



**Міністерство освіти і науки  
України**

**ДЕРЖАВНИЙ  
БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**Факультет мехатроніки та інжинірингу**

**Кафедра надійності та міцності машин і споруд  
імені В.Я. Аніловича**

**ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН**

**Механізм однорядного двигуна**

**Кінематичний аналіз механізму**

**Методичні вказівки**

**до виконання практичних робіт**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої  
освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей  
131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування,  
208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт**

**Харків**

**2023**

Міністерство освіти і науки України  
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ  
Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра надійності та міцності машин і споруд імені  
В.Я. Аніловича

## **ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН**

**Механізм однорядного двигуна**

**Кінематичний аналіз**

Методичні вказівки

до виконання практичних робіт

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей  
131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування,  
208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт

Затверджено рішенням  
Методичної ради  
ФМІ ДБТУ  
Протокол № 5  
від 06. 06. 2023 р.

Харків  
2023

## УДК 621.01

Схвалено на засіданні кафедри надійності та міцності машин і споруд імені В.Я. Аніловича

протокол № 10 від 24 травня 2023 р.

Теорія механізмів і машин. Механізм однорядного двигуна. Кінематичний аналіз: методичні вказівки до виконання практичних робіт для студентів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування, 208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт; Харків. нац. техн. у-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка; уклад.: М. В. Сліпченко, О. М. Шукаєва, В. В. Бредихін, О. А. Свіргун – Харків : [б. в.], 2023.–46 с.

Методичні вказівки призначені для набуття практичних навичок проектування механізмів та машин.

Методичні вказівки розраховані на студентів вищих навчальних закладів технічних спеціальностей.

### Рецензенти:

**О. І. Завгородній**, д-р техн. наук, проф., проф.. фізики та вищої математики Державного біотехнологічного університету.

**Антощенко Р.В.**, д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю

**Відповідальний за випуск: М. В. Сліпченко**, к.т.н., доцент, зав.каф.

© Сліпченко М.В., Шукаєва О.М.,  
Бредихін В.В., Свіргун О.А.,  
2023

© ДБТУ, 2023

# Кінематичний аналіз

## Зміст

1. Завдання кінематичного дослідження
2. Основні рівняння визначення швидкостей і прискорень Побудова плану швидкостей
3. Побудова плану прискорень
4. Визначення швидкості та прискорення характерної точки механізму за допомогою кінематичних діаграм (графічний метод кінематичного аналізу).
5. Контроль точності побудови кінематичних діаграм
6. Додаток
7. Список використаної літератури

### 1. Завдання кінематичного дослідження

Кінематичне дослідження механізмів полягає у вивченні руху їх ланок з геометричного погляду, тобто. без урахування сил, що викликають цей рух. При кінематичному дослідженні механізму зазвичай вирішуються такі три основні завдання:

- 1) визначення положень ланок і траєкторій окремих точок ланок;
- 2) визначення кутових швидкостей ланок та лінійних швидкостей окремих точок ланок;
- 3) визначення кутових прискорень ланок і лінійних прискорень окремих точок ланок.

Ці завдання постійно виникають у конструкторській практиці. Так, у багатьох випадках, за технологічними умовами потрібно, щоб ланки механізмів у процесі руху займали певні за часом положення, а окремі точки ланок

рухалися по заданих траєкторіях, наприклад в механізмах зуборізних верстатів.

У деяких машинах (у довбальних і стругальних верстатах) не допускаються великі зміни швидкості робочої ланки, так як від цього залежить стійкість ріжучого інструменту. Зі сказаного видно необхідність знання швидкостей точок деяких ланок і вміння для наочності зручно представляти їх у вигляді графіків.

Рух механізму періодично повторюється, тому цілком достатньо дослідити його руху за один період, який збігається з одним оборотом провідної ланки. Розв'язання зазначених завдань може бути здійснено різними способами: графічним, графоаналітичним або аналітичним.

Оскільки аналітичний спосіб дослідження в загальному випадку досить складний, то основним способом кінематичного дослідження механізмів у курсовому проекті з теорії механізмів і машин є графоаналітичний, який значно простіше і добре розроблений для переважної більшості механізмів.

Графоаналітичний метод полягає в побудові планів швидкостей і прискорень для низки положень механізму.

Плани швидкостей дозволяють визначити швидкості характерних точок механізму (центрів мас ланок і кінематичних пар) і кутові швидкості ланок. У подальшому ці дані будуть необхідні визначення прискорень характерних точок механізму і закону руху механізму.

Плани прискорень дозволяють визначити прискорення характерних точок механізму та кутові прискорення ланок. Надалі ці дані будуть необхідні знаходження сил інерції ланок

при розрахунку ланок механізму на міцність і щодо втрат на тертя в кінематичних парах.

Кінематичне дослідження механізму цьому етапі роблять у реченні, що вхідні ланки рухаються рівномірно, тобто. якщо вхідною ланкою є кри-вошип, то він обертається з постійною кутовою швидкістю.

## 2. Основні рівняння для визначення швидкостей та прискорень

Для застосування графічних методів кінематичного дослідження необхідно знати основні залежності щодо визначення величин швидкостей і прискорень, знати напрямки векторів цих швидкостей і прискорень і вміти скласти векторні рівняння для швидкостей і прискорень при різних випадках руху тіл.

### 1. Тіло (ланка) рухається поступально (рис. 1)

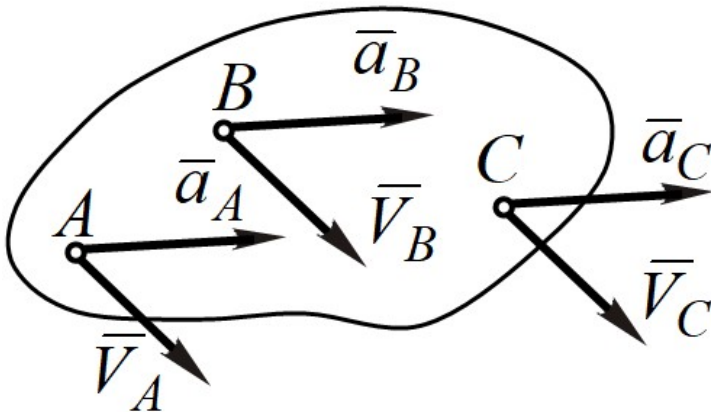


Рис. 1

При поступальному русі ланки швидкості всіх його точок має однакову величину і напрямок. Прискорення всіх точок також мають однакову величину та напрямок:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B = \vec{V}_C = \dots,$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \dots$$

**2. Ланка здійснює обертальний рух навколо нерухомої осі (рис.2)**

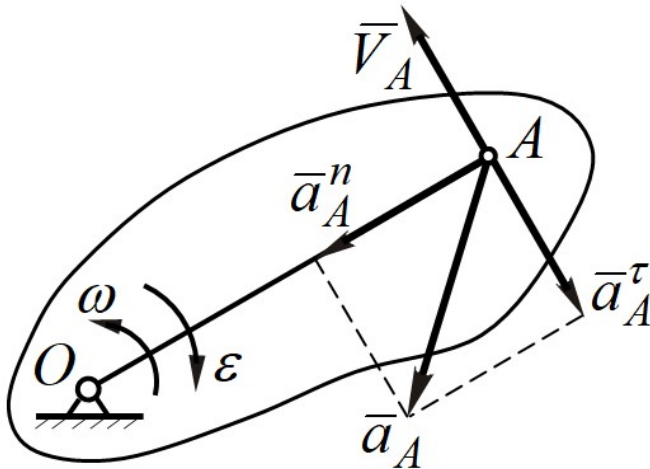


Рис. 2

У цьому випадку величини лінійної швидкості точки, кутової швидкості ланки і радіусу пов'язані залежністю

$$V_A = \omega \cdot \ell_{OA}. \quad (1)$$

Вектор швидкості  $\vec{V}_A$  перпендикулярний радіусу і спрямований у бік кутової швидкості  $\omega$ .

Розмір нормального прискорення точки  $A$  дорівнює:

$$a_A^n = \omega^2 \cdot \ell_{OA} \quad (2)$$

чи

$$a_A^n = \frac{V_{OA}^2}{\ell_{OA}}. \quad (3)$$

Вектор нормального прискорення завжди спрямований радіусом до центру обертання – від точки  $A$  до точки  $O$ .

Дотичне прискорення точки дорівнює:

$$a_A^\tau = \varepsilon \cdot \ell_{OA}. \quad (4)$$

Вектор дотичного прискорення перпендикулярний радіусу, і його напрямок визначається напрямом кутового прискорення  $\varepsilon$ .

Напрями кутової швидкості та кутового прискорення можуть збігатися або не збігатися. У першому випадку обертальний рух є прискореним, у другому – сповільненим.

Вектор повного прискорення точки  $A$  дорівнює векторній сумі нормального та дотичного прискорення цієї точки:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau. \quad (5)$$

За величиною повне прискорення точки дорівнює:

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2} = \ell_{OA} \cdot \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \quad (6)$$



3. Дві точки належать одній ланці та віддалені одна від одної на відстань  $l_{AB}$  (рис. 3)

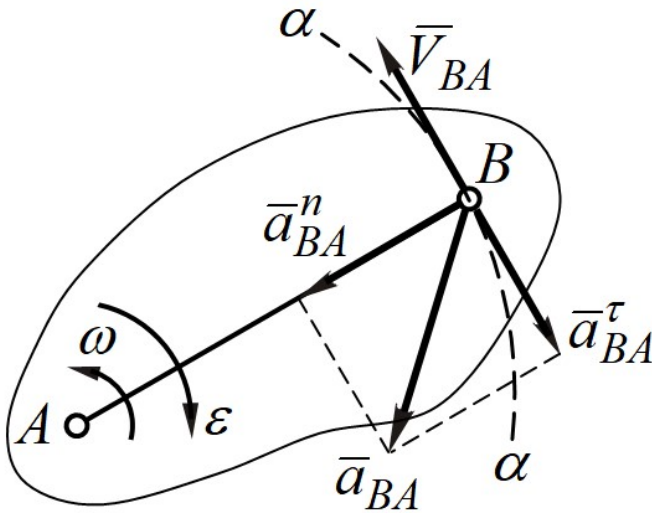


Рис. 3

З теоретичної механіки відомо, що рух будь-якої точки ланки (наприклад, точки B) можна уявити, що складається з двох рухів: з руху якоїсь іншої точки цієї ланки, наприклад точки A, з обертального руху точки B навколо точки A.

Відповідно до цього векторне рівняння, що зв'язує швидкості обох точок, має вигляд:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad (7)$$

де  $\vec{V}_A$  – вектор швидкості точки A;

$\vec{V}_B$  – вектор швидкості точки B;

$\vec{V}_{BA}$  – вектор швидкості точки B в її русі відносно точки A.

При русі ланки точка  $B$  рухається відносно точки  $A$  завжди по дузі кола  $\alpha - \alpha$ , описаної з точки  $A$ . Тому вектор швидкості точки  $B$  відносно точки  $A$  –  $\vec{V}_{BA}$  спрямований по дотичній до цієї дуги, тобто перпендикулярно до лінії  $AB$ , що з'єднує ці точки:  $\vec{V}_{BA} \perp AB$ .

Величини швидкості  $\vec{V}_{BA}$  та кутової швидкості  $\omega$  пов'язані залежністю:

$$V_{BA} = \omega \cdot \ell_{AB}, \quad (8)$$

де  $\ell_{AB}$  – дійсна відстань між точками  $A$  та  $B$ .

Знаючи величини  $\omega$  та  $\ell_{AB}$ , можна за формулою (8) визначити  $V_{BA}$ , і навпаки, якщо відомо  $V_{BA}$ , то можна визначити кутову швидкість:  $\omega$ :

$$\omega = V_{BA} / \ell_{AB}. \quad (9)$$

Прискорення точки  $B$  також складається з двох прискорень:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}, \quad (10)$$

де  $\vec{a}_A$  – вектор прискорення точки  $A$ ;

$\vec{a}_B$  – вектор прискорення точки  $B$ ;

$\vec{a}_{BA}$  – вектор прискорення точки  $B$  відносно точки  $A$ .

Відносне прискорення  $\vec{a}_{BA}$  у свою чергу складається з двох прискорень – нормального  $\vec{a}_{BA}^n$  та дотичного (тангенційного)  $\vec{a}_{BA}^\tau$ :

$$\vec{a}_{BA} = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau. \quad (11)$$

На підставі рівняння (2.11) векторне рівняння для прискорення точки  $B$  матиме вигляд:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau. \quad (12)$$

Нормальне прискорення  $\bar{a}_{BA}^n$  точки  $B$  відносно точки  $A$  спрямоване від точки  $B$  до точки  $A$  (тобто центру відносного обертання). За величиною  $\bar{a}_{BA}^n$  дорівнює:

$$a_{BA}^n = \omega^2 \cdot \ell_{AB} = \frac{V_{BA}^2}{\ell_{AB}}. \quad (13)$$

Дотичне прискорення  $\bar{a}_{BA}^\tau$  спрямовано по дотичній до дуги  $\alpha - \alpha$ , тобто перпендикулярно  $AB$ . Дотичне прискорення  $a_{BA}^\tau$  і кутове прискорення  $\varepsilon$  пов'язані залежністю:

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon \cdot \ell_{AB}. \quad (14)$$

Якщо відомо  $\bar{a}_{BA}^\tau$ , то по формулі (14) можна визначити кутове прискорення  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^\tau}{\ell_{AB}}. \quad (15)$$

За анапрямом  $\bar{a}_{BA}^\tau$  можна визначити напрямок  $\varepsilon$ , і навпаки.

**4. Дві точки належать двом ланкам, з'єднаним в поступальну кінематичну пару, і в даний момент збігаються (рис. 4)**

Нехай точка  $A$  належить ланці 1, а точка  $B$  – ланці 2. Точки  $A$  та  $B$  у даний момент часу збігаються (наприклад, точка лежить над точкою). Ланки 1 і 2 з'єднані в поступальну кінематичну пару.

Рух точки  $B$  складається з двох рухів:

- переносного руху разом із точкою  $A$ ;
- руху точки  $B$  відносно точки  $A$ .

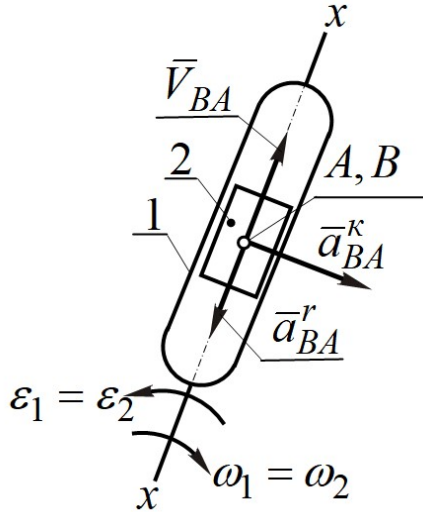


Рис. 4

Відповідно до цього швидкість точки геометрично складається з двох швидкостей – швидкості точки  $A$  і швидкості точки  $B$  відносно точки  $A$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \quad (16)$$

Відносна швидкість  $\vec{V}_{BA}$  спрямована паралельно осі  $x - x$  напрямних поступальної кінематичної пари.

Прискорення точки  $B$ , як відомо з теоретичної механіки, складається з трьох прискорень:

- прискорення точки  $A$ ;
- прискорення точки  $B$  відносно точки  $A$ ;
- коріолісове (поворотне) прискорення.

У даному випадку відносний рух є прямолінійним.

Векторне рівняння для прискорення точки  $B$  матиме вигляд:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^r + \bar{a}_{BA}^k, \quad (17)$$

де  $\bar{a}_{BA}^r$  – вектор відносного прискорення точки  $B$  відносно точки  $A$ ;

$\bar{a}_{BA}^k$  – вектор коріолісового (поворотного) прискорення точки  $B$  відносно точки  $A$ .

Вектор відносного прискорення  $\bar{a}_{BA}^r$  спрямований так само, як і вектор відносної швидкості  $\bar{V}_{BA}$  – паралельно осі напрямних поступальної кінематичної пари.

Коріолісове прискорення, що з'являється в результаті переносного (обертального) і відносного рухів, за величиною дорівнює:

$$a_{BA}^k = 2 \cdot \omega \cdot V_{BA}. \quad (18)$$

Вектор коріолісового прискорення  $\bar{a}_{BA}^k$  спрямований у той бік, куди виявиться спрямованим вектор відносної швидкості  $\bar{V}_{BA}$ , якщо повернути його на  $90^\circ$  напрямі кутової швидкості куліси або повзуна (оскільки  $\omega_1 = \omega_2$ ).

### 3. Побудова плану швидкостей

Дані до розрахунку:  $\omega_1 = 230 \text{ c}^{-1}$ ,  $l_{OA} = l_{OC} = 0,075 \text{ м}$ ,  
 $l_{AB} = l_{CD} = 0,3 \text{ м}$ ,  $l_{AS_2} = 0,1 \text{ м}$ ,  $l_{CS_4} = 0,1 \text{ м}$ .

Кінематичний аналіз механізму однорядного двигуна проведемо для 1-го положення плану механізму (див. [7], рис. 5). Це положення зображено в масштабі  $\mu_v = 0,00125 \text{ м/мм}$  на рис.5 а.

1. При обертанні кривошипа 1 точка  $A_1$  рухається по колу, і її лінійна швидкість спрямована перпендикулярно  $OA_1$  в бік кутової швидкості. За величиною:

$$V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{OA_1} = 230 \cdot 0,075 = 17,25 \text{ м/с},$$

де  $\omega_1 = 230 \text{ с}^{-1}$  – задана кутова швидкість кривошипу.

Шатун 2 сполучається оберальною кінематичною парою  $A$  з кривошипом 1 (рис. 5,а). Позначимо точки, що збігаються з центром оберальної пари  $A$  через  $A_1$  і  $A_2$ : точка  $A_1$  належить кривошипу, точка  $A_2$  – шатуну. Отже, під час руху механізму швидкості точок і однакові:  $\vec{V}_{A_1} = \vec{V}_{A_2}$ .

Швидкість точки  $A_2$  також дорівнює  $17,25 \text{ м/с}$ .

Візьмемо у довільному місці креслення точку (рис. 5, б) – полюс плану швидкостей. У полюсі перебувають точки механізму, швидкості яких дорівнюють нулю, тобто точка  $O$ .

З полюса  $p$  проведемо перпендикулярно до кривошипу  $OA$  вектор  $\overline{pa}_{1,2}$ , що зображує в масштабі швидкості точок  $A_1$  і  $A_2$ .

$$\mu_l = 0,00125 \frac{M}{MM}$$

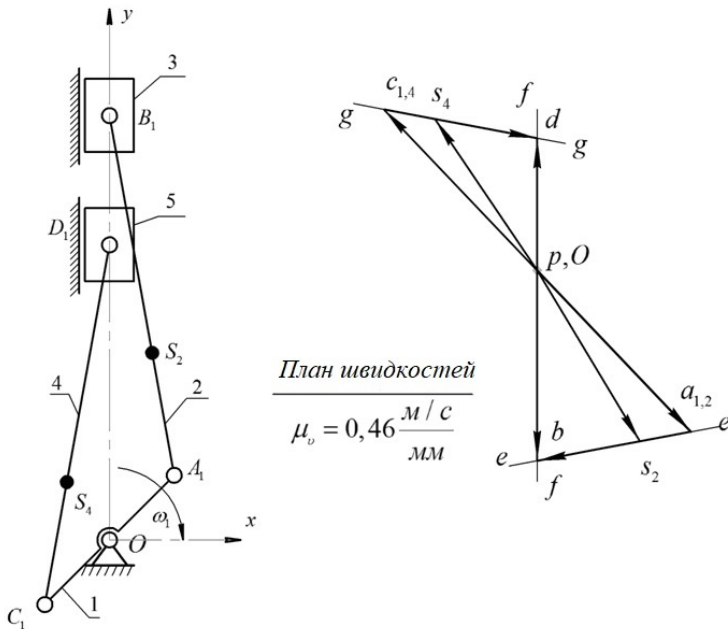


Рис. 5

Довжину цього вектора приймемо рівною 37,5 мм. Тоді масштабний коефіцієнт плану швидкостей дорівнюватиме:

$$\mu_v = \frac{V_{A_1}}{(pa_{1,2})} = \frac{17,25}{37,5} = 0,46 \frac{M/c}{mm}$$

На форматі А1 довжину  $(pa_{1,2})$  рекомендується вибирати в межах 70 - 80 мм.

2. Переходимо до визначення швидкостей характерних точок наступної групи Ассур (2-3). У цій групі відома

швидкість точки  $A$  - центру зовнішньої кінематичної пари, потрібно визначити швидкість внутрішньої кінематичної пари  $B$  і швидкість поступального руху ланки 3.

Так як точки  $A$  і  $B$  належать одній ланці, то для визначення швидкості  $\vec{V}_B$  запишемо векторне рівняння у вигляді (7)

$$\begin{aligned} \vec{V}_B &= \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \\ // O-y & \qquad \perp AB \end{aligned} \quad (19)$$

У рівнянні (19) двома лініями підкреслено вектор, відомий за модулем і напрямом, однією лінією – вектор, відомий тільки за напрямом,  $\perp AB$  – означає, що вектор  $\vec{V}_{BA}$  перпендикулярний прямій  $AB$ ,  $//$  – вектор  $\vec{V}_B$  паралельний прямій  $O-x$ .

У цьому рівнянні вектор  $\vec{V}_A$  повністю відомий і за величиною і за напрямом (відрізок  $(\overline{pa}_{1,2})$  зображає цей вектор, вже відкладений на плані швидкостей).

Вектор  $\vec{V}_{BA}$  спрямований перпендикулярно ланці  $AB$ , а вектор  $\vec{V}_B$  – по напрямній  $O-y$ . Величини цих векторів невідомі.

Векторне рівняння еквівалентне двом скалярним рівнянням, тому що для площини векторне рівняння можна замінити двома рівняннями по осях координат. Тому векторне рівняння завжди можна вирішити, якщо в ньому два невідомі. У рівнянні (19) два невідомі (величини швидкостей і ). Отже, рівняння (19) вирішуване.



Відповідно до векторного рівняння (19) через кінець вектора  $\vec{V}_A$  (точку  $a_{1,2}$ ) проводимо лінію  $d-d$ , перпендикулярну ланці  $AB$ , вздовж якої буде направлений вектор  $\vec{V}_{BA}$ , а через полюс  $p$  - лінію  $e-e$  (паралельно  $O-y$ ), вздовж якої буде направлений вектор  $\vec{V}_B$ . Точку перетину зазначених ліній позначимо літерою  $v$ . Поєднуючи її з полюсом, отримаємо відрізок  $(pv)$ , який зображує швидкість точки  $B-\vec{V}_B$ . Відрізок  $(a_{1,2}v)$  зображує швидкість точки  $B$  при її обертанні разом із ланкою 2 навколо точки  $A-\vec{V}_{BA}$ .

Вимірюємо відрізки  $(pv)$  та  $(a_{1,2}v)$  на плані швидкостей:

$$(pv) = 31,15 \text{ мм}, (a_{1,2}v) = 27 \text{ мм}$$

та обчислюємо відповідні швидкості:

$$V_B = (pv) \cdot \mu_V = 62,6 \cdot 0,46 = 14,4 \text{ м/с};$$

$$V_{BA} = (a_{1,2}v) \cdot \mu_V = 53,9 \cdot 0,46 = 12,4 \text{ м/с}.$$

Точка  $B$  належить одночасно 2 і 3 ланкам, а так як ланка 3 здійснює поступальний рух вздовж напрямних, то всі точки, що належать ланці 3, будуть переміщатися зі швидкістю  $V_B = 14,4 \text{ м/с}$ .

3. При обертанні кривошипа 1 точка  $C_1$  рухається по колу, і її лінійна швидкість спрямована перпендикулярно  $OC_1$  в бік кутової швидкості. За величиною

$$V_{C_1} = \omega_1 \cdot l_{OC_1} = 230 \cdot 0,075 = 17,25 \text{ м/с},$$

де  $\omega_1 = 230 \text{ c}^{-1}$  – задана кутова швидкість кривошипу.

Шатун 4 з'єднується обертальною кінематичною парою  $C$  з кривошипом 1 (рис.5,а). Позначимо точки, що збігаються з центром обертальної пари  $C$  через  $C_1$  і  $C_4$ : точка  $C_1$  належить кривошипу, точка –  $C_4$  шатуну 4. Отже, під час руху механізму швидкості точок і однакові:  $\vec{V}_{C_1} = \vec{V}_{C_4}$ .

Таким чином швидкість точки  $C_4$  також дорівнює  $17,25 \text{ м/с}$ .

З полюса  $p$  проведемо перпендикулярно до кривошипу  $OC$  вектор  $\overline{pc}_{1,4}$ , що зображує в масштабі швидкості точок  $C_1$  і  $C_4$ .

Довжину вектора, що зображує ці швидкості, обчислюємо за формулою:

$$(pc_{1,4}) = \frac{V_{C_1}}{\mu_V} = \frac{17,25}{0,46} = 37,5 \text{ мм}$$

4. Визначення швидкостей характерних точок групи Ассура (4-5). У цій групі відома швидкість точки  $C$  – центру зовнішньої кінематичної пари, потрібно визначити швидкість внутрішньої кінематичної пари  $D$  і швидкість поступального руху ланки 5.

Так як точки  $C$  і  $D$  належать одній ланці, то для визначення швидкості  $\vec{V}_D$  запишемо векторне рівняння у вигляді (7)

$$\begin{array}{l} \underline{\bar{V}}_D = \underline{\underline{\bar{V}}_C} + \underline{\bar{V}}_{DC} \\ // O-y \qquad \qquad \qquad \perp DC \end{array} \quad (20)$$

Векторне зрівняне 20 аналогічно вирішується 19. Через кінець вектора  $\bar{V}_C$  (точку  $c_{1,4}$ ) проводимо лінію  $g-g$ , перпендикулярну ланці  $CD$ , вздовж якої буде направлений вектор  $\bar{V}_{DC}$ , а через полюс  $p$  – лінію  $f-f$  (паралельно  $O-y$ ), вздовж якої буде направлений вектор  $\bar{V}_D$ . Точку перетинів зазначених ліній позначимо літерою  $d$ . З'єднуючи її з полюсом, отримаємо відрізок  $(pd)$ , який зображує швидкість точки  $D - \bar{V}_D$ . Відрізок  $(c_{1,4}d)$  зображує швидкість точки  $D$  при її обертанні разом із ланкою 2 навколо точки  $C - \bar{V}_{DC}$ .

Вимірюємо відрізки  $(pd)$  та  $(c_{1,4}d)$  на плані швидкостей:

$$(pd) = 21,25 \text{ мм}, (c_{1,4}d) = 27 \text{ мм}$$

та обчислюємо відповідні швидкості:

$$V_D = (pd) \cdot \mu_V = 21,25 \cdot 0,46 = 10 \text{ м/с}$$

$$V_{DC} = (c_{1,4}d) \cdot \mu_V = 27 \cdot 0,46 = 12,4 \text{ м/с}$$

Точка  $D$  належить одночасно 4 і 5 ланкам, а так як ланка 5 здійснює поступальний рух вздовж напрямних, то всі точки, що належать ланці 5, будуть переміщатися зі швидкістю  $V_D = 10 \text{ м/с}$ .

5. Переходимо до визначення швидкостей центрів мас ланок 1-5 (точки  $S_1, S_2, S_3, S_4$  та  $S_5$ ).

Точка  $S_1$  збігається з точкою  $O$ , оскільки ця точка нерухома, то її швидкість дорівнює нулю, і на плані швидкостей вона знаходиться в полюсі.

Швидкість точки  $S_2$  визначаємо за теоремою подібності. Точки  $B, S_2$  і  $A_2$  лежать на прямій  $AB$  і належать одній ланці 2. Тому, і відповідні точки  $\mathfrak{b}, a_{1,2}$  і  $s_2$  на плані швидкостей повинні лежати на одній прямій. За теоремою подібності маємо

$$\frac{(a_{1,2}s_2)}{\ell_{AS_2}} = \frac{(a_{1,2}\mathfrak{b})}{\ell_{AB}} \Rightarrow (a_{1,2}s_2) = (a_{1,2}\mathfrak{b}) \frac{\ell_{AS_2}}{\ell_{AB}}$$

де  $(a_{1,2}s_2)$  і  $(a_{1,2}\mathfrak{b})$  – розміри у плані швидкостей (рис.2.5,б);

$\ell_{AS_2}$  та  $\ell_{AB}$  – задані розміри механізму.

На плані швидкостей відрізок  $\ell_{AB}$  дорівнює

$$(a_{1,2}\mathfrak{b}) = 53,9 \text{ мм}.$$

Довжини  $\ell_{AS_2}$  та  $\ell_{AB}$  рівні відповідно:

$$\ell_{AS_2} = 0,1 \text{ м}; \quad \ell_{AB} = 0,3 \text{ м}.$$

Тоді

$$(a_{1,2}s_2) = 53,9 \cdot \frac{0,1}{0,3} = 18 \text{ мм}.$$

Обчислену довжину відрізка  $(a_{1,2}s_2)$  відкладаємо на плані швидкостей від точки  $a_{1,2}$  та намічаємо точку  $s_2$ . З'єднавши точку  $s_2$  з полюсом  $p$ , отримаємо відрізок  $(ps_2)$ , що зображує вектор швидкості  $\vec{V}_{S_2}$  точки  $S_2$ .

Швидкість  $V_{S_2}$  дорівнює:

$$V_{S_2} = (ps_2) \cdot \mu_V = 66,4 \cdot 0,23 = 15,27 \text{ м/с}.$$

Центр мас  $S_3$  лежить на повзуні 3 і збігається з точкою  $B$ . Повзун рухається поступально вздовж осі  $O-y$ , отже, швидкість  $\vec{V}_{S_3}$  дорівнюватиме швидкості  $\vec{V}_B$  точки  $B$ :

$$V_{S_3} = V_B = 14,4 \text{ м/с}.$$

Визначення швидкостей центрів мас 4 і 5 ланок аналогічне визначення швидкостей центрів мас ланок 2 і 3.

Визначаємо місце розташування точки  $S_4$

$$(c_{1,4}s_4) = (c_{1,4}d) \frac{\ell_{CS_4}}{\ell_{CD}} = 53,9 \cdot \frac{0,1}{0,3} = 18 \text{ мм},$$

і будуюмо відрізок  $(ps_4)$ , що зображує вектор швидкості  $\vec{V}_{S_4}$  точки  $S_4$ .

Швидкість  $V_{S_4}$  дорівнює:

$$V_{S_4} = (ps_4) \cdot \mu_V = 61,1 \cdot 0,23 = 14,05 \text{ м/с}.$$

Центр мас лежить на повзуні 5 і збігається з точкою  $D$ . Повзун рухається поступально вздовж осі  $O-y$ , отже, швидкість  $\vec{V}_{S_5}$  дорівнюватиме швидкості точки  $D$ :

$$V_{S_5} = V_D = 10 \text{ м/с}$$

6. Визначаємо кутову швидкість  $\omega_2$  ланки 2 і 4. Кутова швидкість другої ланки:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}} = \frac{12,4}{0,3} = 41,3 \text{ с}^{-1}.$$

Для визначення напрямку кутової швидкості  $\omega_2$  слід вектор  $\vec{V}_{BA}$  перенести в точку  $B$  механізму (рис.5,а) і подивитися, як ця точка відповідно до напрямку цього вектора рухається відносно точки  $A$ . У нашому випадку кутова швидкість спрямована протягом годинної стрілки.

Кутова швидкість четвертої ланки:

$$\omega_4 = \frac{V_{CD}}{\ell_{CD}} = \frac{12,4}{0,3} = 41,3 \text{ с}^{-1}.$$

Для визначення напрямку кутової швидкості  $\omega_4$  слід вектор перенести  $\vec{V}_{CD}$  в точку  $D$  механізму (рис.5,а) і подивитися, як ця точка відповідно до напрямку цього вектора рухається відносно точки  $C$ . У нашому випадку кутова швидкість  $\omega_4$  спрямована проти ходу годинникової стрілки.

## 2.4 Побудова плану прискорень

Для побудови плану прискорень механізму необхідні розміри ланок механізму і значення кутових швидкостей отриманих при побудові плану швидкостей:

$$\omega_2 = 4,1 \text{ c}^{-1}, \omega_4 = 4,1 \text{ c}^{-1}.$$

***Рівняння, які використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються від тих, якими ми користувалися при побудові плану швидкостей, тільки тим, що повні прискорення точки розкладаються на певні складові.***

Переходимо до побудови плану прискорень.

1. Визначаємо прискорення точки  $A_1$ . Так як кутова швидкість кривошипу постійна, то повне прискорення точки  $A_1$  дорівнює її нормальному прискоренню

$$a_{A_1} = a_{A_1}^n = \omega_1^2 \ell_{OA_1} = 230^2 \cdot 0,075 = 3967,5 \text{ м/с}^2.$$

Вектор  $\bar{a}_{A_1}$  спрямований за кривошипом  $OA_1$  від точки  $A_1$  до точки  $O$  (до центру обертання кривошипа).

Довжину цього вектора прийемо рівною 60 мм. Тоді масштабний коефіцієнт плану прискорень дорівнюватиме:

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{(\pi a_{1,2})} = \frac{3967,5}{70} = 56,7 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Візьмемо у довільному місці креслення точку  $\pi$  (рис.5, в) – **полюс плану прискорень**. У полюсі перебувають точки

механізму, прискорення яких дорівнюють нулю, тобто. точка  $O$ . Відкладаємо відрізок  $(\pi a_1)$  від точки  $\pi$  в напрямку  $\bar{a}_A$ .

2. Переходимо до визначення прискорень характерних точок групи (2-3).

Прискорення  $\bar{a}_A$  точки  $A$  зовнішньої кінематичної пари відомо. Залишається визначити прискорення точки  $B$  внутрішньої кінематичної пари. Так як точка  $B$  належить і ланці 3, що здійснює поступальний рух, то цим буде визначено і прискорення ланки 3.

У зв'язку з тим, що точки  $B$  і  $A$  належать одній ланці, зв'язок між прискореннями цих точок має вигляд

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}. \quad (21)$$

Враховуючи що

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^r,$$

рівняння (2.20) набуде вигляду

$$\begin{array}{l} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^r \\ // y-y \quad //BA \quad \perp BA \end{array} \quad (22)$$

У рівнянні (2.22) прискорення  $\bar{a}_A$  відоме в результаті попередніх побудов; прискорення  $\bar{a}_{BA}^n$  відоме і за величиною та напрямом. Вектор  $\bar{a}_{BA}^n$  спрямований від точки  $B$  до точки  $A$ , а його модуль дорівнює

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot \ell_{AB} = 4,1^2 \cdot 0,3 = 5 \text{ м/с}^2.$$



Дотичне прискорення  $\bar{a}_{BA}^r$  спрямоване перпендикулярно лінії  $AB$ , а прискорення  $\bar{a}_B$  спрямоване вздовж  $O-y$ . Величини цих прискорень невідомі.

Таким чином, векторне рівняння (22) містить дві невідомі величини: модулі прискорень  $a_{BA}^r$  і  $a_B$  може бути вирішено графічно.

Побудова рівняння (22) показано на рис. 5. Відповідно до правої частини рівняння до прискорення  $\bar{a}_{A_1,2}$  (точка  $a_{1,2}$  плану прискорень) необхідно додати вектор  $\bar{n}_{BA}$  (паралельно  $AB$ ), що зображує в масштабі  $\mu_a$  прискорення  $\bar{a}_{BA}^n$ . Через кінець вектора  $\bar{n}_{BA}$  точку  $n$  проводимо лінію  $t-t$  (перпендикулярно  $AB$ ) вздовж якої буде направлений вектор  $\bar{\tau}_{BA}$  зображуючий  $\bar{a}_{BA}^r$ .

Відповідно до лівої частини рівняння (2.21) з полюса (точка " $\pi$ ") проводимо лінію  $h-h$  (паралельно  $O-y$ ), вздовж якої буде направлений вектор  $\bar{a}_B$ . Точка " $v$ ", перетину ліній  $t-t$  і  $h-h$  буде розв'язуванням рівняння (21), а вектор  $\overline{\pi v}$  у масштабі  $\mu_a$  буде зображенням прискорення точки  $B$ .

Довжина відрізка, що зображує на плані вектор нормального прискорення  $\bar{a}_{BA}^n$  дорівнює

$$(n_{BA}) = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{5}{56,7} = 0,1 \text{ мм}.$$

Так як значення відрізка, що зображує прискорення менше 2 мм, то його не відкладаємо.

Відрізки  $(n\epsilon)$  і  $(\pi\epsilon)$  зображують у масштабі відповідно прискорення  $a_{BA}^r$  та  $a_B$ . Вимірюємо величини цих відрізків:

$$(n\epsilon) = 50,3 \text{ мм}, \quad (\pi\epsilon) = 40,6 \text{ мм}.$$

та обчислюємо прискорення

$$a_{BA}^r = (n\epsilon) \cdot \mu_a = 50,3 \cdot 56,7 = 2285 \text{ м / с}^2;$$

$$a_B = (\pi\epsilon) \cdot \mu_a = 40,6 \cdot 56,7 = 2302 \text{ м / с}^2.$$

З'єднуючи точки  $a_{1,2}$  і  $\epsilon$ , отримаємо відрізок  $(a_{1,2}\epsilon)$ , який відповідно до рівняння (21) зображує вектор повного відносного прискорення  $\bar{a}_{BA}$ . Вимірюємо величину цього відрізка

$$(a_{1,2}\epsilon) = 40,6 \text{ мм}$$

та визначаємо значення прискорення  $a_{BA}$

$$a_{BA} = (a_{1,2}\epsilon) \cdot \mu_a = 50,3 \cdot 56,7 = 2285 \text{ м / с}^2.$$

3. Переходимо до визначення прискорень характерних точок групи (4-5).

Прискорення  $\bar{a}_C$  точки  $C$  зовнішньої кінематичної пари відомо. Залишається визначити прискорення точки  $D$  внутрішньої кінематичної пари. Так як точка  $D$  належить і ланці 5, що здійснює поступальний рух, то цим буде визначено і прискорення ланки 5.

Точки  $C$  і  $D$  належать одній ланці, тому прискорення точки  $D$  визначимо вирішивши векторне рівняння (аналогічно рішенню рівняння 22):

$$\begin{aligned} \bar{a}_D &= \bar{a}_C + \bar{a}_{DC}^n + \bar{a}_{DC}^r. \end{aligned} \quad (2.23)$$

$// y - y \qquad // DC \qquad \perp DC$

У рівнянні (23) прискорення  $\bar{a}_C$  відоме в результаті попередніх побудов; прискорення  $\bar{a}_{DC}^n$  відоме і за величиною та напрямом. Вектор  $\bar{a}_{DC}^n$  спрямований від точки  $D$  до  $C$  точки, а його модуль дорівнює:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot \ell_{AB} = 4,1^2 \cdot 0,3 = 5 \text{ м/с}^2.$$

Дотичне прискорення  $\bar{a}_{CD}^r$  спрямоване перпендикулярно лінії  $CD$ , а прискорення  $\bar{a}_D$  спрямоване вздовж  $O - y$ . Величини цих прискорень невідомі.

Побудова рівняння (23) показано на рис. 2.5. Відповідно до правої частини рівняння до прискорення  $\bar{a}_{C_{1,4}}$  (точка плану  $c_{1,4}$  прискорень) необхідно додати вектор  $\bar{n}_{DC}$  (паралельно  $DC$ ), що зображує в масштабі  $\mu_a$  прискорення  $\bar{a}_{DC}^n$ . Через кінець вектора  $\bar{n}_{DC}$  точку  $n'$  проводимо лінію  $k - k$  (перпендикулярно  $CD$ ) вздовж якої буде спрямований вектор  $\bar{r}_{CD}$ , який зображує  $\bar{a}_{CD}^r$ .

Відповідно до лівої частини рівняння (23) з полюса (точка " $\pi$ ") проводимо лінію  $h - h$  (паралельно  $O - y$ ), вздовж якої буде направлений вектор  $\bar{a}_D$ . Точка " $d$ ", перетину ліній  $k - k$  і  $h - h$  буде розв'язуванням рівняння (23),

а вектор  $\overline{\pi d}$  у масштабі  $\mu_a$  буде зображенням прискорення точки  $D$ .

Довжина відрізка, що зображує на плані вектор нормального прискорення  $\overline{a_{CD}^n}$  дорівнює:

$$(n_{CD}) = \frac{a_{CD}^n}{\mu_a} = \frac{5}{56,7} = 0,1 \text{ мм}.$$

Так як значення відрізка, що зображує прискорення менше 2 мм, то його не відкладаємо.

Відрізки  $(n'd)$  і  $(\pi d)$  зображують у масштабі відповідно прискорення  $a_{CD}^r$  та  $a_D$ . Вимірюємо величини цих відрізків:

$$(n'd) = 50,3 \text{ мм}, \quad (\pi d) = 58,4 \text{ мм}$$

та обчислюємо прискорення

$$a_{CD}^r = (n'e) \cdot \mu_a = 50,3 \cdot 56,7 = 2285 \text{ м / с}^2;$$

$$a_D = (\pi d) \cdot \mu_a = 58,4 \cdot 56,7 = 3311 \text{ м / с}^2.$$

З'єднуючи точки  $c_{1,4}$  і  $d$  отримаємо відрізок  $(c_{1,4}d)$ , який зображує вектор повного відносного прискорення  $\overline{a_{CD}}$ :

$$a_{CD} = (c_{1,4}d) \cdot \mu_a = 50,3 \cdot 56,7 = 2285 \text{ м / с}^2$$

4. Визначаємо прискорення центрів мас  $S_2 - S_5$  ланок 2 - 5. Положення точки  $S_2$  і  $S_4$  на плані прискорень можна визначити способом, викладеним при визначенні  $V_{S_2}$  і  $V_{S_4}$ .

Визначивши таким чином положення точки  $s_2$ , з'єднаємо її з полюсом  $\pi$  відрізком  $(\pi s_2)$ , який в масштабі  $\mu_a$  зображує прискорення  $a_{s_2}$  центру мас  $S_2$  ланки 2. Вимірюємо цей відрізок

$$(\pi s_2) = 57,8 \text{ мм}$$

і обчислюємо прискорення  $a_{s_2}$ :

$$a_{s_2} = (\pi s_2) \cdot \mu_a = 57,8 \cdot 56,7 = 3277 \text{ м / с}^2.$$

Аналогічно отримуємо відрізок  $(\pi s_4)$ , з'єднавши точки  $s_4$  та  $\pi$ . Вимірюємо цей відрізок

$$(\pi s_4) = 62 \text{ мм}$$

і обчислюємо прискорення  $a_{s_4}$ :

$$a_{s_4} = (\pi s_4) \cdot \mu_a = 62 \cdot 56,7 = 3515 \text{ м / с}^2.$$

Прискорення  $a_{s_3}$  центру мас  $S_3$  дорівнює прискоренню точки  $B$ :

$$a_{s_3} = a_B = 2302 \text{ м / с}^2.$$

А прискорення  $a_{s_5}$  центру мас  $S_5$  дорівнює прискоренню точки  $D$ :

$$a_{s_5} = a_D = 3311 \text{ м / с}^2.$$

5. Визначаємо кутове прискорення  $\varepsilon_2$  ланки 2:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{\ell_{BA}} = \frac{2285}{0,3} = 7617 \text{ c}^{-2}.$$

Для визначення напрямку  $\varepsilon_2$  слід вектор  $\vec{a}_{BA}^r$  перенести в точку  $B$  механізму і подивитися як ця точка, відповідно до цього вектора, рухається щодо точки  $A$ . У нашому випадку кутове прискорення  $\varepsilon_2$  направлено по ходу годинникової стрілки.

6. Визначаємо кутове  $\varepsilon_4$  прискорення ланки 4:

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^r}{\ell_{DC}} = \frac{2285}{0,3} = 7617 \text{ c}^{-2}.$$

Для визначення напрямку  $\varepsilon_4$  вектор  $\vec{a}_{CD}^r$  перенесемо в точку  $D$  механізму і подивимося як ця точка, рухається щодо точки  $C$ . У нашому випадку кутове прискорення  $\varepsilon_4$  спрямоване проти ходу годинникової стрілки.

Результати кінематичного аналізу для 1-го положення наведено у таблицях 1 та 2. Швидкості дані в  $m/c$ , кутові швидкості ланок в  $rad/c$ , прискорення в  $m/c^2$ , кутове прискорення в ланках в  $p/c^2$ .

Таблиця 1

$V_{A_1} = V_{A_2}$	$V_B = V_{S_3}$	$V_{BA}$	$V_{S_2}$	$V_D = V_{S_5}$
17,25	14,4	12,4	15,3	10
$V_{CD}$	$V_{C_1} = V_{C_4}$	$V_{S_4}$	$\omega_2$	$\omega_4$
12,4	17,25	14,05	4,1	4,1

$$\mu_l = 0,00125 \frac{M}{MM}$$

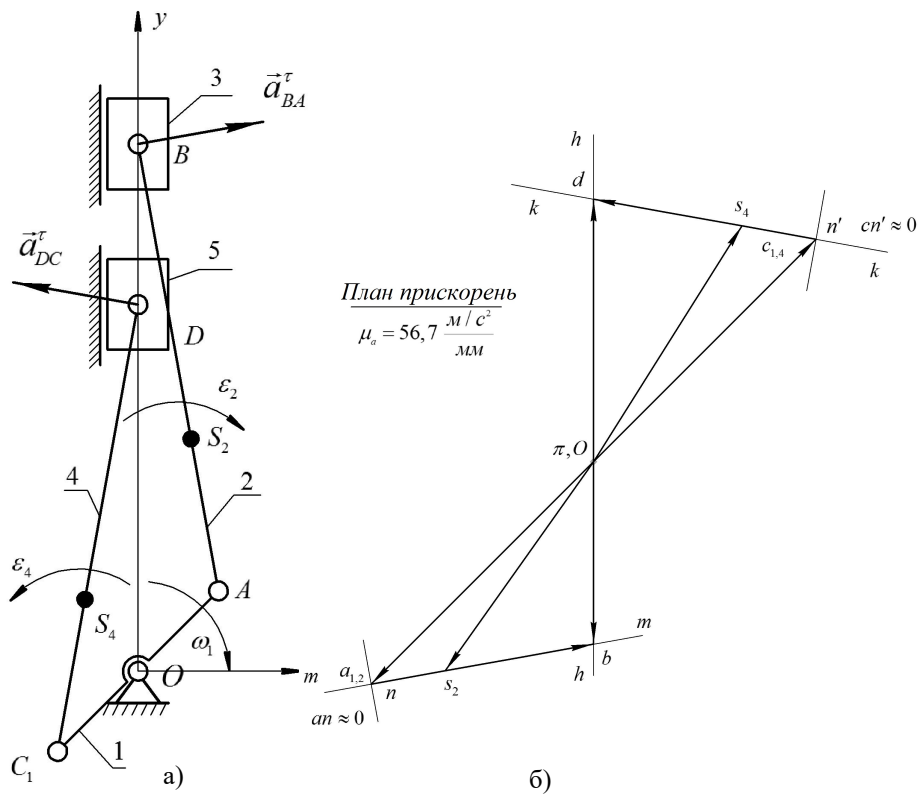


Рис. 6

Таблица 2

$a_{A_1} = a_{A_2}$	$a_B = a_{S_3}$	$a_{BA}^n$	$a_{BA}^r$	$a_{S_2}$	$\varepsilon_2$
3967,5	2302	5	2285	3277	7617
$a_{C_1} = a_{C_4}$	$a_D = a_{S_5}$	$a_{CD}^n$	$a_{CD}^r$	$a_{S_4}$	$\varepsilon_4$
3967,5	3311	5	2285	3515	7617

## **2.5. Визначення швидкості та прискорення характерної точки механізму за допомогою кінематичних діаграм (графічний метод кінематичного аналізу)**

У результаті вирішення завдань кінематичного дослідження методом планів визначаються швидкості та прискорення точок ланок механізму в окремих його положеннях.

При аналізі механізму іноді важливо мати наочне уявлення про характер безперервної зміни кінематичних параметрів. Таке уявлення можна отримати за допомогою так званих кінематичних діаграм, що показують переміщення, швидкість і прискорення ланки (або точки ланки) в залежності від часу.

Кінематичні діаграми швидкостей і прискорень можна отримати графічним диференціюванням графіка переміщень точки ланки  $S = S(t)$ .

### **1. Побудови графіка переміщень точки $B$ , $S_B = f(t)$**

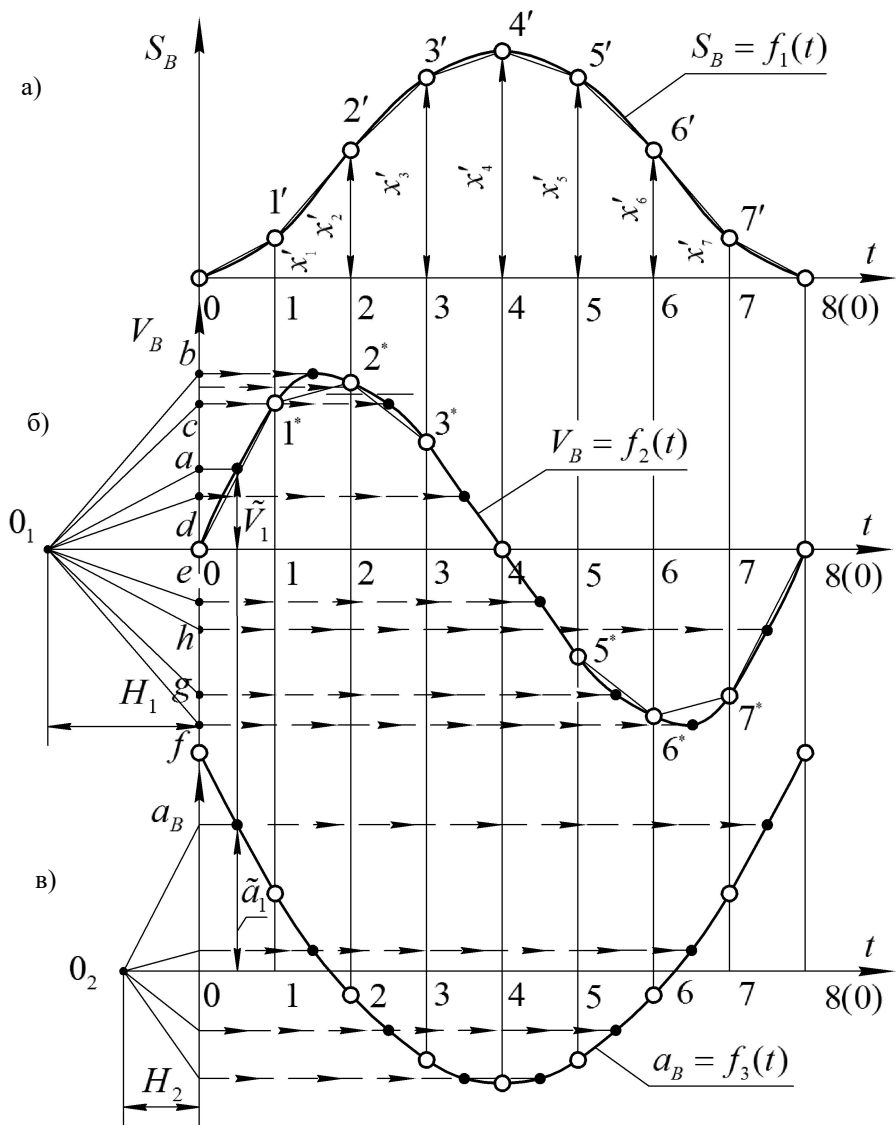
Побудувавши положення ланок механізму під час його роботи рис.1.5,а можна побудувати діаграму переміщень будь-якої точки механізму.

Побудуємо діаграму переміщень точки  $B$  ланки 3.

Побудувавши плани механізму, тим самим отримуємо шлях точки  $B$  відповідно до куту повороту (часом руху) кривошипа 1.

Нульове положення кривошипа  $OA$  відповідає крайньому верхньому положенню точки  $B - B_0$  (див. рис.5, а [7]).





$$\mu_s = 0,0025 \frac{M}{MM}; \quad \mu_v = 0,367 \frac{M/c}{MM}; \quad \mu_a = 5,37 \frac{M/c^2}{MM}; \quad \mu_t = 0,000341 \frac{c}{MM}$$

Рис. 2.7

Положення точки  $B$  на траєкторії руху  $O-u$  визначатимемо її відстанню від точки  $B_0$ . Позначимо відстані прохідні точкою  $B$  в положеннях 1, 2, 3, ... 7 від точки  $B_0$  відповідно  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ .

Проведемо осі координат  $S_B-t$  (рис. 7, а) і осі абсцис відкладемо відрізок  $0-8$  рівним 80 мм, який зображує час  $T$  одного повного обороту кривошипа (при виконанні РГЗ відстань  $0-8$  рекомендується вибирати в межах  $180 \div 200$  мм).

Визначимо масштабний коефіцієнт  $\mu_t$  осі абсцис:

$$\mu_t = \frac{T}{0-8} \frac{с}{мм},$$

де  $T$  – час одного обороту кривошипу.

Для обчислення часу одного обороту кривошипу скористаємося відомою формулою

$$\varphi = \omega \cdot t.$$

У нашому випадку

$$\varphi = 2\pi, \quad \omega = \omega_1, \quad t = T.$$

Тоді

$$2\pi = \omega_1 \cdot T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{6,28}{230} = 0,0273 \text{ с.}$$

Отже, масштабний коефіцієнт часу дорівнює

$$\mu_t = \frac{T}{0-8} = \frac{0,0273}{80} = 0,000341 \frac{c}{мм}.$$

Уздвож осі  $Ot$  відкладаємо відрізки 0-1, 1-2, 2-3 і т.д. відповідні куту повороту кривошипа  $OA$ , при його послідовному переході з положення 0 в положення 1; із положення 1 у положення 2 і т.д.

Це можна зробити в такий спосіб. Час одного повного обороту кривошипа, рівне  $0,0273 c$ , відповідає куту його повороту на  $360^\circ$ . Отже, відрізок так само повинен відповідати цьому кутку.

Кут повороту  $\varphi_1$  кривошипа був поділений на 8 рівних частин. Тому кожен відрізок становитиме восьму частину відрізка  $O8$ , тобто.

$$B_i B_{i+1} = \frac{80}{8} = 10 \text{ мм}.$$

Через точки 1, 2, 3 і т.д. проводимо ординати і відкладаємо на них відрізки  $1-1'$ ,  $2-2'$ ,  $3-3'$  і т.д. рівні значенням  $x_1, x_2, x_3, \dots$  і т.д. (рис. 1.5, а), якщо масштаб  $\mu_s$  осі  $OS_B$  приймаємо рівним масштабу  $\mu_\ell$  схеми механізму.

Якщо ж відрізки  $1-1', \dots, 7-7'$  доводиться збільшити в  $m$  раз, відповідно  $\mu_s$  зменшують в раз  $m$ , тобто.

$$\mu_s = \frac{1}{m} \cdot \mu_\ell.$$

Якщо ж відрізки  $1-1', \dots, 7-7'$  необхідно зменшити в  $m$  раз, відповідно збільшують  $m$  в раз, тобто.

$$\mu_S = m \cdot \mu_\ell$$

У цій роботі переміщення точки  $B$  ( $x_1, x_2, \dots, x_7$ ) (рис. 1.5, а), при їх зображенні на графіку  $S_B - t$  (рис. 2.7, а) не дозволяли використовувати формат А5 через брак місця для побудови наступних, нижче розташованих графіків. У цьому масштабний коефіцієнт  $\mu_S$  графіка  $S_B - t$  змінено стосовно коефіцієнта плану положень –  $\mu_\ell$ .

Розміри  $x'_1, x'_2, \dots, x'_7$  на графіці  $S_B - t$  (рис.7, а) зменшено в  $m = 2$  рази в порівнянні з  $x_1, x_2, \dots, x_7$  (рис.5, а).

Таким чином, масштабний коефіцієнт графіка  $S_B - t$  дорівнює

$$\mu_S = m \cdot \mu_\ell = 2 \cdot 0,0025 = 0,005 \frac{\text{М}}{\text{мм}}.$$

Від положення 0 до положення 4 ординати зростають; після положення 4 – зменшуються. Коли точка прийде в початкове положення 8 (0), ордината графіка буде дорівнює нулю.

З'єднавши точки 0, 1', ..., 8' плавної кривої, отримуємо діаграму шляху прохідного точкою  $B$  в залежності від часу  $t$  руху:

$$S_B = f(t).$$

## **2. Графік зміни швидкості повзуна 3 (точки $B$ ), $V_B = f(t)$**

Швидкість руху можна було б визначити дуже просто, якби закон руху  $S_B = f(t)$  був поставлений в аналітичній

формі. Швидкість у такому разі визначається на підставі відомої залежності

$$V = \frac{ds}{dt} = S'(t).$$

Однак механізми в більшості випадків не дозволяють отримувати аналітичну залежність шляху як функцію часу. Тому діаграму швидкості точки  $V_B = f(t)$  будують методом графічного диференціювання діаграми шляху  $S_B = f(t)$ . Графічне диференціювання діаграми можна виконати методом дотичних або методом хорд.

### **Метод хорд полягає в наступному:**

1. Розбиваємо діаграму  $S_B = f(t)$  на ряд ділянок (0-1, 1-2, 2-3 і т.д.) і замінюємо криву на цих ділянках хорд (рис. 2.7, а), тобто. нерівномірний рух на кожній ділянці приблизно замінюємо рухом рівномірним з постійною швидкістю, що дорівнює середній швидкості на даній ділянці.

2. Під діаграмою  $S_B = f(t)$  будуюмо осі координат  $V_B - t$  (рис. 7, б) і на продовженні осі  $0t$  вліво відкладаємо відрізок  $0O_1 = H_1 = 20$  мм. (Довільно встановлена довжина відрізка  $H_1$  при побудові діаграми швидкостей  $V_B = f(t)$  вибирається так, щоб ординати діаграми швидкостей вийшли б досить великими, але в той же час не виходили за межі креслення).

З точки  $O_1$  проводимо промені  $O_1a$ ,  $O_1b$ ,  $O_1c$  і т.д. паралельні хордам  $01'$ ,  $1'2'$ ,  $2'3'$  і т.д., якими замінили криву  $S_B = f(t)$ .

Ці промені відсічуть на осі  $V_B$  відрізки  $0a, 0b, 0c, \dots$ , пропорційні середньої швидкості  $V_B$  на відповідній ділянці діаграми. Ці відрізки переносяться на ординати в середині кожного з інтервалів. Отримані точки (темні)  $1^*, 2^*, 3^*, \dots$ , є точками шуканої функції  $V_B = f(t)$ .

З'єднавши ряд отриманих точок  $1^*, 2^*, 3^*, \dots, 8^*$ , плавною кривою, отримаємо діаграму швидкості точки за період одного обороту кривошипа. Світлими точками на графіку  $V_B = f(t)$  відзначені значення швидкості точки  $B$  положеннях механізму  $1, 2, 3, \dots, 7$ .

Масштабний коефіцієнт  $\mu_V$  осі швидкості точки визначається за формулою

$$\mu_V = \frac{\mu_S}{\mu_t \cdot H_1},$$

де  $\mu_S$  – масштабний коефіцієнт діаграми переміщення точки  $B - \mu_S = 0,005 \text{ м/мм}$ ;

$\mu_t$  – масштабний коефіцієнт осі часу  $t - \mu_t = 0,000341 \text{ с/мм}$

Якщо  $H_1 = 20 \text{ мм}$  то

$$\mu_V = \frac{0,005}{0,000341 \cdot 20} = 0,734 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

### 3. Графік зміни прискорення повзуна 3 (точки B),

$$a_B = f(t)$$

Переходимо до побудови графіка зміни прискорення  $a_B$  точки B за час одного обороту кривошипа.

Для визначення залежності  $a_B = f(t)$  скористаємося формулою

$$a_B = \frac{dV_B}{dt},$$

яку також вирішуватимемо методом графічного диференціювання залежності  $V_B = f(t)$ .

1. Під діаграмою  $V_B - t$  будуюмо осі координат  $a_B - t$  (рис. 2.7, в) і на продовженні осі вліво відкладаємо відрізок  $0O_2 = H_2 = 10 \text{ мм}$ . (При виконанні РГЗ величина  $H_2$  повинна бути більшою).

2. З'єднуємо світлі точки на графіку  $V_B = f(t)$  прямими відрізками (хордами) і від точки  $O_2$  проводимо промені, паралельні цим хордам.

3. Інші побудови аналогічні раніше описаним при графічному диференціюванні функції  $S_B = f(t)$ .

В результаті побудов отримуємо значення прискорень точки (темні точки) у серединах положень 0-1, 1-2, 2-3, ... 7-8.

4. Провівши через ці точки плавну криву, отримуємо графік  $a_B = f(t)$  зміни прискорення точки за цикл роботи механізму.

Світлі точки на цьому графіку визначають значення прискорення  $a_B$  в положеннях механізму 1, 2, 3, ..., 7.

5. Масштабний коефіцієнт осі прискорень точки дорівнює

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot H_2} = \frac{0,734}{0,000341 \cdot 10} = 215,2 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

## 2.6. Контроль точності побудови кінематичних діаграм

Контроль точності побудов графіків проводиться шляхом порівняння значень  $V_B$  і  $a_B$ , отриманих на графіках і з побудованих планів швидкостей і прискорень.

### *Положення 1*

З графіка  $V'_B = \tilde{V}_1 \cdot \mu_v = 19,3 \cdot 0,734 = 14,2 \text{ м/с}$ ,

де  $\tilde{V}_1$  – значення ординати графіка  $V_B = f(t)$  у положенні 1 (рис. 2.7, б);

$\mu_v$  – масштабний коефіцієнт осі  $V_B$ .

З плану швидкостей  $V_B = 14,4 \text{ м/с}$ .

Відносне розбіжність щодо скорості точки  $B$  складе:

$$\Delta V = \left| \frac{V_B - V'_B}{V_B} \right| \cdot 100 = \left| \frac{14,2 - 14,4}{14,4} \right| \cdot 100 = 1,39\%.$$

З графіку



$$a'_B = \tilde{a}_1 \cdot \mu_a = 10,3 \cdot 215,2 = 2216,6 \text{ м/с}^2,$$

де  $\tilde{a}_1$  – значення ординати графіка  $a_B = f(t)$  в положенні 1 (рис. 7, в);

$\mu_a$  – масштабний коефіцієнт осі прискорень.

З плану прискорень  $a_B = 2302 \text{ м/с}^2$ .

Відносне розбіжність щодо прискорення точки  $B$  складе:

$$\Delta a = \left| \frac{a_B - a'_B}{a_B} \right| \cdot 100 = \left| \frac{2216,6 - 2302}{2302} \right| \cdot 100 = 3,71\%.$$

Насамкінець зауважимо, що дворазове графічне диференціювання дає значні похибки. Внаслідок цього, коли потрібно мати більш точні результати визначення прискорень, слід скористатися методом планів. Графоаналітичні методи мають велику наочність, в чому і полягає їх перевага в порівнянні з аналітичним методом, застосування якого, однак, дає найбільш точні чисельні значення визначених величин (особливо прискорень). Тому в ряді спеціальних завдань, наприклад, при обчисленні прискорень у механізмах швидкохідних двигунів з метою подальшого визначення сил інерції, застосовується аналітичний метод.

## Додаток

### ***1. Побудова планів швидкостей та прискорень у крайніх положеннях механізму***

Певні труднощі зазнають студенти при побудові планів швидкостей та прискорень у крайніх положеннях механізму – у 0-му та 4-му.

Розглянемо ці побудови для 0-го положення у найзагальнішому вигляді, не наводячи обчислень.

На рис.8,а зображено механізм без масштабу у крайньому верхньому положенні. У цьому положенні кривошип 1 та шатуни 2 та 4 розташовані на одній лінії. Це обставина і призводить до певних труднощів при побудові планів швидкостей та прискорень.

1. Для побудови планів швидкостей скористаємось рівняннями (19) та (20).

Відкладемо від полюса  $p$  (рис.8,б) вектор  $\overline{pa_{1,2}}$ , що зображує швидкість точки  $A$ , перпендикулярної кривошипу 1.

Запишемо рівняння (19) для визначення швидкості точки  $B$ :

$$\begin{array}{l} \underline{\underline{\overline{V}_B}} = \underline{\underline{\overline{V}_A}} + \underline{\underline{\overline{V}_{BA}}} \\ //O-x \qquad \qquad \qquad \perp AB \end{array}, \quad (1)$$

Розв'язуємо графічно рівняння (1). Швидкість  $\overline{V}_A$  у правій частині рівняння відома та відкладена на кресленні у вигляді вектора  $\overline{pa_{1,2}}$ . Через кінець цього вектора (точку  $a_{1,2}$ )

проводимо лінію  $l-l$ , вздовж якої буде направлений вектор відносної швидкості  $\vec{V}_{BA}$ , перпендикулярний до шатуна  $AB$ .

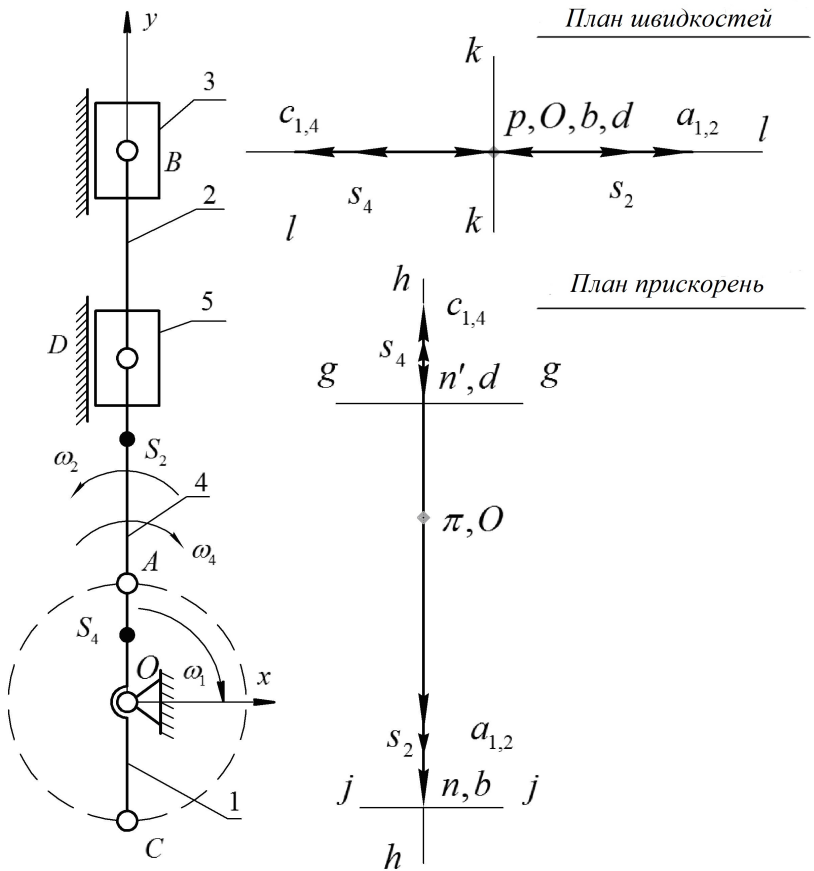


Рис.8

Так як  $\vec{V}_{BA} \perp AB$ , а шатун  $AB$  і кривошип  $O_1A$  розташовані на одній лінії, швидкість  $\vec{V}_{BA}$  перпендикулярна  $O_1A$  і, отже, лінія  $l-l$  збігається з вектором  $\overline{pa}_{1,2}$  і пройде через полюс плану швидкостей  $p$ .

Точка  $B$  рухається з абсолютною швидкістю  $\vec{V}_B$  паралельно до  $O-y$  і вектор, що зображує цю швидкість на плані швидкостей, повинен виходити з полюса  $p$ . Тому через точку  $P$  плану проводимо лінію  $k-k$  вздовж якої має бути направлений вектор  $\vec{V}_B$ . Лінії  $\ell-\ell$  і  $k-k$  перетинаються у полюсі  $p$  плану швидкостей. Таким чином, абсолютна швидкість  $V_B$  точки  $B$  дорівнює нулю –  $V_B = 0$ .

Відносна швидкість точки  $B$  при її обертанні навколо точки  $A$  зображується на плані швидкостей вектором  $\overline{a_{1,2}v}$ , який за величиною дорівнює швидкості точки  $A$ :

$$V_{BA} = V_A.$$

Звідки

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{BA}} = \frac{V_A}{\ell_{BA}}.$$

Кутова швидкість  $\omega_2$  спрямована як проти ходу годинної стрілки.

Швидкість центру мас  $S_2$  ланки 2 зображуватиметься вектором  $\overline{ps_2}$ .

2. Швидкості точок  $C, D, S_4$  отримаємо описаним методом, вирішивши векторне рівняння (2):

$$\frac{\vec{V}_D}{//O-y} = \frac{\vec{V}_C}{\perp CD} + \frac{\vec{V}_{DC}}{\perp CD}, \quad (2)$$

3. *Побудова плану прискорень* для крайнього становища не відрізняється від побудови для 1-го положення і з рис. 8, (тангенціальні прискорення  $\varepsilon_2$  і  $\varepsilon_4$  в положеннях 0 і 4 рівні нулю).

## Список літератури

1. Бурлака В.В., Кучеренко С.И. и др. Основы теории механизмов и машин. Харьков, 2008.

2. Кініцький Я.Т. Теорія механізмів і машин. К.: Наукова думка, 2001.

3. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин. К.: Вища шк., 1987.

4. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. М.: Высшая шк., 1985.

5. Машков А.А. Теория механизмов и машин. Минск.: Высшая шк., 1971.

6. Теория механизмов и машин. Под редакцией К.В. Фролова. М.: Высшая школа, 1987.

7. Теорія механізмів і машин. Механізм однорядного двигуна. Структурний аналіз та побудова положень механізму: методичні вказівки до виконання практичних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування, 208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт. Харків. ДБТУ; уклад.: М.В. Сліпченко, О.М. Шукаєва., В.В. Бредихін, Свіргун О.А. – Харків: [б. в.], 2023.–33 с.

8. Теорія механізмів і машин. Заняття № 2. Побудова планів механізму : методичні вказівки до виконання практичних робіт для студентів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спеціальностей 133 Галузеве машинобудування, 208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт ; Харків. нац. техн. у-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка ; уклад.: В. В. Бурлака, В. П. Ольшанський, М. В. Сліпченко. – Харків : [б. в.], 2019.– 15 с

Навчальне видання

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН

МЕХАНІЗМ ОДНОРЯДНОГО ДВИГУНА.  
СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ТА ПОБУДОВА ПЛАНІВ  
МЕХАНІЗМУ

Методичні вказівки

до виконання практичних робіт

Укладачі

**СЛІПЧЕНКО** Максим Володимирович

**ШУКАЄВА** Ольга Миколаївна

**БРЕДИХІН** Вадим Вікторович

**СВІРГУН** Ольга Анатоліївна

Формат 60x84\16. Гарнітура Times New Roman  
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 2,8

Наклад 30 пр.

Державний біотехнологічний університет  
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44