



**Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Факультет лісового господарства, деревооброблювальних
технологій та землевпорядкування
Кафедра управління земельними ресурсами та кадастру**

СУЧАСНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРІВ

**Методичні вказівки
до виконання лабораторних робіт**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»
денної та заочної форми навчання
(частина II)**

Харків
2023

Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет лісового господарства, деревооброблювальних технологій та
землевпорядкування
Кафедра управління земельними ресурсами та кадастру

СУЧАСНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРІВ

Методичні вказівки
до виконання лабораторних робіт

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»
денної та заочної форми навчання
(частина II)

Затверджено
рішенням Науково-методичної
ради факультету
лісового господарства,
деревооброблювальних
технологій та землевпорядкування
Протокол № 5
від 8 лютого 2023 р.

Харків
2023

УДК 378.22:657.1/.6(063)

C32

Схвалено на засіданні кафедри управління земельними ресурсами та кадастру
Протокол № 7 від 30 січня 2023 р.

Рецензенти:

І.В. Кошкалда - завідувач кафедри управління земельними ресурсами та кадастру, доктор економічних наук, професор (ДБТУ);

А. С. Попов - професор кафедри землеробства, геодезії і землеустрою, доктор економічних наук, професор (МНАУ)

C32 Сучасні методи обробки геодезичних вимірів: методичні вказівки до виконання лабораторних робіт (частина II) / ДБТУ; уклад.: С.Г. Могильний, Д.Д. Хайнус, С.О. Винограденко. – Харків: ДБТУ, 2023. – 56 с.

Методичні рекомендації курсу "Сучасні методи обробки геодезичних вимірів" для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» денної та заочної форм навчання і присвячені теорії і практиці обробки й оцінки точності результатів геодезичних вимірів методом найменших квадратів.

Методи обчислень орієнтовані на застосування сучасних табличних і формульних процесорів, при їх відсутності – мікрокалькуляторів, щоб здобувачі засвоїли не тільки теорію обчислень, але й культуру виконання й оформлення геодезичних обчислень.

УДК 378.22: 657.1/.6(063)

Відповідальний за випуск: Д.Д. Хайнус, канд. екон. наук, доцент.

© Могильний С.Г., Хайнус Д.Д.,
Винограденко С.О., 2023
© Державний біотехнологічний
університет, 2023

ЗМІСТ

	стор.
ПЕРЕДМОВА	5
Завдання № 5. Вирівнювання вимірів корелатним способом	7
Завдання № 6. Вирівнювання вимірів параметричним способом	25
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	41
ДОДАТОК 1	42
ДОДАТОК 2	43
ДОДАТОК 3	47
ДОДАТОК 4	48
ДОДАТОК 5	49

ПЕРЕДМОВА

Освоєння теорії математичної обробки геодезичних вимірів є однією з найважливіших складових підготовки здобувачів спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій».

Недостатньо вивчити відповідні формули та методи, необхідно засвоїти та закріпити навички правильного виконання та оформлення результатів, так щоб вони були не тільки без помилок, а й без пояснень були зрозумілі фахівцю, та не містили неоднозначності результатів.

Подані в даній частині методичних рекомендацій завдання складають основну частину лабораторних робіт з дисципліни, що вивчається. Виконання завдань орієнтоване на застосування формульних прикладних програмних засобів, наприклад MathCAD або інших аналогічних, оскільки потрібна наявність тільки основних операцій тригонометрії та лінійної алгебри. Їх застосування звільняє від рутинних операцій введення чисел з клавіатури, у якому неминучі помилки. Великий обсяг введення чисел заважає чітко сприймати сутність процесу обчислень. Вводячи у комп'ютер образи формул, здобувач засвоює сутність обробки як формул, які є необхідних кроком в алгоритмі обробки геодезичних даних. Процесор контролює правильність формул в інтерактивному режимі, що запобігає грубим помилкам.

Рекомендується, перш ніж використовувати формульний процесор, уважно ознайомитися з описом вирівнювання навчальної геодезичної мережі, що міститься в даних методичних рекомендаціях. Опис відповідає порядку виконання завдання за допомогою калькулятора. Приклади виконання таких завдань за допомогою формульного процесора містяться у Додатках 2 та 3.

Організація виконання лабораторних робіт. Кожен здобувач обирає з індивідуального комплексу (Додаток 1) завдання №5 та виконує його у визначений викладачем термін, консультиуючись за необхідності у викладача. Якщо він не встиг виконати завдання до кінця, то завершує його у час відведений для самостійної роботи. Викладач перевіряє виконане завдання та

опитує студента для оцінювання рівня засвоєння теми, виставляючи поточну оцінку. Під час оцінювання враховується також правильність обчислень, акуратність, чіткість і логічність зроблених пояснень. Завершене завдання надається викладачеві в електронному вигляді. Таким чином, до кінця семестру формується звіт з лабораторних робіт і, за поточними оцінками виставляється у відомість підсумкова оцінка.

Трудомісткість індивідуальних завдань розрахована таким чином, щоб при старанній роботі здобувач мав змогу виконати усі завдання у відведений для лабораторних занять час.

У цих методичних рекомендаціях вміщено зразки лабораторних завдань та необхідні пояснення до їх виконання.

ЗАВДАННЯ № 5

ВИРІВНЮВАННЯ ВИМІРІВ КОРЕЛАТНИМ СПОСОБОМ

Мета роботи. Практичне засвоєння теорії корелатного методу вирівнювання на прикладі геодезичної мережі триангуляції, засвоєння практики зрівнювальних обчислень.

Зміст роботи. Здобувач спочатку складає у загальному вигляді умовні рівняння для 2 – 3 прикладів, заданих викладачем. Потім кожен отримує індивідуальні завдання з вирівнювання корелатним методом геодезичного чотирикутника (рис. 5.1) як найбільш наочного і компактного прикладу.

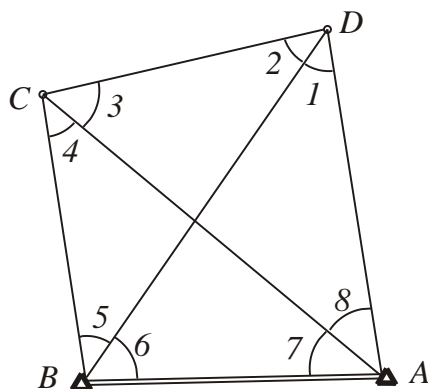


Рис. 5.1 – Геодезичний чотирикутник

Назви вершин кутів та їх виміряні значення розміщені у таблиці 5.1 у перших двох стопчиках.

Таблиця 5.1 – Вихідні значення вимірних величин

Кути γ_i	Виміряні значення кутів, γ_i	Поправки, v_i	Вирівняні значення кутів, $\bar{\gamma}_i$
γ_1	47°12'57",0	-0",47	47°12'56",53
γ_2	44°15'15",0	-0",15	44°15'14",85
γ_3	48°16'46",0	-2",51	48°16'43",49
γ_4	42°59'03",0	0",69	42°59'03",69
γ_5	44°29'00",0	-2",03	44°28'57",97
γ_6	52°51'21",0	2",39	52°51'23",39
γ_7	39°40'35",0	-0",05	39°40'34",95
γ_8	40°15'03",0	2",13	40°15'05",13

Координати вихідних пунктів наведені в таблиці 5.2.

Порядок виконання роботи. В геодезичній мережі (рис. 5.1), яка має два вихідних пункта *A* і *B*, безпосередньо виміряні вісім кутів, які будуть позначатися $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_8$ у відповідності до номерів зображених на схемі мережі (рис. 5.1). Необхідно визначити координати пунктів *C* і *D* по вирівняним значенням $\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2, \dots, \bar{\gamma}_8$ виміряних кутів.

Передусім потрібно встановити надлишкові вимірювання і за ними скласти умовні рівняння. Взаємне розташування пунктів мережі однозначно чотирма кутами. Щоб визначити по відношенню до вихідної сторони положення пункта *C* необхідно мати кути $\bar{\gamma}_4$ і $\bar{\gamma}_7$, а положення пункта *D* визначається кутами $\bar{\gamma}_6$ і $\bar{\gamma}_1$ (див. рис. 5.2а).

Таблиця 5.2 – Координати вихідних пунктів

Назва пунктів	Вихідні координати		Вирівняні координати	
	X	Y	X	Y
A	29707,296	24818,362		
B	34937,277	27314,180		
C			33244.912	32470.075
D			28031.743	30885.322

Таким чином, для однозначного вирішення даної задачі, обчислення координат пунктів *C* і *D*, необхідно виміряти чотири кута, тобто $t = 4$. Загалом кількість усіх вимірів $n = 8$. Тоді кількість надлишкових вимірів буде $r = n - t = 8 - 4 = 4$.

Оскільки кількість умовних рівнянь дорівнює кількості надлишкових вимірів, то в геодезичному чотирикутнику повинні виконуватися чотири незалежних між собою умовних рівняння.

Якщо виміряно лише чотири необхідних кута, тоді дана мережа буде мати вигляд наведений на рис. 5.2а, якщо на пункті виконувалось візування на деякий напрямок, тоді його накреслено суцільною лінією, якщо ні, тоді – пунктирною, як це зображено для сторін *CD* і *DA*.

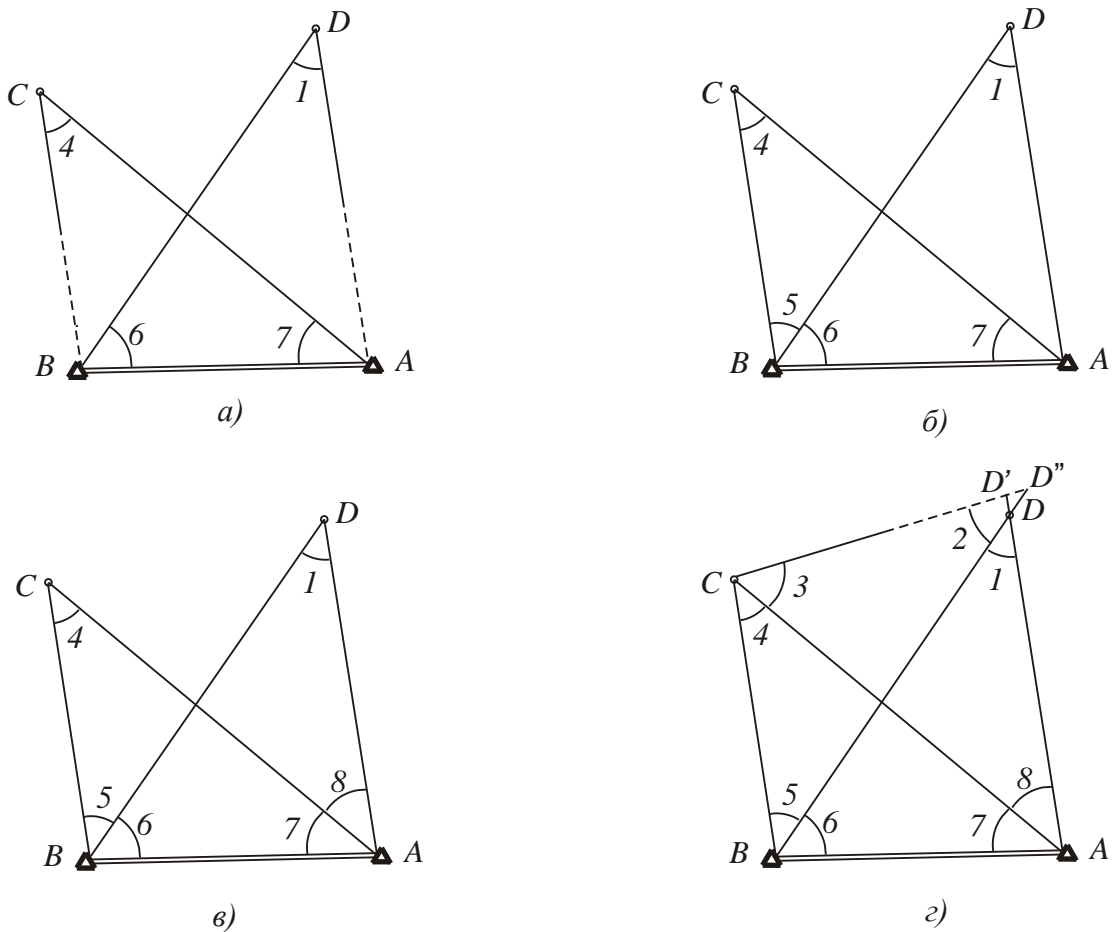


Рис. 5.2 – Порядок проведення вимірів кутів у геодезичному чотирикутнику для складання умовних рівнянь

Вимірявши понад необхідні кути ще кут γ_5 , отримаємо нову мережу (рис. 5.2, б), в якій є трикутник ABC з усіма вимірними кутами. Отже, вирівняні значення цих кутів повинні задовольняти умову

$$\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6 + \bar{\gamma}_7 - 180^\circ = 0. \quad (5.1)$$

Аналогічно отримаємо друге умовне рівняння, якщо в мережі виміряти кут γ_8 (рис. 5.2, в), матимемо

$$\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_6 + \bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8 - 180^\circ = 0. \quad (5.2)$$

Рівняння виду (5.1) і (5.2) називаються рівняннями фігур.

Вимірювання кута γ_3 може призвести до положення, коли промені візування через помилки у вимірних значеннях кутів не перетнуться в точці D, що призведе до неоднозначності (5.2, г). Тому вирівняні значення кутів повинні забезпечувати однозначне обчислення координат пункту D. Розглянемо один із

варіантів математичного подання цієї умови.

За теоремою синусів розрахуємо довжину сторони BD через довжину сторони AD із ΔBDA :

$$BD = \frac{AD \cdot \sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8)}{\sin \bar{\gamma}_6}. \quad (5.3)$$

Використовуючи отримане значення довжини сторони BD , із ΔBCD знайдемо довжину сторони CD :

$$CD = \frac{BD \cdot \sin \bar{\gamma}_5}{\sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3)}, \quad (5.4)$$

або з урахуванням формули (5.3) отримаємо

$$CD = \frac{AD \cdot \sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3)}. \quad (5.5)$$

Тепер із ΔCDA за заданою формулою (5.5) довжини сторони CD можна знову визначити довжину сторони AD :

$$(AD)' = \frac{CD \cdot \sin \bar{\gamma}_3}{\sin \bar{\gamma}_8}$$

або

$$(AD)' = \frac{AD \cdot \sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \sin \bar{\gamma}_3}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8}. \quad (5.6)$$

Якщо всі промені візування перетинаються у точці D , тоді $(AD)' = AD$ і формула (5.6) матиме вигляд:

$$\frac{\sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \sin \bar{\gamma}_3}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8} - 1 = 0. \quad (5.7)$$

Формула (5.7) є третім умовним рівнянням геодезичного чотирикутника, що називається полюсним рівнянням.

Четверте рівняння виникає через вимірювання кута γ_2 , що призводить до утворення в мережі ΔCDA з усіма вимірними кутами, вирівняні значення яких повинні задовольняти умові:

$$\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_2 + \bar{\gamma}_3 + \bar{\gamma}_8 - 180^\circ = 0. \quad (5.8)$$

Складені рівняння (5.1), (5.2), (5.7) і (5.8) утворюють систему умовних рівнянь геодезичного чотирикутника

$$\left. \begin{aligned} \bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6 + \bar{\gamma}_7 - 180^\circ &= 0; \\ \bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_6 + \bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8 - 180^\circ &= 0; \\ \bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_2 + \bar{\gamma}_3 + \bar{\gamma}_8 - 180^\circ &= 0; \\ \frac{\sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \sin \bar{\gamma}_3}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8} - 1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

В умовних рівняннях (5.9) замінимо $\bar{\gamma}_i$ – вирівняні значення кутів, на суму вимірюваного значення γ_i і поправки до нього v_i , отримаємо систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} a) \quad \gamma_1 + v_1 + \gamma_2 + v_2 + \gamma_3 + v_3 + \gamma_8 + v_8 - 180^\circ &= 0; \\ b) \quad \gamma_4 + v_4 + \gamma_5 + v_5 + \gamma_6 + v_6 + \gamma_7 + v_7 - 180^\circ &= 0; \\ c) \quad \gamma_1 + v_1 + \gamma_6 + v_6 + \gamma_7 + v_7 + \gamma_8 + v_8 - 180^\circ &= 0; \\ d) \quad \frac{\sin(\gamma_7 + v_7 + \gamma_8 + v_8) \cdot \sin(\gamma_5 + v_5) \cdot \sin(\gamma_3 + v_3)}{\sin(\gamma_6 + v_6) \cdot \sin(\gamma_4 + v_4 + \gamma_3 + v_3) \cdot \sin(\gamma_8 + v_8)} - 1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

Для зручності подальших пояснень окремі рівняння в системі (5.10) наведені літерами.

Щоб вирішити систему (5.10) за методом найменших квадратів, за якого має виконуватися умова

$$[pvv] = \min \quad (5.11)$$

необхідно її привести у лінійному вигляді.

Перші три рівняння вже мають лінійний вигляд, тому перепишемо їх у наступній формі:

$$\left. \begin{aligned} a) \quad v_1 + v_2 + v_3 &+ v_8 + w_a = 0; \\ b) \quad v_4 + v_5 + v_6 + v_7 &+ w_b = 0; \\ c) \quad v_1 &+ v_6 + v_7 + v_8 + w_c = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

де

$$\left. \begin{aligned} w_a &= \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_8 - 180^\circ; \\ w_b &= \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6 + \gamma_7 - 180^\circ; \\ w_c &= \gamma_1 + \gamma_6 + \gamma_7 + \gamma_8 - 180^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Величини w_a , w_b і w_c є нев'язками умовних рівнянь та вільними членами умовних рівнянь (5.12). Вільні члени обчислені за вимірними кутами у табл. 5.3.

Поліусне рівняння в системі (5.10) призводить до лінійного вигляду різними способами, розглянемо застосування одного з них, який є зручним при обчисленнях за допомогою калькулятора.

Таблиця 5.3 – Розрахунок нев'язок умовних рівнянь w_a , w_b і w_c

Трикутник ADC		Трикутник ABC		Трикутник ABD	
Кути γ_i	Виміряні кути, γ_i	Кути γ_i	Виміряні кути, γ_i	Кути γ_i	Виміряні кути, γ_i
γ_1	47°12'57",0	γ_4	42°59'03",0	γ_1	47°12'57",0
γ_2	44°15'15",0	γ_5	44°29'00",0	γ_6	52°51'21",0
γ_3	48°16'46",0	γ_6	52°51'21",0	γ_7	39°40'35",0
γ_8	40°15'03",0	γ_7	39°40'35",0	γ_8	40°15'03",0
$\sum \gamma_i$	180°00'01",0	$\sum \gamma_i$	179°59'59",0	$\sum \gamma_i$	179°59'56",0
–	180°00'00",0	–	180°00'00",0	–	180°00'00",0
w_a	+1",0	w_b	-1",0	w_c	-4",0

Лінеаризація полюсного рівняння виконується шляхом розкладанням у ряд лівої частини рівняння (5.7) та подання його у вигляді:

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_1} v_1 + \frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_2} v_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_8} v_8 + \left[\frac{\sin(\gamma_7 + v_7 + \gamma_8 + v_8) \cdot \sin(\gamma_5 + v_5) \cdot \sin(\gamma_2 + v_2)}{\sin(\gamma_6 + v_6) \cdot \sin(\gamma_4 + v_4 + \gamma_3 + v_3) \cdot \sin(\gamma_8 + v_8)} - 1 \right] = 0 \quad .$$

Розглянемо висновок часткової похідної по куту $\bar{\gamma}_3$, будемо мати

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_3} = \frac{\sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \cos \bar{\gamma}_3}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8} + \frac{\sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \sin \bar{\gamma}_3 \cdot \cos(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3)}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin^2(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8}$$

або

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_3} = \frac{\sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \sin \bar{\gamma}_3 \cdot \cos \bar{\gamma}_3}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8 \cdot \sin \bar{\gamma}_3} - \frac{\sin(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) \cdot \sin \bar{\gamma}_5 \cdot \sin \bar{\gamma}_3 \cdot \cos(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3)}{\sin \bar{\gamma}_6 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \cdot \sin \bar{\gamma}_8 \cdot \sin(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3)} \quad .$$

Оскільки перші множники перед доданками дорівнюють 1, то остаточно формула набуде вигляду

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_3} = \operatorname{ctg} \bar{\gamma}_3 - \operatorname{ctg}(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3) \quad (5.14)$$

Позначимо часткову похідну $\frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_3}$ наступним виразом:

$$d_3 = \frac{\partial F}{\partial \bar{\gamma}_3} = \operatorname{ctg} \bar{\gamma}_3 - \operatorname{ctg}(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3),$$

і аналогічним чином розрахуємо похідні щодо інших змінних полюсного

$$\text{рiвняння: } \left. \begin{aligned} d_1 &= 0; \\ d_2 &= 0; \\ d_3 &= ctg\bar{\gamma}_3 - ctg(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3); \\ d_4 &= -ctg(\bar{\gamma}_4 + \bar{\gamma}_3); \\ d_5 &= ctg\bar{\gamma}_5; \\ d_6 &= -ctg\bar{\gamma}_6; \\ d_7 &= ctg(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8); \\ d_8 &= ctg(\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8) - ctg\bar{\gamma}_8. \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Таким чином, полносне рiвняння у лiнiйному виглядi запишемо у наступному виглядi

$$d_3 v_3 + d_4 v_4 + d_5 v_5 + d_6 v_6 + d_7 v_7 + d_8 v_8 + w_d = 0, \quad (5.16)$$

Де вiльний член w_d розраховується за формулою

$$w_d = \left[\frac{\sin(\gamma_7 + v_7 + \gamma_8 + v_8) \cdot \sin(\gamma_5 + v_5) \cdot \sin(\gamma_3 + v_3)}{\sin(\gamma_6 + v_6) \cdot \sin(\gamma_4 + v_4 + \gamma_3 + v_3) \cdot \sin(\gamma_8 + v_8)} - 1 \right] \cdot 206265''. \quad (5.17)$$

Коефiцiєнти i вiльний член рiвняння (5.16) розраховуються за вимiряними кутами в табл. 5.4. У формулi (5.17) вiльний член помножений на $\rho'' = 206265''$ для того, щоб поправки в кутах виражалися в секундах.

Таблиця 5.4 – Розрахунок коефiцiєнтiв та вiльного члена рiвнянь

Чисельник				Знаменник			
Кути γ_i	Вимiрянi кути, γ_i	$\sin\gamma_i$	$ctg\gamma_i$	Кути γ_i	Вимiрянi кути, γ_i	$\sin\gamma_i$	$ctg\gamma_i$
γ_3	48°16'46",0	0.746399475	0.89	$\gamma_3 + \gamma_4$	91°15'49",0	0.999756817	-0.02
γ_5	44°29'00",0	0.700701759	1.07	γ_6	52°51'21",0	0.797118707	0.76
$\gamma_7 + \gamma_8$	88°55'38",0	0.984586389	0.18	γ_8	40°15'03",0	0.64613508	1.18
		0.514942053				0.514921109	
$w_d = 8'',39$							

Загальна система умовних рiвнянь у лiнiйному виглядi матиме вигляд

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + v_8 + 1.0 &= 0; \\ v_4 + v_5 + v_6 + v_7 - 1.0 &= 0; \\ v_1 + v_6 + v_7 + v_8 - 4.0 &= 0 \\ 0.91v_3 + 0.02v_4 + 1.07v_5 - 0.76v_6 + 0.18v_7 - v_8 + 8.39 &= 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

Видiлимо матрицю коефiцiєнтiв системи (5.18)

$$A = \begin{vmatrix} 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.91 & 0.02 & 1.07 & -0.76 & 0.18 & -1.00 \end{vmatrix}$$

та запишемо її для розрахунку коефіцієнтів нормальних рівнянь у табл. 5.5. Вільні члени системи (5.18) складають наступний вектор-стовпець

$$W = \begin{vmatrix} 1.00 \\ -1.00 \\ -4.00 \\ 8.39 \end{vmatrix}$$

У матричній формі умовні рівняння матимуть вигляд

$$A \cdot V + W = 0, \quad (5.19)$$

де V – вектор невідомих поправок у виміряні кути.

Подальші розрахунки матричного опису виконуються в наступній послідовності (див. Додаток V). Обчислюють матрицю N нормальних рівнянь корелат за формулою:

$$N = A^T A. \quad (5.20)$$

Коефіцієнти матриці N розраховуються у табл. 5.6 з контролем, для чого до табл.5.5 додається стовпець контрольних сум, де величини S_i знаходять за формулами:

$$S_i = a_i + b_i + c_i + d_i \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (5.21)$$

Таблиця 5.5 – Розрахунок коефіцієнтів матриці A^T

Поправки v_i	Матриця A^T				Стовпець контроля S	Стовпці вагових функцій		
	a	b	c	d		f^x	f^y	f^s
v_1	1.00	0.00	1.00	0.00	2.00	0.00	0.00	0.00
v_2	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	-2.71
v_3	1.00	0.00	0.00	0.91	1.91	0.00	0.00	0.00
v_4	0.00	1.00	0.00	0.02	1.02	-1.83	-3.97	-2.83
v_5	0.00	1.00	0.00	1.07	2.07	-0.22	-0.48	2.69
v_6	0.00	1.00	1.00	-0.76	1.24	-0.22	-0.48	0.00
v_7	0.00	1.00	1.00	0.18	2.18	-3.71	1.72	3.18
v_8	1.00	0.00	1.00	-1.00	1.00	0.00	0.00	0.00

Результати розрахунків матриці N заносяться до таблиці 5.6, де перевіряється виконання наступних контрольних співвідношень:

$$\left. \begin{aligned} [aa] + [ab] + [ac] + [ad] &= [aS]; \\ [ab] + [bb] + [bc] + [bd] &= [bS]; \\ [ac] + [bc] + [cc] + [cd] &= [cS]; \\ [ad] + [bc] + [cd] + [dd] &= [dS]. \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

Таблиця 5.6 – Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь матриці N

Поправки	Матриця нормальних рівнянь N				Сума $S]$	Вагові функції		
	$a]$	$b]$	$c]$	$d]$		$f^x]$	$f^y]$	$f^S]$
$[a$	4	0	2	-0.09	5.91	0	0	-2.71
$[b$	0	4	2	0.51	6.51	-5.98	-3.21	3.04
$[c$	2	2	4	-1.58	6.42	-3.93	1.24	3.18
$[d$	-0.09	0.51	-1.58	3.58	2.42	-0.77	0.08	3.39

$$[f^x f^x] = 17.21 \quad [f^x f^y] = 1.10$$

$$[f^y f^y] = 19.18$$

$$[f^S f^S] = 32.70$$

Визначення вектора корелат K виконується із розв'язання нормальних рівнянь

$$N \cdot K + W = 0, \quad (5.23)$$

де

$$K = \begin{bmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \\ k_d \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

За допомогою алгоритма Гауса (Додаток III) розв'язання системи нормальних рівнянь виконується у схемі (табл. 5.7) у наступній послідовності:

- із табл. 5.6 розраховані коефіцієнти заносяться у перші рядки сходинок;
- у контрольний стовпець S у перші рядки записують контрольні величини, що розраховуються за формулами

$$\left. \begin{aligned} S_a &= [aS] + w_{a_i} \\ S_b &= [bS] + w_{b_i} \\ S_c &= [cS] + w_{c_i} \\ S_d &= [dS] + w_{d_i} \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

- виконується прямий хід перетворень нормальних рівнянь за алгоритмом

Гауса, перевіряючи виконання у кожній сходинці контрольних співвідношень

$$\left. \begin{aligned} [aa] + [ab] + [ac] + [ad] + w_a &= S_a; \\ [bb1] + [bc1] + [bd1] + [w_b1] &= [S_b1]; \\ [cc2] + [cd2] + [w_c2] &= [S_c2]; \\ [dd3] + [w_d3] &= [S_d3]; \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

– виконується зворотний хід розв'язання нормальних рівнянь за формулами:

$$\begin{aligned} k_d &= -\frac{[w_d3]}{[dd3]}; \\ k_c &= -\frac{[cd2]}{[cc2]} k_d - \frac{[w_c2]}{[cc2]}; \\ k_b &= -\frac{[bc1]}{[bb1]} k_c - \frac{[bd1]}{[bb1]} k_d - \frac{[w_b1]}{[bb1]}; \\ k_a &= -\frac{[ab]}{[aa]} k_b - \frac{[ac]}{[aa]} k_c - \frac{[ad]}{[aa]} k_d - \frac{w_a}{[aa]}. \end{aligned}$$

– контролем правильності зворотного ходу розв'язання нормальних рівнянь є виконання наступного співвідношення:

$$[kw] = k_a w_a + k_b w_b + k_c w_c + k_d w_d = -\frac{w_a w_a}{[aa]} - \frac{[w_b1][w_b1]}{[bb1]} - \frac{[w_c2][w_c2]}{[cc2]} - \frac{[w_d3][w_d3]}{[dd3]}. \quad (5.27)$$

Поправки у виміряні кути розраховуються за формулою у табл. 5.8.

$$V = A^T \cdot K. \quad (5.28)$$

Таблиця 5.7 – Схема розв'язання системи нормальних рівнянь за допомогою алгоритма Гауса

k_a	k_b	k_c	k_d	w	S	f^x	f^y	f^z	
4.00	0.00	2.00	-0.09	1.00	6.91	0.00	0.00	-2.7100	
-1.00	0.0000	-0.5000	0.0225	-0.2500	-1.7275	0.0000	0.0000	0.6775	
$k_a = -0.14685$	0.00000	0.16155	-0.05840	-0.2500					
	4.00	2.00	0.51	-1.00	5.51	-5.98	-3.21	3.0400	
	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
	4.0000	2.0000	0.5100	-1.0000	5.5100	-5.9800	-3.2100	3.0400	
	-1.00	-0.50000	-0.12750	0.25000	-1.37750	1.49500	0.80250	-0.76000	
	$k_b = 0.74249$	0.16155	0.33094	0.25000					
	4.00	-1.58	-4.00	2.42	-3.93	1.24	3.1800		
	-1.0000	0.0450	-0.5000	-3.4550	0.0000	0.0000	1.3550		
	-1.00000	-0.25500	0.50000	-2.75500	2.99000	1.60500	-1.5200		
	2.00000	-1.79000	-4.00000	-3.79000	-0.94000	2.84500	3.01500		
	-1.00	0.89500	2.00000	1.89500	0.47000	-1.42250	-1.50750		
	$k_c = -0.32310$	-2.32310	2.00000						
		3.58	8.39	10.81	-0.77	0.08	3.3900		
		-0.0020	0.0225	0.1555	0.0000	0.0000	-0.0610		
		-0.06503	3.58	-0.70253	0.76245	0.40928	-0.38760		
		-1.60205	-3.58000	-3.39205	-0.84130	2.54628	2.69843		
		1.91090	4.96000	6.87090	-0.84885	3.03555	5.63985		
		-1.00000	-2.59564	-3.59564	0.44421	-1.58854	-2.95141		
		$k_d = -2.59564$							
			0.00	17.21	19.18	32.70	1.10000		
			-0.1468	-0.2500	0.00000	0.00000	-1.83603	0.00000	
			-0.7425	-0.2500	-8.94010	-2.57603	-2.31040	-4.79895	
			1.2924	-8.0000	-0.44180	-4.04701	-4.54511	1.33715	
			-21.7774	-12.8744	-0.37707	-4.82211	-16.64551	1.34844	
			-21.3743	$[kw] = -21.3744$		7.45103	7.73486	7.36295	-1.01336

Таблиця 5.8 – Розрахунок поправок у виміряні кути

Поправки v	-0.14685 a	0.74249 b	-0.32310 c	-2.59564 d	Величини поправок
	1.00	0.00	1.00	0.00	
v_1	-0.14685	0	-0.3231	0	-0.47
	1.00	0.00	0.00	0.00	
v_2	-0.14685	0	0	0	-0.15
	1.00	0.00	0.00	0.91	
v_3	-0.14685	0	0	-2.36203	-2.51
	0.00	1.00	0.00	0.02	
v_4	0	0.74249	0	-0.05191	0.69
	0.00	1.00	0.00	1.07	
v_5	0	0.74249	0	-2.77733	-2.03
	0.00	1.00	1.00	-0.76	
v_6	0	0.74249	-0.3231	1.972686	2.39
	0.00	1.00	1.00	0.18	
v_7	0	0.74249	-0.3231	-0.46722	-0.05
	1.00	0.00	1.00	-1.00	
v_8	-0.14685	0	-0.3231	2.59564	2.13
					$[vv] = 21.40$

Поправками виконується *перший заключний контроль* вирівнювальних обчислень перевіркою співвідношення

$$[vv] = -[kw]. \quad (5.29)$$

В нашому випадку маємо: з табл. 5.8 – $[vv] = 21,40$, а з табл. 5.7 – $[kw] = 21,37$, тобто рівність виконується з точністю до помилок округлення.

Виправивши виміряні кути на величини поправок V отримаємо вирівняні значення виміряних величин (табл. 5.1).

Другий заключний контроль у тому, що в умовні рівняння (5.9) підставляються вирівняні значення і перевіряється рівність нулю їх лівої частини. Виконання умови рівнянь фігур розраховано у табл. 5.9. Перевірка полюсного рівняння виконано у табл. 5.10 де відмінність від нуля викликана тільки помилками округлень.

Якщо другий заключний контроль виконано, можна вважати, що вирівнювання виконано правильно, і можна виконувати розрахунок інших елементів геодезичної мережі.

Координати пунктів C і D за вирівняними кутами розраховуються як прямі

засічки за формулами Юнга:

$$\left. \begin{aligned} x_P &= \frac{x_2 \operatorname{ctg} \beta_1 + x_1 \operatorname{ctg} \beta_2 - y_1 + y_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}; \\ y_P &= \frac{y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 + y_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + x_1 - x_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2} \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

де x_P і y_P – координати визначуваної точки; β_1 і β_2 – кути у базисі засічки, відповідно по лівій та правій її частинах; x_1, y_1 і x_2, y_2 – координати лівої і правої частин базиса.

Таблиця 5.9 – Виконання умови рівнянь фігур

Трикутник ADC		Трикутник ABC		Трикутник ABD	
Кути $\bar{\gamma}_i$	Вирівняні кути, $\bar{\gamma}_i$	Кути $\bar{\gamma}_i$	Вирівняні кути, $\bar{\gamma}_i$	Кути $\bar{\gamma}_i$	Вирівняні кути, $\bar{\gamma}_i$
$\bar{\gamma}_1$	47°12'56",53	$\bar{\gamma}_4$	42°59'03",69	$\bar{\gamma}_1$	47°12'56",53
$\bar{\gamma}_2$	44°15'14",85	$\bar{\gamma}_5$	44°28'57",97	$\bar{\gamma}_6$	52°51'23",39
$\bar{\gamma}_3$	48°16'43",49	$\bar{\gamma}_6$	52°51'23",39	$\bar{\gamma}_7$	39°40'34",95
$\bar{\gamma}_8$	40°15'05",13	$\bar{\gamma}_7$	39°40'34",95	$\bar{\gamma}_8$	40°15'05",13
$\sum \bar{\gamma}_i$	180°00'00",00	$\sum \bar{\gamma}_i$	180°00'00",00	$\sum \bar{\gamma}_i$	179°00'00",00
–	180°00'00",0	–	180°00'00",0	–	180°00'00",0
w_a	0",00	w_b	0",00	w_c	0",00

Таблиця 5.10 – Перевірка полюсного рівняння

Кути $\bar{\gamma}_i$	Вирівняні кути, $\bar{\gamma}_i$	$\sin \bar{\gamma}_i$	Кути $\bar{\gamma}_i$	Вирівняні кути, $\bar{\gamma}_i$	$\sin \bar{\gamma}_i$
$\bar{\gamma}_3$	48°16'43",49	0.74639138	$\bar{\gamma}_3 + \bar{\gamma}_4$	91°15'47",18	0.99975701
$\bar{\gamma}_5$	44°28'57",97	0.70069474	$\bar{\gamma}_6$	52°51'23",39	0.79712570
$\bar{\gamma}_7 + \bar{\gamma}_8$	79°55'40",08	0.98458815	$\bar{\gamma}_8$	40°15'05",13	0.64614296
		0.51493222			0.51493201
$w_d = 0,08$					

Розрахунки наведені у табл. 5.10. Координати точки D для контролю розраховані двічі з різних засічок, розходження координат у межах помилок заокруглення.

Оцінка точності вимірів. Обчислюється μ – середня квадратична помилка виміряного кута за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{r}}, \quad (5.31)$$

де r – кількість надлишкових вимірів. У даному прикладі маємо

$$\mu = \sqrt{\frac{21.4}{4}} = \pm 2''.3.$$

Оцінка точності функцій вирівняних вимірів. Для оцінки точності довільного елемента мережі складають вагову функцію

$$U = \varphi(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_8), \quad (5.32)$$

в якій функція U , що оцінюється, виражається через вирівняні значення кутів, складається вектор-стовпець F коефіцієнтів вагової функції

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial \bar{y}_1} \\ \frac{\partial U}{\partial \bar{y}_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial U}{\partial \bar{y}_8} \end{bmatrix}. \quad (5.33)$$

Таблиця 5.11 – Оцінка точності функцій вирівняних вимірів

l	x_1	β_1	y_1
P	x_P	$ctg\beta_1$	y_P
		$ctg\beta_1 + ctg\beta_2$	
2	x_2	$ctg\beta_2$	y_2
B	34937.277	$97^\circ 20' 21'', 36$	27314.180
		-0.128799595	
C	33244.912	1.076717292	32470.075
		1.205516887	
A	29707.296	$39^\circ 40' 34'', 95$	24818.362
B	34937.277	$52^\circ 51' 23'', 39$	27314.180
		0.757488299	
D	28031.743	0.935114875	30885.322
		0.177626577	
A	29707.296	$79^\circ 55' 40'', 08$	24818.362
C	33244.912	$48^\circ 16' 43'', 49$	32470.075
		0.891633104	
D	28031.742	2.072821239	30885.324
		1.181188135	
A	29707.296	$40^\circ 15' 05'', 13$	24818.362

Величина зворотна вазі функції U обчислюється за формулою

$$\frac{1}{P_U} = F^T F - F^T A^T \cdot N^{-1} A F \quad (5.34)$$

або у символах за алгоритмом Гауса

$$\frac{1}{P_U} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf1]^2}{[bb1]} - \frac{[cf2]^2}{[cc2]} - \frac{[df3]^2}{[dd3]}. \quad (5.35)$$

Тоді m_U – середня квадратична похибка вирівняного значення функції U , буде дорівнювати

$$m_U = \mu \sqrt{\frac{1}{P_U}}. \quad (5.36)$$

Оцінка точності довжини сторони мережі. Найбільш віддаленою від вихідних пунктів є сторона **CD**, тому оцінка точності її довжини S_{CD} буде важливим показником точності всієї мережі. Складемо вагову функцію

$$S_{CD} = S_{AB} \frac{\sin \bar{\gamma}_7 \sin \bar{\gamma}_5}{\sin \bar{\gamma}_4 \sin \bar{\gamma}_2}. \quad (5.37)$$

Коефіцієнти вагової функції визначаються як часткові похідні від S_{CD} за вирівняними кутами $\bar{\gamma}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S_{CD}}{\partial \bar{\gamma}_2} = f_2^S &= -\frac{S_{AB} \sin \bar{\gamma}_7 \sin \bar{\gamma}_5 \cos \bar{\gamma}_2}{\rho'' \sin \bar{\gamma}_4 \sin \bar{\gamma}_2 \sin \bar{\gamma}_2} = -S_{CD} \frac{\text{ctg} \bar{\gamma}_2}{\rho''} = -\frac{544877 \cdot 1.03}{206265} = -2.71; \\ \frac{\partial S_{CD}}{\partial \bar{\gamma}_4} = f_4^S &= -S_{CD} \frac{\text{ctg} \bar{\gamma}_4}{\rho''} = -\frac{544877 \cdot 1.07}{206265} = -2.83; \\ \frac{\partial S_{CD}}{\partial \bar{\gamma}_5} = f_5^S &= S_{CD} \frac{\text{ctg} \bar{\gamma}_5}{\rho''} = \frac{544877 \cdot 1.02}{206265} = 2.69; \\ \frac{\partial S_{CD}}{\partial \bar{\gamma}_7} = f_7^S &= S_{CD} \frac{\text{ctg} \bar{\gamma}_7}{\rho''} = \frac{544877 \cdot 1.21}{206265} = 3.18; \\ f_1^S = f_3^S = f_6^S = f_8^S &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.38)$$

Під час розрахунку коефіцієнтів вагової функції значення S_{CD} використовують у сантиметрах, щоб запобігти занадто малих величин. Відповідно, середню квадратичну похибку $m_{S_{CD}}$ отримаємо також в см.

Розраховані коефіцієнти вагової функції записуються у стовпчик f^S (табл. 5.5). Результат добутку матриці A на стовпчик f^S записують до табл. 5.6, а на схемі Гауса (табл. 5.7, стовпчик f^S) знаходять величину $\frac{1}{P_{S_{CD}}}$. Тоді

$$m_{S_{CD}} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{S_{CD}}}} = 2.3 \sqrt{7.36} = 6.2 \text{ см.}$$

Оцінка точності координат пункта. Повну характеристику точності

розташування пункта дає коваріаційна матриця помилок його координат

$$M = \begin{vmatrix} m_x^2 & m_{xy} \\ m_{xy} & m_y^2 \end{vmatrix}, \quad (5.39)$$

Елементи якої розраховуються за формулами типу (5.34).

Для оцінки точності розташування пункта C складаються вагові функції його координат

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_A + \frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6)}{\sin \bar{\gamma}_4} \cdot \cos(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7); \\ y_C &= y_A + \frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6)}{\sin \bar{\gamma}_4} \cdot \sin(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7). \end{aligned} \right\} \quad (5.40)$$

Для кожної функції визначаються коефіцієнти вагової функції як часткові похідні по вирівняним кутам $\bar{\gamma}$ з відповідних координат. Коефіцієнти вагової функції для координати x_C розраховуються за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x_C}{\partial \bar{\gamma}_4} &= f_4^x = -\frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) \cos(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7)}{\sin \bar{\gamma}_4} \cdot \frac{\cos \bar{\gamma}_4}{\rho^* \sin \bar{\gamma}_4} = -\frac{\Delta x_{AC}}{\rho^*} \operatorname{ctg} \bar{\gamma}_4 = -\frac{353760}{206265} \cdot 1.07 = -1.83; \\ \frac{\partial x_C}{\partial \bar{\gamma}_5} &= f_5^x = \frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) \cos(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7)}{\sin \bar{\gamma}_4} \cdot \frac{\cos(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6)}{\rho^* \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6)} = \frac{\Delta x_{AC}}{\rho^*} \operatorname{ctg}(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) = -\frac{353760}{206265} \cdot 0.13 = -0.22; \\ f_6^x &= f_5^x; \\ \frac{\partial x_C}{\partial \bar{\gamma}_7} &= f_7^x = -\frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) \sin(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7)}{\sin \bar{\gamma}_4} = -\frac{\Delta y_{AC}}{\rho^*} = -\frac{765174}{206265} = -3.71; \\ f_1^x &= f_2^x = f_3^x = f_8^x = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.41)$$

а для координати y_C

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y_C}{\partial \bar{\gamma}_4} &= f_4^y = -\frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) \sin(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7)}{\sin \bar{\gamma}_4} \cdot \frac{\cos \bar{\gamma}_4}{\rho^* \sin \bar{\gamma}_4} = -\frac{\Delta y_{AC}}{\rho^*} \operatorname{ctg} \bar{\gamma}_4 = -\frac{765174}{206265} \cdot 1.07 = -3.97; \\ \frac{\partial y_C}{\partial \bar{\gamma}_5} &= f_5^y = \frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) \sin(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7)}{\sin \bar{\gamma}_4} \cdot \frac{\cos(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6)}{\rho^* \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6)} = \frac{\Delta y_{AC}}{\rho^*} \operatorname{ctg}(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) = -\frac{765174}{206265} \cdot 0.13 = -0.48; \\ f_6^y &= f_5^y; \\ \frac{\partial y_C}{\partial \bar{\gamma}_7} &= f_7^y = \frac{S_{AB} \sin(\bar{\gamma}_5 + \bar{\gamma}_6) \cos(\alpha_{AB} + \bar{\gamma}_7)}{\sin \bar{\gamma}_4} = \frac{\Delta x_{AC}}{\rho^*} = \frac{353760}{206265} = 1.71; \\ f_1^y &= f_2^y = f_3^y = f_8^y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.42)$$

Як і у формулах (5.38), при розрахунках за формулами (5.41) та (5.42) прирости координат підставляли в сантиметрах, тому і оцінка точності також буде розрахована в см.

У табл. 5.6 записано добуток матриці A на стовпці f^x, f^y вагових функцій. Отримані значення добутку розміщуються у відповідних стовпчиках схеми Гауса (табл. 5.7) та перетворюються за загальними правилами. У цих стовпчиках у п'ятій, додатковій сходиці схеми Гауса розраховуються величини, обернені вагам помилок координат пункта C за формулами

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{P_{x_c}} &= [f^x f^x] - \frac{[af^x]^2}{[aa]} - \frac{[bf^{x1}]^2}{[bb1]} - \frac{[cf^{x2}]^2}{[cc2]} - \frac{[df^{x3}]^2}{[dd3]}; \\ \frac{1}{P_{y_c}} &= [f^y f^y] - \frac{[af^y]^2}{[aa]} - \frac{[bf^{y1}]^2}{[bb1]} - \frac{[cf^{y2}]^2}{[cc2]} - \frac{[df^{y3}]^2}{[dd3]}. \end{aligned} \right\} \quad (5.43)$$

Для визначення коваріації m_{xy} похибок координат x_c і y_c розраховують величину $\frac{1}{P_{xy}}$ за формулою

$$\frac{1}{P_{x_c y_c}} = [f^x f^y] - \frac{[af^y][af^x]}{[aa]} - \frac{[bf^{x1}][bf^{y1}]}{[bb1]} - \frac{[cf^{x2}][cf^{y2}]}{[cc2]} - \frac{[df^{x3}][df^{y3}]}{[dd3]} \quad (5.44)$$

У схемі Гауса обираються необхідні величини, та на п'ятій сходинці додаткового стовпчика розраховується величина $\frac{1}{P_{x_c y_c}}$.

Розраховуються елементи коваріаційної матриці (5.39):

$$\left. \begin{aligned} m_{x_c}^2 &= \mu^2 \frac{1}{P_{x_c}} = 2.3^2 \cdot 7.45 = 39.41; \\ m_{y_c}^2 &= \mu^2 \frac{1}{P_{y_c}} = 2.3^2 \cdot 7.73 = 40.90; \\ m_{x_c y_c} &= \mu^2 \frac{1}{P_{x_c y_c}} = -2.3^2 \cdot 1.01 = -5.34; \end{aligned} \right\}$$

або

$$M = \begin{vmatrix} 39.41 & -5.34 \\ -5.34 & 40.90 \end{vmatrix}.$$

Напрямок великої напівосі подери кут θ визначається за формулою

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2m_{x_c y_c}}{m_{x_c}^2 - m_{y_c}^2} = \frac{-2 \cdot 5.34}{39.41 - 40.90} = 7.1678,$$

звідси

$$2\theta = 180^\circ + 82^\circ 04' = 262^\circ 04'; \quad \theta = 131^\circ 02';$$

А напівосі A і B подери із наступних виразів:

$$w = \frac{2m_{x_c y_c}}{\sin 2\theta} = \frac{-2 \cdot 5.34}{\sin 131^\circ 02'} = 14.16;$$

$$A^2 = \frac{1}{2}(m_{x_c}^2 + m_{y_c}^2 + w) = \frac{1}{2}(39.41 + 40.90 + 14.16) = 47.24;$$

$$B^2 = \frac{1}{2}(m_{x_c}^2 + m_{y_c}^2 - w) = \frac{1}{2}(39.41 + 40.90 - 14.16) = 33.08.$$

Тоді

$$A = 6.9 \text{ см}; \quad B = 5.8 \text{ см}.$$

Радіус-вектори P подери для довільного напрямку розраховується із виразу

$$P^2 = A^2 \cos^2 \varphi + B^2 \sin^2 \varphi, \quad (5.45)$$

де φ – кут між великою напіввіссю подери та напрямком вектора P .

Подера для розташування пункта C в масштабі 1 : 2 показана на рис. 5.3.

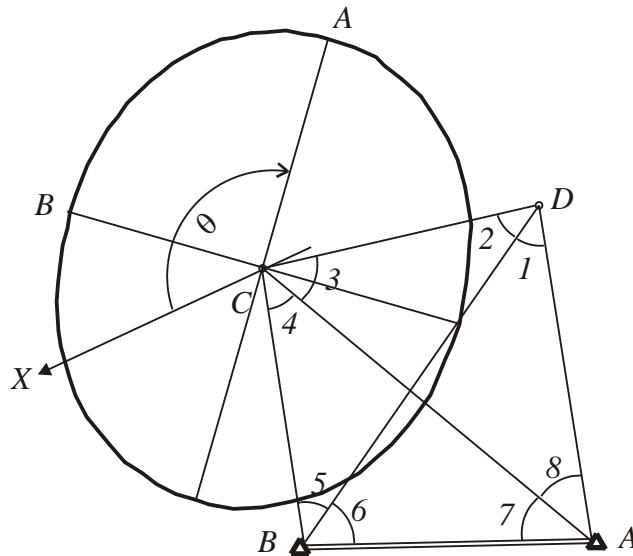


Рис. 5.3 – Розташування подери пункта C в масштабі 1 : 2

Рекомендації щодо виконання роботи за допомогою формульного процесора:

1. Встановити на комп'ютері будь-яку версію MathCAD. Достатньо вільної версії для студентів, або інший пакет ПЗ, що забезпечує операції з формулами.
2. Опираючись на приклад розв'язання задачі, наведений у додатку 2, виконати вирівнювання геодезичного чотирикутника.
3. У додатку 2 позначення змінних прийнято наскільки було можливо аналогічним розрахункам алгоритму вирівнювання у вищенаведеному тексті.
4. Файл проекту у форматі MathCAD із вирішеним завданням відправляється викладачу по електронній пошті, та є звітом про виконання завдання.

ЗАВДАННЯ № 6

ВИРІВНЮВАННЯ ВИМІРІВ ПАРАМЕТРИЧНИМ СПОСОБОМ

Мета роботи – вивчення теорії параметричного способу вирівнювання та засвоєння його практичного застосування при вирівнюванні вимірних напрямків у мережі триангуляції.

Зміст роботи. Вихідними даними для вирівнювання є вимірювання які використані в Завданні 5. Значення напрямків, приведені до початкового напрямку, розраховуються за кутами між суміжними напрямками (табл. 6.1). Необхідно скласти параметричні рівняння поправок та виконати їхнє вирішення за способом найменших квадратів.

Порядок виконання роботи. При вирівнюванні геодезичних мереж за невідомі параметри приймають координати точок, що вставляються, і орієнтирні кути. Складання рівнянь поправок розглянемо на прикладі напрямів, вимірних на одному пункті (рис. 6.1). Під напрямом розуміється відлік по лімбу під час візування на певний пункт i , його величина відповідає куту N_{k-i} між напрямком нуля лімба теодоліта та сторони мережі.

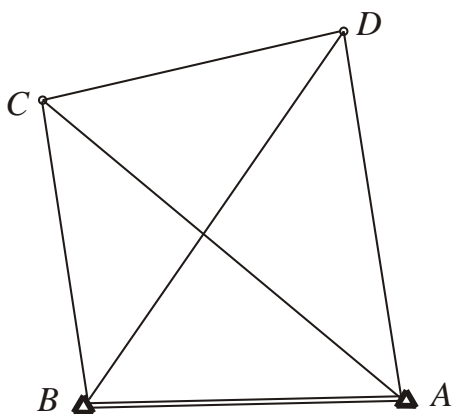


Рис. 6.1 – Схема вимірних напрямів

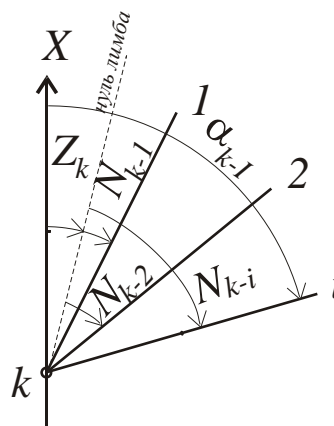


Рис. 6.2

Кут Z_k називається кутом орієнтування на пункті k . Для вирівняних значень напрямів повинні виконуватись співвідношення

$$N_{k-i} = \dots \quad (6.1)$$

Виразивши дирекційний кут через координати, матимемо

$$N_{k-i} = \arctg \frac{y_i - y_k}{x_i - x_k} - Z_k. \quad (6.2)$$

Підставивши замість вирівняних значень їх вираз через вимірні значення

плюс поправки та розклавши праву частину рівняння (6.2) у ряд, отримаємо

$$v_{k-i} = N'_{k-i} - (Z'_k + N'_{k-i}) + \xi_k + \eta_k + \xi_i + \eta_i - R_{k-i} \quad (6.3)$$

v_{k-i} – у вимірне значення N'_{k-i} напряму; (Z'_k) – поправка в наближене Z'_k значення орієнтирного кута на пункті k ; $\xi_k, \eta_k, \xi_i, \eta_i$ – поправки в наближені координати пунктів k та i , в дециметрах;

$$l_{k-i} = \alpha'_{k-i} - (Z'_k + N'_{k-i}) + \xi_k + \eta_k + \xi_i + \eta_i - R_{k-i} \quad (6.4)$$

де α'_{k-i} і S'_{k-i} – дирекційний кут і довжина сторони $k-i$, розраховані за наближеними координатами; вільний член рівняння (6.3) розраховується за формулою

$$R_{k-i} = \alpha'_{k-i} - (Z'_k + N'_{k-i}) = \alpha'_{k-i} - R_{k-i} \quad (6.5)$$

Величина $R_{k-i} = Z'_k + N'_{k-i}$ називається наближеним орієнтирним напрямом.

Таблиця 6.1 – Значення напрямів на пунктах мережі

Назва початкового пункта	Пункт візування	Вимірні напрями	Поправки	Вирівняні напрями
А	В	00° 00' 00",0	-0",18	00° 00' 00",00
	С	39° 40' 35",0	-0",68	39° 40' 34",50
	D	79° 55' 38",0	0",85	79° 55' 39",03
В	С	00° 00' 00",0	0",76	00° 00' 00",00
	D	44° 29' 00",0	-1",82	44° 28' 57",42
	А	97° 20' 21",0	0",99	97° 20' 21",23
С	D	0° 00' 00",0	1",07	0° 00' 00",00
	А	48° 16' 46",0	-1",17	48° 16' 43",76
	В	91° 15' 49",0	0",10	91° 15' 48",03
D	А	0° 00' 00",0	-0",05	0° 00' 00",00
	В	47° 12' 57",0	0",21	47° 12' 57",26
	С	91° 28' 12",0	-0",24	91° 28' 11",81

Таблиця 6.2 – Координати пунктів мережі

Назва пунктів	Наближені координати		Поправки		Вирівняні координати	
	X	Y	δx	δy	X	Y
А					29707,296	24818,362

B					34937,277	27314,180
C	33244,9	32470,1	0,018	-0,055	33244,918	32470,045
D	28031,7	30885,3	0,076	0,022	28031,776	30885,322

Рівняння (6.3) відповідає випадку коли пункти k та i є визначуваними.

Якщо початковий пункт k виміряного напрямку вставний, а кінцевий пункт i – вихідний, тоді рівняння(6.3) буде мати вигляд

$$v_{k-i} = -(Z_k) + a_{k-i}\xi_k + b_{k-i}\eta_k + l_{k-i}. \quad (6.6)$$

Такий вид рівняння обумовлений тим, що поправки у координати вихідного пункта i дорівнюють нулю: $\xi_i = 0$; $\eta_i = 0$.

Якщо початковий пункт k виміряного напрямку – вихідний, а кінцевий пункт i – вставний, тоді

$$v_{k-i} = -(Z_k) - a_{k-i}\xi_i - b_{k-i}\eta_i + l_{k-i}. \quad (6.7)$$

Якщо початковий і кінцевий пункти напрямку – вихідні, тоді рівняння матиме вигляд

$$v_{k-i} = -(Z_k) + l_{k-i}. \quad (6.8)$$

Складені параметричні рівняння напрямів у буквенних позначеннях записуються до таблиці 6.3.

Число нормальних рівнянь визначається числом поправок до наближених значень параметрів, а саме: число координат визначених пунктів плюс число пунктів, на яких вимірювалися напрямки. Таким чином, q – число нормальних рівнянь, розраховується за формулою

$$q = 2t + j, \quad (6.9)$$

де t – кількість визначуваних пунктів, а j – кількість станцій вимірювання напрямів.

Таблиця 6.3 – Параметричні рівняння поправок напрямів

Станція	Напрямок	Рівняння поправок	Вага рівняння
A	A-B	$-(z_A) + l_{A-B} = v_{A-B}$	1
	A-C	$-(z_A) - a_{A-C}\xi_C - b_{A-C}\eta_C + l_{A-C} = v_{A-C}$	1

	A-D	$-(z_A) - a_{A-D}\xi_D - b_{A-D}\eta_D + l_{A-D} = v_{A-D}$	1
B	B-C	$-(z_B) - a_{B-C}\xi_C - b_{B-C}\eta_C + l_{B-C} = v_{B-C}$	1
	B-D	$-(z_B) - a_{B-D}\xi_D - b_{B-D}\eta_D + l_{B-D} = v_{B-D}$	1
	B-A	$-(z_B) + l_{B-A} = v_{B-A}$	1
C	C-D	$-(z_C) + a_{C-D}\xi_D + b_{C-D}\eta_D - a_{C-D}\xi_D - b_{C-D}\eta_D + l_{C-D} = v_{C-D}$	1
	C-A	$-(z_C) + a_{C-A}\xi_A + b_{C-A}\eta_A + l_{C-A} = v_{C-A}$	1
	C-B	$-(z_C) + a_{C-B}\xi_B + b_{C-B}\eta_B + l_{C-B} = v_{C-B}$	1
D	D-A	$-(z_D) + a_{D-A}\xi_A + b_{D-A}\eta_A + l_{D-A} = v_{D-A}$	1
	D-B	$-(z_D) + a_{D-B}\xi_B + b_{D-B}\eta_B + l_{D-B} = v_{D-B}$	1
	D-C	$-(z_D) - a_{D-C}\xi_C - b_{D-C}\eta_C + a_{D-C}\xi_D + b_{D-C}\eta_D + l_{D-C} = v_{D-C}$	1

На практиці вирішення подібних систем рівнянь завжди обмежується системою нормальних рівнянь, в яких невідомими є $2t$ поправки у наближені координати точок, що вставляються.

Зазначене спрощення досягається застосуванням до системи рівнянь поправок із загальним невідомим (Z_k) спеціального правила їх перетворення, яке для рівнянь поправок у напрями, виміряні на одній станції, полягає в наступному:

- з рівнянь видаляється поправка (Z_k);
- додається нове рівняння, яке дорівнює сумі рівнянь поправок на станції, а вага дорівнює зворотній сумі ваг цих рівнянь зі знаком мінус (див. табл. 6.4).

Таблиця 6.4 – Перетворені параметричні рівняння поправок у напрями

Станція	Напрями	Перетворені рівняння поправок	Вага рівняння
A	A-B	$+l_{A-B} = v_{A-B}$	1

	A-C	$-a_{A-C}\xi_C - b_{A-C}\eta_C + l_{A-C} = v_{A-C}$	1
	A-D	$-a_{A-D}\xi_D - b_{A-D}\eta_D + l_{A-D} = v_{A-D}$	1
	Σ	$-a_{A-C}\xi_C - b_{A-C}\eta_C - a_{A-D}\xi_D - b_{A-D}\eta_D + [l_A] = [v_A]$	-1/3
B	B-C	$-a_{B-C}\xi_C - b_{B-C}\eta_C + l_{B-C} = v_{B-C}$	1
	B-D	$-a_{B-D}\xi_D - b_{B-D}\eta_D + l_{B-D} = v_{B-D}$	1
	B-A	$+l_{B-D} = v_{B-D}$	1
	Σ	$-a_{B-C}\xi_C - b_{B-C}\eta_C - a_{B-D}\xi_D - b_{B-D}\eta_D + [l_B] = [v_B]$	-1/3
C	C-D	$a_{C-D}\xi_C + b_{C-D}\eta_C - a_{C-D}\xi_D - b_{C-D}\eta_D + l_{C-D} = v_{C-D}$	1
	C-A	$a_{C-A}\xi_C + b_{C-A}\eta_C + l_{C-A} = v_{C-A}$	1
	C-B	$a_{C-B}\xi_C + b_{C-B}\eta_C + l_{C-B} = v_{C-B}$	1
	Σ	$[a_C]\xi_C + [b_C]\eta_C - a_{C-D}\xi_D - b_{C-D}\eta_D + [l_C] = [v_C]$	-1/3
D	D-A	$a_{D-A}\xi_D + b_{D-A}\eta_D + l_{D-A} = v_{D-A}$	1
	D-B	$a_{D-B}\xi_D + b_{D-B}\eta_D + l_{D-B} = v_{D-B}$	1
	D-C	$-a_{D-C}\xi_C - b_{D-C}\eta_C + a_{D-C}\xi_D + b_{D-C}\eta_D + l_{D-C} = v_{D-C}$	1
	Σ	$-a_{D-C}\xi_C - b_{D-C}\eta_C + [a_D]\xi_D + [b_D]\eta_D + [l_D] = [v_D]$	-1/3

За координатами вихідних пунктів і за наближеними координатами пунктів, що вставляються, обчислюються наближені дирекційні кути і довжини всіх сторін мережі (табл. 6.5).

Обчислення дирекційних кутів необхідно виконувати з точністю до 0,01", щоб забезпечувати при даних довжинах сторін обчислення координат з точністю до 0,001м. Крім того, виконується контроль правильності обчислення дирекційних кутів за допомогою контрольної формули

$$\alpha'_{k-i} + 45 = \arctg \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (6.10)$$

Довжини сторін також обчислюються з подвійним контролем за формулами

$$S'_{k-i} = \frac{\Delta x}{\cos \alpha'_{k-i}} = \frac{\Delta y}{\sin \alpha'_{k-i}}, \quad (6.11)$$

а коефіцієнти a_{k-i} і b_{k-i} за формулами (6.4).

Таблиця 6.5 – Розрахунок коефіцієнтів параметричних рівнянь поправок

Напрямок $k-i$	X_i X_k $\Delta x = X_i - X_k$ $\Delta x - \Delta y$	Y_i Y_k $\Delta y = Y_i - Y_k$ $\Delta x + \Delta y$	t , рад. α'_{k-i} $\alpha'_{k-i} + 45^\circ$	Довжини коефіцієнтів	
				S'_{k-i} a_{k-i}	S'_{k-i} b_{k-i}

A – B	34937,277	27314,180	0,445252876	5794,981	5794,981
	29707,296	24818,362	25° 30' 40",00		
	5229,981	2495,818	70° 30' 40",00	1,53	-3,21
	2734,163	7725,799			
A – C	33244,900	32470,100	1,137738799	8429,93	8429,93
	29707,296	24818,362	65° 11' 15",47		
	3537,604	7651,738	110° 11' 15",47	2,22	-1,03
	-4114,134	11189,342			
A – D	28031,700	30885,300	1,840263694	6294,07	6294,07
	29707,296	24818,362	105° 26' 21",63		
	-1675,596	6066,938	150° 26' 21",63	3,16	0,87
	-7742,534	4391,342			
B – C	33244,900	32470,100	1,887955517	5426,57	5426,57
	34937,277	27314,180	108° 10' 18",78		
	-1692,377	5155,920	153° 10' 18",78	3,61	1,19
	-6848,297	3463,543			
B – D	28031,700	30885,300	2,664330694	7774,31	7774,31
	34937,277	27314,180	152° 39' 17",65		
	-6905,577	3571,120	197° 39' 17",65	1,22	2,36
	-10476,697	-3334,457			
C – D	28031,700	30885,300	-2,846472434	5448,77	5448,77
	33244,900	32470,100	196° 54' 32",91		
	-5213,200	-1584,800	241° 54' 32",91	-1,10	3,62
	-3628,400	-6798,000			

Вільні члени параметричних рівнянь розраховуються за формулою (6.5) в табл. 6.6. Для напрямків на пункті розраховуються наближені значення орієнтирних кутів Z'_k , через які знаходиться Z_{cm} – середній для пункта орієнтирний кут. За середнім орієнтирним кутом та вимірним напрямкам розраховуються R_{k-i} – наближені орієнтирні напрямки і вільні члени рівнянь поправок.

Контроль вільних членів на пункті. Сума вільних членів рівнянь поправок на станції повинна дорівнювати нулю із точністю до помилки округлення 0,01".

Таблиця 6.6 – Розрахунок вільних членів параметричних рівнянь поправок

Початковий пункт	Пункт візува	Вимірні напрямки	Дирекційний кут	Наближений орієнтирний кут	Наближений орієнтирний напрямок	Вільний член $\alpha_{k-i}' - R_{k-i}$
------------------	--------------	------------------	-----------------	----------------------------	---------------------------------	--

	ННЯ	N'_{k-i}	α'_{k-i}	$Z'_k = \alpha'_{k-i} - N'_{k-i}$	$R_{k-i} = Z_{\text{см.}} + N'_{k-i}$	
A	B	00° 00' 00",0	25°30'40",00	25°30'40",00	25°30'41",37	-1,37
	C	39° 40' 35",0	65°11'15",47	40",47	65°11'16",37	-0,90
	D	79° 55' 38",0	105°26'21",63	43",63	105°26'19",37	+2,26
	Σ	13",0	17",10 $Z_{\text{см.}} =$	4",10 \ 4",10 25°30'41",37		-0,01
B	C	00° 00' 00",0	108°10'18",78	108°10'18",78	108°10'18",48	+0,30
	D	44° 29' 00",0	152°39'17",65	17",65	152°39'18",48	-0,83
	A	97° 20' 21",0	205°30'40",00	19",00	205°30'39",48	+0,52
	Σ	21",0	16",43 $Z_{\text{см.}} =$	55,43 \ 55,43 108°10'18",48		-0,01
C	D	0° 00' 00",0	196°54'32",91	196°54'32",91	196°54'30",72	+2,19
	A	48° 16' 46",0	245°11'15",47	29",47	245°11'16",72	-1,25
	B	91° 15' 49",0	298°10'18",78	29",78	298°10'19",72	-0,94
	Σ	35",0	17",16 $Z_{\text{см.}} =$	32,16 \ 32,16 196°54'30",72		0,00
D	A	0° 00' 00",0	285°26'21",63	285°26'21",63	285°26'21",06	+0,57
	B	47° 12' 57",0	332°39'17",65	20",65	332°39'18",06	-0,41
	C	91° 28' 12",0	16°54'32",91	20",91	16°54'33",06	-0,15
	Σ	9",0	12",19 $Z_{\text{см.}} =$	3,19 \ 3,19 285°26'21",06		+0,01

У табл. 6.7. вписуються відповідно до табл. 6.4 розраховані значення коефіцієнтів та вільних членів рівнянь поправок. Крім того, для контрольних розрахунків додається стовпець контрольної суми S , що розраховується для кожного рядка за формулою

$$S = a + b + c + d + 1. \quad (6.12)$$

Таблиця 6.7 – Коефіцієнти перетворених рівнянь поправок

Станція	Напрямки	Коефіцієнти рівнянь поправок				Вільний член l	Контрольна сума S	p
		a ξ_c	b η_c	c ξ_D	d η_D			
А	А–В	0	0	0	0	-1,37	-1,37	1
	А–С	-2,22	1,03	0	0	-0,90	-2,09	1
	А–D	0	0	-3,16	-0,87	2,26	-1,77	1
	Σ	-2,22	1,03	-3,16	-0,87	-0,01	-5,23	-1/3
В	В–С	-3,61	-1,19	0	0	0,30	-4,50	1
	В–D	0	0	-1,22	-2,36	-0,83	-4,41	1
	В–А	0	0	0	0	0,52	0,52	1
	Σ	-3,61	-1,19	-1,22	-2,36	-0,01	-8,39	-1/3
С	С–D	-1,10	3,62	1,10	-3,62	2,19	2,19	1
	С–А	-2,22	1,03	0	0	-1,25	-2,44	1
	С–В	-3,61	-1,19	0	0	-0,94	-5,74	1
	Σ	-6,93	3,46	1,10	-3,62	0,00	-5,99	-1/3
D	D–А	0	0	-3,16	-0,87	0,57	-3,46	1
	D–В	0	0	-1,22	-2,36	-0,41	-3,99	1
	D–С	-1,10	3,62	1,10	-3,62	-0,15	-0,15	1
	Σ	-1,10	3,62	-3,28	-6,85	0,01	-7,60	-1/3

Складаються нормальні рівняння поправок у координати пунктів, що вставляються, наступного виду:

$$\dots \quad (6.13)$$

Коефіцієнти нормальних рівнянь записуються в перші рядки сходинок схеми Гауса (табл. 6.9) відповідно до бланка (Додаток 3).

У розрахунках коефіцієнтів нормальних рівнянь перевіряються контрольні

співвідношення наступного виду:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Виконується розв'язання нормальних рівнянь у схемі Гауса (табл. 6.8) за алгоритмом, записаним у Додатку 3, і розраховуються поправки до наближених координат пунктів, що вставляються.

Поправки до вимірних напрямів розраховуються в табл. 6.9, куди записуються рівняння поправок відповідно до табл. 6.3. Під кожним коефіцієнтом розташовують його добуток на відповідну поправку в наближені координати.

Поправка (Z) у орієнтирний кут розраховується на кожному пункті за формулою

$$(\Delta Z) = \frac{[v \cdot \sin \alpha]}{[v]}, \quad (6.15)$$

Контролем розрахунків поправок є рівність нулю їх суми на пункті.

Перший заключний контроль. Перевіряється виконання співвідношення

$$[vv] = [uu], \quad (6.16)$$

де величина $[uu]$ розраховується у схемі Гауса останньому рядку (табл. 6.8). В нашому прикладі:

$$[vv] = 8,730 \text{ и } [uu] = 8,725.$$

В табл. 6.10 розраховуються вирівняні дирекційні кути, а в табл. 6.2 – вирівняні координати визначуваних пунктів.

Другий заключний контроль. За вирівняними координатами з табл. 6.2 розраховуються у табл. 6.11 ще раз дирекційні кути сторін та порівнюються з результатами в табл. 6.10. Якщо вони у межах помилок округлення, вважається, що другий заключний контроль виконано, тобто вирівнювання мережі зрівняння закінчено.

Оцінка точності вимірів. Похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \sqrt{\frac{8,730}{5-1}} = \pm 1",48.$$

Таблиця 6.8 – Схема Гауса розв’язання нормальних рівнянь поправок

ξ_c	η_c	ξ_D	η_D	[L]	[S]	f_α	Q_c^x	Q_c^y
15.94	4.70	-4.89	-6.39	4.82	14.18	-1.10	-1.00	0.0000
-1.00	-0.2949	0.3068	0.4009	-0.3024	-0.8896	0.0690	0.0627	0.0000
$\xi_c = 0.18327$	0.16230	0.23329	0.09008	-0.30240			$Q_{xx}^c = 0.1000$	$Q_{xy}^c = -0.0337$
	21.98	11.25	-14.41	5.92	29.44	3.62	0.00	-1.0000
	-1.3858	1.4418	1.8841	-1.4212	-4.1811	0.3243	0.2949	0.0000
	20.5942	12.6918	-12.5259	4.4988	25.2589	3.9443	0.2949	-1.0000
	-1.00	-0.61628	0.60822	-0.21845	-1.22651	-0.19153	-0.01432	0.04856
$\eta_c = -0.55043$	-0.46866	0.13667	-0.21845				$Q_{xy}^c = -0.03373$	$Q_{yy}^c = 0.16737$
	17.55	-4.75	-5.19	13.97	1.10	0.00	0.00	0.0000
	-1.5001	-1.9603	1.4787	4.3501	-0.3375	-0.3068	-0.3068	0
	-7.82177	7.71948	-2.77253	-15.56666	-2.43083	-0.18171	-0.18171	0.61628
	8.22810	1.00919	-6.48387	2.75341	-1.66828	-0.48849	-0.48849	0.61628
	-1.00	-0.12265	0.78802	-0.33464	0.20275	0.05937	0.05937	-0.07490
$\xi_D = 0.76046$	-0.02756	0.78802					0.05629	-0.08793
	16.74	-6.91	-15.72	-3.62	0.00	0.00	0.00	0.0000
	-2.5616	1.9322	5.6845	-0.4410	-0.4009	-0.4009	-0.4009	0.0000
	-7.61854	2.73628	15.36310	2.39904	0.17934	0.17934	0.17934	-0.60822
	-0.12378	0.79526	-0.33771	0.20462	0.05991	0.05991	0.05991	-0.07559
	6.43607	-1.44623	4.98984	-1.45731	-0.16163	-0.16163	-0.16163	-0.68381
	-1.00000	0.22471	-0.77529	0.22643	0.02511	0.02511	0.02511	0.10625
$\eta_D = 0.22471$								
	16.60	15.24						
	-1.4575	-4.2878	0.07591					
	-0.9828	-5.5178	0.75545					
	-5.1094	2.1697	0.33825					
	-0.3250	1.1213	0.32997					
	8.7254	8.7254	1.49958					

Таблиця 6.9 – Розрахунок поправок у виміряні напрямки

Початковий пункт	Пункт візування	(Z)	a $\xi_c =$ 0.18327	b $\eta_c =$ -0.55043	c $\xi_D =$ 0.76046	d $\eta_D =$ 0.22471	Вільний член l	Поправка v
A	A-B	-1	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.37	
		1.19	0.00	0.00	0.00	0.00		-0.18
	A-C	-1	-2.22	1.03	0.00	0.00	-0.90	
		1.19	-0.41	-0.57	0.00	0.00		-0.68
	A-D	-1	0.00	0.00	-3.16	-0.87	2.26	
		1.19	0.00	0.00	-2.40	-0.20		0.85
				-2.22	1.03	-3.16	-0.87	
	$(Z_A) = -1.19$		-0.41	-0.57	-2.40	-0.20		
B	B-C	-1	-3.61	-1.19	0.00	0.00	0.30	
		0.47	-0.66	0.66	0.00	0.00		0.76
	B-D	-1	0.00	0.00	-1.22	-2.36	-0.83	
		0.47	0.00	0.00	-0.93	-0.53		-1.82
	B-A	-1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.52	
		0.47	0.00	0.00	0.00	0.00		0.99
				-3.61	-1.19	-1.22	-2.36	
	$(Z_B) = -0.49$		-0.66	0.66	-0.93	-0.53		
C	C-D	-1	-1.10	3.62	1.10	-3.62	2.19	
		1.05	-0.20	-1.99	0.84	-0.81		1.07
	C-A	-1	-2.22	1.03	0.00	0.00	-1.25	
		1.05	-0.41	-0.57	0.00	0.00		-1.17
	C-B	-1	-3.61	-1.19	0.00	0.00	-0.94	
		1.05	-0.66	0.66	0.00	0.00		0.10
				-6.93	3.46	1.1	-3.62	
	$(Z_C) = -1.05$		-1.27	-1.90	0.84	-0.81		
D	D-A	-1	0.00	0.00	-3.16	-0.87	0.57	
		2.08	0.00	0.00	-2.40	-0.20		0.05
	D-B	-1	0.00	0.00	-1.22	-2.36	-0.41	
		2.08	0.00	0.00	-0.93	-0.53		0.21
	D-C	-1	-1.10	3.62	1.10	-3.62	-0.15	
		2.08	-0.20	-1.99	0.84	-0.81		-0.24
				-1.1	3.62	-3.28	-6.85	
	$(Z_D) = -2.08$		-0.20	-1.99	-2.49	-1.54		

Таблиця 6.10 – Розрахунок вирівняних дирекційних кутів

Початковий пункт	Пункт візування	Наближений орієнтирний напрямок R	Поправка в орієнтирний кут (Z)	Поправка в напрямок v	Вирівняний дирекційний кут α
A	B	25°30'41",37	-1.19	-0.18	25°30'40",00
	C	65°11'16",37	-1.19	-0.68	65°11'14",50
	D	105°26'19",37	-1.19	0.85	105°26'19",03
B	C	108°10'18",48	--0.49	0.76	108°10'18",76
	D	152°39'18",48	--0.49	-1.82	152°39'16",17
	A	205°30'39",48	--0.49	0.99	205°30'39",98
C	D	196°54'30",72	--1.05	1.07	196°54'30",74
	A	245°11'16",72	--1.05	-1.17	245°11'14",50
	B	298°10'19",72	--1.05	0.10	298°10'18",77
D	A	285°26'21",06	--2.08	0.05	285°26'19",03
	B	332°39'18",06	--2.08	0.21	332°39'16",19
	C	16°54'33",06	--2.08	-0.24	16°54'30",74

Таблиця 6.11 – Контрольні розрахунки дирекційних кутів

Напрямок $k - i$	X_i X_k $\Delta x = X_i - X_k$	Y_i Y_k $\Delta y = Y_i - Y_k$	α_{k-i}
	33244,918	32470,045	
A - C	29707,296	24818,362	65°11'14",51
	3537,622	7651,683	
	28031,776	30885,322	
A - D	29707,296	24818,362	105°26'19",04
	-1675,520	6066,960	
	33244,918	32470,045	
B - C	34937,277	27314,180	108°10'18",78
	-1692,359	5155,865	
	28031,776	30885,322	
B - D	34937,277	27314,180	152°39'16",21
	-6905,501	3571,142	
	28031,776	30885,322	
C - D	33244,918	32470,045	196°54'30",76
	-5213,142	-1584,723	

Оцінка точності функцій вирівняних величин.

Оцінка точності дирекційного кута сторони $C-D$. Створюється вагова функція, яка виражає α_{C-D} – дирекційний кут, через вирівняні координати кінцевих точок:

$$\alpha_{C-D} = \arctg \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C}. \quad (6.17)$$

Коефіцієнти вагової функції, похідні по координатах від правої частини формули (6.17), розраховуються за формулами (6.4) і будуть мати вигляд:

$$f_1 = a_{C-D} = -1,10; \quad f_2 = b_{C-D} = 3,62; \quad f_3 = -a_{C-D} = 1,10; \quad f_4 = -b_{C-D} = -3,62. \quad (6.18)$$

Коефіцієнти вагової функції записуються у додатковий стовпчик f_α схеми Гауса (табл. 6.8), де виконуються перетворення таким же чином як й для стовпця $|U|$. На останній сходинці стовпця f_α розраховується величина обернена вазі за формулою

$$\frac{1}{v} = \frac{f_1^2}{p} + \frac{v_1^2}{p} + \frac{v_2^2}{p} + \frac{v_3^2}{p}. \quad (6.19)$$

Тоді $m_{\alpha_{C-D}}$ – середня квадратична похибка дирекційного кута буде дорівнювати

$$m_{\alpha_{C-D}} = \mu \sqrt{\frac{1}{v}} = \pm 1,48 \sqrt{1,5} = \pm 1",81.$$

Оцінка точності місцеположення вставлених пунктів.

Повне уявлення про розподіл похибок положення пункту k коваріаційної матриці M_k помилок координат пунктів, яка має вигляд:

$$M_k = \mu^2 \begin{vmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} \\ Q_{xy} & Q_{yy} \end{vmatrix}, \quad (6.20)$$

де Q_{xx} , Q_{xy} і Q_{yy} – елементи оберненої матриці нормальних рівнянь (вагові коефіцієнти), відповідні поправкам ξ_k і η_k пункта.

Оцінка точності місцеположення пункта D . Оскільки поправки у координати пункта D стоять у нормальних рівняннях останніми, то вагові коефіцієнти виражаються через алгоритми Гауса наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} Q_{xx} &= \frac{[pdd2]}{[pcc2][pdd3]}; \\ Q_{yy} &= \frac{1}{[pdd3]}; \\ Q_{xy} &= -\frac{[pcd2]}{[pcc2][pdd3]}. \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

Обравши зі схеми Гауса (табл. 6.8) необхідні величини, отримаємо

$$\left. \begin{aligned} Q_{xx} &= \frac{6,56}{8,23 \ 6,44} = 0,1238; \\ Q_{yy} &= \frac{1}{6,44} = 0,1553; \\ Q_{xy} &= -\frac{1,009}{8,23 \ 6,44} = -0,0190. \end{aligned} \right\}$$

Матриця M_D для пункту D буде мати, у відповідності з формулою (6.20), вигляд:

$$M_D = 1,48^2 \begin{vmatrix} 0,1238 & -0,0190 \\ -0,0190 & 0,1553 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,2712 & -0,0416 \\ -0,0416 & 0,3402 \end{vmatrix}.$$

На діагоналі матриці M_D знаходяться $m_{x_D}^2$ і $m_{y_D}^2$ – квадрати середніх квадратичних помилок координат пункту D . Оскільки в рівнянні (6.3) поправки ξ_k, η_k в координати виражені в дециметрах, то і в матриці M_D відповідні середні квадратичні помилки мають розмірність – дециметри, а саме

$$m_{x_D} = 0,52\text{дм}; \quad m_{y_D} = 0,58\text{дм}.$$

Наочне уявлення про розподіл помилки положення пункту з різних напрямків дає подера, елементи якої розраховують за такими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 2\theta &= \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}}; \\ w &= \frac{2Q_{xy}}{\sin 2\theta}; \\ A^2 &= \mu^2 \frac{Q_{xx} + Q_{yy} + w}{2}; \\ B^2 &= \mu^2 \frac{Q_{xx} + Q_{yy} - w}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

де A і B – велика та мала, відповідно, напівосі подери; θ – дирекційний кут напрямку великої вісі подери.

Підставляючи формули (6.22) з матриці M_D будемо мати:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{-2 \cdot 0,019}{0,1238 - 0,1553} = \frac{-0,038}{-0,0315} = -1,20635;$$

$$2\theta = 180^\circ + 50^\circ 30'; \quad \theta = 115^\circ 15';$$

$$w = \frac{-2 \cdot 0,019}{\sin 230^\circ 30'} = 0,0492;$$

$$A^2 = 1,48^2 \frac{0,1238 + 0,1553 + 0,0492}{2} = 0,3596; \quad A = 0,60\text{дм};$$

$$B^2 = 1,48^2 \frac{0,1238 + 0,1553 - 0,0492}{2} = 0,2518; \quad B = 0,50 \text{ дм.}$$

Величини радіус-векторів подери для напрямків, що становлять з головною віссю A угол φ , розраховуються за формулою

$$P^2 = A^2 \cos^2 \varphi + B^2 \sin^2 \varphi. \quad (6.23)$$

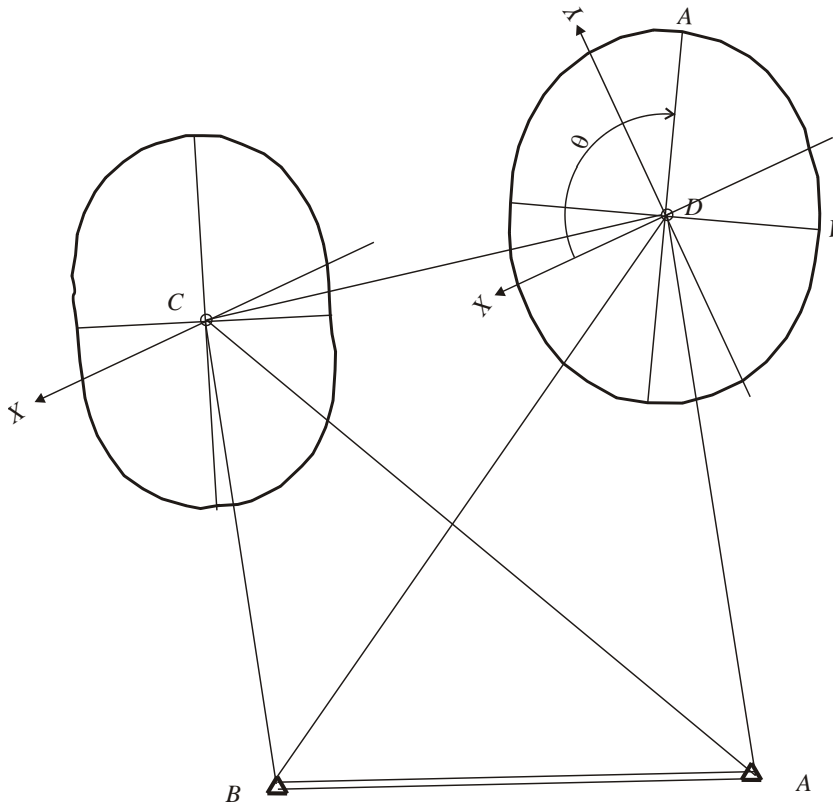


Рис. 6.3 – Зображення подери в масштабі 1 : 2

Якщо необхідно побудувати подеру для пункту, поправка координати якого розташовані не останніми в нормальних рівняннях, то відповідні елементи зворотної матриці розраховуються за схемою Гауса (табл. 6.8).

Для побудови подери пункту C на схемі Гауса стовпці Q_C^x і Q_C^y , у яких у першому рядку відповідних сходинок ставлять -1 , а інших сходинок нулі. Розглядаючи ці стовпці як вільні члени, звичайним способом розраховують невідомі, які є елементами зворотної матриці. Знайдені значення записуються в останніх рядках сходинок. Контролем є симетричність елементів зворотної матриці. У нашому випадку вийшло, що другий елемент стовпця Q_C^x дорівнює першому елементу стовпця Q_C^y : $-0,0337 = -0,0337$ (табл. 6.8).

Вибравши відповідні елементи стовпців Q_C^x і Q_C^y , отримаємо коваріаційну

матрицю M_C для пункту C :

$$M_C = 1,48^2 \begin{vmatrix} 0,1000 & -0,0337 \\ -0,0337 & 0,1674 \end{vmatrix}.$$

Середні квадратичні помилки координат пункту C складуть:

$$m_{x_C} = 0,47\text{дм}; \quad m_{y_D} = 0,61\text{дм}.$$

За формулами (6.22) розрахуємо елементи подери:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{-2 \cdot 0,0337}{0,1000 - 0,1674} = \frac{-0,0674}{-0,0674} = 1,0000;$$

$$2\theta = 180^\circ + 45^\circ 00'; \quad \theta = 112^\circ 30';$$

$$w = \frac{-2 \cdot 0,0337}{\sin 225^\circ 00'} = 0,0953;$$

$$A^2 = 1,48^2 \frac{0,1000 + 0,1674 + 0,0953}{2} = 0,3972; \quad A = 0,63\text{дм};$$

$$B^2 = 1,48^2 \frac{0,1000 + 0,1674 - 0,0953}{2} = 0,1885; \quad B = 0,43\text{дм}.$$

За формулою (6.23) розраховують радіус-вектори подер для пунктів C і D (табл. 6.12). На рис. 6.3 зображення подери в масштабі 1 : 2.

Таблиця 6.12 – Радіус вектори подер пунктів

Величина кута φ	Радіус-вектори P , дм	
	Пункт D	Пункт C
0°	0.60	0.63
15°	0.59	0.62
30°	0.58	0.59
45°	0.55	0.54
60°	0.53	0.49
75°	0.51	0.45
90°	0.50	0.43

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Боровий В.О., Літнарівч Р.М., Мардієва Л.П. Особливості зрівноваження лінійно-кутової мережі з недостатньою кількістю вимірів . Інженерна геодезія. Випуск 45, - К.:, КНУБА, 2001.
2. Войтенко С.П., Шульц Р.В. та ін. Математична обробка геодезичних вимірів/ С.П.Войтенко, Р.В. Шульц, О.Й. Кузьмич, Ю.В. Кравченко: за ред.. Войтенко С.П., –К. : Знання, 2015. – 654 с.
3. Войтенко С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Метод найменших квадратів. – К.: КНУБА, 2005.
4. Зазуляк П.М., Гавриш В.І., Євсєєва Е.М., Йосипчук М.Д. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірів: навч. посібник. — Львів: Растр-7, 2007.
5. Метешкін К.О., Шаульський Д.В. Математична обробка геодезичних вимірів: навч. посібник / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульський; Харк. нац. акад. міськ. госпва. – Х.: ХНАМГ, 2012. – 176 с.
6. Рижок З.Р., Полковська Л.Л., Ступень Р.М., Колодій П.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Навчальник посібник. – Львів: «Галицька видавнича спілка», 2020. – 180 с.
7. Рябчій В.А. Теорія похибок вимірів: навч. посібник / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій. – Д. : Національний гірничий університет, 2006. – 166 с.
8. 2. Рябчій В.А. Застосування теорії корелатного способу до вирівнювання геодезичних мереж: навч. посібник / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій. – Д. : Національний гірничий університет, 2009. – 218 с.
9. Тадєєв О.А. Математична обробка геодезичних вимірів: конспект лекцій для студентів напряму 0801 «Геодезія, картографія та землеустрій». – Рівне: Вид. НУВГП., 2013 –146 с.
10. Костікова М.В., Скрипіна І.В. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Комп'ютерна підготовка» (розділ «Інтегрована математична система Mathcad») для студентів спеціальності 7.090258 – Х: ХНАДУ, 2008 – 84 с.

Завдання з дисципліни СМОГВ гр.

здобувачу _____

<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Завдання_1</th> <th colspan="2">Варіант 23</th> </tr> <tr> <th colspan="4">-----2023-----</th> </tr> <tr> <th>№</th> <th colspan="3">Вимірjana величина</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>88</td><td>26'</td><td>05.8"</td></tr> <tr><td>2</td><td>88</td><td>26'</td><td>02.7"</td></tr> <tr><td>3</td><td>88</td><td>26'</td><td>12.8"</td></tr> <tr><td>4</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>5</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>6</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>7</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>8</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>9</td><td>88</td><td>26'</td><td>04.7"</td></tr> <tr><td>10</td><td>88</td><td>26'</td><td>05.4"</td></tr> <tr><td>11</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>12</td><td>88</td><td>26'</td><td>00.7"</td></tr> <tr><td>13</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.5"</td></tr> <tr><td>14</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> <tr><td>15</td><td>88</td><td>26'</td><td>04.9"</td></tr> <tr><td>16</td><td>88</td><td>26'</td><td>18.8"</td></tr> <tr><td>17</td><td>88</td><td>26'</td><td>01.0"</td></tr> </tbody> </table> <p>Видано здобувачу _____</p>	Завдання_1		Варіант 23		-----2023-----				№	Вимірjana величина			1	88	26'	05.8"	2	88	26'	02.7"	3	88	26'	12.8"	4	88	26'	01.0"	5	88	26'	01.0"	6	88	26'	01.0"	7	88	26'	01.0"	8	88	26'	01.0"	9	88	26'	04.7"	10	88	26'	05.4"	11	88	26'	01.0"	12	88	26'	00.7"	13	88	26'	01.5"	14	88	26'	01.0"	15	88	26'	04.9"	16	88	26'	18.8"	17	88	26'	01.0"	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Задание_2</th> <th colspan="2">Варіант 23</th> </tr> <tr> <th colspan="4">-----2023-----</th> </tr> <tr> <th>№</th> <th colspan="2">Вимірювання,</th> <th>С.К.П.,</th> </tr> <tr> <th></th> <th>м</th> <th colspan="2">мм</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2670.578</td><td colspan="2">4.3</td></tr> <tr><td>2</td><td>2670.582</td><td colspan="2">1.9</td></tr> <tr><td>3</td><td>2670.572</td><td colspan="2">0.7</td></tr> <tr><td>4</td><td>2670.583</td><td colspan="2">2.4</td></tr> <tr><td>5</td><td>2670.580</td><td colspan="2">1.8</td></tr> <tr><td>6</td><td>2670.579</td><td colspan="2">6.0</td></tr> <tr><td>7</td><td>2670.578</td><td colspan="2">2.1</td></tr> <tr><td>8</td><td>2670.574</td><td colspan="2">0.9</td></tr> <tr><td>9</td><td>2670.578</td><td colspan="2">3.2</td></tr> <tr><td>10</td><td>2670.575</td><td colspan="2">1.3</td></tr> <tr><td>11</td><td>2670.584</td><td colspan="2">0.6</td></tr> <tr><td>12</td><td>2670.573</td><td colspan="2">0.7</td></tr> <tr><td>13</td><td>2670.583</td><td colspan="2">2.2</td></tr> <tr><td>14</td><td>2670.578</td><td colspan="2">1.3</td></tr> <tr><td>15</td><td>2670.579</td><td colspan="2">1.9</td></tr> <tr><td>16</td><td>2670.575</td><td colspan="2">0.8</td></tr> <tr><td>17</td><td>2670.577</td><td colspan="2">2.6</td></tr> </tbody> </table> <p>Видано здобувачу _____</p>	Задание_2		Варіант 23		-----2023-----				№	Вимірювання,		С.К.П.,		м	мм		1	2670.578	4.3		2	2670.582	1.9		3	2670.572	0.7		4	2670.583	2.4		5	2670.580	1.8		6	2670.579	6.0		7	2670.578	2.1		8	2670.574	0.9		9	2670.578	3.2		10	2670.575	1.3		11	2670.584	0.6		12	2670.573	0.7		13	2670.583	2.2		14	2670.578	1.3		15	2670.579	1.9		16	2670.575	0.8		17	2670.577	2.6							
Завдання_1		Варіант 23																																																																																																																																																																									
-----2023-----																																																																																																																																																																											
№	Вимірjana величина																																																																																																																																																																										
1	88	26'	05.8"																																																																																																																																																																								
2	88	26'	02.7"																																																																																																																																																																								
3	88	26'	12.8"																																																																																																																																																																								
4	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
5	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
6	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
7	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
8	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
9	88	26'	04.7"																																																																																																																																																																								
10	88	26'	05.4"																																																																																																																																																																								
11	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
12	88	26'	00.7"																																																																																																																																																																								
13	88	26'	01.5"																																																																																																																																																																								
14	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
15	88	26'	04.9"																																																																																																																																																																								
16	88	26'	18.8"																																																																																																																																																																								
17	88	26'	01.0"																																																																																																																																																																								
Задание_2		Варіант 23																																																																																																																																																																									
-----2023-----																																																																																																																																																																											
№	Вимірювання,		С.К.П.,																																																																																																																																																																								
	м	мм																																																																																																																																																																									
1	2670.578	4.3																																																																																																																																																																									
2	2670.582	1.9																																																																																																																																																																									
3	2670.572	0.7																																																																																																																																																																									
4	2670.583	2.4																																																																																																																																																																									
5	2670.580	1.8																																																																																																																																																																									
6	2670.579	6.0																																																																																																																																																																									
7	2670.578	2.1																																																																																																																																																																									
8	2670.574	0.9																																																																																																																																																																									
9	2670.578	3.2																																																																																																																																																																									
10	2670.575	1.3																																																																																																																																																																									
11	2670.584	0.6																																																																																																																																																																									
12	2670.573	0.7																																																																																																																																																																									
13	2670.583	2.2																																																																																																																																																																									
14	2670.578	1.3																																																																																																																																																																									
15	2670.579	1.9																																																																																																																																																																									
16	2670.575	0.8																																																																																																																																																																									
17	2670.577	2.6																																																																																																																																																																									
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Завдання_3</th> <th colspan="2">Варіант 23</th> </tr> <tr> <th colspan="4">-----2023-----</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">№</th> <th colspan="2">1-е</th> <th colspan="2">2-е</th> </tr> <tr> <th colspan="2">вимірювання, мм</th> <th colspan="2">вимірювання, мм</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>71.031</td><td colspan="2">71.046</td></tr> <tr><td>2</td><td>19.037</td><td colspan="2">19.040</td></tr> <tr><td>3</td><td>13.542</td><td colspan="2">13.543</td></tr> <tr><td>4</td><td>117.715</td><td colspan="2">117.707</td></tr> <tr><td>5</td><td>9.862</td><td colspan="2">9.846</td></tr> <tr><td>6</td><td>86.200</td><td colspan="2">86.208</td></tr> <tr><td>7</td><td>115.834</td><td colspan="2">115.831</td></tr> <tr><td>8</td><td>35.096</td><td colspan="2">35.094</td></tr> <tr><td>9</td><td>62.653</td><td colspan="2">62.664</td></tr> <tr><td>10</td><td>44.130</td><td colspan="2">44.126</td></tr> <tr><td>11</td><td>87.814</td><td colspan="2">87.804</td></tr> <tr><td>12</td><td>24.184</td><td colspan="2">24.188</td></tr> <tr><td>13</td><td>27.124</td><td colspan="2">27.130</td></tr> <tr><td>14</td><td>116.227</td><td colspan="2">116.246</td></tr> <tr><td>15</td><td>70.655</td><td colspan="2">70.644</td></tr> <tr><td>16</td><td>59.631</td><td colspan="2">59.657</td></tr> <tr><td>17</td><td>99.068</td><td colspan="2">99.060</td></tr> </tbody> </table> <p>Видано здобувачу _____</p>	Завдання_3		Варіант 23		-----2023-----				№	1-е		2-е		вимірювання, мм		вимірювання, мм		1	71.031	71.046		2	19.037	19.040		3	13.542	13.543		4	117.715	117.707		5	9.862	9.846		6	86.200	86.208		7	115.834	115.831		8	35.096	35.094		9	62.653	62.664		10	44.130	44.126		11	87.814	87.804		12	24.184	24.188		13	27.124	27.130		14	116.227	116.246		15	70.655	70.644		16	59.631	59.657		17	99.068	99.060		<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Завдання_4</th> <th colspan="2">Варіант 23</th> </tr> <tr> <th colspan="4">-----2022-----</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">№</th> <th colspan="2">Нев'язка хода</th> <th colspan="2">Довжина хода</th> </tr> <tr> <th colspan="2">мм</th> <th colspan="2">км</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1.5</td><td colspan="2">4.1</td></tr> <tr><td>2</td><td>-0.5</td><td colspan="2">2.1</td></tr> <tr><td>3</td><td>9.5</td><td colspan="2">3.9</td></tr> <tr><td>4</td><td>6.3</td><td colspan="2">10.5</td></tr> <tr><td>5</td><td>-0.8</td><td colspan="2">4.5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7.2</td><td colspan="2">10.6</td></tr> <tr><td>7</td><td>-10.1</td><td colspan="2">3.8</td></tr> <tr><td>8</td><td>15.7</td><td colspan="2">3.3</td></tr> <tr><td>9</td><td>2.1</td><td colspan="2">7.9</td></tr> <tr><td>10</td><td>-1.8</td><td colspan="2">2.6</td></tr> <tr><td>11</td><td>-4.5</td><td colspan="2">7.0</td></tr> <tr><td>12</td><td>-11.8</td><td colspan="2">10.3</td></tr> <tr><td>13</td><td>24.4</td><td colspan="2">6.0</td></tr> <tr><td>14</td><td>25.0</td><td colspan="2">9.5</td></tr> <tr><td>15</td><td>5.2</td><td colspan="2">1.9</td></tr> <tr><td>16</td><td>-4.9</td><td colspan="2">5.9</td></tr> <tr><td>17</td><td>-5.9</td><td colspan="2">8.7</td></tr> </tbody> </table> <p>Видано здобувачу _____</p>	Завдання_4		Варіант 23		-----2022-----				№	Нев'язка хода		Довжина хода		мм		км		1	1.5	4.1		2	-0.5	2.1		3	9.5	3.9		4	6.3	10.5		5	-0.8	4.5		6	7.2	10.6		7	-10.1	3.8		8	15.7	3.3		9	2.1	7.9		10	-1.8	2.6		11	-4.5	7.0		12	-11.8	10.3		13	24.4	6.0		14	25.0	9.5		15	5.2	1.9		16	-4.9	5.9		17	-5.9	8.7	
Завдання_3		Варіант 23																																																																																																																																																																									
-----2023-----																																																																																																																																																																											
№	1-е		2-е																																																																																																																																																																								
	вимірювання, мм		вимірювання, мм																																																																																																																																																																								
1	71.031	71.046																																																																																																																																																																									
2	19.037	19.040																																																																																																																																																																									
3	13.542	13.543																																																																																																																																																																									
4	117.715	117.707																																																																																																																																																																									
5	9.862	9.846																																																																																																																																																																									
6	86.200	86.208																																																																																																																																																																									
7	115.834	115.831																																																																																																																																																																									
8	35.096	35.094																																																																																																																																																																									
9	62.653	62.664																																																																																																																																																																									
10	44.130	44.126																																																																																																																																																																									
11	87.814	87.804																																																																																																																																																																									
12	24.184	24.188																																																																																																																																																																									
13	27.124	27.130																																																																																																																																																																									
14	116.227	116.246																																																																																																																																																																									
15	70.655	70.644																																																																																																																																																																									
16	59.631	59.657																																																																																																																																																																									
17	99.068	99.060																																																																																																																																																																									
Завдання_4		Варіант 23																																																																																																																																																																									
-----2022-----																																																																																																																																																																											
№	Нев'язка хода		Довжина хода																																																																																																																																																																								
	мм		км																																																																																																																																																																								
1	1.5	4.1																																																																																																																																																																									
2	-0.5	2.1																																																																																																																																																																									
3	9.5	3.9																																																																																																																																																																									
4	6.3	10.5																																																																																																																																																																									
5	-0.8	4.5																																																																																																																																																																									
6	7.2	10.6																																																																																																																																																																									
7	-10.1	3.8																																																																																																																																																																									
8	15.7	3.3																																																																																																																																																																									
9	2.1	7.9																																																																																																																																																																									
10	-1.8	2.6																																																																																																																																																																									
11	-4.5	7.0																																																																																																																																																																									
12	-11.8	10.3																																																																																																																																																																									
13	24.4	6.0																																																																																																																																																																									
14	25.0	9.5																																																																																																																																																																									
15	5.2	1.9																																																																																																																																																																									
16	-4.9	5.9																																																																																																																																																																									
17	-5.9	8.7																																																																																																																																																																									
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Завдання_5</th> <th colspan="2">Варіант 23</th> </tr> <tr> <th colspan="4">-----2022-----</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">Пункт вимір.</th> <th rowspan="2">Пункт візув.</th> <th colspan="2">Вимірjане направлення</th> </tr> <tr> <th colspan="2"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">A</td> <td>B</td> <td>38</td> <td>28' 31.0"</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>68</td> <td>19' 15.9"</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>00' 00.0"</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">D</td> <td>B</td> <td>246</td> <td>14' 20.5"</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>283</td> <td>16' 37.9"</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>00' 00.0"</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">B</td> <td>D</td> <td>27</td> <td>45' 48.6"</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>300</td> <td>10' 02.4"</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>00' 00.0"</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">C</td> <td>D</td> <td>34</td> <td>57' 25.0"</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>90</td> <td>19' 19.2"</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>00' 00.0"</td> </tr> </tbody> </table> <p>Видано здобувачу _____</p>	Завдання_5		Варіант 23		-----2022-----				Пункт вимір.	Пункт візув.	Вимірjане направлення				A	B	38	28' 31.0"	C	68	19' 15.9"	A	0	00' 00.0"	D	B	246	14' 20.5"	C	283	16' 37.9"	A	0	00' 00.0"	B	D	27	45' 48.6"	C	300	10' 02.4"	A	0	00' 00.0"	C	D	34	57' 25.0"	B	90	19' 19.2"	A	0	00' 00.0"	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">Координати вихідних пунктів</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">Пункт</th> <th colspan="3">Координати</th> </tr> <tr> <th>X</th> <th colspan="2">Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>73234.810</td> <td colspan="2">45917.026</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>75082.293</td> <td colspan="2">46431.661</td> </tr> </tbody> </table> <p>Видано здобувачу _____</p>	Координати вихідних пунктів				Пункт	Координати			X	Y		A	73234.810	45917.026		D	75082.293	46431.661																																																																																																		
Завдання_5		Варіант 23																																																																																																																																																																									
-----2022-----																																																																																																																																																																											
Пункт вимір.	Пункт візув.	Вимірjане направлення																																																																																																																																																																									
A	B	38	28' 31.0"																																																																																																																																																																								
	C	68	19' 15.9"																																																																																																																																																																								
	A	0	00' 00.0"																																																																																																																																																																								
D	B	246	14' 20.5"																																																																																																																																																																								
	C	283	16' 37.9"																																																																																																																																																																								
	A	0	00' 00.0"																																																																																																																																																																								
B	D	27	45' 48.6"																																																																																																																																																																								
	C	300	10' 02.4"																																																																																																																																																																								
	A	0	00' 00.0"																																																																																																																																																																								
C	D	34	57' 25.0"																																																																																																																																																																								
	B	90	19' 19.2"																																																																																																																																																																								
	A	0	00' 00.0"																																																																																																																																																																								
Координати вихідних пунктів																																																																																																																																																																											
Пункт	Координати																																																																																																																																																																										
	X	Y																																																																																																																																																																									
A	73234.810	45917.026																																																																																																																																																																									
D	75082.293	46431.661																																																																																																																																																																									

--	--

+ __стр. 1__ Функція перетворення кута с градусної міри в радіани

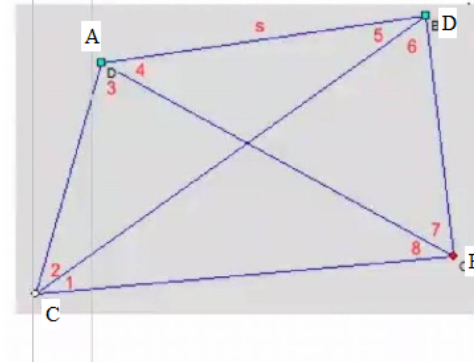
$$\text{GradToRad}(G, m, s) := \begin{matrix} R \leftarrow \left(G + \frac{m}{60} + \frac{s}{3600} \right) \cdot \frac{\pi}{180} \\ R \end{matrix}$$

Функція перетворення кута в радіанах у градусну міру

$$\text{RadToGrad}(r) := \begin{matrix} t \leftarrow r \cdot \frac{180}{\pi} \\ g \leftarrow \text{round}(t - 0.5) \\ m1 \leftarrow (t - g) \cdot 60 \\ R_{0,0} \leftarrow g \\ m \leftarrow \text{round}(m1 - 0.5) \\ R_{0,1} \leftarrow m \\ R_{0,2} \leftarrow (m1 - m) \cdot 60 \\ R \end{matrix}$$

обчислення кутів і перетворення в радіани

$$\begin{aligned} \beta_1 &:= \text{GradToRad}(90, 19, 19.2) - \text{GradToRad}(34, 57, 25.0) = 0.966303 \\ \beta_2 &:= \text{GradToRad}(34, 57, 25.0) - \text{GradToRad}(0, 0, 0) = 0.610114 \\ \beta_3 &:= \text{GradToRad}(68, 19, 15.9) - \text{GradToRad}(38, 28, 31.0) = 0.520908 \\ \beta_4 &:= \text{GradToRad}(38, 28, 31.0) - \text{GradToRad}(0, 0, 0) = 0.671520 \\ \beta_5 &:= \text{GradToRad}(0, 0, 0) - \text{GradToRad}(283, 16, 37.9) + 2 \cdot \pi = 1.339066 \\ \beta_6 &:= \text{GradToRad}(283, 16, 37.9) - \text{GradToRad}(246, 14, 20.5) = 0.646438 \\ \beta_7 &:= \text{GradToRad}(27, 45, 48.6) - \text{GradToRad}(0, 0, 0) = 0.484564 \\ \beta_8 &:= \text{GradToRad}(0, 0, 0) - \text{GradToRad}(300, 10, 02.4) + 2 \cdot \pi = 1.044277 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} n &:= 8 & k &:= 4 \\ r &:= n - k = 4 \\ \rho &:= 180 \cdot \frac{3600}{\pi} = 206264.806 \\ \text{Ctg}(\beta) &:= \frac{1}{\tan(\beta)} \end{aligned}$$

Задание_5		Вариант 23	
2021-			
Пункт измер.	Пункт визир.	Измеренное направление	
	D	0	00' 00.0"
A	B	38	28' 31.0"
	C	68	19' 15.9"
D	A	0	00' 00.0"
	B	246	14' 20.5"
	C	283	16' 37.9"
B	A	0	00' 00.0"
	D	27	45' 48.6"
	C	300	10' 02.4"
C	A	0	00' 00.0"
	D	34	57' 25.0"
	B	90	19' 19.2"

Координаты исходных пунктов			
Пункт	Координаты		
	X	Y	
A	73234.810	45917.026	:
D	75082.293	46431.661	:

Выдано студенту _____

Вихідні координати
 XA := 73234.810 YA := 45917.026
 XD := 75082.293 YD := 46431.661

__стр. 2__	Побудова умовних рівнянь і обчислення нев'язок	полюсное уравнение		
	треуг.СAB $w1 := (\beta1 + \beta2 + \beta3 + \beta8 - \pi) \cdot \rho = 1.7$ треуг.АDB $w2 := (\beta4 + \beta5 + \beta6 + \beta7 - \pi) \cdot \rho = -0.9$ треуг. САD $w3 := (\beta2 + \beta3 + \beta4 + \beta5 - \pi) \cdot \rho = 3$	$w4 := \left(\frac{\sin(\beta2) \cdot \sin(\beta4) \cdot \sin(\beta6) \cdot \sin(\beta8)}{\sin(\beta1) \cdot \sin(\beta3) \cdot \sin(\beta5) \cdot \sin(\beta7)} - 1 \right) \cdot \rho = -0.6907$		
	матриця коефіцієнтів умовних рівнянь в лінійному виді		вектор нев'язок	
	$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{Ctg}(\beta1) & \text{Ctg}(\beta2) & -\text{Ctg}(\beta3) & \text{Ctg}(\beta4) & -\text{Ctg}(\beta5) & \text{Ctg}(\beta6) & -\text{Ctg}(\beta7) & \text{Ctg}(\beta8) \end{pmatrix}$	$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.691 & 1.43 & -1.743 & 1.258 & -0.236 & 1.325 & -1.9 & 0 \end{pmatrix}$	$W := \begin{pmatrix} w1 \\ w2 \\ w3 \\ w4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.7 \\ -0.9 \\ 3 \\ -0.691 \end{pmatrix}$	
	визначення допустимих нев'язок		$\mu := 5$	
	$a1 := (A^T)^{(0)}$	$a2 := (A^T)^{(1)}$	$a3 := (A^T)^{(2)}$	$a4 := (A^T)^{(3)}$
	$w1dop := 2.5\mu \cdot \sqrt{a1^T \cdot a1} = 25$	$w2dop := 2.5\mu \cdot \sqrt{a2^T \cdot a2} = 25$	$w3dop := 2.5\mu \cdot \sqrt{a3^T \cdot a3} = 25$	$w4dop := 2.5\mu \cdot \sqrt{a4^T \cdot a4} = 44.9$
	рішення методом МНК			
	матриця нормальних рівнянь	кореляти	поправки, сек	
	$N := A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & -0.422 \\ 0 & 4 & 2 & 0.448 \\ 2 & 2 & 4 & 0.71 \\ -0.422 & 0.448 & 0.71 & 12.902 \end{pmatrix}$	$K := -N^{-1} \cdot W = \begin{pmatrix} 0.254 \\ 0.882 \\ -1.337 \\ 0.105 \end{pmatrix}$	$V := A^T \cdot K = \begin{pmatrix} 0.182 \\ -0.932 \\ -1.265 \\ -0.323 \\ -0.48 \\ 1.02 \\ 0.682 \\ 0.315 \end{pmatrix}$	
	обчислення зрівнених кутів			
	$\beta1u := \beta1 + \frac{V_0}{\rho} = 0.9663$	$\beta3u := \beta3 + \frac{V_2}{\rho} = 0.5209$	$\beta5u := \beta5 + \frac{V_4}{\rho} = 1.33906$	$\beta7u := \beta7 + \frac{V_6}{\rho} = 0.48457$
	$\beta1ug := \text{RadToGrad}(\beta1u) = (55 \ 21 \ 54.382)$	$\beta2ug := \text{RadToGrad}(\beta3u) = (29 \ 50 \ 43.635)$	$\beta5ug := \text{RadToGrad}(\beta5u) = (76 \ 43 \ 21.62)$	$\beta7ug := \text{RadToGrad}(\beta7u) = (27 \ 45 \ 49.282)$
	$\beta2u := \beta2 + \frac{V_1}{\rho} = 0.61011$	$\beta4u := \beta4 + \frac{V_3}{\rho} = 0.67152$	$\beta6u := \beta6 + \frac{V_5}{\rho} = 0.64644$	$\beta8u := \beta8 + \frac{V_7}{\rho} = 1.04428$
	$\beta2ug := \text{RadToGrad}(\beta2u) = (34 \ 57 \ 24.068)$	$\beta4ug := \text{RadToGrad}(\beta4u) = (38 \ 28 \ 30.677)$	$\beta6ug := \text{RadToGrad}(\beta6u) = (37 \ 2 \ 18.42)$	$\beta8ug := \text{RadToGrad}(\beta8u) = (59 \ 49 \ 57.915)$

__стр.3__

заключний контроль

$$w1u := (\beta1u + \beta2u + \beta3u + \beta8u - \pi) \cdot \rho = 0$$

$$w2u := (\beta4u + \beta5u + \beta6u + \beta7u - \pi) \cdot \rho = 0$$

$$w3u := (\beta2u + \beta3u + \beta4u + \beta5u - \pi) \cdot \rho = 0$$

$$w4u := \left(\frac{\sin(\beta2u) \cdot \sin(\beta4u) \cdot \sin(\beta6u) \cdot \sin(\beta8u)}{\sin(\beta1u) \cdot \sin(\beta3u) \cdot \sin(\beta5u) \cdot \sin(\beta7u)} - 1 \right) \cdot \rho = 0.0000$$

$$vv := V^T \cdot V = 4.4429495 \quad kw := -K^T \cdot W = 4.4429495 \quad \mu := \sqrt{\frac{vv}{n - k}} = 1.054$$

обчислення зрівняних координат

$$Xp(x1, y1, x2, y2, \gamma1, \gamma2) := \frac{x2 \cdot \text{Ctg}(\gamma1) + x1 \cdot \text{Ctg}(\gamma2) - y1 + y2}{\text{Ctg}(\gamma1) + \text{Ctg}(\gamma2)}$$

$$Yp(x1, y1, x2, y2, \gamma1, \gamma2) := \frac{y2 \cdot \text{Ctg}(\gamma1) + y1 \cdot \text{Ctg}(\gamma2) + x1 - x2}{\text{Ctg}(\gamma1) + \text{Ctg}(\gamma2)}$$

$$XC := Xp(XD, YD, XA, YA, \beta5u, \beta3u + \beta4u) = 73581.765$$

$$YC := Yp(XD, YD, XA, YA, \beta5u, \beta3u + \beta4u) = 49156.262$$

$$XB := Xp(XD, YD, XA, YA, \beta5u + \beta6u, \beta4u) = 75447.437$$

$$YB := Yp(XD, YD, XA, YA, \beta5u + \beta6u, \beta4u) = 48967.022$$

$$XAk := Xp(XC, YC, XB, YB, \beta1u + \beta2u, \beta8u) = 73234.81$$

$$YAk := Yp(XC, YC, XB, YB, \beta1u + \beta2u, \beta8u) = 45917.026$$

$$\underline{XA} := 73234.810$$

$$\underline{YA} := 45917.026$$

$$\underline{XD} := 75082.293$$

$$\underline{YD} := 46431.661$$

__стр. 4__

Оцінка точности координат пункту С

$$F_{xc} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d}{d\beta_{3u}} \frac{X_p(XD, YD, XA, YA, \beta_{5u}, \beta_{3u} + \beta_{4u})}{\rho} \\ \frac{d}{d\beta_{4u}} \frac{X_p(XD, YD, XA, YA, \beta_{5u}, \beta_{3u} + \beta_{4u})}{\rho} \\ \frac{d}{d\beta_{5u}} \frac{X_p(XD, YD, XA, YA, \beta_{5u}, \beta_{3u} + \beta_{4u})}{\rho} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.013 \\ -0.013 \\ 0.003 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{yc} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d}{d\beta_{3u}} \frac{Y_p(XD, YD, XA, YA, \beta_{5u}, \beta_{3u} + \beta_{4u})}{\rho} \\ \frac{d}{d\beta_{4u}} \frac{Y_p(XD, YD, XA, YA, \beta_{5u}, \beta_{3u} + \beta_{4u})}{\rho} \\ \frac{d}{d\beta_{5u}} \frac{Y_p(XD, YD, XA, YA, \beta_{5u}, \beta_{3u} + \beta_{4u})}{\rho} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.024 \\ 0.024 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Q_{xc} := F_{xc}^T \cdot F_{xc} - F_{xc}^T \cdot A^T \cdot N^{-1} \cdot A \cdot F_{xc} = 0.0002$$

$$m_{xc} := \mu \cdot \sqrt{Q_{xc}} = 0.015$$

$$Q_{yc} := F_{yc}^T \cdot F_{yc} - F_{yc}^T \cdot A^T \cdot N^{-1} \cdot A \cdot F_{yc} = 0.0003$$

$$m_{yc} := \mu \cdot \sqrt{Q_{yc}} = 0.018$$

$$Q_{xyc} := F_{xc}^T \cdot F_{yc} - F_{xc}^T \cdot A^T \cdot N^{-1} \cdot A \cdot F_{yc} = -0.0001$$

$$m_{xy} := \mu \cdot \sqrt{Q_{xyc}} = 0.011i$$

$$tg2\theta := \frac{2 \cdot Q_{xyc}}{Q_{xc} - Q_{yc}} = 2.866 \quad \theta_{2t} := atan(tg2\theta) = 1.235 \quad \theta_2 := \pi + \theta_{2t} = 4.377 \quad \theta := \frac{\theta_2}{2} = 2.188$$

$$R_{\text{max}} := \frac{(m_{xc}^2 + m_{yc}^2)}{2} = 0.00028$$

$$w := \frac{Q_{xyc} \cdot \mu^2}{\sin(\theta_2)} = 0.000128 \quad A_2 := R + w = 0.00041 \quad B_2 := R - w = 0.0001$$

$$R_p(\alpha) := \sqrt{A_2 \cdot \cos(\alpha - \theta)^2 + B_2 \cdot \sin(\alpha - \theta)^2}$$

$$A := \sqrt{A_2} = 0.02$$

$$B := \sqrt{B_2} = 0.012$$

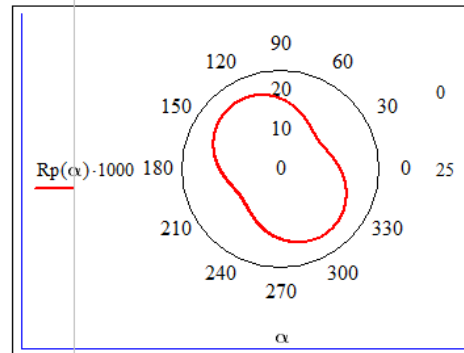


Схема Гауса розв'язання нормальних рівнянь корелат

k_a	k_b	k_c	k_d	w	S
[aa]	[ab]	[ac]	[ad]	w_a	S_a
-1	$-\frac{[ab]}{[aa]}$	$-\frac{[ac]}{[aa]}$	$-\frac{[ad]}{[aa]}$	$-\frac{[w_a]}{[aa]}$	$-\frac{[S_a]}{[aa]}$
$k_a =$	$-\frac{[ab]}{[aa]}k_b$	$-\frac{[ac]}{[aa]}k_c$	$-\frac{[ad]}{[aa]}k_d$	$-\frac{[w_a]}{[aa]}$	
	[bb]	[bc]	[bd]	w_b	S_b
	$-\frac{[ab][ab]}{[aa]}$	$-\frac{[ab][ac]}{[aa]}$	$-\frac{[ab][ad]}{[aa]}$	$-\frac{[w_a][w_b]}{[aa]}$	$-\frac{[w_a]S_a}{[aa]}$
	[bb1]	[bc1]	[bd1]	[w_b1]	[S_b1]
	-1	$-\frac{[bc]}{[bb]}$	$-\frac{[bd]}{[bb]}$	$-\frac{[w_b]}{[bb]}$	$-\frac{[S_b]}{[bb]}$
	$k_b =$	$-\frac{[bc]}{[bb]}k_c$	$-\frac{[bd]}{[bb]}k_d$	$-\frac{[w_b]}{[bb]}$	
		[cc]	[cd]	w_c	S_c
		$-\frac{[ab][ac]}{[aa]}$	$-\frac{[ab][ad]}{[aa]}$	$-\frac{[w_a]w_c}{[aa]}$	$-\frac{[w_a]S_a}{[aa]}$
		$-\frac{[bc][bc]}{[bb]}$	$-\frac{[bc][cd]}{[bb]}$	$-\frac{[w_b]w_c}{[bb]}$	$-\frac{[w_b]S_b}{[bb]}$
		[cc2]	[cd2]	[w_c2]	[S_c2]
		-1	$-\frac{[cd]}{[cc]}$	$-\frac{[w_c]}{[cc]}$	$-\frac{[S_c]}{[cc]}$
		$k_c =$	$-\frac{[cd]}{[cc]}k_d$	$-\frac{[w_c]}{[cc]}$	
			[dd]	w_d	S_d
			$-\frac{[ab][ad]}{[aa]}$	$-\frac{[w_a]w_d}{[aa]}$	$-\frac{[w_a]S_a}{[aa]}$
			$-\frac{[bc][bd]}{[bb]}$	$-\frac{[w_b]w_d}{[bb]}$	$-\frac{[w_b]S_b}{[bb]}$
			$-\frac{[cd][cd]}{[cc]}$	$-\frac{[w_c]w_d}{[cc]}$	$-\frac{[w_c]S_c}{[cc]}$
			[dd3]	[w_d3]	[S_d3]
			-1	$-\frac{[w_d]}{[dd]}$	$-\frac{[S_d]}{[dd]}$
			$k_d =$		
			$k_a w_a$	$-\frac{[w_a]w_a}{[aa]}$	
			$k_b w_b$	$-\frac{[w_b]w_b}{[bb]}$	
			$k_c w_c$	$-\frac{[w_c]w_c}{[cc]}$	
			$k_d w_d$	$-\frac{[w_d]w_d}{[dd]}$	
			[kw]	[kw]	

Схема Гауса розв'язання нормальних рівнянь поправок у параметри

ξ_c	η_c	ξ_D	η_D	[l]	[S]
[paa]	[pab]	[pac]	[pad]	[pal]	[paS]
-1	$-\frac{[pab]}{[paa]}$	$-\frac{[pac]}{[paa]}$	$-\frac{[pad]}{[paa]}$	$-\frac{[pal]}{[paa]}$	$-\frac{[paS]}{[paa]}$
$\xi_c =$	$-\frac{[pab]}{[paa]}\eta_c$	$-\frac{[pac]}{[paa]}\xi_D$	$-\frac{[pad]}{[paa]}\eta_D$	$-\frac{[pal]}{[paa]}$	
	[pbb]	[pbc]	[pbd]	[pbl]	[pbS]
	$-\frac{[pab][pab]}{[paa]}$	$-\frac{[pab][pac]}{[paa]}$	$-\frac{[pab][pad]}{[paa]}$	$-\frac{[pab][pal]}{[paa]}$	$-\frac{[pab][paS]}{[paa]}$
	[pbb1]	[pbc1]	[pbd1]	[pbl1]	[pbS1]
	-1	$-\frac{[pbc]}{[pbb]}$	$-\frac{[pbd]}{[pbb]}$	$-\frac{[pbl]}{[pbb]}$	$-\frac{[pbS]}{[pbb]}$
	$\eta_c =$	$-\frac{[pbc]}{[pbb]}\xi_D$	$-\frac{[pbd]}{[pbb]}\eta_D$	$-\frac{[pbl]}{[pbb]}$	

	$[pcc]$	$[pcd]$	$[pcl]$	$[pcS]$
	$\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$
	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc][pcc]}{r_{...}}$
	$[pcc2]$	$[pcd2]$	$[pcl2]$	$[pcS2]$
	-1	$-\frac{[pcc2]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc2]}{r_{...}}$	$-\frac{[pcc2]}{r_{...}}$
$\xi_D =$		$-\frac{[pcc2]}{r_{...}} \eta_D$	$-\frac{[pcc2]}{r_{...}}$	
		$[pdd]$	$[pdl]$	$[pdS]$
		$\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$
		$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$
		$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd][pdd]}{r_{...}}$
		$[pdd3]$	$[pdl3]$	$[pdS3]$
		-1	$-\frac{[pdd3]}{r_{...}}$	$-\frac{[pdd3]}{r_{...}}$
		$\eta_D =$		
			$[pll]$	$[plS]$
			$\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$	$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$
			$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$	$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$
			$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$	$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$
			$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$	$-\frac{[pll][pll]}{r_{...}}$
			$[pll4]$	$[plS4]$

__стр._1_

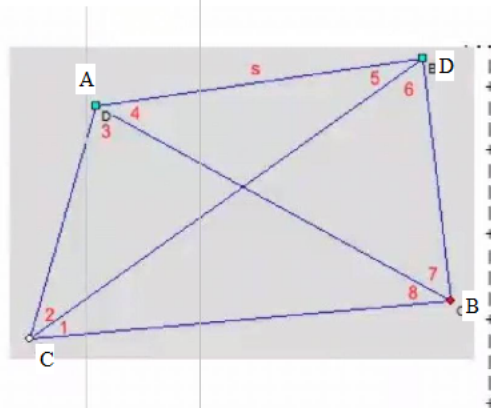
Зрівнювання мережі за напрямками

$$\text{GradToRad}(G, m, s) := \left| \begin{array}{l} R \leftarrow \left(G + \frac{m}{60} + \frac{s}{3600} \right) \cdot \frac{\pi}{180} \\ R \end{array} \right.$$

$$\text{RadToGrad}(r) := \left| \begin{array}{l} t \leftarrow r \cdot \frac{180}{\pi} \\ g \leftarrow \text{round}(t - 0.5) \\ m1 \leftarrow (t - g) \cdot 60 \\ R_{0,0} \leftarrow g \\ m \leftarrow \text{round}(m1 - 0.5) \\ R_{0,1} \leftarrow m \\ R_{0,2} \leftarrow (m1 - m) \cdot 60 \\ R \end{array} \right.$$

Nad := GradToRad(0, 0, 0) = 0
 Nab := GradToRad(38, 28, 31.0) = 0.672
 Nac := GradToRad(68, 19, 15.9) = 1.192
 Nda := GradToRad(0, 0, 0) = 0
 Ndb := GradToRad(246, 14, 20.5) = 4.298
 Ndc := GradToRad(283, 16, 37.9) = 4.944

Nba := GradToRad(0, 0, 0) = 0
 Nbd := GradToRad(27, 45, 48.6) = 0.485
 Nbc := GradToRad(300, 10, 02.4) = 5.239
 Nca := GradToRad(0, 0, 0) = 0
 Ncd := GradToRad(34, 57, 25.0) = 0.61
 Ncb := GradToRad(90, 19, 19.2) = 1.576



XC := 73581.8 YC := 49156.3
 XB := 75447.4 YB := 48967.0
 XA := 73234.810 YA := 45917.026
 XD := 75082.293 YD := 46431.661

Задание_5		Вариант 23	
2021			
Пункт измер.	Пункт визир.	Измеренное направление	
A	D	0	00' 00.0"
	B	38	28' 31.0"
	C	68	19' 15.9"
D	A	0	00' 00.0"
	B	246	14' 20.5"
	C	283	16' 37.9"
B	A	0	00' 00.0"
	D	27	45' 48.6"
	C	300	10' 02.4"
C	A	0	00' 00.0"
	D	34	57' 25.0"
	B	90	19' 19.2"

Координаты исходных пунктов			
Пункт	Координаты		
	X	Y	
A	73234.810	45917.026	:
D	75082.293	46431.661	:

Выдано студенту _____

$$\rho := 180 \cdot \frac{3600}{\pi} = 206264.806$$

__стр._2_

Параметричні рівняння

$$U(Z_k, X_k, Y_k, X_i, Y_i, N_{ki}) := -Z_k + \text{atan2}(X_i - X_k, Y_i - Y_k) - N_{ki}$$

Обчислення наближених значень орієнтирних кутів

$$Z_a := \text{atan2}(X_D - X_A, Y_D - Y_A) = 0.271673$$

$$Z_b := \text{atan2}(X_A - X_B, Y_A - Y_B) = -2.198$$

$$Z_c := \text{atan2}(X_A - X_C, Y_A - Y_C) = -1.678$$

$$Z_d := \text{atan2}(X_A - X_D, Y_A - Y_D) = -2.870$$

Побудова матриці коефіцієнтів лінійних параметричних рівнянь

	Za	Zb	Zc	Zd	δXC	δYC	δXB	δYB
$A :=$	-1	0	0	0	0	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	$\frac{d}{dXB}(U(Z_a, X_A, Y_A, X_B, Y_B, Nab) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYB}(U(Z_a, X_A, Y_A, X_B, Y_B, Nab) \cdot \rho)$
	-1	0	0	0	$\frac{d}{dXC}(U(Z_a, X_A, Y_A, X_C, Y_C, Nac) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYC}(U(Z_a, X_A, Y_A, X_C, Y_C, Nac) \cdot \rho)$	0	0
	0	-1	0	0	0	0	$\frac{d}{dXB}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_A, Y_A, Nba) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYB}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_A, Y_A, Nba) \cdot \rho)$
	0	-1	0	0	0	0	$\frac{d}{dXB}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_D, Y_D, Nbd) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYB}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_D, Y_D, Nbd) \cdot \rho)$
	0	-1	0	0	$\frac{d}{dXC}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_C, Y_C, Nbc) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYC}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_C, Y_C, Nbc) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dXB}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_C, Y_C, Nbc) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYB}(U(Z_b, X_B, Y_B, X_C, Y_C, Nbc) \cdot \rho)$
	0	0	-1	0	$\frac{d}{dXC}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_A, Y_A, Nca) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYC}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_A, Y_A, Nca) \cdot \rho)$	0	0
	0	0	-1	0	$\frac{d}{dXC}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_D, Y_D, Ncd) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYC}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_D, Y_D, Ncd) \cdot \rho)$	0	0
	0	0	-1	0	$\frac{d}{dXC}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_B, Y_B, Ncb) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYC}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_B, Y_B, Ncb) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dXB}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_B, Y_B, Ncb) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYB}(U(Z_c, X_C, Y_C, X_B, Y_B, Ncb) \cdot \rho)$
	0	0	0	-1	0	0	0	0
	0	0	0	-1	0	0	$\frac{d}{dXB}(U(Z_d, X_D, Y_D, X_B, Y_B, Ndb) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYB}(U(Z_d, X_D, Y_D, X_B, Y_B, Ndb) \cdot \rho)$
	0	0	0	-1	$\frac{d}{dXC}(U(Z_d, X_D, Y_D, X_C, Y_C, Ndc) \cdot \rho)$	$\frac{d}{dYC}(U(Z_d, X_D, Y_D, X_C, Y_C, Ndc) \cdot \rho)$	0	0

_стр_3_

Обчислення вільних членів параметричних рівнянь

$L_{ad} := U(Z_a, X_A, Y_A, X_D, Y_D, N_{ad}) = 0.000$
 $L_{ba} := U(Z_b, X_B, Y_B, X_A, Y_A, N_{ba}) = 0.000$
 $L_{ca} := U(Z_c, X_C, Y_C, X_A, Y_A, N_{ca}) = 0.000$
 $L_{da} := U(Z_d, X_D, Y_D, X_A, Y_A, N_{da}) \cdot \rho = 0.000$
 $L_{ab} := U(Z_a, X_A, Y_A, X_B, Y_B, N_{ab}) \cdot \rho = 0.604$
 $L_{bd} := U(Z_b, X_B, Y_B, X_D, Y_D, N_{bd}) \cdot \rho = 2.428$
 $L_{cd} := U(Z_c, X_C, Y_C, X_D, Y_D, N_{cd}) \cdot \rho = -2.243$
 $L_{db} := U(Z_d, X_D, Y_D, X_B, Y_B, N_{db}) \cdot \rho = 2.132$
 $L_{ac} := U(Z_a, X_A, Y_A, X_C, Y_C, N_{ac}) \cdot \rho = -3.557$
 $L_{bc} := U(Z_b, X_B, Y_B, X_C, Y_C, N_{bc}) \cdot \rho = -8.607$
 $L_{cb} := U(Z_c, X_C, Y_C, X_B, Y_B, N_{cb}) \cdot \rho = -6.146$
 $L_{dc} := U(Z_d, X_D, Y_D, X_C, Y_C, N_{dc}) \cdot \rho = -2.801$

$L_{ww} :=$

Lad	
Lab	0
Lac	0
Lba	0.604
Lbd	-3.557
Lbc	0
Lca	2.428
Lcd	-8.607
Lcb	0
Lda	-2.243
Ldb	-6.146
Ldc	0
Ldb	2.132
Ldc	-2.801

	0
0	0
1	0.604
2	-3.557
3	0
4	2.428
5	-8.607
6	0
7	-2.243
8	-6.146
9	0
10	2.132
11	-2.801

$A =$

	Za	Zb	Zc	Zd	δXC	δYC	δXB	δYB
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	-1	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	0	0	0	0	0	-44.31	32.144
2	-1	0	0	0	-62.954	6.744	0	0
3	0	-1	0	0	0	0	-44.31	32.144
4	0	-1	0	0	0	0	-79.703	11.478
5	0	-1	0	0	-11.104	109.435	11.104	109.435
6	0	0	-1	0	-62.954	6.744	0	0
7	0	0	-1	0	-58.087	-31.989	0	0
8	0	0	-1	0	-11.104	109.435	11.104	109.435
9	0	0	0	-1	0	0	0	0
10	0	0	0	-1	0	0	-79.703	11.478
11	0	0	0	-1	-58.087	-31.989	0	0

$N := A^T \cdot A$

$N =$

3	0	0	0	62.954	-6.744	44.31	-32.144
0	3	0	0	11.104	109.435	112.908	-153.057
0	0	3	0	132.145	134.681	-11.104	-109.435
0	0	0	3	58.087	31.989	79.703	-11.478
62.954	11.104	132.145	58.087	14921.128	5297.615	-246.61	-2430.402
-6.744	109.435	134.681	31.989	5297.615	26089.791	-2430.402	-23952.234
44.31	112.908	-11.104	79.703	-246.61	-2430.402	16878.424	-2247.816
-32.144	-153.057	-109.435	-11.478	-2430.402	-23952.234	-2247.816	26282.208

поправки до параметрів

$\Delta := -N^{-1} \cdot A^T \cdot L$ $\Delta^T = (-0.228 \quad -0.181 \quad 2.14 \quad 0.28 \quad -0.046 \quad -0.035 \quad 0.033 \quad 0.033)$

$Z_{du} := Z_d + \frac{\Delta_3}{\rho} = -2.870$

зрівнені орієнтирні кути

$Z_{au} := Z_a + \frac{\Delta_0}{\rho} = 0.271672$

$Z_{bu} := Z_b + \frac{\Delta_1}{\rho} = -2.198$

$Z_{cu} := Z_c + \frac{\Delta_2}{\rho} = -1.677$

зрівнені координати

$X_{Cu} := X_C + \Delta_4 = 73581.754$

$Y_{Cu} := Y_C + \Delta_5 = 49156.265$

$X_{Bu} := X_B + \Delta_6 = 75447.433$

$Y_{Bu} := Y_B + \Delta_7 = 48967.033$

+

_стр_4_

поправки до напрямків

$$\underline{V} := A \cdot \Delta + L$$

$$V^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0.228	0.421	-0.65	-0.23	0.322	-0.092	0.539	-0.587	0.048	-0.28	-0.435	0.715

контроль поправок до напрямків

$V_{ad} := U(Z_{au}, XA, YA, XD, YD, Nad) \cdot \rho = 0.228$
 $V_{ba} := U(Z_{bu}, XB_u, YB_u, XA, YA, Nba) \cdot \rho = -0.230$
 $V_{ca} := U(Z_{cu}, XC_u, YC_u, XA, YA, Nca) \cdot \rho = 0.539$
 $V_{da} := U(Z_{du}, XD, YD, XA, YA, Nda) \cdot \rho = -0.280$
 $V_{ab} := U(Z_{au}, XA, YA, XB_u, YB_u, Nab) \cdot \rho = 0.421$
 $V_{bd} := U(Z_{bu}, XB_u, YB_u, XD, YD, Nbd) \cdot \rho = 0.322$
 $V_{cd} := U(Z_{cu}, XC_u, YC_u, XD, YD, Ncd) \cdot \rho = -0.587$
 $V_{db} := U(Z_{du}, XD, YD, XB_u, YB_u, Ndb) \cdot \rho = -0.435$
 $V_{ac} := U(Z_{au}, XA, YA, XC_u, YC_u, Nac) \cdot \rho = -0.65$
 $V_{bc} := U(Z_{bu}, XB_u, YB_u, XC_u, YC_u, Nbc) \cdot \rho = -0.092$
 $V_{cb} := U(Z_{cu}, XC_u, YC_u, XB_u, YB_u, Ncb) \cdot \rho = 0.048$
 $V_{dc} := U(Z_{du}, XD, YD, XC_u, YC_u, Ndc) \cdot \rho = 0.715$

Оцінка точності

$$\mu := \sqrt{\frac{(V^T \cdot V)}{4}} = 0.747$$

$$Q := N^{-1}$$

Za	Zb	Zc	Zd	δX_C	δY_C	δX_B	δY_B
0.72215013	0.47093441	0.48337309	0.23532036	-0.00947656	0.00761266	-0.00334790	0.01151634
0.47093441	1.21966563	0.73264729	0.48467956	-0.01018238	0.00117201	-0.00981991	0.01022779
0.48337309	0.73264729	1.24007342	0.49123597	-0.01415679	-0.00037655	-0.00687005	0.00799600
0.23532036	0.48467956	0.49123597	0.74226238	-0.00679896	-0.00607070	-0.00819956	-0.00138253
-0.00947656	-0.01018238	-0.01415679	-0.00679896	0.00027700	-0.00012492	0.00007324	-0.00021477
0.00761266	0.00117201	-0.00037655	-0.00607070	-0.00012492	0.00059932	0.00015967	0.00056021
-0.00334790	-0.00981991	-0.00687005	-0.00819956	0.00007324	0.00015967	0.00020213	0.00007611
0.01151634	0.01022779	0.00799600	-0.00138253	-0.00021477	0.00056021	0.00007611	0.00064158

$$m_{xc} := \mu \cdot \sqrt{Q_{4,4}} = 0.012$$

$$m_{yc} := \mu \cdot \sqrt{Q_{5,5}} = 0.018$$

$$m_{xb} := \mu \cdot \sqrt{Q_{6,6}} = 0.011$$

$$m_{yb} := \mu \cdot \sqrt{Q_{7,7}} = 0.019$$

$$\theta_2 := \text{atan2}(Q_{4,4} - Q_{5,5}, 2 \cdot Q_{4,5}) + 2\pi = 3.801$$

$$\theta := \frac{\theta_2}{2} = 1.9$$

$$Q_{4,4} = 0.000277$$

$$Q_{5,5} = 0.000599$$

$$Q_{4,5} = -0.000125$$

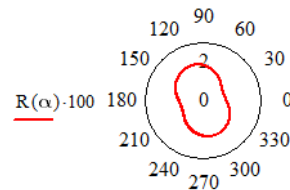
$$R := \frac{(Q_{4,4} + Q_{5,5}) \cdot \mu^2}{2} = 0.00024$$

$$w := \mu^2 \cdot \frac{Q_{4,5}}{\sin(\theta_2)} = 0.00011$$

$$A_2 := R + w = 0.00036$$

$$B_2 := R - w = 0.00013$$

$$R_{xx}(\alpha) := \sqrt{A_2 \cdot \cos(\alpha - \theta)^2 + B_2 \cdot \sin(\alpha - \theta)^2}$$



Навчальне видання

СУЧАСНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРІВ

Методичні вказівки до виконання

Укладачі:

Могильний Сергій Георгійович
Хайнус Дмитро Дмитрович
Винограденко Сергій Олександрович

Формат 60 x 84 1/16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний
Умовн. друк. арк. – 2,25.

Наклад – прим.

Державний біотехнологічний університет
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44