

ПРО РУХ ЗЕРНОСУМІШІ ЗМІННОЇ ПОРИСТОСТІ НА ПЛОСКОМУ ВІБРОРЕШЕТІ

Ольшанський В.П., д.ф.-м.н.,

(Харьковський національний технічний університет сільськогосподарського господарства
імені Петра Василенка)

Ольшанський О.В., к.е.н.

(Харківський державний університет харчування та торгівлі)

Розроблено аналітичний спосіб розрахунку усталеного руху зерноsumіші на плоскому віброрешеті, що нахилене до горизонту. Інтегруванням диференціального рівняння виведено замкнені формули для обчислень швидкості зернопотоку та продуктивності віброрешета. В дослідженнях використана континуальна модель руху сепарованої суміші, як неоднорідного сипкого середовища зі змінною питомою масою (пористістю) по товщині рухомого шару суміші. Зміна питомої маси апроксимована степеневою залежністю методом Ейткена. Побудовано аналітичний розв'язок диференціального рівняння зернопотоку, складеного з використанням двохпараметричної реологічної залежності, в якій складова лінійного в'язкого опору доповнена складовою сухого тертя, пропорційного внутрішньому надлишковому тиску в суміші. Цим узагальнено відомі континуальні моделі руху зерноsumішей, як неоднорідних вібророзріджених сипких матеріалів. Наведено приклади розрахунків, в яких досліджено вплив різних чинників, зокрема значень реологічних констант і зміни пористості в суміші по товщині рухомого шару, на кінематичні характеристики зернопотоку.

Ключові слова: плоске нахилене віброрешето, усталений зернопотік, зміна пористості, лінійно-в'язкий опір, залишкове сухе тертя, швидкість руху, продуктивність решета.

Вступ. У відомих теоретичних дослідженнях руху сепарованих сипких матеріалів по нахиленому плоскому віброрешету зазвичай на комп'ютері, числовими методами, послідовно розв'язували дві задачі Коші [1, 2, 3]. Перша пов'язана з розрахунком розподілу питомої маси по товщині шару зерноsumіші, а друга – з обчисленням швидкості зернопотоку та продуктивності віброрешета. У другій задачі, при обчисленні кінематичних характеристик зернопотоку, використовували результати розв'язання першої задачі. На відміну від указаних вище публікацій, тут пропонується наближений аналітичний спосіб розрахунку кінематики зернопотоку, без проведення числового інтегрування диференціальних рівнянь. Для цього розподіл питомої маси по товщині шару сепарованої суміші, зумовлений механічними коливаннями та дією сили гравітації, апроксимуємо степеневою функцією. Використання такої функції та двохпараметричної реологічної залежності, в якій дотичне напруження, що виникає в зерноsumіші, прийнято пропорційним швидкості деформацій зсуву і враховано сухе тертя, призводить до лінійного диференціального рівняння руху, яке інтегрується аналітично. Тому вдається одержати в елементарних функціях замкнені формули для розрахунку кінематичних параметрів зернопотоку, що є альтернативою числовому комп'ютерному методу. Цим

результатом дана робота відрізняється від інших публікацій за вказаною темою. Вона узагальнює відомі аналітичні залежності, одержані раніше на підставі гідродинамічних моделей руху [4, 5].

Метою статті є виведення та апробація нових розрахункових формул для обчислень швидкості зернопотоку та продуктивності плоского віброрешета.

Основна частина роботи. Виходимо з розрахункової схеми, зображеної на рисунку 1.

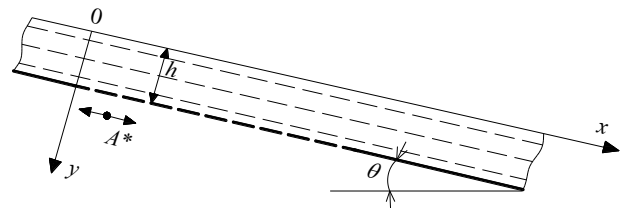


Рис. 1. Розрахункова схема руху шару зернової суміші на плоскому віброрешеті

Тут h – товщина рухомого шару суміші; θ – кут нахилу решета до горизонту; A^* – амплітуда коливань решета з частотою ω ; x, y – відповідно повздожня і поперечна координати.

Для розрахунку зміни концентрації зернівок $v = v(y)$ по товщині шару в роботах [1, 2, 3] числовими методами на комп'ютері розв'язували наступну задачу Коші:

$$\frac{d}{dy} \left[\alpha \psi \left(\frac{dv}{dy} \right)^2 \right] - \gamma g \cos \theta v = 0; \quad (1)$$

$$v(0) = v_0; \left. \frac{dv}{dy} \right|_{y=0} = 0.$$

$$\text{Тут } \psi = \frac{\sqrt{1+\varphi^2} - \varphi}{\varphi}; \quad \varphi = \frac{f_0}{2}(1+e^{-B}); \quad B = \frac{A^* \omega^2}{g};$$

f_0 – коефіцієнт внутрішнього сухого тертя в суміші в стані спокою; g – прискорення вільного падіння; γ – питома маса матеріалу зернини; α – феноменологічна стала, значення якої залежить від стану поверхні решета (наявності ребер, рифлів та ін.).

Аналіз результатів числового інтегрування рівняння (1) показує, що функцію $v(y)$ можна апроксимувати степеневою залежністю [6]

$$v = v(y) = v_0(1 + a y^\lambda), \quad (2)$$

$$\text{де } a = 1,028 \left(\frac{\gamma g \cos \theta}{2\alpha \psi v_0} \right)^{0,5263}; \quad \lambda = 1,579; \quad v_0 -$$

концентрація зернівок біля вільної поверхні суміші.

Для тих значень параметрів, що властиві практиці вібророзпарування, похибка апроксимації (2) менша 1%. Тому, замість числового інтегрування рівняння (1), будемо використовувати формулу (2).

Для аналітичного розрахунку кінематичних характеристик зернопотоку проінтегруємо далі рівняння рівноваги елемента шару суміші висотою dy :

$$\frac{d\tau}{dy} = -\gamma g \sin \theta v(y),$$

при початковій умові:

$$\tau(0) = 0,$$

що виражає відсутність дотичного напруження $\tau = \tau(y)$ на вільній поверхні $y = 0$.

Інтегрування дає:

$$\tau = -\gamma g \sin \theta \int_0^y v(t) dt, \quad (3)$$

тобто розподіл τ по y нелінійний, коли $v(t) \neq \text{const}$. Саме про це йде мова в [7].

Щоб вивести рівняння руху суміші, використаємо двохпараметричну реологічну залежність з [8, 9]:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - f p(y) \text{sign}(u). \quad (4)$$

Тут μ, f – реологічні коефіцієнти, причому перший характеризує в'язке, а другий – залишкове сухе тертя в вібророзрідженій суміші; $u = u(y)$ – швидкість усталеного зернопотоку в напрямі вісі ox ; $p(y)$ –

внутрішній надлишковий тиск у суміші.

Останній подається виразом:

$$p(y) = \gamma g \cos \theta \int_0^y v(t) dt.$$

Тому формула (4) набуває вигляд:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - f \gamma g \cos \theta \int_0^y v(t) dt, \quad (5)$$

оскільки $u \geq 0$.

Із рівності правих частин в (3), (5) витікає рівняння руху суміші:

$$\frac{du}{dy} = -\frac{\gamma g}{\mu} (\sin \theta - f \cos \theta) \int_0^y v(t) dt, \quad (6)$$

при умові, що: $\sin \theta - f \cos \theta > 0$.

Початковою умовою до (6) є:

$$u(h) = u_0, \quad (7)$$

де u_0 – швидкість ковзання суміші по поверхні віброрешета.

Задача Коші, подана виразами (6), (7), має розв'язок в квадратурах:

$$u = u(y) = \frac{\gamma g}{\mu} (\sin \theta - f \cos \theta) \int_0^h \int_0^y v(t) dt dy + u_0. \quad (8)$$

Підставивши в (8) вираз (2), інтегруванням виводимо формулу швидкості зернопотоку:

$$u(y) = c \left[\frac{h^2 - y^2}{2} + a \frac{h^{\lambda+2} - y^{\lambda+2}}{(\lambda+1)(\lambda+2)} \right] + u_0. \quad (9)$$

В ній $c = \frac{\gamma g v_0}{\mu} (\sin \theta - f \cos \theta) > 0$.

Якщо $\sin \theta - f \cos \theta < 0$, то слід покласти $f = 0$.

Із (9), при $y = 0$, витікає формула максимальної швидкості зернопотоку:

$$\max u = \frac{c h^2}{2} \left[1 + \frac{2a h^\lambda}{(\lambda+1)(\lambda+2)} \right] + u_0. \quad (10)$$

Для обчислення середньої швидкості одержуємо:

$$u_{cp} = \frac{1}{h} \int_0^h u(y) dy = \frac{c h^2}{3} \left[1 + \frac{3a h^\lambda}{(\lambda+1)(\lambda+3)} \right] + u_0. \quad (11)$$

З'ясуємо, якими будуть розрахункові швидкості, якщо для обчислення їх використати осереднене значення концентрації зернівок по товщині шару:

$$v_c = \frac{1}{h} \int_0^h v(y) dy = \left(1 + a \frac{h^\lambda}{\lambda+1} \right) v_0.$$

Оскільки $2/(\lambda+2) < 1$, то із (10) витікає, що:

$$\frac{c h^2}{2} < \max u < \frac{c h^2}{2} v_c.$$

Аналогічно, враховуючи, що $3/(\lambda+3) < 1$, із (11) одержуємо нерівність:

$$\frac{ch^2}{3} < u_{cp} < \frac{ch^2}{3} \frac{v_c}{v_0}.$$

Отже, модель однорідної суміші, з концентрацією зернівок $v = v_c = \text{const}$, дає завищені значення швидкості.

Якщо в (9), (10) прийняти $a=0$, $\gamma v_0 = \rho$, то вони будуть співпадати з виразами швидкості, одержаними раніше в [8]. При $a=f=0$, $\gamma v_0 = \rho$, формули (9), (10) переходять у надруковані в [5], де була використана гідродинамічна модель руху. Отже, отримані тут результати більш загальні за відомі в літературі.

Наявність аналітичних виразів для $v(y)$ і $u(y)$ дає можливість вивести формулу для обчислення масової продуктивності решета P з шириною робочої (перфорованої) частини H . Оскільки,

$$P = \gamma H \int_0^y v(y) u(y) dy,$$

то після підстановки сюди виразів (2) і (9), одержуємо:

$$P = \gamma H v_0 \left\{ u_0 h \left(1 + \frac{ah^2}{\lambda+1} \right) + ch^3 \left[\frac{1}{3} + \frac{2ah^2}{(\lambda+1)(\lambda+3)} + \frac{a^2 h^{2\lambda}}{(\lambda+1)^2 (2\lambda+3)} \right] \right\}. \quad (12)$$

Знаючи P , легко знайти і питому завантаженість решета q , бо:

$$q = P/(LH),$$

де L – довжина робочої (перфорованої) частини решета.

Таким чином, викладений аналітичний спосіб зводить обчислення $u(y)$, P і q до використання компактних розрахункових

формул.

Розглянемо приклади розрахунків. Для проведення обчислень приймаємо: $A^* = 0,0075$ м; $\omega = 41,86 \text{ с}^{-1}$; $\theta = 8^\circ$; $h = 0,01$ м; $u_0 = 0$; $\gamma = 1350 \text{ кг/м}^3$; $f_0 = 0,47$ та різні значення v_0 , α , μ , f .

Одержані по (9) при $\alpha = 0,05 \text{ Н}$; $\mu = 0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $f = 0,05$ профілі швидкості для трьох значень v_0 зображені на рисунку 2.

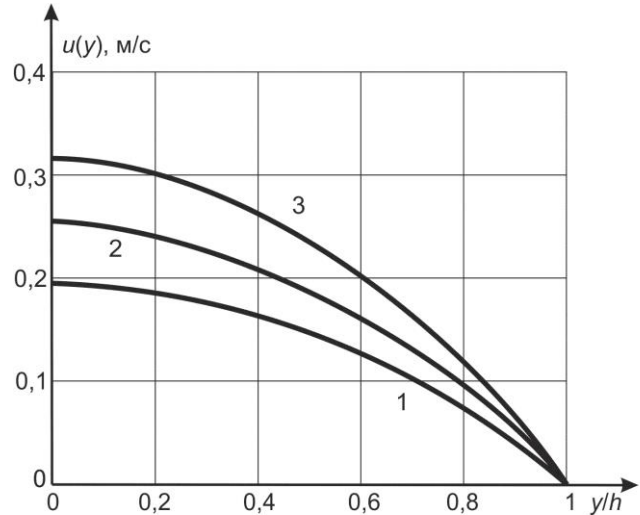


Рис. 2. Профілі швидкості зернопотоків: 1 – $v_0 = 0,3$; 2 – $v_0 = 0,4$; 3 – $v_0 = 0,5$

Розрахунки показують, що від v_0 суттєво залежить швидкість зернопотоку, особливо при $y = 0$.

Інформація про вплив константи α на $u(0)$ надана в табл. 1. Обчислення швидкості проведено по (10) при $\mu = 0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $f = 0,05$ для трьох значень v_0 і α .

Таблиця 1

Максимальні швидкості зернопотоку при різних v_0 і α

v_0	$\alpha = 0,01 \text{ Н}$	$\alpha = 0,05 \text{ Н}$	$\alpha = 0,50 \text{ Н}$
	Значення $10u(0)$, м/с		
0,3	2,149	1,939	1,828
0,4	2,797	2,556	2,429
0,5	3,438	3,170	3,028

Записані в табл. 1 результати показують, що при збільшенні v_0 , як і на рис. 2, має місце зростання швидкості руху суміші по решету. Зі зростанням α швидкість зернопотоку

зменшується, але залежність $u(y)$ від α несуттєва.

Кінематичні характеристики зернопотоку також суттєво залежить від

значень реологічних сталих μ і f . Це підтверджують результати розрахунків по формулах (9), (12), записані в табл. 2 і табл. 3. Обчислення проведено при $v_0 = 0,4$; $\alpha = 0,05$ Н.

Таблиця 2

Максимальні швидкості зернопотоку при різних μ і f

μ , Па·с	$f = 0,01$	$f = 0,03$	$f = 0,05$	$f = 0,07$
	Значення $10u(0)$, м/с			
0,10	3,685	3,120	2,556	1,991
0,12	3,071	2,600	2,130	1,659
0,14	2,632	2,229	1,825	1,422
0,16	2,303	1,950	1,597	1,245

Таблиця 3

Продуктивності решета при різних μ і f

μ , Па·с	$f = 0,01$	$f = 0,03$	$f = 0,05$	$f = 0,07$
	Значення P/H , кг/(м·с)			
0,10	1,464	1,240	1,015	0,791
0,12	1,220	1,033	0,846	0,659
0,14	1,046	0,886	0,725	0,565
0,16	0,915	0,775	0,635	0,494

Висновки:

1. Виведені вище формули дають можливість досить просто враховувати зміну пористості зерноsumіші по товщині рухомого шару, без використання числових методів інтегрування при розрахунках кінематичних характеристик зернопотоку.

2. Швидкість зернопотоку, а також масова продуктивність плоского віброрешета суттєво залежать від пористості суміші біля її вільної поверхні, а також від обох констант у реологічній залежності, яка враховує набуте в'язке і залишкове сухе внутрішнє тертя у сипкому матеріалі в умовах вібрацій.

Література

1. Тищенко Л.Н. К исследованию движения зерновой смеси на решете под действием вибраций / Л.Н.Тищенко, М.В.Пивень // Науковий вісник НАУ. – Київ: НАУ, 2002. – Вип. 49. – С. 329-336.
2. Пивень М.В. Обоснование параметров процесса решетного сепарирования зерновых смесей: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.11 / М.В.Пивень. – Харьков: ХНТУСГ им. П. Василенко, 2006. – 260 с.
3. Тищенко Л.Н. Исследование послынного движения зерновых смесей на плоских вибрационных решетках / Л.Н.Тищенко, А.В.Миняйло, М.В.Пивень, С.А.Харченко // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2007. – Вип. 59. Т. 1. – С. 69-76.
4. Тищенко Л.Н. Гидродинамика сепарирования зерна / Л.Н.Тищенко, В.П.Ольшанский, С.В.Ольшанский. – Харьков: Міськдрук, 2010. – 174 с.
5. Тищенко Л.Н. Виброрешетная сепарация зерновых смесей / Л.Н.Тищенко, В.П.Ольшанский, С.В.Ольшанский. – Харьков:

6. Міськдрук, 2011. – 280 с.
6. Ольшанський В.П. Апроксимація розподілу пористості в шарі зерноsumіші на плоскому віброрешеті / В.П.Ольшанський, С.В.Ольшанський // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця, 2016. – № 2 (82). – С. 136-139.
7. Долгуин В.Н. Быстрые гравитационные течения зернистых материалов: техника измерения, закономерности, технологическое применение / В.Н.Долгуин, В.Я.Борщев. – М.: Машиностроение, 2005. – 73 с.
8. Тищенко Л.М. Про рух по решету вібророзріджених зернових сумішей з внутрішнім в'язко-сухим тертям / Л.М.Тищенко, В.П.Ольшанський, С.В.Ольшанський // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця, 2016. – № 1 (81). – С. 145-148.
9. Ольшанський В.П. Математичні моделі зернопотоків по віброрешетах / В.П.Ольшанський, О.В.Ольшанський. – Харків: Міськдрук, 2016. – 140 с.

References

1. Tishchenko L.N. K Motion Studies zernovoy mixture in sieve pod action vybratsyy [On the study of the movement of grain mixture on a sieve under the influence of vibration] / L.N.Tishchenko, M.V.Piven // News of NAU. - Singapore: UNAM, 2002. - Vip. 49. - P. 329-336. [in Russian].
2. Piven M.V. Rationale process parameters reshetnoho separirovaniya grain mixture [Justification process parameters sieve separation of grain mixes]: dis. ... Cand. tehn. Sciences: 05.05.11 / M.V.Piven. - Kharkov: HNTUSG them. P. Vasilenko, 2006. - 260 p. [in Russian].
3. Tishchenko L.N. Study poslynnogo movement grain mixture on flat vybratsyonnyh sieve [Research layering movement of grain mixes on flat vibrating sieves] / L.N.Tishchenko, A.V.Minaylo, M.V.Piven, S.A.Harchenko // Mehanizatsiya silskogospodarskogo

- virobnitstva: News HNTUSG. - Kharkiv: HNTUSG, 2007 - Vip. 59. T. 1. - P. 69-76. [in Russian].
4. Tishchenko L.N. Fluid dynamics separirovaniya grain [Hydrodynamics separation grain] / L.N.Tishchenko, V.P.Olshansky, S.V.Olshansky. - Kharkiv: Miskdruk, 2010. - 174 p. [in Russian].
5. Tishchenko L.N. Vybroreshetnaya separatsyya grain mixture [Vibroreshetnaya separation of grain mixes] / L.N.Tishchenko, V.P.Olshansky, S.V.Olshansky. - Kharkiv: Miskdruk, 2011. - 280 p. [in Russian].
6. Olshansky V.P. Aproksimatsiya rozpodilu poristosti in shari zernosumishi on flat vibroresheti [Approximation distribution of porosity in a layer on a flat zernosumishi vibroresheti] / V.P.Olshansky, S.V.Olshansky // Vibratsii in tehntsi that

tehnologiyah. - Vinnitsa, 2016. - № 2 (82). - S. 136-139. [in Ukrainian].
7. Dolgunin V.N. Speed hravytatsyonnyye techenyya zernystykh materials: measuring technics, zakonomernosty, Technological Application [Quick gravitational flow of granular materials]: Measuring equipment, patterns, technological application / V.N.Dolgunin, V.Ya.Borschëv. - M.: Engineering, 2005. - 73 p. [in Russian].
8. Tischenko L.M. About ruh by sieve vibrorozridzhenih cereal

sumishey s vnutrishnim v'yazko-dry grated [On the movement of grain vibrorozridzhenyh sieve mixes with internal visco-dry friction] / L.M.Tischenko, V.P.Olshansky, S.V.Olshansky // Vibratsii in tehntsi that tehnologiyah. - Vinnitsa, 2016. - № 1 (81). - S. 145-148. [in Ukrainian].
9. V.Olshansky Matematichni modeli zernopotokiv on vibroreshetah [Mathematical models zernopotokiv on vibroreshetah] / V.P.Olshansky, O.V.Olshansky. - Kharkiv: Miskdruk, 2016. - 140 p. [in Ukrainian].

Аннотация

**О ДВИЖЕНИИ ЗЕРНОСМЕСИ ПЕРЕМЕННОЙ ПОРИСТОСТИ НА ПЛОСКОМ ВИБРОРЕШЕТЕ
Ольшанский В.П., Ольшанский О.В.**

Разработан аналитический способ расчета установившегося движения зерносмеси на плоском виброрешете, которое наклонено к горизонту. Интегрированием дифференциального уравнения выведены замкнутые формулы для вычисления скорости зернопотока и производительности виброрешета. В исследованиях использована непрерывная модель движения сепарированной смеси, как неоднородной сыпучей среды с переменной плотностью (пористостью) по толщине движущегося слоя смеси. Изменение плотности аппроксимировано степенной зависимостью методом Эйткена. Построено аналитическое решение дифференциального уравнения зернопотока, составленного с использованием двухпараметрической реологической зависимости, в которой составляющая линейного вязкого сопротивления дополнена составляющей сухого трения, пропорционального внутреннему избыточному давлению в смеси. Этим обобщенно известны непрерывные модели движения зерносмесей, как неоднородных виброоживленных сыпучих материалов. Приведены примеры расчетов, в которых исследовано влияние различных факторов, в частности значений реологических констант и изменения пористости в смеси по толщине подвижного слоя, на кинематические характеристики зернопотока.

Ключевые слова: плоское наклоненное виброрешето, установившийся зернопоток, изменение пористости, линейно-вязкое сопротивление, остаточное сухое трение, скорость движения, производительность решета.

Abstract

**ABOUT MOTION OF GRAIN MIX OF VARIABLE POROSITY ON THE FLAT VIBRATING SIEVE
Olshansky V.P., Olshansky O.V.**

The analytical method of calculation of a withstand motion of grain mixture is worked out on a flat vibrating sieve which is inclined to horizon. Integration of differential equation is show out the reserved formulas for the calculations of speed of grain stream and productivity of vibrosieve. The continuous model of motion of separating mixture is used in researches, as a heterogeneous friable environment with a variable closeness (by porosity) on the thickness of locomotive layer of mixture. The change of closeness is approximated by sedate dependence by the method of Aitken. The analytical decision of differential equation of grain stream, made with the use of two-parameter reological dependence, in which the constituent of linear viscid resistance is complemented to the constituent of dry friction, proportional to internal surplus pressure in mixture, is built. By it generalized the known continuous models of motion of grain mixture, as the heterogeneous vibrofluidized friable materials. Examples of calculations, influence of different factors is investigational in which, are made, in particular values of reological constants and change of porosity in mixture on the thickness of mobile layer, on kinematics descriptions of grain stream.

Keywords: the flat inclined vibrosieve, withstand grain stream, change of porosity, arcwise-viscid resistance, remaining dry friction, rate of movement, productivity of sieve.

