УДК 51-77

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ДІЯЛЬНІСТЮ ПІДПРИЄМСТВА

М.І. Погожих, М.С. Софронова

Запропоновано метод розв'язання управлінської задачі, зокрема під час прийняття рішень для складання оптимального плану діяльності підприємства, як комбінація математичних методів і економічних принципів. Здійснюється перехід від розв'язання економічної задачі до еквівалентної математичної. Для знаходження можливого варіанта розв'язку використовуються фрактали.

Ключові слова: *задача оптимального управління, ресурс, n-вимірний паралелепіпед, фрактал, умовна щільність, розміщення.*

MATHEMATICAL MODELING AND SOLUTION OF THE PROBLEM OF OPTIMAL PLANNING OF THE COMPANY

M. Pohozhikh, M. Sofronova

For the effective functioning of the enterprise, its owners and specialists must take optimal management decisions based on the processing of initial information (data) and include the determination of the means and ways to achieve them through a comparative assessment of alternative (possible) options and the adoption of the most acceptable of them in the expected conditions.

The common methods for solving management problems include dynamic programming – a way to solve complex problems by breaking them down into simpler subtasks. One of the main conditions for using the dynamic programming method is the additivity of problems. Among the disadvantages, one can single out the complexity of use with a large number of task restrictions.

The article proposes a method for solving a management problem, in particular when making decisions for drawing up an optimal plan for an enterprise's activities, as a combination of mathematical methods and economic principles. Having set the conditional density, each action (process) is represented in the form of an n-parallelepiped (rectangular n-dimensional parallelepiped). This made it possible to solve the economic problem: to draw up a possible version of the optimization plan for the production of products, provided that the resources available at the enterprise are limited, to go to the mathematical one: to arrange the n-parallelepipeds in a given n-parallelepiped in such a way as to minimize the area remaining empty after placement (or to maximize the coefficient filling it in). Fractals are used to find the initial possible placement of n-parallelepipeds.

Thus, the work has developed an algorithm for sequential actions and mathematical calculations to solve the problem of optimal management of enterprise activities.

Keywords: *problem of optimal controlling, resource, n-dimensional parallelepiped, fractal, conditional density, placement.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. Для ефективного функціонування підприємства його власники та фахівці повинні приймати оптимальні управлінські рішення, що базуються на обробці початкової інформації (даних) і включають визначення засобів і способів їх досягнення за допомогою порівняльної оцінки альтернативних (можливих) варіантів і прийняття найбільш прийнятного з них в очікуваних умовах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. До розповсюджених методів розв'язання управлінських задач відноситься динамічне програмування [1; 2] – спосіб розв'язання складних задач шляхом розбиття їх на простіші подзадачі. Однією з основних умов використання методу динамічного програмування є адитивність задач. Серед недоліків можна виділити складність використання за великої кількості обмежень задачі.

Останнім часом спостерігається тенденція використання методів еволюційної оптимізації для розв'язання управлінських задач, зокрема нейронних мереж, генетичного алгоритму [3]. Перевагою використання нейронних мереж є можливість апроксимувати будь-яку неперервну функцію, немає необхідності заздалегідь приймати будь-які припущення щодо моделі; досліджувані дані можуть бути неповними або зашумленими; зручні при роботі з нелінійними залежностями. Недолік – необхідність мати великий обсяг навчальної вибірки. Остаточне рішення залежить від початкових установок мережі. Дані слід обов'язково перетворювати в числовий вигляд. Серед основних труднощів використання генетичного алгоритму – можливість ефективно сформулювати завдання, визначити раціональний вибір функції пристосованості й хромосом, які описують особин популяції.

Мета статті – розробка методу розв'язання управлінської задачі (зокрема, під час прийняття рішень для складання оптимального плану діяльності підприємства) як комбінації математичних методів (із використанням фракталів) і економічних принципів. Таким чином, здійснюється перехід від розв'язання економічної задачі до еквівалентної математичної.

Виклад основного матеріалу дослідження. Визначимо вихідні умови для складання математичної моделі прийняття управлінських рішень. Нехай підприємство виробляє m видів продукції, використовуючи на кожний з них n видів витрат (ресурсів). Якщо через a_{ji} позначимо кількість i-го виду витрат (ресурсів), що використовується підприємством для виготовлення j-ї продукції, то отримаємо вектори-стовпці:

$$a'_j = (a_{j1}, a_{j2}, ..., a_{in})^{\mathrm{T}},$$

де a'_j – вектор витрат (ресурсів) на j-ту продукцію, $j = 1,2,\ldots,m$.

Зауважимо, що відповідні i-ті ресурси всіх m видів продукції однакові за призначенням.

Припускаємо, що загальна кількість ресурсів на підприємстві обмежена. Нехай A_j – кількість j-го ресурсу на підприємстві, $j = 1,2,\ldots,n$. Тоді вектор-стовпець $A_p = (A_1, A_2, ..., A_n)^{\mathrm{T}}$ – це вектор ресурсів підприємства.

Припускаємо, що всі ресурси (сировина, трудові ресурси, технічне обладнання, час тощо) за допомогою масштабування [4] зведені до однойменної скалярної величини (наприклад, гроші).

Позначимо через A' множину витрат:

$$A' = \left\{ a'_j \in R^n : 0 < a_{ji} \le A_j \right\}.$$

Визначимо функцію $f(\cdot): A' \to R^1$, що кожному елементу множини A' ставить у відповідність деяке число. Таким чином, використовуючи функцію f, розглянемо вимірні величини $a_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ji} = f(a'_j)$ – окремий, самостійний процес, $A = \sum_{j=1}^{m} a_j$ – загальний процес (рис. 1); крім того $A = \sum_{i=1}^{n} A_i = f(A_p)$.

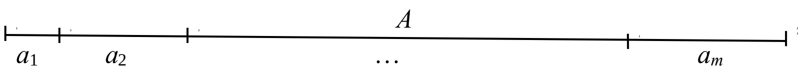


Рис. 1. Зв’язок між загальним та окремими процесами

Потрібно скласти можливий варіант оптимізаційного плану виробництва продукції за умови обмеженості наявних на підприємстві ресурсів. Розв’яжемо сформульовану задачу математичними методами. Для цього зробимо декілька припущень.

1. Виконується умова щодо однорідності ресурсів за одиницями виміру (тобто вимірність ресурсів збігається з вимірністю a_j та A). Якщо це припущення не виконується, то проводиться масштабування і трансформація вимірності ресурсу до заданих.

2. Ресурси, що розглядаємо, є попарно незалежними. Пригадаємо [5], що ресурси a_{j1}, a_{j2},…, a_{jn} називаються попарно незалежними, якщо виконується умова:

$$\forall j = \overline{1,m} \ \forall l, s \in \{1, 2, ..., n\}, l \neq s \quad \nexists \varphi(x) : a_{jl} = \varphi(a_{js}),$$

де $\varphi(x)$ – деяка функція. Тобто не існує функціональної залежності між кожною парою (a_{jl}, a_{js}).

Зауваження. Якщо попарна залежність спостерігається для деякої пари ресурсів, то можна виключити один з цих ресурсів з розгляду в усіх діях A та a_j, $j = 1,2,\ldots,m$.

3. Математичне розв’язання задачі будемо здійснювати в n-вимірному (евклідовому) просторі. Оскільки згідно з пунктом 2 ресурси є незалежними, набори $(a_{j1},a_{j2},\ldots,a_{jn})$ можна розглядати як елементи n-вимірного простору.

Задавши умовну щільність ρ_j (ρ_A), представимо кожну дію a_j (A) у вигляді n-вимірного тіла евклідового простору $\boldsymbol{R^n}$. Як n-вимірне тіло оберемо n-паралелепіпед (прямокутний n-вимірний паралелепіпед) [6]. Для його побудови співвіднесемо ресурси з осями декартової прямокутної системи координат евклідового простору R^n. Представимо процес a_j у вигляді n-паралелепіпеда P_j з розмірами b_{j1}, b_{j2}, …, b_{jn}, $j = 1,2,..,m$ [7]:

$$P_j = \{y_j = (y_{j1}, y_{j2}, ..., y_{jn}) \in R^n : 0 \leq y_{ji} \leq b_{ji}, i = 1, 2, ..., n\},$$
$$b_{ji} \in R^+. \tag{1}$$

Загальний процес, що визначено вимірною величиною A, представимо у вигляді n-паралелепіпеда P_0 із розмірами b_{01}, b_{02}, …, b_{0n}:

$$P_0 = \{ y = (y_{01}, y_{02}, ..., y_{0n}) \in R^n : 0 \leq y_{0i} \leq b_{0i}, i = 1, 2, ..., n\},$$
$$b_{0i} \in R^+. \tag{2}$$

Крім того, усі об’єкти однаково орієнтуємо та не дозволяємо поворотів.

Представимо A у вигляді:

$$A = \rho_A V_A, \tag{3}$$

де ρ_A – щільність; V_A – об'єм n-паралелепіпеда P_0;

кожен процес a_j, $j = 1,2,\ldots,m$ – у вигляді:

$$a_j = \rho_j V_j, \tag{4}$$

де ρ_j – щільність; V_j – об'єм n-паралелепіпеда P_j.

Виконання умов (3)–(4) дає можливість перейти від одновимірної задачі до n-вимірної, тобто поставити у відповідність довжині відрізка об'єм n-паралелепіпеда (рис. 2а, 2б).

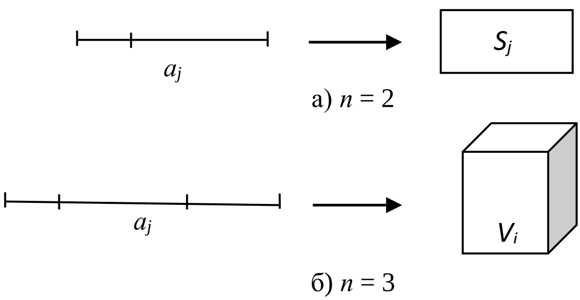


Рис. 2. Перехід від одновимірної задачі до *n*-вимірної

Таку відповідність можна встановити, якщо ввести в розгляд невід'ємний коригувальний множник (коефіцієнт) k_{0i} (k_{ji}), i=1,2,…,n, вимірності

$$[k_{0i}]([k_{ji}]) = \frac{\textit{умовні одиниці}}{\textit{одиниці виміру } A}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Зауважимо, що вимірності $V_A(V_j)$ та $\rho_A(\rho_j)$ такі:

$$[V_A]([V_j]) = (\textit{умовні одиниці})^n, \; [\rho_A]([\rho_j]) = \frac{\textit{одиниці виміру } A}{(\textit{умовні одиниці})^n}.$$

Тоді у формулі (1) покладемо покладемо $b_{ji} = k_{ji}x_{ji}$, де $x_{ji} = a_{ji}$, у (2) – $b_{0i} = k_{0i}x_{0i}$, де $x_{0i} = a_{0i} = A_i$.

Ураховуючи наведені припущення, економічна задача може бути зведена до наступної математичної.

Математична задача. Необхідно розташувати n-паралелепіпеди P_j з об’ємами V_j у n-паралелепіпеді P_0 з об’ємом V_0 таким чином, щоб

$$\left| V_0 - \sum_{j=1}^{m} V_j \right| \to \min.$$

Тобто необхідно мінімізувати область $D = P_0 \setminus \sum_{j=1}^{m} P_j$ за умови, що

$$P_j \subseteq P_0,\ j = 1, 2, ..., m,$$

$$\operatorname{int} P_s \cap \operatorname{int} P_r = \varnothing,\ s = 1,2,..., m-1;\ r = s+1,..., m.$$

Зауважимо, що ця умова еквівалентна наступній: максимізувати коефіцієнт заповнення $K = \left(\sum_{j=1}^{m} V_j \right) / V_0$ області D.

Для побудови можливого розв’язку скористаємося поняттям «фрактал» [8; 9].

Розглянемо двовимірний простір. Кожне ребро прямокутника P_0 поділимо на k рівних частин, у результаті чого він покривається решіткою, яка розбиває його на k^2 однакових прямокутників:

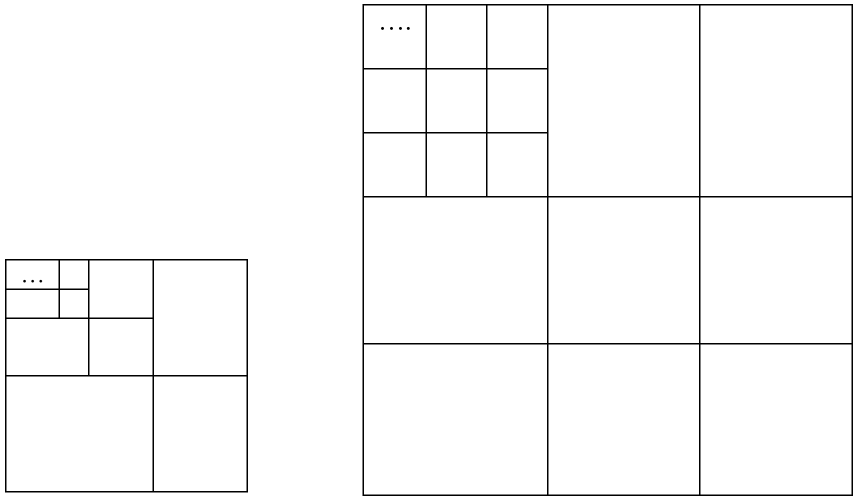
$$\underset{k\times k}{P_0} = \begin{pmatrix} P_1' & P_1' & ... & P_1' \\ ... & & & \\ P_1' & P_1' & ... & P_1' \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Продовжимо процес. Аналогічно розіб'ємо прямокутник P_1' [елемент з номером (1,1) у (5)] на k^2 однакових прямокутників:

$$\underset{k\times k}{P_1'} = \begin{pmatrix} P_2' & P_2' & ... & P_2' \\ ... & & & \\ P_2' & P_2' & ... & P_2' \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Розглядаючи прямокутник P_2' [елемент з номером (1,1) у (6)], можна продовжити розбиття до нескінченності. Цей набір прямокутників і є фракталом.

На рис. 3 подано приклади розбиття P_0 при n = 2, k = 2; 3.



а) n = 2, k = 2 б) n = 2, k = 3

Рис. 3. Приклад розбиття P_0

Узагальнення в n-вимірному просторі. Кожне ребро прямокутника P_0 ділиться на k рівних частин, у результаті чого він покривається решіткою, яка розбиває його на k^2 однакових n-паралелепіпедів. За аналогією з двовимірним простором процес можна продовжити в загальному випадку до нескінченності.

Для розв'язання нашої задачі кількість n-паралелепіпедів, має бути скінченною.

Зауважимо, що самоподібні фігури, які повторюються скінченну кількість раз, називаються предфракталами.

Алгоритм 1. Знаходження кількості ітерацій l та кількості n-паралелепіпедів $\tilde{m}$:

1. Підібрати, ураховуючи додаткові умови, k – кількість частин, на які розбивається кожне ребро n-паралелепіпеда. Однією з необхідних умов є $k^n \leq m$.

2. Сформувати нерівність

$$l(k^n - 1) + 1 \leq m, \tag{7}$$

де n – вимірність простору; l – кількість ітерацій (розбиття n-паралелепіпедів P_0); m – мінімальна кількість n-паралелепіпедів, на які розбивається P_0.

3. Розв'язати нерівність (7) відносно l. Припустимо, що при розв'язанні одержали нерівність $l \le z$. Якщо $z \notin Z$, то як l обираємо цілу частину z і збільшуємо кількість ітерацій на одиницю, тобто l=[z]+1; якщо $z \in Z$, то l = z.

Тобто

$$l = \begin{cases} \dfrac{m-1}{k^n-1}, \text{якщо} \dfrac{m-1}{k^n-1} \in Z, \\ \left[\dfrac{m-1}{k^n-1}\right]+1, \text{якщо} \dfrac{m-1}{k^n-1} \notin Z. \end{cases}$$

Зауважимо, що k обирається за умови:

$$\Delta = \tilde{m} - m \to 0. \tag{8}$$

Таким чином, відповідно до алгоритму 1, за l ітерацій n-паралелепіпед P_0 розбивається на $\tilde{m}$ n-паралелепіпедів, де $\tilde{m} = l(k^n - 1) + 1$.

Приклад знаходження значень l та $\tilde{m}$.

Нехай m = 10, n = 2.

1) припустимо k = 3. Складемо і розв'яжемо нерівність (7):

$$l(3^2-1)+1 \le 10,$$

$$l \le \frac{9}{8}.$$

Оскільки $z = \dfrac{9}{8} \notin Z$, то $l = \left[\dfrac{9}{8}\right]+1 = 2$.

Звідси $\tilde{m} = 2(3^2-1)+1 = 17,\ \Delta_1 = 17-10 = 7$ (рис. 5).

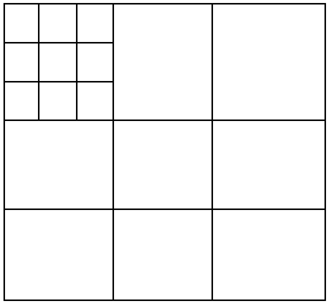


Рис. 5. Розбиття P_0 при n = 2, k = 3

2) припустимо $k = 2$, тоді нерівність (7) має вигляд:

$$l(2^2 - 1) + 1 \le 10,$$

$$l \le 3.$$

Оскільки $z = 3 \in Z$, то $l = 3$. Отже, $\tilde{m} = 3 \cdot (2^2 - 1) + 1 = 10$, $\Delta_2 = 10 - 10 = 0$ (рис. 6).

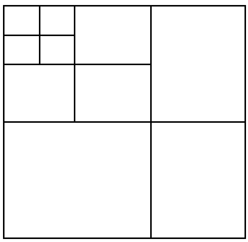


Рис. 6. Розбиття P_0 при n = 2, k = 2

Ураховуючи умову (8) під час порівняння Δ_1 та Δ_2, обираємо $\tilde{m} = 10$.

Припустимо, що щільність ρ_A задана (або може бути знайдена), тоді можна знайти об'єм n-паралелепіпеда P_0: $V_A = \dfrac{A}{\rho_A}$.

Алгоритм 2. Побудова предфрактала (розбиття n-паралелепіпеда P_0 на $\tilde{m}$ n-паралелепіпедів, де $\tilde{m} \ge m$):

1. На першій ітерації ($p = 1$) розбиваємо n-паралелепіпед P_0 об'єма V_A на k^n однакових n-паралелепіпедів P_j з об'ємами $V_j = \frac{V_A}{k^n}$, $j = 1, 2, ..., k^n$.

2. На p-й ітерації, $p \in \{2, 3, ..., l\}$, розбиваємо n-паралелепіпед із номером $(\underbrace{1, 1, ..., 1}_{n})$ на k^n n-паралелепіпедів P_j з об'ємами $V_j = \frac{V_A}{k^{pn}}$, $j = (p-1)(k^n - 1) + 1, ..., p(k^n - 1) + 1$.

Алгоритм 3. Знаходження значення щільності ρ_j, $j = 1,2,\ldots,m$.

1. Ранжування (упорядкування) процесів у порядку незростання вимірної величини $a_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ji}$. Одержання послідовності впорядкованих процесів $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_m$, де $\tilde{a}_1 \geq \tilde{a}_2 \geq ... \geq \tilde{a}_m$.

2. Розбиття n-паралелепіпеда P_0 на $\tilde{m}$ n-паралелепіпедів P_j (використовуючи алгоритм 2) з об'ємами $V_{j'}$, $j' = 1, 2, ..., \tilde{m}$.

Якщо $\tilde{m} > m$, приписуємо $(\tilde{m} - m)$ n-паралелепіпедам нульовий об'єм і виключаємо їх sз подальшого розгляду.

Зауваження: приписуємо нульовий об'єм тим n-паралелепіпедам $\tilde{P}_{m+1}, \tilde{P}_{m+2}, ..., \tilde{P}_{\tilde{m}}$, які були отримані на останніх ітераціях (l, l–1, ...), тобто мають мінімальний об'єм. Тобто надалі $j' = j$, $\tilde{m} = m$.

3. Ранжування (упорядкування) n-паралелепіпедів P_j у порядку незростання їх V_j, $j = 1,2,\ldots,m$. Одержання послідовності впорядкованих n-паралелепіпедів $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, ..., \tilde{P}_m$ з об'ємами $\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, ..., \tilde{V}_m$, де $\tilde{V}_1 \geq \tilde{V}_2 \geq ... \geq \tilde{V}_m$.

4. Поставити у відповідність кожному процесу $\tilde{a}_j$ n-паралелепіпед $\tilde{P}_j$ об'єму $\tilde{V}_j$, $j = 1,2,\ldots,m$.

5. Використовуючи формулу (4), знайти щільності $\rho_j = \frac{\tilde{a}_j}{\tilde{V}_j}$, $j = 1,2,\ldots,m$.

Для числового задання n-паралелепіпедів (знаходження коригувальних коефіцієнтів) можна скористатися алгоритмом знаходження коефіцієнтів $k_{ji}, i = 1,2,...,n; j = 1,2,...,m,$ описаному в [4].

У статті розглянемо випадок, коли всі коефіцієнти рівні, тобто $k = k_{ji}$, $j = 1,2,\ldots,m$, $i = 1,2,\ldots,n$. У цьому випадку параметри n-паралелепіпеда $\tilde{P}_j$, $j = 1,2,\ldots,m$, знаходимо за формулами:

$$\tilde{b}_{ji} = kx_{ji}, \text{де } x_{ji} = \tilde{a}_{ji}, \ k = \sqrt[n]{\frac{\tilde{V}_j}{\tilde{a}_{j1}\tilde{a}_{j2}...\tilde{a}_{jn}}}.$$

Аналогічно знайдемо параметри n-паралелепіпеда P_0:

$$b_{0i} = kx_{0i}, \text{де } x_{0i} = a_{0i}, \ k = \sqrt[n]{\frac{V_0}{a_{01}a_{02}...a_{0n}}}.$$

Таким чином, знайденій послідовності розміщення паралелепіпедів різної щільності відповідає послідовність виконання відповідних процесів $\tilde{a}_j$, $j = 1,2,..,m$, що є основою шуканого оптимального управлінського рішення із забезпечення ефективності роботи підприємства.

Зміна значень k, щільностей дасть можливість знайти альтернативний варіант виробництва, проаналізувати результат з економічної точки зору.

Подальший спрямований перебір можливих варіантів, використовуючи, наприклад [10; 11], дасть можливість знайти оптимальний (у певному сенсі) розв’язок задачі.

Висновки. Розроблено алгоритм послідовних дій і математичних розрахунків для розв’язання управлінської задачі. Для знаходження можливого варіанта розв’язку задачі використано поняття фракталу.

Список джерел інформації / References

1. Вентцель Е. С. Элементы динамического программирования / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1964. – 176 с.

Ventzel, E. (1964), *Elements of dynamic programming* [*Elementy dinamicheskogo programmirovaniya*], Science, Moscow, 176 p.

2. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1965. – 460 с.

Bellman, R., Dreyfus, S. (1965), *Applied problems of dynamic programming* [*Prikladnyie zadachi dinamicheskogo programmirovaniya*], Science, Moscow, 460 p.

3. Гвоздинский А. Н. Применение методов оптимизации для задач принятия решений в системах управления деятельностью предприятия //

А. Н. Гвоздинский, Е. С. Батура // Радиоэлектроника и информатика. –2014. – № 4. – С. 35–38.

Gvozdinskiy, A., Batura, E. (2014), “Application of optimization methods for decision-making problems in management systems of enterprise activity”, *Radioelectronics and Informatics* [“Primenenie metodov optimizatsii dlya zadach prinyatiya resheniy v sistemah upravleniya deyatelnostyu predpriyatiya”, *Radioelektronika i informatika*], No. 4, pp. 35-38.

4. Погожих М. І. Метод формування бази даних для задачі оптимального планування діяльності підприємства / М. І. Погожих, М. С. Софронова // Економічна стратегія і перспективи розвитку сфери торгівлі та послуг. – Х. : ХДУХТ, 2018. – Вип. 1 (27). – С. 56–66.

Pogozhikh, M., Sofronova, M. (2018), “Method of formulating basis data for problems of optimal planning of enterprise activity”, *Economic strategy and prospects for the development of the sphere of trade and services* [“Metod formuvannya bazi danih dlya zadachi optimalnogo planuvannya diyalnosti pidpriemstva”, *Ekonomichna strategiya i perspektivi rozvitku sferi torgivli ta poslug*], Kharkiv, Vol. 1 (27), pp. 55-66.

5. Погожих М. І. Математичне моделювання задач оптимізації в економіці / М. І. Погожих, М. С. Софронова // Економічна стратегія і перспективи розвитку сфери торгівлі та послуг. – Х. : ХДУХТ, 2017. – Вип. 1 (25). – С. 121–131.

Pogozhikh, M., Sofronova, M. (2017), “Mathematical modeling of optimization problems in economics”, *Economic strategy and prospects for the development of the sphere of trade and services* [“Matematichne modelyuvannya zadach optimizatsiyi v ekonomitsi”, *Ekonomichna strategiya i perspektivi rozvitku sferi torgivli ta poslug*], Kharkiv, Vol. 1 (25), pp. 121-131.

6. Розенфельд Б. А. Многомерные пространства / Б. А. Розенфельд. – М. : Наука, 1966. – 637 с.

Rozenfeld, B. (1966), *Multidimensional spaces* [*Mnogomernie prostranstva*], Science, Moscow, 637 p.

7. Власов М. П. Моделирование экономических процессов / М. П. Власов. – М. : Феникс, 2005. – 400 с.

Vlasov, M. (2005), *Modeling of economic processes* [*Modelirovaniye ekonomicheskih protsessov*], Phoenix, Moscow, 400 p.

8. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Б. Мандельброт. – М. : Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

Mandelbrot, B. (2002), *Fractal geometry of nature* [*Fraktalnaya geometriya prirodyi*], Institute of Computer Research, Moscow, 656 p.

9. Морозов А. Д. Введение в теорию фракталов / А. Д. Морозов. – Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 160 с.

Morozov, A. (2002), *Introduction to the theory of fractals* [*Vvedenie v teoriyu fraktalov*], Institute of Computer Research, Moscow-Izhevsk, 160 p.

10. Mukhacheva, E., Kartak, V., Vasilyeva, L. (2000), “Exact Algorithms for Solving *N*-Dimensional Bin-Packing Problem”, *Annual Meeting* “*Informs* – 2000”, San Antonio, p. 38.

11. Lins, L., Lins, S., Morabito, R. (2002), “An *n*-tet graph approach for non-guillotine packing of *n*-dimensional boxes into an n-container”, *European Journal of Operational Research*, No. 141, pp. 421-439.

Погожих Микола Іванович, д-р техн. наук, проф., Навчально-науковий інститут харчових технологій та бізнесу, кафедра енергетичного машинобудування, інженерних та фізико-математичних дисциплін, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-86.

Pohozhykh Mykola, Doctor of Technical Sciences, Educational and Scientific Institute of Food Technologies and Business, Department of Power Engineering, Engineering and Physics and Mathematics, Kharkiv State University Food and Trade. Address: Klochkivska Str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-86.

Софронова Марина Сергіївна, канд. фіз.-мат. наук, доц., факультет комп’ютерних та інформаційних технологій, кафедра вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут». Адреса: вул. Кирпичова, 2, м. Харків, Україна, 61002. Тел.: (057)707-60-87; e-mail: m_myravyova@ukr.net.

Sofronova Maryna, PhD in Physics and Mathematics Sciences, Assoc. Prof., Faculty of Computer and Information Technologies, Department of Higher Mathematics, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». Address: Kyrpychova Str., 2, Kharkiv, Ukraine, 61002. Tel.: (057)707-60-87; e-mail: m_myravyova@ukr.net.

DOI: 10.5281/zenodo.4392818