І.В. Лебединець, канд. техн. наук, доц. *(ХДУХТ, Харків)*
В.А. Куценко, канд. техн. наук, доц. *(ХДУХТ, Харків)*
І.П. Педорич, ст. викл. *(ХДУХТ, Харків)*

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО Й ДЕФОРМОВАНОГО СТАНІВ ОДНОРІДНИХ ПЛАСТИН

Удосконалення розрахунків пов'язано з урахуванням впливу однорідностей реальних матеріалів на напружений і деформований стани пружних тіл. Однак труднощі, з якими доводиться стикатися під час розв'язування конкретних задач незмірно складніші аналогічних проблем класичної теорії пружності оскільки в базових диференціальних рівняннях з'являються змінні коефіцієнти.

Саме цими характерними особливостями можна пояснити той факт, що до теперішніх часів досліджені лише задачі для тіл найпростіших геометричних форм із самими елементарними залежностями характеристик пружності матеріалів від координат точок.

Це, у свою чергу, різко обмежує сферу застосування отриманих результатів: у більшості випадків такі залежності не дозволяють із припустимою точністю описувати зміни параметрів пружності реальних тіл.

Наведене нижче дослідження присвячене розробці методів визначення напружень і переміщень у пластинках із однорідних за товщиною матеріалів.

Розв'язок побудовано таким чином, що межові умови на площинах задовольняються точно. Умовам на боковій поверхні Г доводиться задовольняти, використовуючи довільність у виборі функцій λ_1, λ_2 та λ_3. Цій довільності відповідають так звані «однорідні розв'язки», які визначають напружений та деформований стани плити під час навантаження бічної поверхні Г.

Однорідні розв'язки легко відшукати, якщо покласти $X = Y = Z = 0$. Тоді випливає, що λ_1, λ_2 та λ_3 – бігармонічні функції.

Якщо визначити із відповідних залежностей L_n, N_n, то знайдемо функції S_i, T_j, та напруження й переміщення.

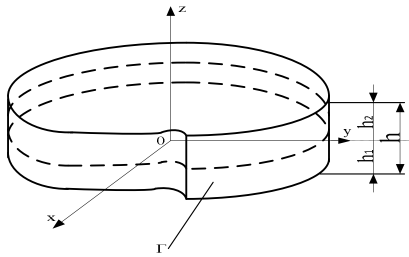

Рис. Схема плити

Отже, маємо

$$\frac{S_1}{lh} = -\left[\zeta - (\varepsilon D)^2 \left(\int\limits_{-æ_1}^{\zeta} d\zeta \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} a_2 \zeta d\zeta - \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} \frac{S}{G} d\zeta \right)\right] \Psi_1 -$$

$$-\left[1 - (\varepsilon D)^2 \left(\int\limits_{-æ_1}^{\zeta} \frac{F_1}{G} d\zeta + \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} d\zeta \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} a_2 d\zeta \right)\right] \frac{\Psi_2}{F_1^*}.$$

$$\frac{S_2}{1} = \left[1 - (\varepsilon D)^2 \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} a_2 \zeta d\zeta \right] \Psi_1 - (\varepsilon D)^2 \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} a_2 d\zeta \frac{\Psi_2}{F_1^*}.$$

$$S_3 = 0\,, \ \frac{S_4}{1} = -(\varepsilon D)^2 \left(S\Psi_1 - \frac{F_1}{F_1^*} \Psi_2 \right).$$

$$\frac{T_1}{lh} = -\left[1 - (\varepsilon D)^2 \int\limits_{-æ_1}^{\zeta} \frac{F_2}{G} d\zeta \right] \frac{\Psi_3}{F_2^*}\,, \ \frac{T_2}{l} = \frac{F_2}{F_2^*} (\varepsilon D)^2 \Psi_3\,.$$

За допомогою операторних методів розв'язування диференціальних рівнянь розглянуто задачу про напружений та деформований стани однорідних ізотропних матеріалів.

Показано, що в найпростішому випадку, запропонована теорія переходить в існуючу теорію, якщо матеріал ізотропний і однорідний.