lu, Ho, d/h_{ш}, \varepsilon_{ф}, \lambda_{з}/\lambda_{ш}) = 0, \quad (1)$$

де числа Рейнольдса $Re = vl / \lambda$; Нусельта $Nu = \alpha l / \lambda$; Прандтля $Pr = \nu/a$; Фур'є $Fo = \alpha t / l_e^2$; Косовича $Ko = r\Delta u / (c\Delta\theta)$; Гухмана $Gu = (T_c - T_m)/T_c$; Стентона $St = \alpha/cpv$; Пекле $Pe = vl/a$; Біо $Bi = \alpha l_{cm} / \lambda_{cm}$; Ликова $Lu = a_m/a$; гомохронності $Ho = \nu\tau / e$; $d/h_{ш}$ — критерій геометричної подібності; фазового перетворення $\varepsilon_{ф} = du_{ф}/du$; $\lambda_{з}/\lambda_{ш}$ — відношення теплопровідності окремої зернини і шару зерна.

Вказані числа є безрозмірними і характеризують певні співвідношення між теплофізичними характеристиками $r, t, a, c, \nu, \lambda, d_e, d_{ш}, h$ та швидкістю зміни температурного поля τ , інтенсивність тепловіддачі α і теплопровідності λ , потенційні можливості

сушильного агента тощо.

Крім них використовують також сполучення чисел подібності. Так для процесів тепло-масообміну А.В.Нестеренко запропонував більш конкретну форму опису [2]

$$Nu_m = A Re^n Pr^{0,33} Gu^{0,175} (T/T_0)^2, \quad (2)$$

яка, на думку автора, відтворює процес тепломасообміну в значних межах зміни числа $Re=10^2...10^5$ та сталих $A=0,27...1,07$; $n=0,48...90$, які визначено експериментально. $Nu = 0,083 Re$ — ще одна спрощена форма подібної залежності.

Наведені числа (критерії) подібності, як і сталі коефіцієнти в рівняннях А.В.Ликова уявляють собою певні співвідношення теплофізичних характеристик зерна і робочого агента, початкового та кінцевого стану взаємодіючих речовин, масштабних співвідношень та інших характеристик апаратів і транспортних пристроїв і їх можна записати безпосередньо як співвідношення незалежних змінних

$\alpha, \beta, \lambda, \lambda_m, a, a_m, r, \nu, \varepsilon, c, c_m, t, \theta, g, l, d, p, D$, де α — коефіцієнт теплообміну, Вт/м²·К; α_m (β) — коефіцієнт масообміну (вологообміну), кг/(м²·с·Па); λ — коефіцієнт тепло про-відності, Вт/(м·К); λ_m — коефіцієнт вологопровідності, (кг вологи/(кг сух. реч.°М)); ε — коефіцієнт шпаруватості; r — коефіцієнт теплоти паротворення, Дж/кг; коефіцієнт температуропровідності $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$, м²/с; коефіцієнт

тепломасопровідності

(потенціалопродності $a_m = \frac{\lambda}{c_m \cdot \rho}$, дифузії

вологи, м²/с); ν — коефіцієнт кінематичної в'язкості, м²/с; c — теплоємність, Дж/кг·К; c_m — масоємність, (кг вологи)/(кг сух. реч.°М); ρ — густина, кг/м³; t, θ — температура робочого

агенту і зерна, °С (Т- °К); ν – швидкість робочого агента, м/с; σ — коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м; p – тиск, Па; d, l – визначальні геометричні розміри, м; $\frac{\lambda_p}{\lambda_m} = \delta_p$ –

термоградієнтний коефіцієнт молярної течії вологи (пари); D – коефіцієнт дифузії, м²/с.

Підставивши відповідні значення рівняння (1) можна записати:

$$f\left(\frac{\nu l}{\nu}; \frac{al}{\lambda}; \frac{a\tau}{l^2}; \frac{\nu}{a}; \frac{r\Delta u}{c\Delta\theta}; \frac{T_c - T_m}{T_c}; \frac{\alpha}{c\rho\nu}; \frac{\nu l}{a}; \frac{al_{cm}}{\lambda_{cm}}; \frac{\nu\tau}{e}; \frac{a_m}{a}; \frac{d}{n_u}; \frac{\lambda_3}{\lambda_u}\right) = 0, \quad (3)$$

Зауважимо, що деякі величини в числах подібності повторюються в рівнянні (1, 3) двічі, тричі і більше, що значно ускладнює уявлення про фізичний зміст, а також отримання чисельного розв'язання задачі. Тому числа подібності застосовують для якісного уявлення про перебіг процесів. Для прикладу число Косовича Ko показує, що з його збільшенням процес сушіння більш економічний, оскільки збільшується співвідношення між затратами енергії на випарювання та нагрівання. Число Ликова Li характеризує співвідношення між швидкістю нагрівання і швидкістю випарювання, тощо.

Особливість процесів зберігання зерна полягає у неоднозначності їх початкових характеристик та зовнішнього впливу при виконанні технологічних операцій. У зв'язку з невизначеністю початкових характеристик застосовують цілий ряд спрощених уявлень про процес зберігання зерна, встановлюють якісні зв'язки за допомогою відомих законів зберігання маси, енергії, кількості руху, тощо в узагальненому вигляді.

Так, в процесі взаємодії зерна з робочим агентом властивості обох компонентів змінюються в значних межах шпаруватості зерна ($\varepsilon=0,25...0,672$), гідравлічного радіусу шпаринок ($r_s=0,37...0,51$ мм), теплопровідності зерна ($\lambda=0,026...0,034$ Вт/(м·К)), теплоємності ($c=1,5...3,0$ Дж/(кг·К)). Подібні перемінні параметрів є характерними і для робочих газів.

Число Нуссельта $Nu = \alpha \cdot l / \lambda$ в умовах нагрівання та охолодження зерна в різних шарах зерна за умови зміни коефіцієнту теплообміну α в межах $\alpha=10...105$ Вт/м²·К, та температуро-провідності $\lambda=(2,6...3,35) \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К), еквівалентному діаметру шпар (1,5...2,0) · 10³ м може змінюватись в межах [7]:

$$Nu = \frac{(10...105)(1,5...2,0) \cdot 10^{-3}}{(2,6...3,35) \cdot 10^{-2}} = 1...7 \quad (4)$$

Значення числа Nu також можна отримати як функцію чисел Re і Pr у вигляді $Nu=(0,166...0,725)Re^{(0,47...0,725)}Pr^{(1/3...1/2)}$ (5)

Беручи до уваги значний діапазон зміни чисел $Re = (1...350)$ та числа $Pr = (0,601...0,703)$ очевидним буде ще більшим діапазон перемінного $Nu = (100...700)$. Для більшості задач тепловологообміну такий діапазон перемінних значень, що можна віднести до похибки, є мало прийнятним.

Теж саме стосується використання інших чисел подібності.

Висновки: 1. Числа подібності можна використовувати для якісної оцінки перебігу процесів тепловологообміну;

2. Складнощі математичного опису рівняннями із розосередженими параметрами не призводять до зменшення похибок або збільшення точності при розв'язанні задач, але задачу значно ускладнюють;

3. Невизначеність вихідних даних взаємодіючих середовищ та значний діапазон перемінних значень параметрів їх фізичних величин ускладнюють застосування критеріальних рівнянь для чисельної оцінки перебігу процесів тепловологообміну в широкому діапазоні цих перемінних величин або в часовому просторі;

4. Критеріальні рівняння з прийнятною точністю можна отримувати лише для обмеженого інтервалу перебігу процесу (перемінних параметрів фізичних величин)

Література

1. Аэров М.Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным кипящим зерновым слоем /М.Э. Аэров, О.М.Тодес – Л.: Химия, 168. – 512 с.
2. Вища математика: [Підручник] у 2-х кн., 2-е видання, перероб. і доп. Кн. I за ред. Г.Л. Кулініна. – К.: Либідь, 2003.
3. Вобликов Е.М. Зернохранилища и технологии элеваторной промышленности: Уч. пособие. – СПб.: Лань, 2005. – 208 с.
4. Гинзбург А.С. Теплофизические свойства зерна, муки и крупы / А.С. Гинзбург, М.Н. Громов – М.: Колос, 1984. – 304 с.
5. Корн Г. Справочник по математике для научных работников / Г.Корн, Т.Корн – М.: Наука, 1973. – 720 с.
6. Лыков А.В. Тепломассообмен (Справочник). – М.: Энергия. 1987. – 500 с.
7. Остапчук Н.В. Основы математического моделирования процессов пищевых производств: [Уч. пособие.]// – К.: Вища шк. – 1991. – 367 с.
8. Тихонов А.Н. Уравнение математической физики / А.Н. Тихонов, А.Л. Самарский. Изд. 5-е. – М.: Наука, 1977. – 736 с.

References

1. Aerovit M.E. Hydraulic Fundamentals and teplovые work apparatov со statsyonarnым kypyaschym zernovым sloem [Hydraulic and thermal basics of devices with a stationary fluidized bed grain] / M.E.Aerovit, O.M.Todes - L. : Chemistry, 168 - 512. [in Russian].
2. Vishcha math [Advanced Mathematics]:. [Pidruchnik] y 2 kn 2nd Vidanov, pererob. i add. Bk. Of I for Ed. G.L.Kulinina. - K. : Lybid 2003. [in Ukrainian].
3. E.M.Voblikov Zernohranylysha and technology industry elevatornoj [Granaries and technology grain elevator industry]: Ouch. allowance. - SPb. : Lan, 2005. - 208 p. [in Russian].
4. Ginzburg A.S. Teplofyzicheskiye properties of grain, flour and kupyry [Thermal properties of grain, flour and cereals] / A.S.Ginsburg, M.N.Gromov - M. : Kolos, 1984. - 304 p. [in Russian].
5. G.Korn, Handbook on mathematics for the Scientific workers [Mathematical Handbook for Scientists] / G.Korn, T.Korn - M. : Nauka, 1973. - 720 p. [in Russian].
6. A.V.Lykov Heat and Mass Transfer (Reference) [Heat and mass exchange (Directory)]. - M. : Energy. 1987. - 500 p. [in Russian].
7. Ostapchuk N.V. Fundamentals of mathematical modeling processes pyschevyyh productions [Fundamentals of mathematical modeling of processes of food production]: [account. Tutorial] // -. K. : Vishcha wk. - 1991. - 367 p. [in Russian].
8. Tikhonov Matematycheskoy equation physics [Equation of mathematical physics] / A.N.Tikhonov, A.L.Samara. Ed. 5th. - M. : Nauka, 1977 - 736 p. [in Russian].

Аннотация

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЧИСЛАМИ ПОДОБИЯ

Гапонюк И.И.

В данной работе освещены возможности математического моделирования массо-теплообмена обезвоживания слоя зерна числами сходства, показана возможность качественной оценки течения процессов и сложности применения критериальных уравнений для численной оценки течения этих процессов.

Abstract

MODELING NUMBERS SIMILARITIES

Haпonyuk I.I.

This paper highlights the possibility of mathematical modeling of mass and heat dehydration layer of grain numbers similarities possibility qualitative assessment of processes and challenges the application of criterion equations for the numerical evaluation of the course of these processes.

