УДК 631.362:532

ПРО КВАДРАТИЧНУ АПРОКСИМАЦІЮ РОЗПОДІЛУ ПИТОМОЇ МАСИ В ШАРІ ВІБРОСЕПАРОВАНОЇ ЗЕРНОСУМІШІ

Ольшанський В.П., д. ф.-м. н., проф.
(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)
Ольшанський О.В., к. е. н., доц.
(Харківський державний університет харчування та торгівлі)

Розподіл питомої маси (або концентрації зерен) по товщині шару вібросепарованої дрібнозернистої суміші апроксимовано квадратним трьохчленом. Запропоновано формули для обчислення коефіцієнтів трьохчлена. Вони залежать від амплітуди і частоти коливань віброрешета, наявності на його поверхні ребер, рифлів та ін. Коефіцієнти в апроксимації залежать також від товщини рухомого шару та фізико-механічних характеристик зерносуміші. Порівняння розподілів, до яких призводять запропонований спосіб та числове комп'ютерне інтегрування відповідних нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, підтвердило високу точність апроксимації. Тому створена можливість будувати і аналітичні розв'язки диференціальних рівнянь руху при обчисленнях кінематичних характеристик зернопотоків по віброрешетах, без проведення числового комп'ютерного інтегрування. В цьому відмінність даної роботи від відомих досліджень, де також розглядали віброрешітні зернопотоки змінної пористості.

Ключові слова: *концентрація зернівок, змінна пористість, апроксимація квадратним трьохчленом, коефіцієнти апроксимації, порівняльний аналіз.*

Вступ. Від пористості в шарі зерносуміші, яка рухається по віброрешету, залежить інтенсивність сегрегації, тобто інтенсивність надходження відповідних зерен суміші до отворів у решеті для просіювання. Тому в роботах [1 - 4], поряд з дослідженням потоку зерносуміші по плоскому решету, аналізували розподіл пористості в сипкому матеріалі, спричинений механічними коливаннями та дію сили тяжіння. Для цього проводили на комп'ютері числове інтегрування складених нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Така методика досліджень була використана і при розгляді зернопотоків у вертикальних циліндричних решетах віброцентрифуг [2, 5 - 7], де додатково врахована також дія відцентрової сили. Оскільки кінематичні характеристики руху зерносуміші залежать від її пористості, то перед обчисленням швидкості зернопотоку проводили обчислення пористості. Тому послідовно числовими методами розв'язували дві задачі Коші. Аналіз графіків у названих роботах показує, що монотонна зміна питомої маси (або пористості) по товщині рухомого шару невелика. Зростання питомої маси суміші по мірі переходу від її вільної поверхні до поверхні решета менше подвійного. Таку невелику монотонну зміну пористості на короткому проміжку (малій товщині рухомого шару) можна досить точно апроксимувати простими функціями, зокрема поліномами. Виходячи з цього, в даній роботі для апроксимації задіяно квадратний трьохчлен.

Метою роботи є виведення та апробація формул для розрахунку зміни питомої маси по товщині шару зерносуміші при її русі по плоскому або вертикальному циліндричному віброрешеті.

Основна частина роботи. Розглянемо спочатку варіант руху зерносуміші по плоскому віброрешету, розрахункова схема якого подана на рис. 1.

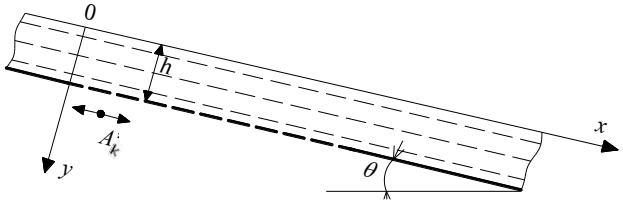

Рис. 1. Розрахункова схема руху шару зернової суміші на плоскому віброрешеті

Тут h - товщина рухомого шару суміші; θ - кут нахилу решета до горизонту; A_k - амплітуда повздовжніх коливань решета з частотою ω.

Згідно з [1, 2, 3], зміна питомої маси суміші по координаті y, $\rho = \rho(y)$, описується виразом:

$$\rho(y) = \gamma \cdot \nu(y),$$

в якому γ - питома маса матеріалу зернини; $\nu(y)$ - концентрація зернівок у суміші.

Функція $\nu = \nu(y)$ є роз'язком нелінійного диференціального рівняння:

$$\frac{d}{dy}\left[\alpha\psi\left(\frac{d\nu}{dy}\right)^2\right] - \gamma g\cos\theta\nu = 0, \qquad (1)$$

при початкових умовах:

$$\nu(0) = \nu_0;\ \left.\frac{d\nu}{dy}\right|_{y=0} = 0. \qquad (2)$$

Тут $\psi = \dfrac{\sqrt{1+\varphi^2}-\varphi}{\varphi}$; $\varphi = \dfrac{f_0}{2}\left(1+e^{-B}\right)$;

$B = \dfrac{A_k\omega^2}{g}$; f_0 - коефіцієнт внутрішнього сухого тертя в суміші в стані спокою; g - прискорення вільного падіння; α - феноменологічна стала, значення якої залежить від наявності на поверхні решета ребер, рифлів та інших інтенсифікаторів процесу сегрегації; ν_0 - значення концентрації зернівок біля вільної поверхні суміші.

Щоб не розв'язувати числовими методами задачу Коші, подану виразами (1), (2), уводимо апроксимацію:

$$\nu(y) = \nu_0\left(1 + \frac{a}{h}y + \frac{в}{h^2}y^2\right), \qquad (3)$$

де $a = 0{,}3483\left(\dfrac{\beta h^3}{\nu_0}\right)^{\lambda/3}$; $в = 0{,}6797\left(\dfrac{\beta h^3}{\nu_0}\right)^{\lambda/3}$;

$\lambda = 1{,}579$; $\beta = \dfrac{\gamma g\cos\theta}{2\alpha\psi}$.

На цю апроксимацію звертають увагу в [8].

Уведенням позначення $\nu_* = \nu(h)$, залежності (3) надаємо вигляд:

$$\nu(y) = \nu_0\left[1 + \frac{\dfrac{\nu_*}{\nu_0}-1}{1{,}028}\left(0{,}3483\frac{y}{h} + 0{,}6797\frac{y^2}{h^2}\right)\right], \qquad (4)$$

який використаємо далі для аналізу точності апроксимації. Крім значень ν, будемо обчислювати і значення пористості ε по формулі:

$$\varepsilon = \varepsilon(y) = 1 - \nu(y). \qquad (5)$$

Для порівняльного аналізу використаємо числові результати з [9, табл. 2]. Одержані там значення $\nu(y)$ і $\varepsilon(y)$ для різних y вказано в табл. 1.

Таблиця 1

Значення $\nu(y)$ і $\varepsilon(y)$, одержані двома способами

y/h	Значення в [9]		Обчисленні по (4), (5)	
	$\nu(y)$	$\varepsilon(y)$	$\nu(y)$	$\varepsilon(y)$
0,00	0,325	0,675	0,325	0,675
0,25	0,337	0,663	0,338	0,662
0,50	0,360	0,640	0,358	0,642
0,75	0,389	0,611	0,388	0,612
1,00	0,425	0,575	0,425	0,575

Згідно з [9], маємо: $\nu_0 = 0{,}325$, $\nu_* = 0{,}425$. Їм відповідає: $(\nu_*/\nu_0 - 1)/1{,}028 = 0{,}2993$, що підставляємо в формулу (4), а потім проводимо обчислення по ній $\nu(y)$. Отримано таким чином числові результати теж вказано в табл. 1. Вони мало відрізняються від тих, що в [9]. Розбіжності менші 1%. Додатково вкажемо, що точки з координатами y/h, $\varepsilon(y)$ майже не відхиляються від графіка 1 на рис. 2, який одержано числовим інтегруванням рівняння (1) в роботі [2, гл. 2, рис. 2.6]. Отже є підстави вважати прийнятною для інженерних розрахунків наближену формулу (3), тобто апроксимацію квадратним трьохчленом.

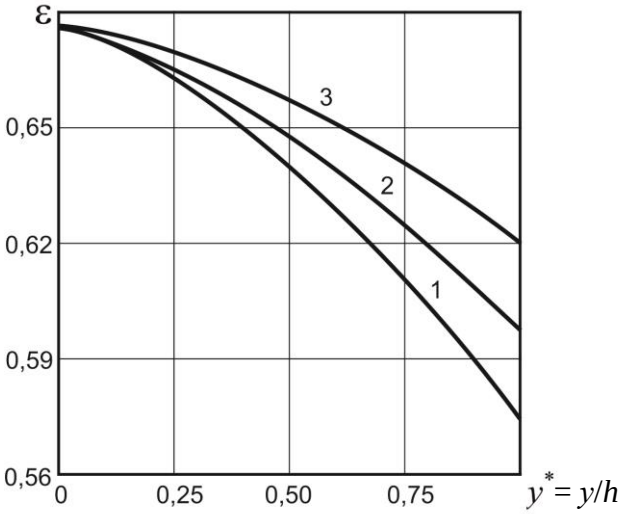

Рис. 2. Залежності ε від y^*, запозичені з [2]

Поширимо далі розглянуту апроксимацію на випадок руху шару зерносуміші у вертикальному циліндричному решеті віброцентрифуги. Йому відповідає розрахункова схема, зображена на рис. 3.

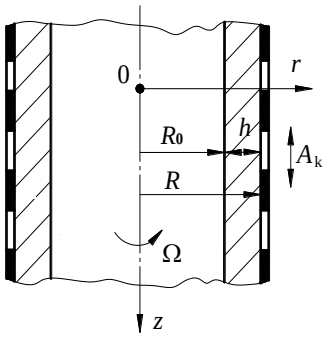

Рис. 3. Розрахункова схема вертикального циліндричного решета з сепарованою сумішшю

Тут r - радіальна координата; R_0 - радіус вільної поверхні суміші; R радіус решета; h - товщина шару; Ω - кутова швидкість обертання решета; A_k - амплітуда вертикальних коливань решета з частотою ω.

Для розрахунку розподілу пористості по координаті r автори робіт [2, 5, 6] проводять числове інтегрування нелінійного диференціального рівняння:

$$\frac{d}{dr}\left[\alpha(\Phi+2)\left(\frac{d\nu}{dr}\right)^2\right]+\frac{2\alpha}{r}\left(\frac{d\nu}{dr}\right)^2-\gamma\Omega^2 r\nu=0, \quad (6)$$

при крайових умовах:

$$\nu(R_0)=\nu_0;\ \left.\frac{d\nu}{dr}\right|_{r=R_0}=0. \quad (7)$$

Крім уведених раніше позначень, тут:

$$\Phi=\frac{\sqrt{1+\varphi_*^2}-\varphi_*}{\varphi_*};\ \varphi_*=\frac{f_0}{2}\left(1+e^{-G}\right);\ G=\frac{A_k\omega^2}{R\Omega^2}.$$

Щоб не проводити числове інтегрування в задачі (6), (7), пропонуємо задіяти апроксимацію, аналогічну (3):

$$\nu(r)=\nu_0\left[1+\frac{a_*}{h}(r-R_0)+\frac{в_*}{h^2}(r-R_0)^2\right], \quad (8)$$

де $a_*=0{,}3483\left(\frac{\beta_* h^3}{\nu_0}\right)^{\lambda/3}$; $в_*=0{,}6797\left(\frac{\beta_* h^3}{\nu_0}\right)^{\lambda/3}$;

$\lambda=1{,}579;\ \beta_*=\frac{\gamma(R-0{,}5h)\Omega^2}{2\alpha(\Phi+2)}$.

Уведенням позначення $\nu_*=\nu(R)$, формулі (8) надаємо вигляд:

$$\nu(r)=\nu_0\left[1+\frac{\frac{\nu_*}{\nu_0}-1}{1{,}028}\left(0{,}3483r_*+0{,}6797r_*^2\right)\right], \quad (9)$$

де $r_*=\frac{r-R_0}{h}$.

Далі вираз (9) використаємо для перевірки точності апроксимації (8).

Числовим комп'ютерним інтегруванням у роботі [2, гл. 2, рис. 2.31] одержано розподіли $\varepsilon(r)=1-\nu(r)$, подані на рис. 4.

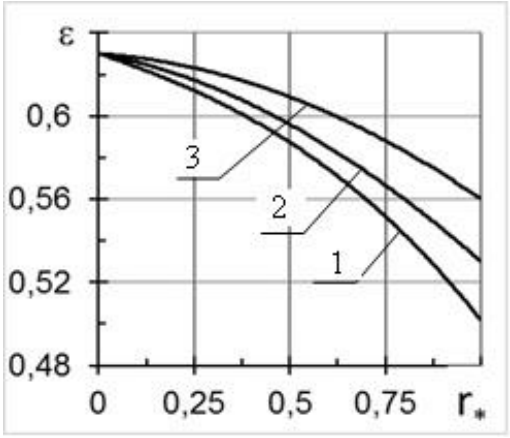

Рис. 4. Розподіли пористості по товщині шару зерносуміші в [2]

На графіку 1 цього рисунка маємо: $\nu_0=0{,}367$; $\nu_*=0{,}497$. Їм відповідає: $(\nu_*/\nu_0-1)/1{,}028=0{,}3446$, що і підставляємо в формулу (9). Подальші обчислення по цій формулі призводять до табл. 2.

Таблиця 2

Значення $\nu(r)$ і $\varepsilon(r)$ для порівняння з графіком 1 на рис. 4

r_*	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$\nu(r)$	0,367	0,383	0,411	0,448	0,497
$\varepsilon(y)$	0,633	0,617	0,589	0,552	0,503

Розраховані точки з координатами: r_*, $\varepsilon(y)$ мало відхиляються від графіка 1.

На графіку 3, що на рис. 4: $\nu_0=0{,}367$; $\nu_*=0{,}437$. Для цих концентрацій: $(\nu_*/\nu_0-1)/1{,}028=0{,}1855$, що підставляємо в (9) і приводимо обчислення $\nu(r)$ і $\varepsilon(y)$. Одержані результати заносимо в табл. 3.

Таблиця 3

Значення $\nu(r)$ і $\varepsilon(r)$ для порівняння з графіком 3 на рис. 4

r_*	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$\nu(r)$	0,367	0,376	0,390	0,411	0,437
$\varepsilon(y)$	0,633	0,624	0,610	0,589	0,563

Одержані тут точки теж близькі до графіка 3 на рис. 4.

Отже, розподіл пористості в шарі зерносуміші, що рухається у вертикальному циліндричному віброрешеті можна розраховувати по формулі (8).

Висновки. Дослідження показало, що запропонована апроксимація зміни питомої маси по товщині рухомого шару сепарованої зерносуміші цілком прийнятна для інженерних розрахунків. При цьому можна не проводити числове комп'ютерне інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, що спрощує подальший інженерний розрахунок кінематичних характеристик зернопотоку.

Література

1. Тищенко Л.Н. К исследованию движения зерновой смеси на решете под действием вибраций / Л.Н.Тищенко, М.В.Пивень // Науковий вісник НАУ.- Київ: НАУ, 2002.- Вип. 49.- С. 329-336.
2. Пивень М.В. Обоснование параметров решетного сепарирования зерновых смесей: дис…. канд. техн. наук: 05.05.11 / М.В.Пивень.- Харьков: ХНТУСХ им. П.Василенко, 2006.- 260 с.
3. Тищенко Л.Н. Исследование послойного движения зерновых смесей на плоских вибрационных решетах / Л.Н.Тищенко, А.В.Миняйло, М.В.Пивень, С.А.Харченко // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2007. – Вип. 59. Т.1. – С.69-76.
4. Тищенко Л.Н. Экспериментальные исследования внутрислоевых процессов в плоскорешётных вибрационных сепараторах / Л.Н.Тищенко, М.В.Пивень // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця, 2015. - №4(80). – С.206-211.
5. Тищенко Л.Н. Моделирование процессов зерновых сепараторов / Л.Н.Тищенко, Д.И.Мазоренко, М.В.Пивень и др. – Харків: Міськ. друк., 2010. – 360с.
6. Тищенко Л.Н. Обоснование процесса сегрегации зерновых смесей при сепарировании виброцентробежными решетами / Л.Н.Тищенко, М.В.Пивень, В.В.Бредихин // Motrol. Motorization and power industry in agriculture. – Lubbin, 2013. – vol. 15, №7 – P.105-112.
7. Тищенко Л.Н. Экспериментальные исследования внутреслоевых процессов в зерновых смесях, сепарируемых цилиндрическими, виброцентробежными решетами / Л.Н.Тищенко, М.В.Пивень // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2016. - Вип. 173. – С.153-160.
8. Ольшанський В.П. Апроксимація розподілу пористості в шарі зерносуміші на плоскому віброрешеті / В.П.Ольшанський, С.В.Ольшанський, М.В.Любин // Вібрації в техніці та технологіях.- Вінниця, 2016, № 2(82).- С. 94-100.
9. Ольшанський В.П. Табличний спосіб визначення пористості в шарі зерносуміші на плоскому віброрешеті / В.П.Ольшанський, О.В.Ольшанський // Інженерія переробних і харчових виробництв.- Харків, 2016, №1(1).- С. 16-20.

References

1. Tishchenko L.N. Motion Studies zernovoy mixture in sieve pod action vybratsyy [On the study of the movement of grain mixture on a sieve under the influence of vibration] / L.N.Tischenko, M.V.Piven // Naukova News NAU.- Kyiv: NAU 2002.- VIP. 49.- pp 329-336. [in Russian].
2. Piven M.V. Rationale parameters reshetnoho separyrovanyya grain mixture [Justification settings sieve separation of grain mixes]: Dis .... cand. tehn. Sciences: 05.05.11 / M.V.Piven.- Kharkov: HNTUSKH them. P.Vasilenko, 2006.- 260 p. [in Russian].
3. Tishchenko L.N. Study posloynoho movement grain mixture on flat vybratsyonnыh sieve [Research layering movement of grain mixes on flat vibrating sieves] / L.N.Tischenko, A.V.Minyaylo, M.V.Piven, S.A.Harchenko // Mehanizatsiya silskogospodarskogo virobnitstva: News HNTUSG. - Kharkiv: HNTUSG, 2007 - Vip. 59. V.1. - S.69-76. [in Russian].
4. Tishchenko L.N. Eksperymentalnыe Studies vnutrysloevыh processes in ploskoreshётnыh vybratsyonnыh separators [Experimental studies intralayer processes ploskoreshётnyh vibratory separators] / L.N.Tischenko, M.V.Piven // Vibratsiї in tehnitsi that tehnologiyah. - Vinnitsa, 2015. - №4 (80). - S.206-211. [in Russian].
5. Tishchenko L.N. Modeling processes grain separators [Modelling of processes of grain separators] / L.N.Tischenko, D.I.Mazorenko, M.V.Piven etc. - Kharkiv:. Misk. Druk, 2010. -. 360s. [in Russian].
6. Tishchenko L.N. Rationale racial segregation process grain mixture in the sieve separyrovanyy vybrotsentrobezhnыmy [Justification of the process of segregation of grain mixes with separation vibrocentrifugal sieves] / L.N.Tischenko, M.V.Piven, V.V.Bredihin // Motrol. Motorization and power industry in agriculture. - Lubbin, 2013. - vol. 15, №7 - R.105-112. [in Russian].
7. Tischenko L.N. Eksperymentalnыe Studies vnutresloevыh processes in the grain mixture, separyruemыh tsylyndrycheskymy, vybrotsentrobezhnыmy sieve [Experimental studies vnutresloevyh processes in the cereal mixtures of separated cylindrical vibrocentrifugal sieves] / L.N.Tischenko, M.V.Piven // Mehanizatsiya silskogospodarskogo virobnitstva: News HNTUSG. - Kharkiv: HNTUSG, 2016. - Vip. 173. - S.153-160. [in Russian].
8. V.P.Olshansky Aproksimatsiya rozpodilu poristosti in shari zernosumishi on flat vibroresheti [Approximation distribution of porosity in a layer on a flat zernosumishi vibroresheti]/ V.P.Olshansky, S.V.Olshansky, M.V.Lubin // Vibratsiї in tehnitsi that tehnologiyah.- Vinnitsa, 2016, № 2(82).- S. 136-139. [in Ukrainian].
9. V.P.Olshansky Tabular sposib viznachennya poristosti in shari zernosumishi on flat vibroresheti [Tabular method for determining porosity in a layer on a flat zernosumishi vibroresheti] / V.P.Olshansky, O.V.Olshansky // Inzheneriya pererobnih i nutritive virobnitstv.- Kharkiv, 2016, №1(1).- S. 16-20. [in Ukrainian].

Аннотация

О КВАДРАТИЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УДЕЛЬНОЙ МАССЫ В СЛОЕ ВИБРОСЕПАРОВАНОИ ЗЕРНОСМЕСИ

Ольшанский В.П., Ольшанский А.В.

Распределение удельной массы (или концентрации зерен) по толщине слоя вибросепарованой мелкозернистой смеси аппроксимировано квадратным трехчленом. Предложены формулы для вычисления коэффициентов трехчленав. Они зависят от амплитуды и частоты колебаний виброрешета, наличия на его поверхности ребер, рифлей и др. Коэффициенты в аппроксимации зависят также от толщины подвижного слоя и физико-механических характеристик зерносмеси. Сравнение распределений, к которым приводят предложенный способ и численное компьютерное интегрирование соответствующих нелинейных дифференциальных уравнений второго

порядка, подтвердило высокую точность аппроксимации. Поэтому создана возможность строить и аналитические решения дифференциальных уравнений движения при вычислениях кинематических характеристик зернопотоков по виброрешетах, без проведения численного компьютерного интегрирования. В этом отличие данной работы от известных исследований, где также рассматривали виброрешетные зернопотоки переменной пористости.

Ключевые слова: *концентрация зерен, переменная пористость, аппроксимация квадратным трехчленом, коэффициенты аппроксимации, сравнительный анализ.*

Abstract

ABOUT SQUARE APPROXIMATION OF DISTRIBUTION A MASS IN LAYER OF GRAIN MIXTURE ON VIBRATING SIEVE

Olshansky V.P., Olshansky O.V.

Distribution of mass intecity (or concentration grains) in layer of grain mixture is approximate of square polynom. A formula for calculating the polynoms coefficients is obtained. Coefficient depend on the amplitude and frequency of vibration sieve, the presence on the hith surface of ribs. The coeffiients in approximation also depend on the thickness of the mobile layer and physical and mechanical haracteristucs of grain mixture. A comparison of distribution to which lead the proposed method and computer mumercal integration of the corresponding nonlinear differential equations of the second order, confirmed the high accuracy of approximation. Therefore created the opportunity to build of analytical solutions of differential equations of motion in the calculation of kinematic characteristics of grain flow on sieve, without a computer numerical integration. This difference of work from renowned research, thich also saw grain flows with variable pororosity/

Keywords: *concentration of grain, variable porosity, square polynom approximation, coefficients of approximation, comparative analysis.*