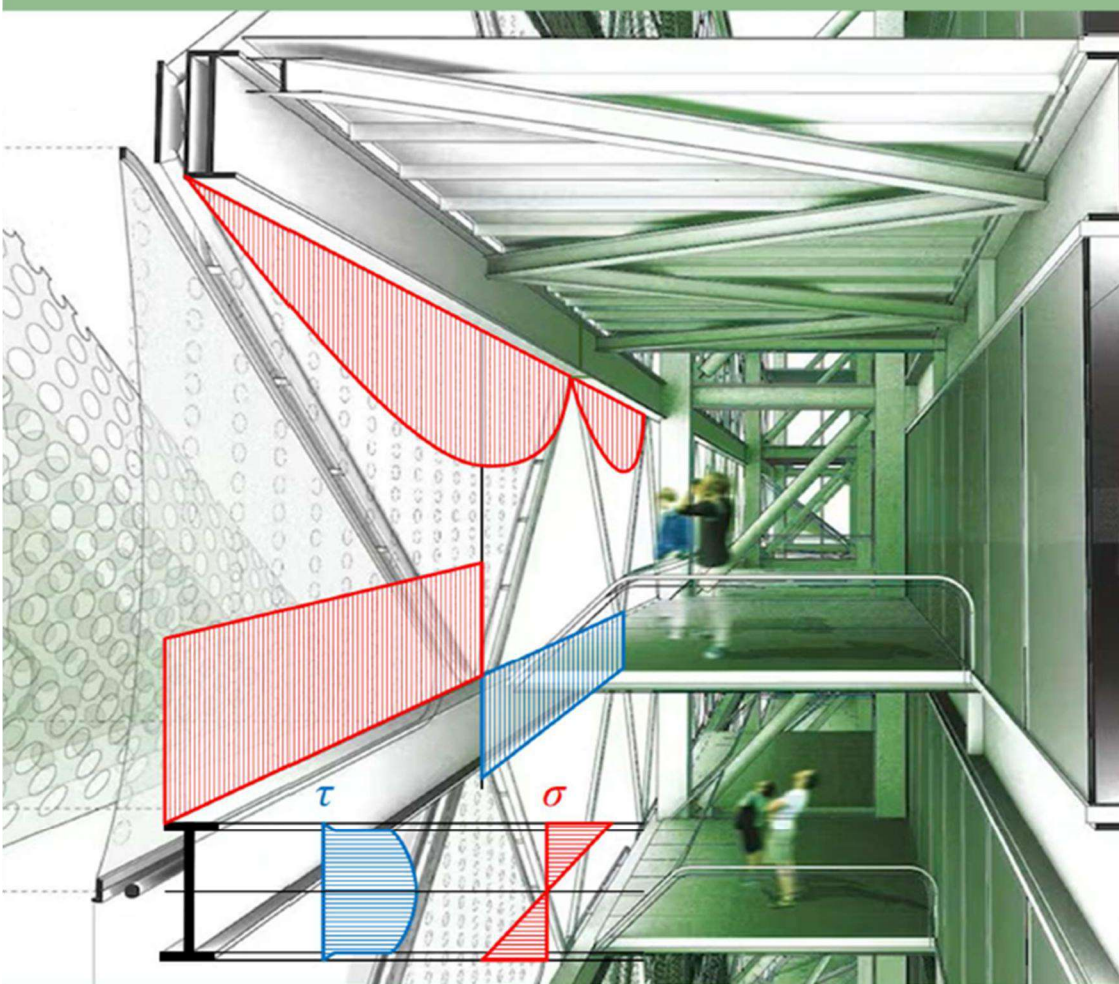


ОПІР МАТЕРІАЛІВ





Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу
Кафедра надійності та міцності машин і споруд
ім. В. Я. Аніловича

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Навчально-методичний посібник

Харків
2023

Міністерство освіти і науки України
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет мехатроніки та інжинірингу
Кафедра надійності та міцності машин і споруд
ім. В. Я. Аніловича

ОПР МАТЕРІАЛІВ

Навчально-методичний посібник
Для здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти денної, заочної та дистанційної
форм навчання

Затверджено
рішенням методичної
ради ФМІ ДБТУ
Протокол № 1
від 7 лютого 2023р

Харків
2023

УДК 539.3/6
О-61

Схвалено на засіданні
кафедри надійності та міцності машин і споруд ім. В.Я.Аніловича
Протокол №6 від «30» січня 2023 р.

Рецензенти:

Завгородній О.І. д.т.н., професор кафедри фізики та математики Державного біотехнологічного університету

Антощенко Р.В. д.т.н., проф., завідувач кафедри мехатроніки, безпеки життєдіяльності та управління якістю Державного біотехнологічного університету

О-61 ОПІР МАТЕРІАЛІВ : навчально-методичний посібник Для здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної, заочної та дистанційної форм навчання / Держ. біотехн. ун-т ; Уклад. М.В. Сліпченко, О.І. Алфьоров, В.Б. Савченко, О.А. Свіргун. – Харків: [б. в.], 2023. - 152с.

Висвітлено основні питання розрахунків на міцність, жорсткість та стійкість елементів машин та споруд. Приведено приклади розв'язання типових задач з варіантами індивідуальних завдань. Для використання при розв'язанні задач, приведено відповідний довідниковий матеріал.

Видання призначене для здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної, заочної та дистанційної форм навчання.

Відповідальний за випуск (зав.каф.) : М. В. Сліпченко, к.т.н., доцент.

© М.В. Сліпченко, О.І. Алфьоров,
В.Б. Савченко, О.А. Свіргун
© ДБТУ, 2023

ПЕРЕДМОВА

Опір матеріалів належить до загально - технічних дисциплін.

Мета вивчення дисципліни полягає в тому, щоб навчити майбутніх фахівців методам розрахунку на міцність, жорсткість та стійкість елементів машин, правильно вибирати матеріал для їх виготовлення, конструювати оптимальні розміри і форму поперечних перерізів деталей, забезпечувати їх працездатність, економічність і безпечність у використанні.

Основні завдання – навчити студентів правильно створювати розрахункові схеми конструкцій, проводити розрахунки типових елементів машин, аналізувати різні варіанти та вибирати оптимальні рішення, в тому числі і за економічними критеріями. Викладення опору матеріалів забезпечує можливість формування і розвитку у студента інженерного мислення, уміння аналізувати питання розвитку технічних наук.

При вивченні опору матеріалів студентами використовуються отримані раніше знання з вищої математики, фізики, теоретичної механіки та інших дисциплін; в той же час отримані знання з опору матеріалів дають можливість використовувати їх при вивченні спеціальних дисциплін, в тому числі при проектуванні та проведенні розрахунків елементів машин та обладнання сільськогосподарського виробництва та лісового комплексу.

На лекціях розглядаються теоретичні питання і обґрунтовуються методи розв'язання питань забезпечення статичної і динамічної міцності елементів машин, на практичних і лабораторних заняттях відпрацьовуються навички застосування цих методів у практиці розрахунків.

1. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

У період сесій студентам заочного навчання надається можливість прослухати курс лекцій і виконати лабораторні і практичні роботи; протягом семестру їм необхідно зробити дві контрольні роботи.

При вивченні дисципліни особливу увагу потрібно звернути на основні поняття і визначення дисципліни, методи теоретичного і експериментального оцінювання рівня міцності, жорсткості та стійкості елементів машин, шляхи і методи підвищення і забезпечення працездатності машин при конструюванні їх елементів.

Вивчення дисципліни рекомендується проводити по темах курсу, наведених далі.

В залежності від вимог програми дисципліни кожен студент має виконати одну або дві контрольних роботи.

Завдання на виконання контрольних робіт видаються при проведенні настановних занять.

2. ВКАЗІВКИ ПРО ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Кожен студент виконує таку кількість контрольних робіт, яка передбачена навчальним планом. Задачі, які входять у склад кожної з контрольних робіт, наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Номер контрольної роботи	Кількість контрольних робіт та номери задач	
	одна	дві
1	5.1; 5.3; 5.4; 5.7	5.1; 5.3; 5.4; 5.7
2		5.2; 5.5; 5.6

1. Контрольну роботу слід виконувати чітким почерком, в окремому зошиті з полями 5 см для зауважень рецензента. Креслення виконують олівцем з використанням креслярських інструментів.

2. На обкладинці зошита повинно бути чітко написано номер контрольної роботи; назва дисципліни; прізвище, ім'я і по батькові студента; назва факультету і номер групи; особистий шифр студента.

3. Перед розв'язанням кожної задачі треба вписати повністю її умови з числовими даними, які відповідають особистому шифру студента.

4. Вихідні дані для кожної задачі узяти з відповідних таблиць, які додаються до умов задачі, користуючись таким правилом: записати свій шифр, перенести останню цифру наперед, під кожною цифрою написати літери українського алфавіту, відповідно цим літерам вибрати дані з вертикального стовпця, номер якого співпадає з номером літери.

Наприклад, для шифру 96271 маємо:

196271

абвгде.

5. Контрольна робота, яка виконана не за шифром, повертається студенту без перевірки.

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ТЕМ КУРСУ (програма дисципліни)

Вступ

Задачі курсу. Мета, завдання та структура дисципліни “Опір матеріалів” її взаємозв’язок з іншими дисциплінами. Роль вітчизняних вчених у розвитку опору матеріалів.

3.1 Основні положення

Розрахункові схеми. Класифікація розрахункових схем конструкцій і навантажень. Розрахункова модель матеріалу. Внутрішні сили і спосіб їх виявлення. Поняття про напруження і деформацію в точці. Основні принципи опору матеріалів: принцип початкових розмірів; принцип незалежності дії сил; принципи розрахунку елементів конструкцій на міцність і жорсткість.

3.2 Розтяг-стиск

Внутрішні сили і напруження. Деформації при розтягу-стиску і закон Гука. Потенціальна енергія деформації. Поняття про статично невизначувані системи при розтягу–стиску і метод їх розрахунку. Напружений і деформований стани при розтягу-стиску. Випробування матеріалів. Діаграма розтягу і основні механічні характеристики матеріалів. Коефіцієнт запасу і допустимі напруження. Умови міцності та жорсткості. Три види розрахунку при розтягу-стиску.

3.3 Зсув і кручення.

Поняття про зсув. Внутрішні сили, напруження і деформації. Напружений стан при зсуві. Кручення. Визначення напружень і деформацій при крученні валів круглого поперечного перерізу.

Напружений і деформований стани при крученні. Потенціальна енергія деформації. Розрахунки на міцність та жорсткість. Поняття про кручення валів не круглого поперечного перерізу.

3.4 Геометричні характеристики плоских перерізів

Статичні моменти площі і центр тяжіння поперечного перерізу. Моменти інерції плоских фігур. Залежності між моментами інерції при паралельному переносі та при повороті осей координат. Головні осі і головні моменти інерції.

3.5 Згин

Загальні поняття про деформацію згину. Типи опор балок. Внутрішні сили при згині. Диференціальні і інтегральні залежності при згині та їх використання для аналізу і контролю епюр внутрішніх сил. Визначення нормальних напружень при чистому згині. Підбір перерізів балок. Раціональні форми поперечних перерізів балок. Плоский поперечний згин. Дотичні напруження при згині. Технічне прикладення теорії згину до розрахунку ресор. Напружений стан при плоскому поперечному згині. Диференціальне рівняння зігнутої осі балки. Визначення переміщень при згині.

Плоский кривий брус. Плоский чистий згин кривого бруса. Визначення нормальних напружень. Загальний випадок згину кривого бруса.

3.6 Складний опір

Косий згин. Згин з розтягом. Позацентровий розтяг (стиск). Поняття про ядро перерізу. Згин з крученням валів круглого поперечного перерізу. Розрахунки на міцність при складному опорі.

3.7 Основи теорії напруженого і деформованого станів

Теорія напруженого стану. Види напруженого стану. Головні площадки і головні напруження. Пряма і зворотна задачі аналізу напруженого стану.

Теорія деформованого стану. Узагальнений закон Гука. Об'ємний закон Гука. Питома потенціальна енергія деформації.

3.8 Критерії міцності та пластичності. Теорія граничних напружених станів

Поняття про граничний напружений стан. Еквівалентні напруження. Гіпотези міцності та пластичності матеріалу. Теорія граничних станів (теорія Мора).

3.9 Розрахунки міцності та довговічності при дії змінних напружень

Поняття про втомну міцність. Основні характеристики циклу змінних напружень і границя витривалості. Випробування на витривалість. Характеристики втомної міцності. Крива витривалості. Вплив концентрації напружень, стану поверхні деталі і розмірів поперечного перерізу, а також асиметрії циклу діючих напружень на втомну міцність. Розрахунки довговічності конструкцій при стаціонарній і нестаціонарній завантаженості. Розрахунки довговічності при необмеженому ресурсі та стаціонарній навантаженості (по коефіцієнту запасу). Розрахунки довговічності при обмеженому ресурсі та стаціонарній навантаженості. Розрахунки довговічності при обмеженому ресурсі та нестаціонарній навантаженості. Схематизація циклів змінних напружень. Гіпотеза лінійного підсумовування пошкоджень. Визначення ресурсу деталі.

3.10 Загальні методи визначення переміщень у пружних системах

Потенціальна енергія деформації бруса в загальному випадку навантаження. Теорема Кастіліано. Інтеграл Мора. Спосіб Верещагіна обчислення інтегралу Мора. Визначення переміщень і напружень у витих пружинах. Теорема про взаємність робіт і переміщень.

3.11 Статично невизначувані стрижневі системи

Основні поняття.. Метод сил розрахунку статично невизначуваних балок і плоских рам. Канонічні рівняння методу сил. Порядок розрахунку плоских рам за методом сил. Побудова епюр внутрішніх силових факторів і їх перевірка.

Розрахунок багатопрольотних багатоопорних нерознізних балок за методом сил. Рівняння 3-х моментів.

Основні властивості статично невизначуваних систем.

3.12 Коливання пружних систем

Основні положення і визначення. Вільні коливання пружних систем з одним ступенем волі без урахування та з урахуванням сил загасання. Вимушені коливання системи з одним ступенем волі, резонанс. Засоби боротьби з резонансом. Розрахунки на міцність і жорсткість при коливаннях. Поняття про коливання систем з декількома ступенями волі. Наближені методи визначення частот вільних коливань. Критичне число обертів вала.

3.13 Ударне навантаження

Загальні положення. Види ударного навантаження. Поздовжній удар. Коефіцієнт динамічності при ударі. Розрахунки

напружень і деформацій. Скручуючий удар. Згинальний удар.

3.14 Стійкість рівноваги пружних систем

Поняття про стійкість рівноваги пружних систем. Визначення критичних навантажень для центрального стиснутого стрижня. Задача Ейлера. Межі використання формули Ейлера. Стійкість стрижня за границею пружності. Формула Ясинського. Практичний розрахунок стрижнів на стійкість. Практичний розрахунок стрижнів на стійкість. Рекомендації щодо вибору матеріалу та раціональних форм поперечного перерізу для стиснутого стрижня. Згин балок при поздовжньо-поперечному навантаженні. Позацентровий стиск гнучкого стрижня

3.15 Розрахунки конструкцій за граничними станами

Основні положення. Метод розрахунку по несучій здатності для статично визначуваних систем. Особливості розрахунків по несучій здатності для статично невизначуваних систем при стиску, крученні та згині.

4. ЛЕКЦІЇ З КУРСУ "ОПР МАТЕРІАЛІВ" (короткий виклад)

4.1. Основні положення

Враховуючи умови роботи машини або конструкції, характер діючих навантажень, інженер вибирає матеріал і призначає розміри її частин і елементів таким чином, щоб вони досить надійно, без ризику втратити працездатний стан, могли опиратися дії зовнішніх сил, тобто розв'язує задачу забезпечення міцності, жорсткості та стійкості.

Міцність – це здатність конструкції в цілому та її окремих елементів опиратися однократній дії зовнішніх сил, не руйнуючись. Жорсткість – це здатність конструкції та її елементів протистояти зовнішнім навантаженням стосовно деформації. Стійкість – це здатність конструкції або окремих її елементів зберігати певну початкову форму пружної рівноваги.

Крім того, конструкція має бути економічною.

Зовнішніми силами (навантаженнями) називають сили взаємодії між елементом конструкції та пов'язаними з ним тілами.

Статичні навантаження характеризуються повільним зростанням від нуля до певного кінцевого значення, після чого залишаються сталими. При цьому можна знехтувати силами інерції, зумовленими прискоренням деформованих мас. Динамічні навантаження супроводжуються досить різкою зміною їх у часі.

У поняття зовнішніх сил обов'язково включають також опорні реакції, що доповнюють систему сил до врівноваженої.

При розрахунках провадять схематизацію реальної конструкції, її спрощення шляхом відкидання другорядних факторів, які не мають суттєвого впливу на роботу системи в цілому.

Реальна конструкція, звільнена від несуттєвих особливостей, називається її розрахунковою схемою. Залежно від ступеня врахування особливостей конструкції можна вибрати декілька розрахункових схем, які мають різний ступінь наближення до реальної системи.

При всій різноманітності видів конструктивних елементів, що трапляються в спорудах і машинах, їх можна звести до невеликої кількості розрахункових схем у вигляді суцільних тіл і стрижневих систем. До суцільних тіл належать розрахункові схеми у вигляді бруса, пластини (оболонки) і масиву. До групи стрижневих систем належать розрахункові схеми у вигляді окремого стрижня (бруса), ферми і рами.

Реальна конструкція звичайно має ті чи інші опорні пристрої - опори, за допомогою яких здійснюється її зв'язок з іншими тілами. Конструктивні форми опор досить різноманітні, однак для розрахунків їх систематизують і приймають у вигляді декількох основних типів. Зокрема, для плоских систем розрізняють такі типи опор:

шарнірно-рухома (рис. 4.1, *а*), в якій може виникати тільки одна складова реакції - R_A , напрямлена вздовж опорного стрижня;

шарнірно-нерухома (рис. 4.1, *б*), в якій можуть виникати дві складові реакції - вертикальна R_A і горизонтальна H_A ;

жорстке защемлення (або затиснення) – опора, в якій можуть бути три складові - вертикальна R_A і горизонтальна H_A реакції, а також опорний момент M_A (рис. 4.1, *в*).

Усі реакції і момент вважаються прикладеними у центрі ваги опорного перерізу (у точці *A*).

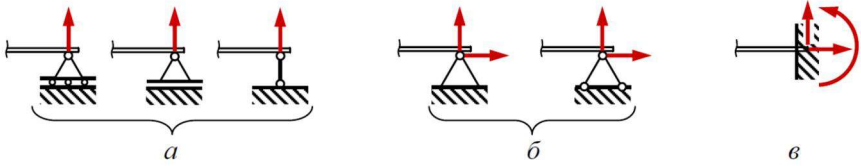


Рис. 4.1

При розробці інженерних методів розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів машин і споруд приймають наступні гіпотези про структуру і властивості матеріалів:

- *гіпотеза про однорідність і суцільність матеріалу.*
- *гіпотеза про ізотропність.*
- *гіпотеза про ідеальну пружність матеріалу.*

Застосування наведених гіпотез суттєво спрощує розрахунки, при цьому результати добре підтверджуються практикою.

У будь-якому тілі між сусідніми частинками (молекулами, кристалами тощо) виникають сили взаємодії - внутрішні сили, які зумовлюють збереження тіла як єдиного цілого.

При навантаженні тіла зовнішніми силами усередині його виникають додаткові внутрішні сили – сили опору матеріалу тіла. Якщо зовнішні сили збільшувати, то в певний момент може відбутися руйнування тіла, причому не обов'язково в тому місці, де прикладені зовнішні сили.

Для визначення внутрішніх сил використовується метод перерізів, який полягає в тому, що пружне тіло, яке знаходиться в умовах рівноваги, уявно розрізають на дві частини (рис. 4.2, *a*). Потім відкидають одну з них, замінюючи вплив відкинutoї частини внутрішніми силами (рис. 4.2, *б*) і складають рівняння рівноваги для тієї частини, на яку діють прикладені зовнішні сили та додаткові внутрішні сили, розподілені по перерізу.

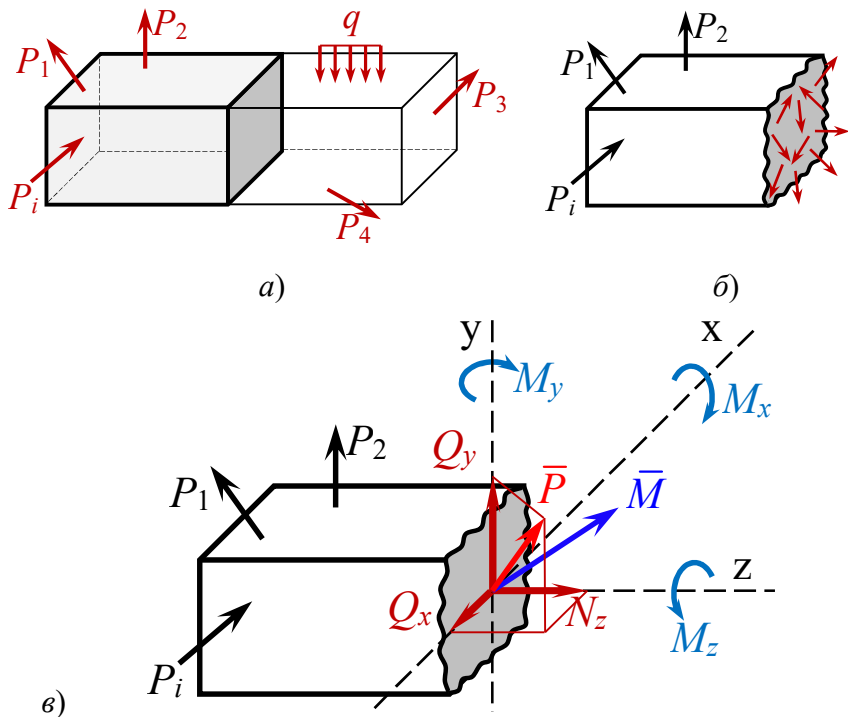


Рис. 4.2

Після зведення системи внутрішніх сил до центру ваги перерізу отримаємо два вектори - головний вектор сили \bar{R} і головний момент \bar{M} (рис. 4.2, в). Виберемо систему координат з початком у центрі ваги перерізу і проведемо три взаємно-перпендикулярні осі так, щоб одна з них (вісь z) була перпендикулярна до перерізу, а дві інших - x і y - на площині перерізу. Спроектувавши головний вектор \bar{R} і головний момент \bar{M} на осі x , y і z , отримаємо шість складових: три сили і три моменти, які і є внутрішніми силовими факторами в перерізі. Проекція головного вектора \bar{R} на вісь z називається нормальною силою N_z ; проекції \bar{R} на осі x і y - перерізуючими (або поперечними) силами Q_x і Q_y ; проекції головного моменту \bar{M} на осі z , x і y - відповідно крутним M_z і згинальними

M_x і M_y моментами.

При відомих зовнішніх силах усі шість внутрішніх силових факторів можуть бути визначені з шести рівнянь рівноваги статички, складених для відсіченої частини тіла. Наприклад, нормальна сила N у перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій усіх зовнішніх сил, розташованих з одного боку від перерізу, на вісь z . Згинальний момент M_x у перерізі чисельно дорівнює сумі моментів усіх зовнішніх сил, розташованих з одного боку від перерізу, відносно осі x і т. п. Графік зміни внутрішнього силового фактора уздовж осі бруса називаються епюрою.

Залежно від того, які внутрішні силові фактори виникають у перерізі пружного тіла, проводиться класифікація основних видів навантаження. Так, якщо в перерізі пружного тіла виникає тільки нормальна сила N , то такий вид навантаження відповідає розтягу або стиску залежно від напрямку сили N ; якщо виникає тільки крутний момент M_x , то має місце кручення; якщо в перерізі виникає тільки згинальний момент M_x (або M_y) - чистий згин; якщо згинальний момент M_x у сполученні з поперечною силою Q_y (або M_y і Q_x) - поперечний згин. При інших різних сполученнях внутрішніх силових факторів виникає складний опір (або сумісні деформації).

Внутрішні сили певним чином розподілені по перерізу. Чисельною мірою закону їх розподілу у перерізі є напруження.

Виділимо в перерізі елементарну площинку ΔF , у межах якої діє внутрішня сила $\Delta \bar{R}$ (рис. 4.3, а).

Відношення $\frac{\Delta \bar{R}}{\Delta F} = p_{cp}$ називають середнім напруженням.

Якщо зменшувати площинку ΔF , стягуючи її в точку, то границя такого відношення є повним напруженням в точці:

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta F} = \frac{d\bar{R}}{dF} = \bar{p}. \quad (4.1)$$

Напруження є векторна величина і має розмірність сили, поділеної на площу. У техніці його звичайно вимірюють у паскалях (ньютон, поділений на квадратний метр, Н/м²) або в кратних одиницях, звичайно в мегапаскалях.

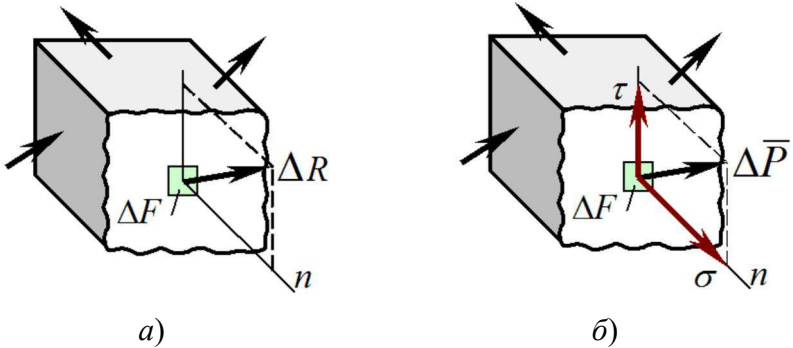


Рис. 4.3

Повне напруження \bar{P} може бути подане у вигляді трьох складових: по нормалі до площини перерізу і по двох осях у площині перерізу (рис. 4.3, б).

Проекція вектора повного напруження на нормаль до перерізу називається нормальним напруженням σ , а складова повного напруження у площині перерізу називаються дотичними напруженнями τ (рис. 4.3, б). В загальному випадку, дотичні напруження можуть бути представлені у вигляді проекцій на вісі, які лежать в площині перерізу – τ_{zx} і τ_{zy} .

Під дією зовнішніх сил пружне тіло змінює свої розміри і форму. Щоб охарактеризувати інтенсивність такої зміни, вживається поняття «деформація».

Розглянемо дві точки A і B недеформованого тіла,

розташовані на відстані S одна від одної (рис. 4.4а). Після прикладення зовнішніх сил пружне тіло змінює свою форму, і ця відстань змінюється на величину ΔS .

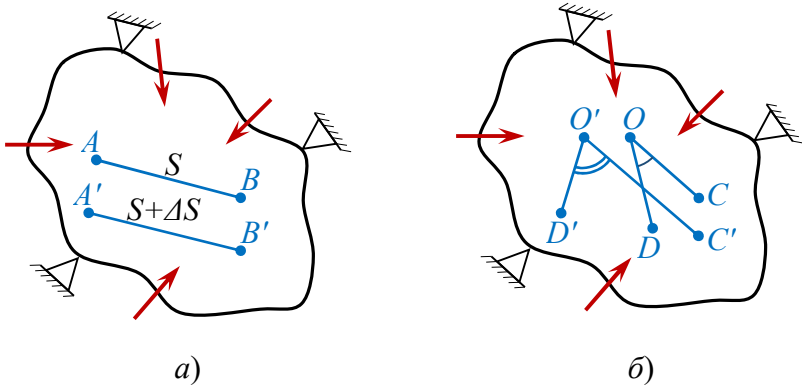


Рис. 4.4

Відношення прирощення довжини відрізка ΔS до його початкової довжини S називається середнім (відносним) подовженням:

$$\frac{\Delta S}{S} = \varepsilon_{cp}, \quad (4.2)$$

Якщо зменшувати відрізок S , наближаючи точку B до точки A , то отримаємо граничне значення:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{S} = \varepsilon, \quad (4.3)$$

де безрозмірна величина ε називається лінійною (відносною) деформацією в точці.

Крім лінійної деформації, застосовується поняття кутової деформації (рис. 4.4б), або кута зсуву, що визначається як гранична різниця кутів COD і $C'O'D'$ відповідно до і після навантаження:

$$\lim_{\substack{OD \rightarrow 0 \\ OC \rightarrow 0}} (\angle COD - \angle C'O'D') = \gamma_{COD} \quad (4.4)$$

Сукупність лінійних і кутових деформацій по різних напрямках і площинах для однієї точки утворює деформований стан у точці.

Аналіз деформованого стану в точці дозволяє, зокрема, розв'язувати задачу забезпечення жорсткості конструкцій.

Принципи розрахунку елементів конструкції на міцність і жорсткість.

Найпоширенішим методом розрахунку деталей машин і елементів споруд на міцність є розрахунок за напруженнями. В основу цього методу покладено припущення про те, що критерієм міцності конструкції є напруження, або точніше, напружений стан у точці.

При проведенні розрахунків на міцність за методом напружень дотримуються такої послідовності:

На основі аналізу конструкції та діючих навантажень визначають внутрішні сили і виявляють точку в тілі, де виникають найбільші напруження.

Величину найбільших напружень порівнюють з граничною величиною для даного матеріалу, отриманою на основі заздалегідь проведених лабораторних випробувань, і роблять висновок про міцність конструкції, керуючись наступним: якщо найбільші розрахункові напруження є меншими від граничних, вважається, що міцність забезпечена.

У разі, якщо необхідно, щоб при роботі конструкції були забезпечені мінімальні зміни її форми і розмірів, застосовують розрахунок за допустимим переміщенням, або розрахунок на жорсткість. Як критерій жорсткості в цьому випадку виступають

лінійні або кутові деформації; порівняння між собою найбільших розрахункових деформацій з тими, які допускаються при роботі конструкції, дозволяє зробити висновок про працездатність конструкції.

Застосовують також інші методи розрахунку, пов'язані з явищами, що якісно відрізняються від статичного навантаження, такими, як стійкість, ефект повторно змінних навантажень тощо.

4.2. Розтяг (стиск) прямого стрижня

У випадках, коли система зовнішніх сил утворює рівнодіючу, що збігається з поздовжньою віссю бруса z , має місце деформація розтягу (стиску); при цьому в поперечному перерізі бруса виникає тільки нормальна сила N , яка чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь z усіх зовнішніх сил P_i , розташованих з одного боку від перерізу:

$$N = \sum_{i=1}^n P_i. \quad (4.5)$$

У поперечних перерізах стрижня діють рівномірно розподілені нормальні напруження σ (однорідний напружений стан), які дорівнюють

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (4.6)$$

де F — площа поперечного перерізу бруса.

При розтягу нормальні напруження вважаються додатними, при стиску - від'ємними.

Розміри стрижня при його розтягу (стиску) змінюються залежно від величини прикладених зовнішніх сил. Так, якщо

спочатку довжина стрижня була l , то після навантаження вона стане $l + \Delta l$; зміняться при цьому і розміри поперечного перерізу; розмір a дорівнюватиме $a - \Delta a$ (рис. 4.5).

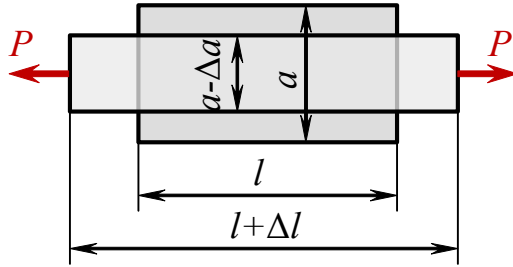


Рис. 4.5

Величини Δl і Δa називають відповідно абсолютними подовженням і звуженням стрижня, а величини

$$\varepsilon_{\text{повзд}} = \frac{\Delta l}{l} \text{ та } \varepsilon_{\text{поп}} = \frac{\Delta a}{a} \quad (4.7)$$

відповідно відносним подовженням $\varepsilon_{\text{повзд}}$ і відносним звуженням $\varepsilon_{\text{поп}}$ стрижня (повздовжня і поперечна лінійні деформації).

Величина $\mu = -\frac{\varepsilon_{\text{поп}}}{\varepsilon_{\text{повзд}}} = \text{const}$ має назву коефіцієнта Пуассона

або коефіцієнта поперечної деформації. Для ізотропних матеріалів $0 \leq \mu \leq 0,5$, а для більшості металів $0,25 \leq \mu \leq 0,37$.

При виникненні неоднорідного напруженого стану лінійна деформація

$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz}. \quad (4.8)$$

У межах малих подовжень для пружних матеріалів діє закон Гука, який встановлює пряму пропорційність між нормальними

напруженнями σ і лінійними деформаціями ε :

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (4.9)$$

Величина E , що є коефіцієнтом пропорційності у (4.9), має назву модуля пружності першого роду або модуля поздовжньої пружності (інакше модуля Юнга) матеріалу; вона характеризує пружні властивості матеріалу. Величина E є фізичною сталою матеріалу і визначається, як і коефіцієнт Пуассона μ , експериментально. Розмірність модуля поздовжньої пружності E та ж сама, що й напруження σ .

Абсолютне подовження стрижня Δl (рис. 4.5):

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(z)dz}{EF}.$$

Аналогічно (4.9) встановлена пряма пропорційність між дотичними напруженнями τ (складовими повного напруження у площині поперечного перерізу) і кутовими деформаціями γ (закон Гука для зсуву):

$$\tau = G\gamma, \quad (4.10)$$

де G — модуль зсуву, або модуль пружності другого роду; його розмірність така сама, як і модуля поздовжньої пружності E .

При розв'язанні практичних задач, пов'язаних із забезпеченням міцності, жорсткості й стійкості елементів машин і споруд, треба знати властивості матеріалів та їх чисельні характеристики. Для цього проводять випробування спеціально виготовлених із досліджуваного матеріалу зразків. Основним є випробування на розтяг, при якому виявляються найбільш важливі властивості матеріалів. Зразки роблять циліндричними, з листового матеріалу -

плоскими.

Для випробувань на розтяг застосовують розривні випробувальні машини, які забезпечують створення у зразках статичного навантаження розтягу або стиску і дозволяють у процесі випробувань отримати так звану діаграму розтягу - графік, що пов'язує абсолютне подовження зразка Δl і прикладене зусилля P (рис. 4.6, а). Для визначення механічних характеристик матеріалу діаграма розтягу перебудовують у діаграму напружень (рис. 4.6, б).

Розглянемо основні особливості та характерні ділянки і точки типової діаграми розтягу для маловуглецевої сталі.

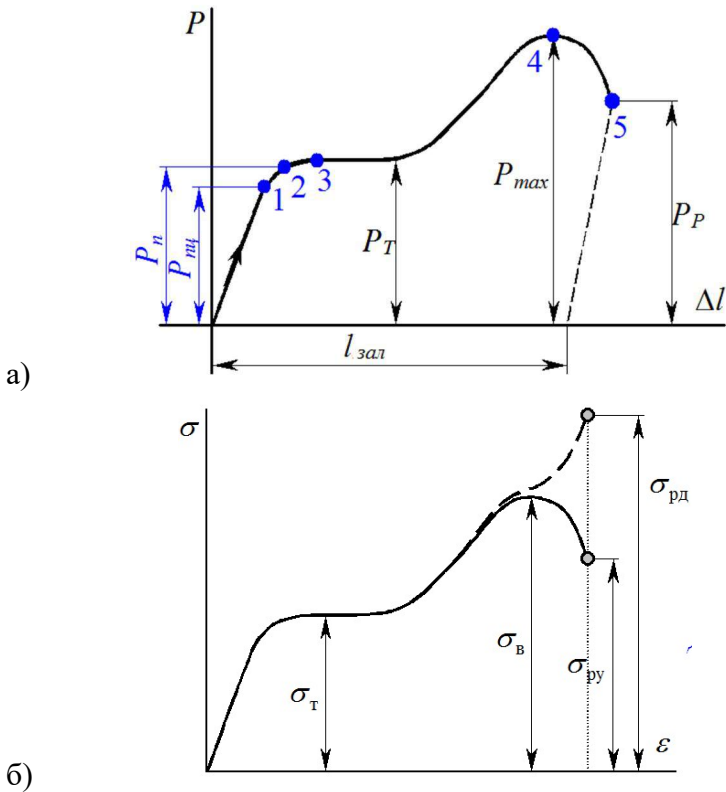


Рис. 4.6

Діаграму розтягу зразка умовно можна поділити на чотири зони.

Зона 1 називається зоною пропорційності. Вона характерна тим, що до певного значення сили $P_{\text{пц}}$ матеріал поводить себе як пружне тіло і має місце пряма пропорційність між подовженням зразка Δl і силою P , тобто на цій стадії розтягу справедливий закон Гука:

$$\Delta l = \frac{P_{\text{пц}} l}{EF}. \quad (4.11)$$

Після зняття навантаження $\Delta l = 0$.

При подальшому збільшенні навантаження до величини $P_{\text{пр}}$ (рис. 4.6, а) матеріал зберігає пружні властивості, однак пряма пропорційність між силою і подовженням порушується; ділянка діаграми 2 відповідає пружній стадії розтягу зразка.

Після точки А графік P - Δl стає криволінійним, і крива плавно піднімається до точки З, де спостерігається перехід до практично горизонтальної ділянки, що має назву зони або площадки текучості (плинності). На цій стадії розтягу подовження Δl зразка збільшується при майже сталому навантаженні P_{τ} . Виникає так зване явище плинності (текучості) матеріалу, яке супроводжується залишковим (пластичним) подовженням, яке, на відміну від пружної зони, не зникає після зняття навантаження.

При пластичній деформації підвищується температура зразка; у сталі змінюються електропровідність і магнітні властивості; на поверхні зразків можна помітити густу сітку ліній, утворених мікронерівностями (лінії Чернова-Людерса). Разом з тим слід зазначити, що для багатьох металів наявність площадки текучості не є характерною.

Зона 3'-4 називається зоною зміцнення. Вона характерна тим,

що матеріал знову набуває властивості сприймати подальше зростання навантаження до P_{\max} . У стадії зміцнення на зразку намічається місце майбутнього руйнування (розриву) – починає виникати місцеве зменшення площі поперечного перерізу (шийка), яке швидко прогресує. У подальшому подовження зразка відбувається із зменшенням навантаження, хоча напруження в поперечному перерізі шийки зростає (точка f' на рис. 4.6, б). Подовження зразка має і місцевий характер, тому ділянку EF називають зоною місцевої текучості. Точка F діаграми розтягу відповідає руйнуванню зразка при навантаженні P_p . Слід зазначити, що у багатьох матеріалів руйнування відбувається без утворення шийки. Повне подовження зразка в момент руйнування можна подати у вигляді суми - пластичного (залишкового) $\Delta l_{\text{зал}}$ і пружного $\Delta l_{\text{пр}}$, що зникає після розриву (рис. 4.6, б).

Для кількісного оцінювання механічних властивостей матеріалу діаграму розтягу $P = f(\Delta l)$ перебудовують у координати $\sigma - \varepsilon$, шляхом зменшення у F разів ординат і в l разів абсцис (рис. 4.6, б).

З діаграми напружень визначають механічні характеристики матеріалу, а саме: механічні характеристики міцності - напруження (ординати точок на діаграмі), характеристики пластичності матеріалу - відносне подовження і звуження зразка після розриву та інші.

Як механічні характеристики міцності отримують наступні:

- границя пропорційності $\sigma_{\text{пц}}$ – найбільше напруження, до якого діє закон Гука (ордината точки α на рис.4.6,б)

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{P_{\text{пц}}}{F} \quad (4.12)$$

- границя пружності – найбільше напруження, до якого матеріал практично не отримує залишкових деформацій:

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{P_{\text{пр}}}{F}. \quad (4.13)$$

- границя текучості (плинності) σ_{T} – напруження, при якому відбувається суттєве зростання деформацій без помітного збільшення навантаження

$$\sigma_{\text{T}} = \frac{P_{\text{T}}}{F}. \quad (4.14)$$

- границя міцності $\sigma_{\text{мц}}$ або тимчасовий опір $\sigma_{\text{в}}$ – відношення максимальної сили P_{max} , яку здатний витримати зразок, до його початкової площі поперечного перерізу F

$$\sigma_{\text{в}} = \frac{P_{\text{max}}}{F}. \quad (4.15)$$

Слід зазначити, що $\sigma_{\text{в}}$ ще не є напруження $\sigma_{\text{р}}$, при якому відбувається руйнування зразка (рис. 4.6, б). Останнє суттєво більше, ніж $\sigma_{\text{в}}$; його отримують діленням сили $P_{\text{р}}$ на найменшу площу поперечного перерізу шийки зразка $F_{\text{ш}}$:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{P_{\text{р}}}{F_{\text{ш}}}. \quad (4.16)$$

При випробуванні на розтяг визначають також характеристики пластичності матеріалу – відносно подовження і звуження зразка після розриву. Під пластичністю розуміють здатність

матеріалу сприймати залишкові деформації без руйнування.

Деталі машин та інших конструкцій повинні задовольняти умовам міцності й жорсткості. Цього можна досягти тоді, коли розміри і форма поперечного перерізу є такими, що під дією зовнішніх сил не відбудеться руйнування або не виникнуть недопустимі деформації.

Згідно з методом розрахунку за напруженнями міцність конструкції буде забезпечена тоді, коли найбільші розрахункові напруження σ_{\max} , що виникають у деякій точці навантаженої конструкції, не перевищуватимуть певної небезпечної (або граничної) величини $\sigma_{\text{неб}}$, властивої даному матеріалу і умовам роботи конструкції. Тоді фізична умова міцності записується так:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{неб}}. \quad (4.17)$$

Для пластичних матеріалів небезпечним напруженням вважається границя текучості (плинності) σ_T , тобто таке напруження, при якому в матеріалі з'являються помітні залишкові деформації без суттєвого збільшення навантаження; для крихких матеріалів небезпечним напруженням є тимчасовий опір σ_B , при досягненні якого відбувається руйнування конструкції.

Однак допускати роботу конструкції при напруженнях, близьких до небезпечних, не можна, тому що це може призвести до втрати її працездатності. Тому при розрахунках на міцність розрахункові напруження σ_{\max} звичайно порівнюють з допустимими $[\sigma]$:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (4.18)$$

Значення допустимого напруження знаходять з виразу:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{неб}}}{n}, \quad (4.19)$$

де n – число, більше за одиницю, що називається коефіцієнтом запасу міцності, або просто запасом. Він показує, у скільки разів допустиме напруження менше від небезпечного:

Вибір коефіцієнта запасу n визначається багатьма факторами, і при його визначенні, зокрема, враховується неповнота і неточність проведених розрахунків; дефекти і неоднорідність матеріалу конструкції; довговічність конструкції та ймовірність роботи її з людьми; перспективи зростання навантаження з часом тощо.

На основі практики конструювання, розрахунку і експлуатації машин та інших конструкцій при статичному їх навантаженні коефіцієнт запасу для пластичних матеріалів дорівнює 1,4-1,6, для крихких – 2,5-3,0.

Залежність (4.18) називають технічною умовою міцності.

Для розтягу (стиску) умова міцності ділянки стрижня з площею поперечного перерізу F і нормальною силою N може бути записана у вигляді:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma]. \quad (4.20)$$

При використанні наведеної залежності можна виділити три види розрахунків на міцність при розтягу (стиску):

1) перевірка міцності конструкції, заснована на умові, що розрахункові напруження не повинні перевищувати допустимих (перевірочний розрахунок):

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma]; \quad (4.21)$$

2) проектний розрахунок, пов'язаний з визначенням розмірів (площі) поперечного перерізу стрижня:

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]}; \quad (4.22)$$

3) розрахунок найбільшого зусилля, яке може сприйняти стрижень:

$$N \leq F[\sigma]. \quad (4.23)$$

У разі, коли проводять розрахунок за переміщеннями (розрахунок на жорсткість), аналогічно можна ввести поняття коефіцієнта запасу за переміщеннями:

$$n = \frac{\delta_{\text{неб}}}{[\delta]}, \quad (4.24)$$

де $\delta_{\text{неб}}$ і $[\delta]$ — відповідно небезпечне і допустиме переміщення.

Технічна умова жорсткості конструкції має вигляд:

$$\delta_{\text{max}} < [\delta]. \quad (4.25)$$

Як і при розрахунках на міцність, при розрахунках на жорсткість також можна розглянути три види розрахунків, а саме: перевірка жорсткості, проектний розрахунок і визначення навантаження.

4.3. Зсув і кручення

4.3.1. Зсув і зріз

Деформація зсуву (рис. 4.7, *a*) виникає тоді, коли на брус діють дві рівні сили P , близько (на відстані $h=a$) розташовані одна від одної, перпендикулярні до осі бруса і спрямовані у

протилежні сторони (наприклад, при розрізуванні ножицями штаби). При достатній величині сил $Q = P$ відбувається зріз – розділення бруса на дві частини по площині поперечного перерізу (рис. 4.8). Деформація зсуву, що передуює зрізу, характеризується зміною початково прямих кутів паралелепіпеда B (рис. 4.7, *a*) у паралелограм (рис. 4.7, *б*).

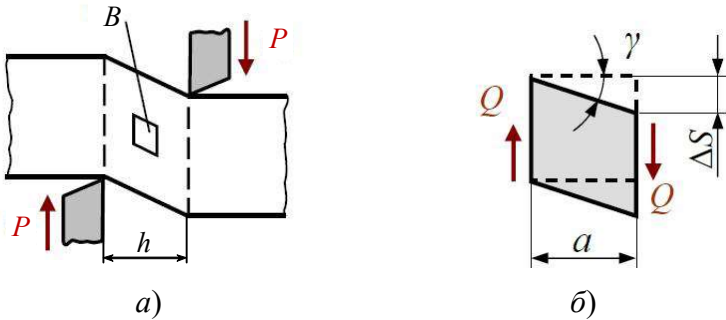


Рис. 4.7

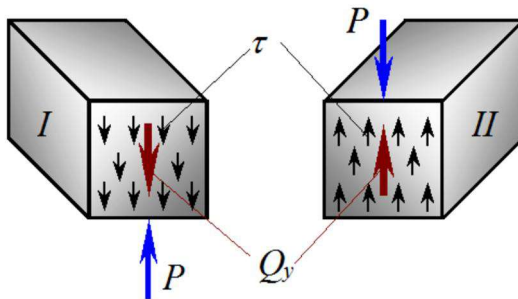


Рис. 4.8

Величина ΔS (рис. 4.7, *б*), на яку права сторона перерізу зсувується відносно перерізу лівої, називається абсолютним зсувом; кут γ , на який змінюється початково прямий кут паралелепіпеда, називається кутом зсуву або відносним зсувом. З рис. 4.7, *б*

видно, що $\operatorname{tg}\gamma = \frac{\Delta S}{a}$, а внаслідок малості деформацій приймається $\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma$.

У поперечних перерізах стрижня виникають поперечна сила $Q_y = P$ і дотичні напруження $\tau = \frac{Q_y}{F}$, рівномірно розподілені по площі F поперечного перерізу.

В межах малих кутових деформацій при зсуві має місце пряма пропорційність між напруженнями і деформаціями, тобто діє закон Гука $\tau = G\gamma$.

При цьому кутова деформація (відносний зсув) дорівнює $\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{Q_y}{GF}$; абсолютний зсув $\Delta S = \frac{Q_y h}{GF}$.

Умова міцності на зсув може бути записана у вигляді:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max}}{F} \leq [\tau], \quad (4.26)$$

де $[\tau]$ – допустиме напруження на зсув (зріз). Його величина залежить від властивостей матеріалу, характеру навантаження тощо, і вибирається як частка допустимих нормальних напружень $[\sigma]$ при розтягу (стиску) залежно від прийнятого критерію міцності. На практиці звичайно приймають:

$$[\tau] = (0,7-1,0) [\sigma] \text{ – для крихких матеріалів;}$$

$$[\tau] = (0,5-0,6) [\sigma] \text{ – для пластичних.}$$

У технічних розрахунках на зсув (зріз) підлягають болтові й заклепкові з'єднання, зварні шви, врубки дерев'яних та інших з'єднань.

4.3.2. Кручення валів круглого поперечного перерізу

Під крученням розуміють такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах бруса виникає тільки крутний момент M_k , який чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх скручувальних моментів m_k , що діють з одного боку від перерізу (рис. 4.9):

$$M_k = \sum_{i=1}^n m_{k_i}. \quad (4.27)$$

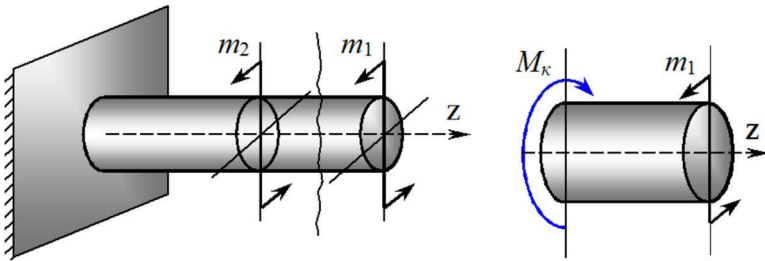


Рис.4.9

При цьому слід керуватися таким правилом знаків: якщо дивитись з боку перерізу, то скручувальні моменти, що діють в одному напрямку, наприклад, за годинниковою стрілкою, можна вважати додатними, в іншому – від'ємними.

Вважається, що деформування бруса (стрижня) круглого поперечного перерізу при крученні відбувається за рахунок повороту поперечних перерізів, що є жорсткими плоскими дисками, на деякий кут у своїй площині, тобто приймається гіпотеза плоских перерізів.

При крученні валів у поперечних перерізах виникають дотичні напруження τ :

$$\tau = \frac{M_k}{I_p} \rho. \quad (4.28)$$

де I_p – геометрична характеристика, що називається полярним моментом інерції перерізу

$$I_p = \int_F \rho^2 dF ; \quad (4.29)$$

де ρ – відстань від центру тяжіння перерізу до тієї точки перерізу, де визначається напруження.

При крученні розглядають такі деформації, як абсолютний і відносний кути закручування, величини яких визначаються відповідно за наступними залежностями:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_k}{GI_p} dz , \quad \theta = \frac{M_k}{GI_p} \quad (4.30)$$

де добуток GI_p називають жорсткістю поперечного перерізу бруса при крученні.

При постійних крутному моменті $M_k = m_k$ і жорсткості GI_p

$$\varphi = \frac{m_k l}{GI_p} . \quad (4.31)$$

де l – відстань між перерізами, для яких визначається кут φ .

Дотичні напруження у поперечному перерізі бруса розподілені уздовж радіуса за лінійним законом з максимальним значенням у точках, найбільш віддалених від поздовжньої осі бруса (рис. 4.10):

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{I_p} \rho_{\max} , \text{ або } \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p} , \quad (4.32)$$

де величина

$$\frac{I_p}{\rho_{\max}} = W_p \quad (4.33)$$

називається полярним моментом опору.

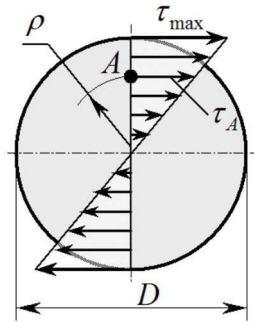


Рис. 4.10

Для круглого суцільного перерізу вала діаметром D полярні момент інерції I_p і момент опору W_p визначаються відповідно за залежностями:

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32}, \quad W_p = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3; \quad (4.34)$$

для бруса кільцевого перерізу з внутрішнім діаметром d і зовнішнім D

$$I_p = 2\pi \int_{d/2}^{D/2} \rho^3 d\rho = \frac{\pi D^4}{32} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right), \quad W_p \approx \frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right). \quad (4.35)$$

Розрахунки на міцність і жорсткість валів круглого поперечного перерізу при крученні найчастіше проводять у вигляді проектних, коли розв'язується задача вибору діаметра бруса, що забезпечує потрібні міцність і жорсткість.

Для цього використовують рівняння, що виражають умови міцності й жорсткості бруса при крученні.

Умова міцності має вигляд:

$$\tau = \frac{M_{\kappa}}{W_p} \leq [\tau], \quad (4.36)$$

де $[\tau]$ – допустиме напруження при крученні (зсуві).

Звідси полярний момент опору вала $W_p \geq \frac{M_{\kappa}}{[\tau]}$,

або з урахуванням, наприклад (4.34), діаметр вала

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\kappa}}{\pi[\tau]}}. \quad (4.37)$$

Крім розрахунку на міцність, бруси при крученні розраховують на жорсткість, обмежуючи відносний кут закручування деякою допустимою величиною $[\theta]$:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\kappa}}{GI_p} \leq [\theta], \quad (4.38)$$

звідки необхідний полярний момент інерції I_p дорівнює

$$I_p \geq \frac{M_{\kappa}}{G[\theta]},$$

або з урахуванням (4.34) діаметр бруса $D = \sqrt[4]{\frac{32M_{\kappa}}{G\pi[\theta]}}$. (4.39)

4.4. Геометричні характеристики плоских перерізів

Опір стрижня дії навантаження залежить не тільки від його розмірів і матеріалу, але й від форми поперечного перерізу, що визначається його геометричними характеристиками. До таких характеристик, крім лінійних розмірів і площі, належать статичні моменти і моменти інерції перерізів.

Розглянемо довільної форми плоский поперечний переріз

бруса в координатних осях ox і oy (рис. 4.11).

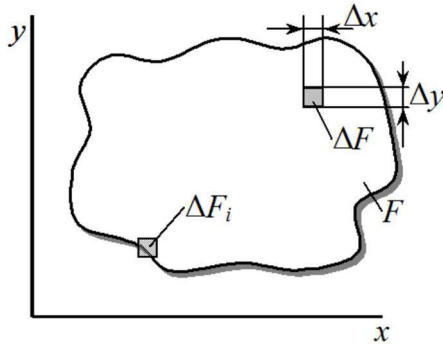


Рис. 4.11

Основними геометричними характеристиками перерізу є:

площа $F = \int_F dF$; (4.40)

статичні моменти $S_x = \int_F y dF$ і $S_y = \int_F x dF$; (4.41)

осьові моменти інерції $I_x = \int_F y^2 dF$; $I_y = \int_F x^2 dF$; (4.42)

відцентровий момент інерції $I_{xy} = \int_F xy dF$; (4.43)

полярний момент інерції $I_\rho = \int_F \rho^2 dF = \int_F (x^2 + y^2) dF = I_x + I_y$.

При паралельному перенесенні осей координат (рис. 4.12) статичні моменти змінюються:

$$S_{x_2} = S_{x_1} - bF; \quad S_{y_2} = S_{y_1} - aF. \quad (4.44)$$

Осі координат ox_2 , oy_2 , відносно яких статичні моменти дорівнюють нулю, називаються центральними. Відповідні відстані

цих осей до осей x_1 і y_1 дорівнюють:

$$b = y_o = \frac{S_{x_1}}{F}; \quad a = x_o = \frac{S_{y_1}}{F}. \quad (4.45)$$

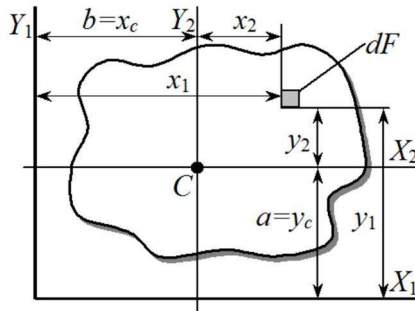


Рис. 4.12

Точка перетину центральних осей називається центром ваги перерізу; відносно центральних осей статичні моменти дорівнюють нулю. Якщо переріз складається з окремих частин, для яких відомі площі та положення центрів ваги, то координати x_c y_c центру ваги усього перерізу визначаються за формулами:

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}. \quad (4.46)$$

Осьові та відцентровий моменти інерції, як і статичні моменти перерізу, при паралельному переносі осей координат (рис.4.12) змінюються; у разі, якщо осі x_1 і y_1 – центральні, для яких $S_{x_1} = S_{y_1} = 0$, їх величини визначають за формулами:

$$I_{x_2} = I_{x_1} + b^2 F; \quad I_{y_2} = I_{y_1} + a^2 F; \quad I_{x_2 y_2} = I_{x_1 y_1} + ab F. \quad (4.47)$$

При повороті осей координат на додатний кут α (рис. 4.13) моменти інерції змінюються:

$$\left. \begin{aligned} I_U &= I_x \cos^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha + I_y \sin^2 \alpha, \\ I_V &= I_x \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha + I_y \cos^2 \alpha \\ I_{UV} &= I_{xy} \cos 2\alpha + \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

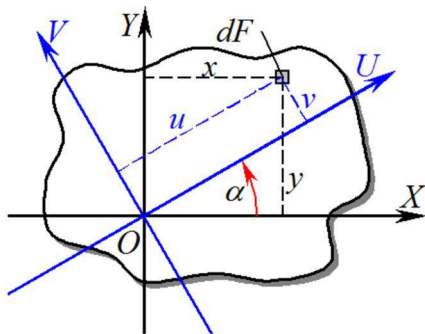


Рис. 4.13

При цьому сума осьових моментів інерції відносно двох взаємно перпендикулярних осей не залежить від кута α , і при повороті осей залишається постійною, чисельно рівною величині полярного моменту інерції

$$I_U + I_V = I_x + I_y = I_p. \quad (4.49)$$

Отже, існують такі осі координат, відносно яких один із моментів інерції досягає свого максимального, а другий – мінімального значення. Положення цих осей визначається кутом α , який визначається з виразу

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}. \quad (4.50)$$

Осі, відносно яких відцентровий момент інерції дорівнює нулю, а осьові приймають екстремальні значення, називаються головними осями інерції. Осьові моменти інерції відносно головних осей називаються головними моментами інерції. Їх напрямок визначається виразом (4.51), а величина – за формулою

$$I_{\max/\min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}. \quad (4.51)$$

У розрахунках часто застосовується поняття «осьовий момент опору перерізу». Його величина визначається відносно осей x і y відповідно за формулами:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}, \quad (4.52)$$

де y_{\max} і x_{\max} – координати найбільш віддалених точок від осей x і y відповідно.

Так, для прямокутного перерізу шириною b і висотою h , у якого координати найбільш віддалених точок $y_{\max} = \frac{h}{2}$, $x_{\max} = \frac{b}{2}$, осьові моменти опору визначаються виразами:

$$W_x = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = \frac{2bh^2}{12h} = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6};$$

для круглого перерізу, у якого $y_{\max} = x_{\max} = \frac{D}{2}$

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{D/2} = \frac{2D^4}{64D} = \frac{\pi D^3}{32};$$

для кільцевого перерізу $W_x = W_y = \frac{I_x}{D/2} = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \beta^4).$

До геометричних характеристик перерізу відносять також радіуси інерції перерізу

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}}, \text{ та } i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}}. \quad (4.53)$$

4.5. Згин

Згином називається такий вид навантаження бруса, при якому в поперечних перерізах відмінним від нуля є згинальний момент. Деформація бруса у разі згину супроводжується скривленням його поздовжньої осі. Прямий брус, що сприймає згинаюче навантаження, називається балкою (рис.4.14).

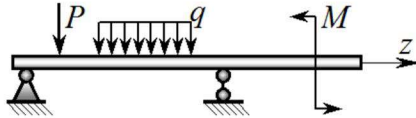


Рис. 4.14

Згин має назву чистого, якщо у поперечних перерізах виникає тільки один згинальний момент M_x (рис.4.15), і поперечного – у випадку сумісної дії згинального моменту і поперечної сили, наприклад M_x і Q_y (рис.4.16). При прямому плоскому поперечному згині площина, у якій відбувається скривлення бруса, збігається з силовою площиною.

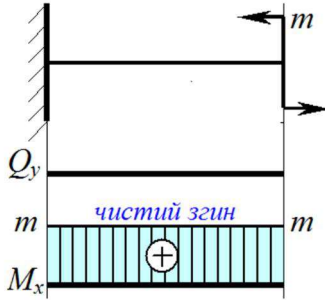


Рис. 4.15

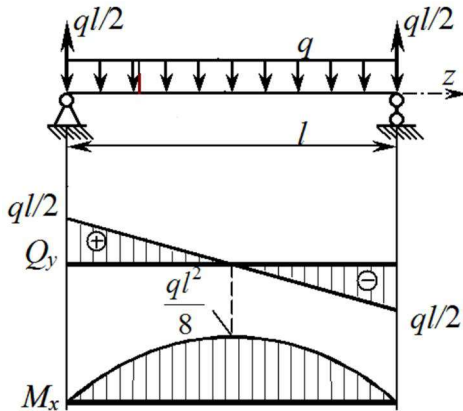


Рис. 4.16

Внутрішні сили визначають за методом перерізів. При цьому додержуються наступного порядку визначення внутрішніх сил і побудови епюр:

1. Для реальної конструкції визначають діючі навантаження, місця їх прикладення і складають розрахункову схему.
2. Розрахункову схему розбивають на ділянки. Границями ділянок є місця прикладення зосереджених сил і моментів, початок і кінець дії розподіленого навантаження, місця

різкої зміни перерізів.

3. Для кожної з ділянок у довільному перерізі записують вирази для поперечних сил і згинальних моментів, згідно з наведеними правилами методу перерізів.
4. Виконують аналіз отриманих виразів і будують графіки внутрішніх сил і моментів (епюри).
5. Використовуючи диференціальні залежності при згині, провадять дослідження епюр і роблять висновок про правильність їх побудови.

При цьому поперечна сила Q_y є додатною, якщо зовнішня сила повертає переріз за годинниковою стрілкою (рис. 4.17,а); згинальний момент додатний, якщо викликає стиск верхніх волокон балки (рис. 4.17,б).

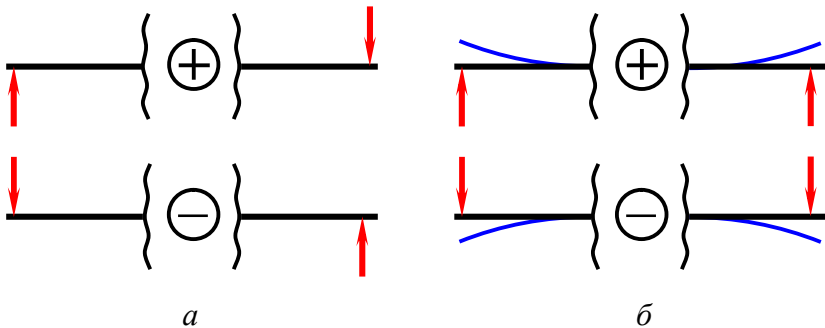


Рис. 4.17

При згині мають місце диференціальні залежності між поперечною силою і інтенсивністю розподіленого навантаження, між згинальним моментом M_x і поперечною силою Q_y та між згинальним моментом і інтенсивністю зовнішнього розподіленого навантаження q , які відповідно мають вигляд:

$$\frac{dQ}{dz} = q.; \quad \frac{dM_x}{dz} = Q_y.; \quad \frac{d^2M_x}{dz^2} = q. \quad (4.54)$$

Наведені диференціальні залежності використовують при побудові й перевірці правильності побудованих епюр внутрішніх силових факторів при згині.

При чистому згині балки в поперечних перерізах виникає тільки згинальний момент $M_x = const$, тому що $\frac{dM_x}{dz} = Q_y = 0$, і як наслідок, нормальні напруження

$$\sigma = \frac{M_x}{I_z} y, \quad (4.55)$$

найбільша величина яких $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_z} y_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$, (4.56)

де I_x і $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$ – відповідно момент інерції і момент опору перерізу відносно нейтральної лінії, яка в той же час є центральною головною віссю інерції перерізу;

y - відстань від цієї осі до точки перерізу, в якій визначається напруження.

Нормальні напруження лінійно змінюються по висоті перерізу і досягають максимального значення у точках, найбільш віддалених від нейтральної лінії.

Дотичні напруження у поперечних перерізах для довгих балок ($l/h > 5$) дуже малі і ними можна знехтувати.

Звичайно в розрахунках на міцність вимагається, щоб тільки максимальні нормальні напруження не перевищували допустимих $[\sigma]$ для матеріалу балки:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (4.57)$$

де $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}$, або $[\sigma] = \frac{\sigma_B}{n}$; n – коефіцієнт запасу.

При згині виникає два види деформацій, а саме (рис.4.18): лінійна y (вертикальне переміщення перерізу) і кутова (кут повороту перерізу) $\theta \approx \text{tg } \theta = \frac{dy}{dz}$.

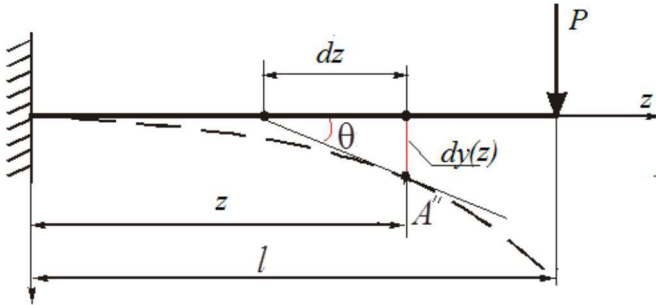


Рис. 4.18

Для визначення деформацій використовують наближене диференціальне рівняння пружної лінії балки:

$$\frac{dy(z)}{dz} = \frac{M_x(z)}{EI_z}. \quad (4.58)$$

Кути повороту і прогини визначають послідовним інтегруванням диференціального рівняння (4.58):

$$\theta(z) = \frac{dy(z)}{dz} = \int \frac{M_x(z)}{EI_z} dz + C;$$

$$y(z) = \frac{dy(z)}{dz} = \int dz \int \frac{M_x(z)}{EI_z} dz + Cz + D, \quad (4.59)$$

де C і D — постійні інтегрування, які визначаються з умов закріплення кінців балки.

4.6. Складний опір

Випадки навантаження, коли елементи конструкції можуть одночасно зазнавати декілька видів простих деформацій в різних комбінаціях, називаються складним опором. У відповідності з принципом незалежності дії сил напруження і деформації можуть визначатися як алгебраїчна сума відповідно напружень і деформацій для простих видів навантажень, для яких методи їх визначення вже відомі.

4.6.1. Косий згин

Під косим згином розуміють такий вид згину, при якому площина дії згинального моменту не збігається ні з однією з головних центральних осей інерції поперечного перерізу балки, а складає з віссю y кут α (рис. 4.19, 4.20).

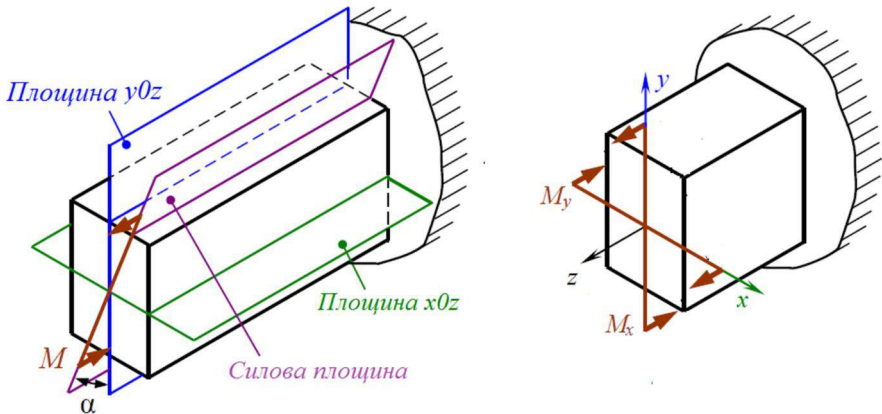


Рис. 4.19

Косий згин можна розглядати як поєднання двох прямих згинів, якщо розкласти згинальний момент $M=t$ на два моменти $M_x = M \cdot \cos\alpha$ та $M_y = M \cdot \sin\alpha$ (рис. 4.19).

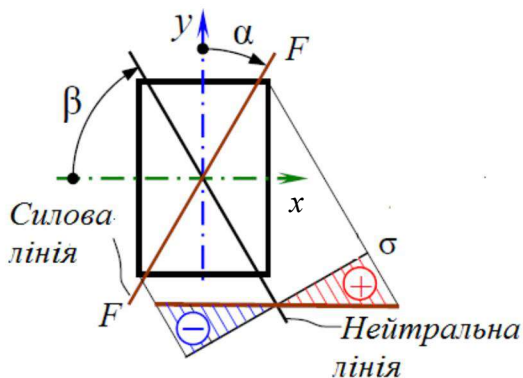


Рис. 4.20

У відповідності з принципом незалежності дії сил нормальне напруження у точці з координатами x і y визначається сумою нормальних напружень у тій же точці, викликаних дією моментів M_x і M_y , тобто:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x, \quad \text{або} \quad \sigma = M \left(\frac{y}{I_x} \cos \alpha + \frac{x}{I_y} \sin \alpha \right). \quad (4.60)$$

Поклавши в (6.1) $\sigma = 0$, маємо рівняння прямої, що називається нейтральною лінією: $y = -x \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha$. Нейтральна лінія роз-

діляє переріз на дві частини, в одній з яких діють розтягуючі, а в іншій — стискаючі напруження. Небезпечними є точки перерізу, де діють найбільші напруження, тобто точки, найбільш віддалені від нейтральної лінії. В одній з цих точок виникають найбільші розтягуючі (точка А), а в другій — стискаючі (точка В) напруження. Яка з двох точок є найбільш небезпечною, визначають механічні властивості матеріалу балки. Якщо матеріал однаково опирається розтягу і стиску, то небезпечною буде точка з максимальним по абсолютній величині напруженням.

Слід враховувати, що при косому згині нейтральна лінія не є перпендикуляром до площини дії згинального моменту.

Повне переміщення δ при косому згині визначається як геометрична сума переміщень δ_x і δ_y , викликаних дією кожного із згинальних моментів M_x і M_y окремо, тобто:

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}. \quad (4.61)$$

4.6.2. Згин з крученням валів круглого поперечного перерізу

Випадок, коли в поперечних перерізах вала виникають крутний M_z (кручення) і згинальні M_x , і M_y (косий згин) моменти, має назву згину з крученням. Це відповідає, наприклад, схемі дії скручувальних моментів M_1, M_2, M_3, M_4 і зосереджених сил P_{2x} та P_{3x} в горизонтальній площині і P_{2y} та P_{3y} – у вертикальній (рис. 4.21).

З епюр згинальних моментів M_y і M_x а також епюри крутних моментів M_z випливає, що у валах спостерігається прямий згин під дією сумарного згинального моменту

$$M_{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \quad (4.62)$$

і кручення від дії крутного моменту M_z

Небезпечним вважається переріз, де діє $M_{\Sigma \max}$ і відповідний крутний момент M_z . На поверхні вала в небезпечному перерізі діють відповідно нормальне й дотичне напруження:

$$\sigma = \frac{M_{\Sigma \max}}{W_x}; \quad \tau = \frac{M_z}{W_p}, \quad (4.63)$$

де $W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$ і $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ - відповідно осьовий і полярний

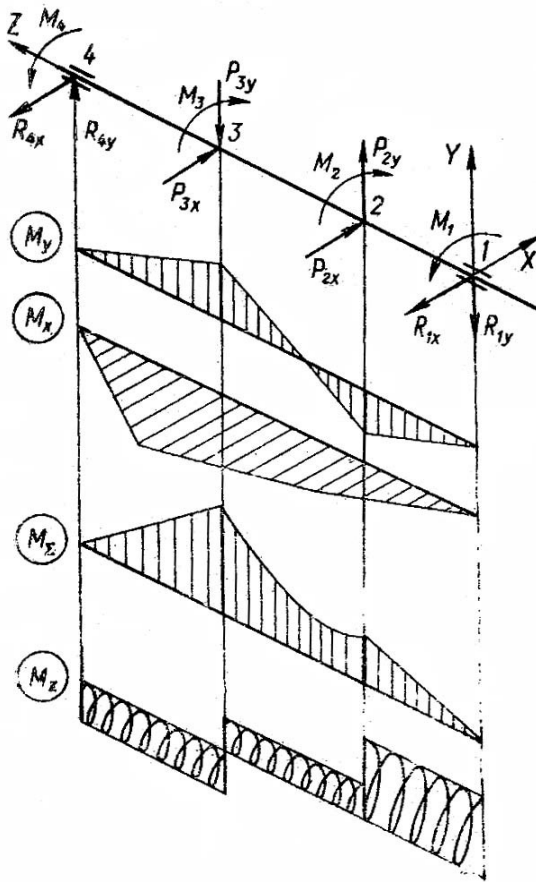


Рис. 4.21

моменти опору суцільного круглого перерізу діаметру d .

Для оцінки міцності при одночасній дії напружень σ і τ найчастіше використовується наступна умова міцності:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma], \quad (4.64)$$

звідки з урахуванням (4.63) і того, що для круглого перерізу $W_p = 2W_x$, маємо $\frac{1}{W_x} \sqrt{M_{\Sigma \max}^2 + M_z^2} \leq [\sigma]$, і діаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{\Sigma \max}^2 + M_z^2}}{0,1[\sigma]}}, \quad (4.65)$$

де величина $\sqrt{M_{\Sigma \max}^2 + M_z^2}$ називається зведеним моментом.

4.7. Стійкість рівноваги пружних систем. Поздовжній згин стрижня

У розглянутих раніше видах навантаження приймалося, що деформації досить малі і початкова форма елементів конструкції не змінюється. При досить великих навантаженнях і деформаціях стійка форма рівноваги елементів може порушитися.

Навантаження, при перебільшенні якого пружне тіло із стійкої форми рівноваги переходить у нестійку, називається критичним. У практичних розрахунках на стійкість критичне навантаження $P_{кр}$ вважають руйнівним, але обчислення ведуть за допустимим навантаженням, за яке приймають частку критичного:

$$[P]_y = \frac{P_{кр}}{n_y},$$

де n_y – коефіцієнт запасу стійкості.

Для центрально-стиснутого стрижня в залежності від умов закріплення кінців стрижня, критична сила визначається за формулою Ейлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}. \quad (4.66)$$

де l – фізична довжина стрижня;

μ – коефіцієнт зведення довжини стрижня (довідкова величина, яка залежить від умов закріплення (рис. 4.22):

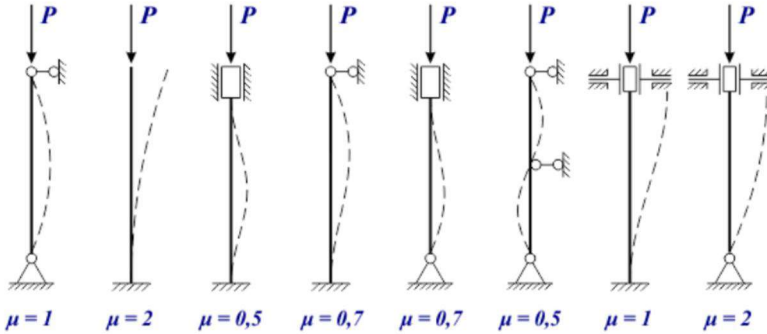


Рис. 4.22

Відповідно критичне напруження і умова збереження міцності мають вигляд:

$$\sigma_{\kappa} = \frac{P_{\kappa}}{F} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 F} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{nc}, \quad (4.67)$$

де $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ – гнучкість стрижня; $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}}$ – мінімальний радіус інерції перерізу.

Формула Ейлера застосовується тоді, коли критичне напруження $\sigma_{кр}$ не перевищує границі пропорційності матеріалу σ_{nc} (рис.4.23), або коли гнучкість стрижня $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ більша за граничне значення

$$\lambda_{\text{гран}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{тц}}}}. \quad (4.68)$$

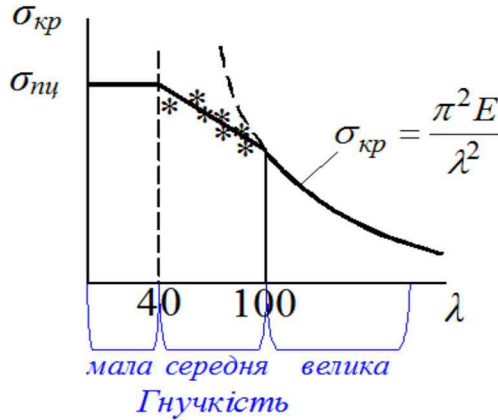


Рис. 4.23

Якщо умова $\lambda < \lambda_{\text{гран}}$ порушується, і значення гнучкості знаходиться в інтервалі $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_0$, де λ_1 – гнучкість, що відповідає появі у стрижні напружень стиску, що дорівнюють границі текучості ($\sigma_{\text{т}}$), (у розрахунках приймають $\lambda_1 = (0,2 \dots 0,4)\lambda_0$), то використовують формулу Ясинського

$$\sigma_{\text{к}} = a - b\lambda, \quad (4.69)$$

де a і b - коефіцієнти, що залежать від властивостей матеріалу.

Стрижні, у яких $\lambda < \lambda_1$, розраховують тільки на стиск:

$$\sigma_{\text{к}} = \sigma_{\text{т}}. \quad (4.70)$$

Практичні розрахунки на стійкість проводять, використовуючи поняття коефіцієнта φ зниження основного допустимого

напруження. Дуже жорсткі стрижні розраховують по основному допустимому напруженню $[\sigma]$. В міру збільшення гнучкості λ його слід зменшувати, помноживши на коефіцієнт φ :

$$[\sigma]_{cm} = \varphi[\sigma], \quad (4.71)$$

де $[\sigma]_{cm}$ – допустиме напруження при розрахунку на стійкість.

Значення коефіцієнта φ знаходиться у межах від 0 до 1 і залежать від гнучкості стрижня і виду матеріалу. Наприклад, для сталей Ст.2...Ст.4 його значення наведено у табл. 4.1.

Таблиця 4.1

λ	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
φ	1,00	0,96	0,92	0,86	0,75	0,60	0,45	0,36	0,29	0,23	0,19

Якщо $\lambda > 220$, розрахунок можна вести за формулою Ейлера; при менших — за залежністю (4.71).

Для стрижнів великої гнучкості, які розраховуються за формулою Ейлера (4.67), використання високоміцних сталей для забезпечення стійкості недоцільне, тому що модулі пружності E , для більшості сталей практично однакові.

Для стрижнів малої гнучкості використання спеціальних сталей високої міцності стає виправданим, оскільки підвищення границі текучості збільшує можливе критичне напруження і запас стійкості.

З економічних міркувань найраціональнішим є такий переріз, у якого при тій самій площі поперечного перерізу найменший радіус інерції буде більшим. Цій умові найкраще відповідають рівностійкі ($i_x = i_y$) трубчасті або коробчасті тонкостінні перерізи, при необхідності підсилені внутрішніми ребрами жорсткості.

4.8. Основи теорії напруженого стану в точці. Розрахунки на міцність при складному напруженому стані.

Через будь-яку точку тіла можна провести безліч площин (площадок), і на кожній з них діють різні нормальні σ та дотичні τ напруження. Сукупність нормальних і дотичних напружень, що діють на безлічі площин, які проходять через точку, що розглядається, утворює напружений стан у точці (рис. 4.24).

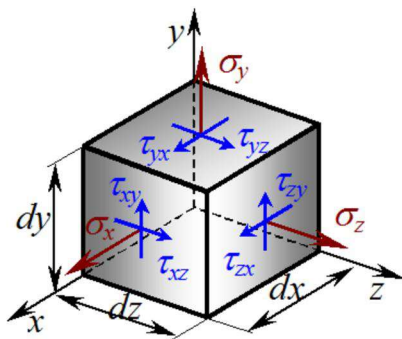


Рис. 4.24

Напружений стан у точці визначається шістьма незалежними компонентами напружень, а саме:

$$\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z; \tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy},$$

де останні три залежності мають назву закону парності дотичних напружень, відповідно до якого на будь-яких двох взаємно перпендикулярних площинах дотичні напруження є рівними за величиною і протилежним за знаком.

Доведено, що серед безлічі площин, які можна провести через досліджувану точку, завжди є такі три взаємно перпендикулярні площини, на яких нормальні напруження приймають екстремальні значення, а дотичні напруження дорівнюють нулю

(рис. 4.25).

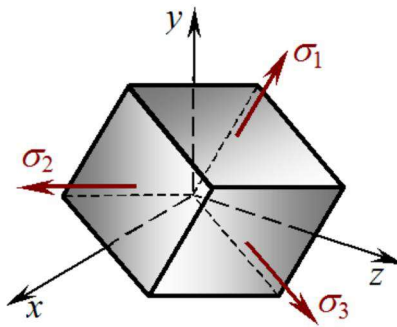


Рис. 4.25

Ці площини мають назву головних площин, а напруження на них - головними напруженнями. Ці напруження прийнято позначати в порядку зростання $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$.

Залежно від наявності головних напружень, відмінних від нуля, розрізняють: об'ємний напружений стан, якщо всі три головних напруження не дорівнюють нулю (рис. 4.26, а); плоский напружений стан, якщо два головних напруження відмінні від нуля (рис. 4.26, б); лінійний (одновісний) напружений стан, якщо відмінним від нуля є тільки одне головне напруження (рис. 4.26, в)

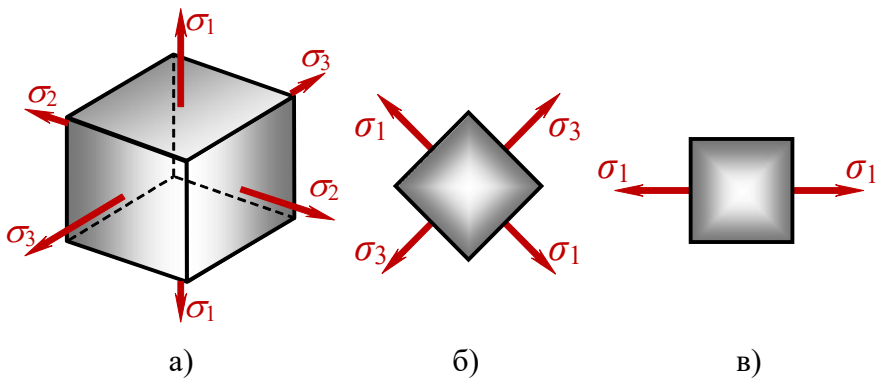


Рис. 4.26

Розглянемо плоский напружений стан (рис 4.26).

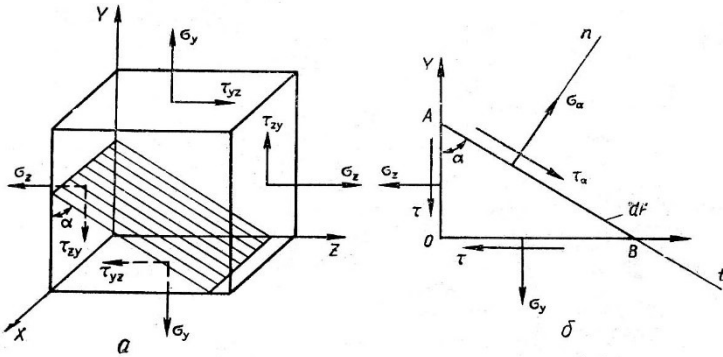


Рис. 4.27

Для елементарного куба, виділеного навколо досліджуваної точки нормальні (σ_α) і дотичні (τ_α) напруження на довільній площадці, яка розташована під кутом α дорівнюють

$$\sigma_\alpha = \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau \sin 2\alpha ; \quad (4.72)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau \cos 2\alpha . \quad (4.73)$$

Сума нормальних напружень, що діють на двох взаємно перпендикулярних площинах, є величиною постійною (властивість інваріантності нормальних напружень).

За визначенням головним площинам відповідають екстремальні нормальні напруження (головні напруження).

Величина головних (екстремальних) напружень і їх напрямки визначаються відповідно за наступними формулами:

$$\sigma_{\max}^{\min} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad (4.74)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma_y - \sigma_z}. \quad (4.75)$$

Нормальні і дотичні напруження на довільно орієнтованих площадках по відношенню до головних визначають відповідно так:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha; \quad (4.76)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha. \quad (4.77)$$

Якщо пропорційно збільшувати усі значення головних напружень ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), то можна досягти небезпечного напруженого стану. Число, яке показує, у скільки разів слід збільшити усі компоненти напруженого стану, щоб він став небезпечним, будемо називати коефіцієнтом запасу міцності (n).

Якщо у двох напружених станах коефіцієнти запасу міцності рівні, то такі напружені стани називають рівнонебезпечними або еквівалентними. Напруження при одновісному напруженому стані, рівнонебезпечному заданому, називають еквівалентним напруженням ($\sigma_{\text{екв}}$). Коефіцієнт запасу визначають з виразу:

$$n = \frac{\sigma_{\text{неб.р}}}{\sigma_{\text{екв}}}, \quad (4.78)$$

де $\sigma_{\text{неб.р}}$ – небезпечне напруження при розтягу.

Якщо мати залежність між двома рівнонебезпечними станами, один з яких лінійний, тобто між $\sigma_{\text{екв}}$ та $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, то задача розрахунку на міцність у випадку складного напруженого стану буде розв'язана.

Для встановлювання залежності між рівнонебезпечними станами найчастіше використовують теорію, запропоновану О.Мором (1882 р.), яка ґрунтується на експерименті і дозволяє оцінювати міцність як пластичних, так і крихких матеріалів.

Згідно з цією теорією еквівалентні напруження

$$\sigma_{екв} = \sigma_1 - K\sigma_3. \quad (4.79)$$

У залежності (4.79) коефіцієнт K – це є відношенням граничних характеристик міцності при розтягу і стиску. Для крихких матеріалів, як правило, $K < 1$, для пластичних $K = 1$.

Враховуючи (4.74), отримаємо:

$$\sigma_{екв} = \frac{1-K}{2}(\sigma_z - \sigma_y) + \frac{1+K}{2}\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}. \quad (4.80)$$

Якщо $K = 1$ і має місце спрощений плоский напружений стан, коли $\sigma_z = \sigma$, а $\sigma_y = 0$, то (4.80) набуває вигляду:

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

Ця формула застосовується при розрахунку конструкцій, що зазнають згину з крученням.

У випадку одновісного розтягу $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_3 = 0$ і згідно з виразом (4.79) $\sigma_{екв} = \sigma$; при чистому зсуві для матеріалів із $K = 1$, $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_3 = -\tau$ еквівалентні напруження $\sigma_{екв} = 2\tau$.

Визначивши коефіцієнт запасу міцності за формулою (4.78), можна записати умову міцності у вигляді

$$n \geq [n],$$

де $[n]$ – допустимий коефіцієнт запасу міцності.

4.9. Розрахунки міцності та довговічності при дії змінних напружень

4.9.1. Міцність матеріалів при втомленості. Крива втомленості і границя витривалості матеріалу. Зведені амплітуди циклу.

Багато деталей машин під час роботи піддаються дії змінних, циклічно змінних за часом напружень.

Наприклад, вал пасової передачі зі шківом, на який діє постійне зусилля натягання паса, піддається дії циклічно змінних напружень з амплітудою σ_a і періодом T (рис.4.28 а). Відбувається це в результаті того, що при обертанні вала його частки опиняються поперемінно то в розтягнутій, то в стиснутій зонах.

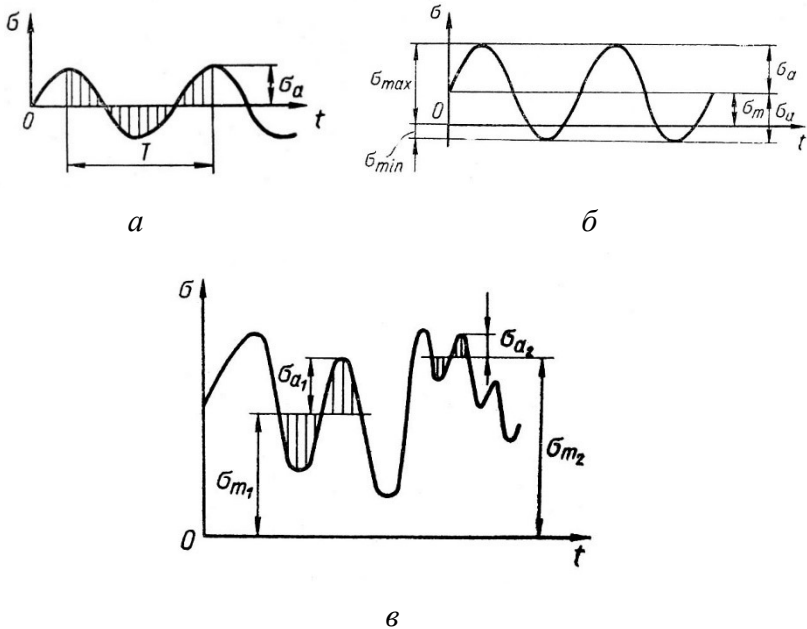


Рис. 4.28

Сукупність усіх значень напружень за один період називається циклом напружень, а наведений на рис. 4.28,а цикл має назву симетричного.

Змінні напруження виникають також тоді, коли на стрижень діють змінні за часом сили. Так, балка на двох опорах, на якій встановлено електричний двигун, що має незбалансований ротор, піддається дії циклічно змінних напружень через те, що виникає змінна за величиною вертикальна складова відцентрової сили. Постійна сила ваги двигуна спричинює в балці постійне, не змінне за часом напруження σ_m , від змінної сили виникають циклічно змінні напруження з амплітудою σ_a .

Закон зміни напружень в балці наведено на рис. 4.28, б, де показані характеристики циклу - максимальні σ_{\max} , мінімальні σ_{\min} , середні σ_m та амплітудні σ_a значення напружень. Цикл напружень, у якого $\sigma_m \neq 0$; $\sigma_a \neq 0$ називається асиметричним. Подвійна величина амплітуди коливань напружень називається розмахом циклу.

Якщо середні σ_m та амплітудні σ_a значення напружень циклу не змінюють своєї величини за часом (рис. 4.28, а та рис. 4.28, б), то такий усталений режим змінних напружень називається стаціонарним навантаженням.

У той же час багато які елементи машин піддаються дії випадкових змінних напружень. Такий більш загальний випадок неусталеного режиму змінних напружень, коли середні й амплітудні значення напружень змінюються за часом (наприклад, цикли 1 і 2 на рис. 4.28 в), називається нестационарним навантаженням.

Опір матеріалів дії змінних напружень суттєво відрізняється від опору матеріалів дії статичних навантажень. Досвід показує, що при дії змінних напружень після деякої кількості їх циклів

може настати руйнування деталі, в той час як при такому ж, чисельно рівному найбільшому напруженню циклу σ_{\max} , але незмінному напруженні, руйнування не настає.

Кількість циклів до моменту руйнування деталі, що працює, наприклад, в умовах симетричного циклу навантаження, залежить від амплітуд напружень σ_a і змінюється в досить широких межах; при цьому чим більша амплітуда напружень, тим потрібна менша кількість циклів до руйнування. Наприклад, циклічні напруження, які виникають при багаторазових, досить великих перегибах дроту, призводять до його руйнування через 5-10 циклів. У той же час при менших напруженнях він витримує тисячі й мільйони циклів, а при досить малих – здатний чинити опір без руйнування дії необмеженої кількості циклів напружень.

Руйнування матеріалів під дією змінних напружень називається руйнуванням від втомленості, а явище – втомленістю матеріалів.

Здатність матеріалів чинити опір руйнуванню при дії змінних напружень називається витривалістю, або міцністю при втомленості.

Характерною рисою є те, що руйнування від втомленості може виникнути при напруженнях, нижчих від границі текучості; при цьому не виникає помітних залишкових деформацій навіть тоді, коли матеріал є високо пластичним. Установлено, що початок руйнування від втомленості має чисто місцевий характер. У зоні підвищених змінних напружень, що зумовлені конструктивними, технологічними та іншими чинниками, може утворюватися мікротріщина, яка при дії багаторазових змін напружень збільшується і поширюється в глибину тіла. У результаті переріз деталі послаблюється, і на останньому етапі виникає раптове руйнування.

Процес утворення тріщин від втоми при дії змінних напружень пов'язаний з накопиченням пошкоджень, зумовлених пластичною деформацією матеріалу. Тому вважається, що міцність при втоми визначається тільки найбільшими σ_{\max} та найменшими σ_{\min} напруженнями циклу (або однозначно пов'язаними з ними a_m та σ_a) і не залежить від закону зміни напружень усередині циклу.

Для оцінки характеристик матеріалу при втоми проводять спеціальні випробування, найбільш розповсюдженими з яких є випробування в умовах симетричного циклу навантаження при чистому згині зразка, що обертається. Шляхом багаторазових випробувань досить великої кількості зразків можна визначити кількість циклів N , що витримує кожний зразок до руйнування залежно від найбільших напружень σ_{\max} циклу.

Після обробки експериментальних даних отримують залежність, графік якої має вигляд гіперболи (рис. 4.29); цей графік має назву кривої втоми матеріалу.

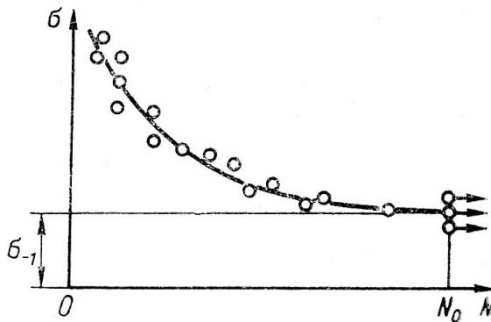


Рис.4.29

Найбільше значення максимального напруження циклу, при якому матеріал не руйнується при будь-якій кількості циклів

навантаження, називається границею витривалості матеріалу і позначається як σ_{-1} при випробуваннях зразків на згин в умовах симетричного циклу навантаження.

Практично границю витривалості визначають як найбільше напруження циклу, при якому зразок не руйнується протягом такої кількості циклів, що дорівнює базі випробувань N_0 . Для чорних металів за базу випробувань беруть 10 млн. циклів, для кольорових металів – у 5-10 разів більше. Вважається, що після кількості циклів $N=N_0$ крива втомленості переходить до прямої, паралельної осі абсцис.

Для випробувань на втомленість характерним є те, що результати мають великий розкид, і для вірогідного визначення границі витривалості потрібні випробування великої кількості зразків, що разом із дальшою обробкою результатів є досить трудомісткою роботою. Тому знайдено певні співвідношення між границями витривалості матеріалів та їх границею міцності. Так, для сталей загального призначення $\sigma_{-1} \approx (0,4 \div 0,5)\sigma_B$; для високоміцних сталей $\sigma_{-1} \approx 400 + \frac{1}{6}\sigma_B$ (МПа); для кольорових металів $\sigma_{-1} \approx (0,25 \div 0,5)\sigma_B$.

Подібно до випробування на чистий згин можна провадити випробування на кручення та розтяг (стиск). Згідно з численними експериментальними даними для деяких матеріалів можна помітити приблизні співвідношення між границями витривалості при згині σ_{-1} , крученні та розтягу σ_{-1}^0 : для сталі $\sigma_{-1}^0 = 0,7\sigma_{-1}$, для чавуну $\sigma_{-1}^0 = 0,65\sigma_{-1}$, для сталей та легких сплавів $\tau_{-1} = 0,55\sigma_{-1}$; для чавуну $\tau_{-1} = 0,8\sigma_{-1}$.

Границі витривалості деталей відрізняються від границі

витривалості зразка; на них впливає ціла низка факторів, таких як форма зразка, стан його поверхні, температура випробувань, попередня внутрішня напруженість матеріалу, режим силового впливу, зокрема асиметрія циклу тощо.

Найважливішим фактором, який слід враховувати при розрахунках на міцність при втомленості, є концентрація напружень. Під концентрацією-напружень розуміють явище місцевого збільшення напружень порівняно з номінальними поблизу різких змін форми і розмірів пружного тіла, а також в зоні контакту деталей. Концентраторами напружень на практиці є шпонкові канавки, отвори в деталі, нарізки на поверхні, місця різкої зміни розмірів перерізу тощо.

Концентрація напружень знижує міцність при втомленості деталі, і щоб оцінити вплив цього фактора на положення кривої при втомленості, вводять поняття ефективного коефіцієнта концентрації напружень K_σ як відношення границі витривалості σ_{-1} гладенького зразка без концентратора напружень до границі витривалості σ_{-1K} такого ж зразка, який має певний концентратор напружень: $K_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}}$ для нормальних і $K_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1K}}$ відповідно для дотичних напружень. Як правило, коефіцієнт концентрації є величина, більша за одиницю.

При розрахунках коефіцієнт концентрації вводять до амплітуд діючих напружень. Так, якщо розрахункові номінальні амплітуди напружень складають σ_a , то з урахуванням концентрації вони збільшуються і дорівнюють $\sigma_a K$.

При дії змінних напружень руйнування починається, як правило, з виникнення місцевої тріщини на поверхні деталі, тому погана якість поверхні призводить до зниження витривалості

деталі, і навпаки, в разі чистої і тонко обробленої поверхні границя витривалості зростає. Вплив стану поверхні на витривалість оцінюється коефіцієнтом якості поверхні β , що є відношенням границі витривалості $\sigma_{-1п}$ зразка, який має певну обробку поверхні, до границі витривалості σ_{-1} шліфованого зразка:
$$\beta = \frac{\sigma_{-1п}}{\sigma_{-1}}.$$

Коефіцієнт якості поверхні β звичайно менший від одиниці і враховується при розрахунках коректуванням величини амплітуди. Так, якщо номінальна амплітуда циклу дорівнює σ_a , то з урахуванням поправки на стан поверхні вона приймає значення $\frac{\sigma_a}{\beta}$, а з урахуванням ще і концентрації напружень - $\frac{\sigma_a K_\sigma}{\beta}$.

При оцінюванні втомної міцності слід враховувати також абсолютні розміри перерізів деталей.

Досліди із зразками різних розмірів поперечних перерізів показують, що із збільшенням останніх границя витривалості зменшується. Відношення границь витривалості σ_{-1d} деталі розміром d і границі витривалості σ_{-1} лабораторного зразка стандартного розміру ($d = 8 \div 12$ мм) називають коефіцієнтом масштабного фактора (коефіцієнтом масштабу), або коефіцієнтом впливу абсолютних розмірів перерізу:
$$\varepsilon_\sigma = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}.$$
 Звичайно $\varepsilon_\sigma < 1$.

При розрахунках на витривалість коефіцієнт ε_σ вносять до амплітуди номінальних напружень; замість номінального значення амплітуди циклу σ_a береться значення $\frac{\sigma_a}{\varepsilon_\sigma}$, а з урахуванням концентрації напружень та стану поверхні - $\frac{\sigma_a K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta}$.

Значення коефіцієнтів K_σ , β та ε_σ , одержаних на підставі результатів лабораторних випробувань залежно від рівня перелічених факторів, наведено в довідниках.

Суттєво менший вплив, ніж амплітуда σ_a , на міцність при втомленості та границю витривалості деталі справляє середнє напруження циклу σ_m (рис. 4.28, б). В розрахунках цей вплив ураховують додаванням до амплітуди (15.16) частки середнього напруження σ_m'

$$\sigma_{a.зв} = \sigma_a \frac{K_\sigma}{\sigma_{-1} N_0} + \psi_\sigma \sigma_m, \quad (4.81)$$

де ψ_σ – коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметрії циклу.

Отримані таким чином розрахункові напруження $\sigma_{a.зв}$ називаються зведеними амплітудними напруженнями, а цикл таких напружень – зведеним до симетричного.

Зведені амплітуди напружень враховуються в подальших розрахунках на міцність при втомленості деталей машин та елементів конструкцій.

4.9.2. Розрахунки довговічності при стаціонарному та не-стаціонарному навантаженні

Основний принцип розрахунку на міцність при втомленості припускає, що найбільші розрахункові амплітуди напружень в жодній точці елемента конструкції не повинні перевищувати небезпечні для заданого матеріалу значення (границі витривалості). У цьому разі елемент має необмежений ресурс, тобто забезпечується його працездатність протягом необмеженого часу роботи. У той же час ряд деталей машин не потребують такої жорсткої регламентації у відношенні ресурсу – з економічної або інших

точок зору їх недоцільно експлуатувати довше визначеного часу. При цьому виникає проблема розрахунку на обмежений ресурс, забезпечення якого може бути досягнуто при дії більших напружень в деталі, тобто при зменшеній вазі, а отже і вартості.

Розрізняють такі види розрахунків довговічності при: стаціонарному навантаженні та необмеженому ресурсі (за коефіцієнтом запасу); стаціонарному навантаженні та обмеженому ресурсі; не-стаціонарному навантаженні та необмеженому і обмеженому ресурсах.

При цьому умовно вважають, що ділянка обмеженого ресурсу вміщує кількість циклів навантаження деталі від нуля до бази випробувань N_0 (рис. 4.29), а необмеженого – кількість циклів, більшу за N_0 .

Розрахунки довговічності (необмеженого ресурсу) при стаціонарному навантаженні ґрунтуються на порівнянні розрахункових зведених амплітуд напружень $\sigma_{a.зв}$ (4.81) та границі витривалості матеріалу σ_{-1} (рис. 4.29); деталь має необмежений ресурс у тому разі, коли виконується умова:

$$\sigma_{a.зв} < \sigma_{-1} \quad (4.82)$$

З цього випливає, що коефіцієнт запасу n_σ має бути більшим за одиницю:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} + \varphi_\sigma \sigma_m} > 1. \quad (4.83)$$

Наведена залежність застосовується при розрахунках довговічності при дії тільки нормальних напружень – для одновісного (лінійного) напруженого стану.

Подібну залежність для коефіцієнта запасу маємо у разі дії тільки дотичних напружень:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \frac{K}{\varepsilon_{\tau} \beta} + \varphi_{\tau} \tau_m}. \quad (4.84)$$

У разі одночасної дії нормальних і дотичних напружень, що відповідає двовісному, або плоскому напруженому стану, коефіцієнт запасу визначається за формулою Гафа і Полларда:

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}. \quad (4.85)$$

Розрахунки довговічності (обмеженого ресурсу) при стаціонарному навантаженні проводять, якщо зведені напруження $\sigma_{a.zb} > \sigma_{-1}$; приймається також, що крива втоми (рис. 4.30) може бути описана рівнянням гіперболи:

$$\sigma^m N = C, \quad (4.86)$$

де m та C – параметри кривої.

Якщо є в наявності графік кривої втоми (рис. 4.30), то ресурс деталі можна визначити графічно.

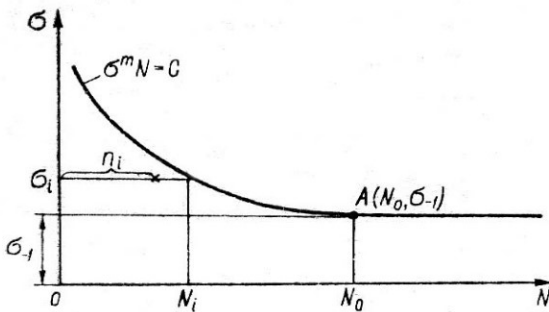


Рис. 4.30

Для цього потрібно, наприклад, на рівні $\sigma_i = (\sigma_{a.зв})_i$ провести пряму, паралельну осі абсцис, до перетину з кривою втомленості, і, опустивши перпендикуляр до перетину з віссю N , визначити кількість циклів N_i до руйнування деталі, тобто її обмежений ресурс.

При аналітичному підході обмежений ресурс N_i визначається залежністю:

$$N_i = \frac{\sigma_{-1}^m N_o}{\left(\sigma_a \frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} + \varphi_\sigma \sigma_m \right)_i^m}. \quad (4.87)$$

Розрахунки довговічності (необмеженого і обмеженого ресурсів) при нестаціонарному навантаженні. Гіпотеза лінійного підсумовування пошкоджень.

Циклічний процес зміни напружень в часі з постійними значеннями середнього σ_m та амплітуди σ_a в деталях машин трапляється надто рідко. Реальні процеси навантаження елементів машин часто являють собою випадкові процеси (рис. 4.28, в), що характеризуються змінними середніми та амплітудами циклів напружень (нестационарне навантаження).

Щоб провадити розрахунки на витривалість, випадкові процеси навантаження, які мають місце в умовах експлуатації, замінюють певними схематизованими процесами.

Відома велика кількість методів схематизації реальних процесів навантаження елементів машин. Найбільшого поширення набув метод повних циклів, який дає найкращу відповідність відносно дії, що пошкоджує, між схематизованим і реальним випадковими процесами навантаження.

При розрахунках на обмежену довговічність цикли з малими

зведеними амплітудами напружень $(\sigma_{\text{а.зв}})_i < 0,7\sigma_{-1}$ не враховуються, тому що їхній вплив на ресурс деталі, як показують досліді, незначний.

Вводячи поняття міри пошкодження (рис. 4.30)

$$D_i = \frac{n_i}{N_i}, \quad (4.88)$$

де n_i – кількість циклів діючих напружень з i -ю зведеною амплітудою; N_i – кількість циклів до руйнування при дії i -х зведених амплітуд напружень, що визначається за формулою (4.87), на підставі гіпотези лінійного підсумовування пошкоджень з урахуванням того, що $0 \leq D_i \leq 1$; а $D_i = 1$ відповідає руйнуванню деталі, обмежений ресурс $t\sigma$ визначають за залежністю

$$t_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot N_0 \cdot T_3}{\sum_{i=b}^k (\sigma_{\text{а.зв}})_i^m \cdot n_i}. \quad (4.89)$$

4.10. Загальні (енергетичні) методи визначення переміщень у пружних системах

При розгляді простих видів навантаження бруса використовувались свої, частинні залежності для обчислення переміщень будь-якого перерізу, хоча іноді при проведенні розрахунків виникає потреба знати переміщення тільки одного конкретного перерізу. У цьому разі зручніше їх знаходити за допомогою методу Мора, що ґрунтується на використанні загального виразу потенціальної енергії деформацій стрижня.

У загальному випадку навантаження стрижня у довільному перерізі можуть виникати усі шість внутрішніх силових факторів:

три моменти (M_z, M_x, M_y) і три сили (N_z, Q_x, Q_y), які виконують певну роботу, що переходить у потенціальну енергію деформації пружного стрижня.

$$U = \int_l \frac{N_z^2 dz}{2EF} + \int_l \frac{M_x^2 dz}{2EI_x} + \int_l \frac{M_y^2 dz}{2EI_y} + \int_l \frac{M_\kappa^2 dz}{2EI_\rho}. \quad (4.90)$$

Поперечні сили Q_x , та Q_y суттєво не впливають на величину потенціальної енергії, тому їх не враховують.

Наприклад, для балки, яка працює в умовах чистого згину, потенціальна енергія деформації певної ділянки визначається виразом

$$U = \int_l \frac{M_x^2 dz}{2EI_x}.$$

Переміщення в цьому випадку визначають за допомогою інтеграла Мора:

$$\Delta = \int_l \frac{M_x M_x^1}{EI_x} dz,$$

де M_x^1 - аналітичний вираз для згинального моменту від одиної зосередженої сили, що прикладена у заданому напрямку в точці балки, переміщення якої визначають.

Для балки, яка має n ділянок довжиною l_i з різними аналітичними виразами $M_x(z)$ та $M_x^1(z)$ для кожної ділянки переміщення визначають за залежністю

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_x M_x^1}{EI_x} dz. \quad (4.91)$$

При складному навантаженні в поперечних перерізах стрижня можуть виникати, крім згинальних моментів M_x , ще три внутрішніх силових фактори (N_z , M_y , M_z). Від кожного з них на основі загального виразу для потенціальної енергії (4.90) може бути визначений вираз, аналогічний виразу (4.91):

$$\Delta_1^c = \sum_{i=1}^n \left(\int_{l_i} \frac{M_x M_x^1}{EI_x} dz + \int_{l_i} \frac{M_y M_y^1}{EI_y} dz + \int_{l_i} \frac{N_z N_z^1}{EF} dz + \int_{l_i} \frac{M_z M_z^1}{EI_p} dz \right) \quad (4.92)$$

Вираз (4.92) має назву інтеграла Мора для пружних переміщень. У (4.92) входять внутрішні силові фактори у поточному перерізі від зовнішніх сил (M_x , M_y , M_z , N_z) та одиничної сили або моменту (M_x^1 , M_y^1 , M_z^1 , N_z^1). Одинична сила або момент прикладаються у тому місці, де треба визначити переміщення, і в потрібному напрямку.

Визначення переміщень (наприклад для згину) виконується у наступній послідовності:

У заданому перерізі балки в потрібному напрямку прикладають одиничну силу або одиничний момент для визначення відповідно лінійного переміщення або кута повороту.

Для кожної ділянки системи складають вирази для згинального моменту M_x від зовнішнього навантаження і M_x^1 від одиничної сили.

Отримані вирази підставляють у (4.92) і виконують інтегрування.

Якщо вже побудовані епюри внутрішніх силових факторів, то можна спростити обчислення інтегралу Мора способом

Верещагіна, замінивши процес інтегрування "перемноженням" побудованих епюр. Цей графоаналітичний спосіб заснований на тому факті, що для конструкції, складеної з прямолінійних стрижнів, епюри від одиничного силового фактора завжди лінійні.

Інтеграл Мора за способом Верещагіна обчислюється як добуток площі епюри моментів M_x від зовнішніх сил на ординату одиничної епюри моментів M_x^1 під центром ваги площі ω . епюри моментів M_x .

Отриманий добуток є додатним, якщо обидві епюри моментів знаходяться по один бік від поздовжньої осі z стрижня.

Способом Верещагіна можна користуватися тільки на ділянках, де одинична епюра лінійна і не має зламів. Якщо епюра M_x^1 має декілька ділянок (n), то інтеграл Мора обчислюється окремо по кожній ділянці, а результати додаються:

$$\Delta_1^c = \sum_{i=1}^n \frac{[\omega M_x^1(z_c)]_i}{EI_x} \quad (4.93)$$

4.12. Статично невизначувані стрижневі системи

Конструкції, елементи яких мають форму стрижнів, називаються стрижневими системами. Якщо стрижні у вузлах з'єднані жорстко, то така конструкція називається рамою. Рама називається плоскою, якщо поздовжні осі всіх її складових елементів, усі зовнішні навантаження і одна з головних осей усіх перерізів елементів лежать в одній площині. Плоска рама, на яку діють поперечні навантаження, називається плоско-просторовою.

У перерізах елементів плоскої рами можуть виникати три внутрішніх силових фактори - нормальні сили N_z , згинальні моменти M_x і перерізуючі сили Q_y .

Основний вплив на величину напружень та переміщень мають деформації згину, і тому розрахунок на міцність для плоских рам ведеться за формулами для прямого бруса (4.57), а для визначенні переміщень використовують інтеграл Мора. Епюри згинальних моментів у рамах будуються на стиснутих волокнах, і ординати M_x відкладаються на перпендикулярах до осей елементів рами.

Стрижневі системи можуть бути статично визначними, якщо внутрішні сили в усіх перерізах елементів, а також опорні реакції можуть бути визначені тільки з рівнянь статки. У протилежному разі їх називають статично невизначуваними.

Надмірна кількість зовнішніх і внутрішніх зв'язків, без яких система залишається геометрично незмінюваною (нерухомою), визначає ступінь статичної невизначуваності.

Для визначення внутрішніх силових факторів у перерізах статично невизначуваних систем до рівнянь рівноваги статки додаються рівняння сумісності деформацій.

Найчастіше для розкриття статичної невизначуваності використовується метод сил. За цим методом всі «зайві» (надлишкові) зв'язки замінюються невідомими силами. Потім знаходяться вирази для переміщень у напрямку цих сил. Отримані вирази повинні дорівнювати нулю, тому що зв'язок перешкоджає переміщенню системи у просторі. Їх називають канонічними рівняннями методу сил. З канонічних рівнянь визначаються «зайві» невідомі — реакції зв'язків, і далі задача розв'язується як статично визначувана.

Розглянемо докладніше послідовність розрахунку статично невизначуваних систем.

1. Встановлюється ступінь статичної невизначуваності, тобто різниця між кількістю невідомих сил і кількістю незалежних

які визначаються або за допомогою методу перерізів, вважаючи сили X_i як зовнішні, або використовуючи вже побудовані епюри, підсумовують ординати епюр від заданих навантажень в основній системі з ординатами від одиничних сил, збільшеними в X_i разів.

4.13. Розрахунки елементів конструкцій при динамічній дії навантажень

Відомо, що робота A зовнішніх сил, що діють на тверде тіло, перетворюється на потенціальну U та кінетичну K енергії:

$$A = U + K.$$

Якщо сили змінюються повільно, то говорять про статичне навантаження, і в цьому разі кінетичною енергією нехтують. В протипагу статичному навантаженню існують такі способи прикладення навантаження, коли кінетична енергія є розмірною з потенціальною, і в цьому випадку йдеться про динамічне навантаження. Динамічне навантаження у ряді випадків супроводжується коливанням конструкції. Це вносить свою особливість в розрахунки на міцність та жорсткість.

4.13.1. Розрахунки на міцність та жорсткість при коливаннях пружних систем

Припустимо, що на пружну механічну стержневу систему з зосередженою масою M у точці 1 (рис. 4.31) діє циклічно змінна зосереджена збурююча сила, що змінюється за законом

$$P = P_0 \sin \Omega t,$$

де P_0 — максимальне значення збурюючої сили (амплітуда сили); Ω - частота зміни збурюючої сили.

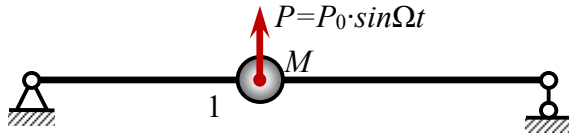


Рис. 4.31

З курсу теоретичної механіки відомо, що вимушені коливання такої пружної системи відбуваються з частотою збуджуючої сили і максимальною амплітудою, що дорівнює:

$$A = \frac{\Delta_c}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\Omega^2 n^2}{\omega^4}}} = \beta \Delta_c, \quad (4.95)$$

де Δ_c – переміщення, яке виникає в стрижневій системі під дією статично прикладеної сили P_0 ;

$\omega = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11} M}}$ – частота власних коливань пружної системи;

δ_{11} – прогин системи в точці 1 від одиничної статичної сили;

n – коефіцієнт, що враховує загасання коливального процесу;

β – коефіцієнт наростання амплітуди коливань, або коефіцієнт динамічності при коливаннях:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{4\Omega^2 n^2}{\omega^4}}}, \quad (4.96)$$

Для забезпечення $\beta < 1$ намагаються, щоб $\Omega \gg \omega$. При $\beta > 1$, але менше β_{\max} , маємо $\Omega < \omega$; максимальне значення β_{\max} досягається при $\Omega = \omega$ (виникає явище резонансу), що неприпустимо.

Максимальне переміщення точки прикладення сили (прогин системи) складається з динамічної і статичної деформацій:

$$A_{\max} = \beta \Delta_c + \delta_{11} Q, \quad (4.97)$$

де $Q = Mg$ - вага коливальної маси; g – прискорення вільного падіння.

Враховуючи те, що напруження в елементах системи пропорційні переміщенням точок прикладення сил, запишемо:

$$\sigma_{\max} = \beta \sigma_c(P_0) + \sigma_c(Q). \quad (4.98)$$

Розрахунки на жорсткість і міцність при наявності коливань зводяться до урахування коефіцієнта наростання амплітуди та задоволення умов, при яких максимальні величини A_{\max} і σ_{\max} не перевищували б допустимих значень $[A]$ та $[\sigma]$.

4.13.2. Розрахунки на міцність та жорсткість при ударі

Явище удару має місце тоді, коли швидкість тіл, що стикаються, суттєво змінюється протягом дуже малого відрізка часу. Швидка зміна швидкості призводить до появи великих прискорень і, як наслідок, до значних сил інерції. Приймають, що після зіткнення тіло, яке ударяє, рухається разом із пружною невагомою системою, яка сприймає удар.

При ударі всі точки системи починають переміщуватися одночасно, напруження в елементах системи не перевищують межі пропорційності. Місцеві деформації у зоні контакту не розглядаються.

Нехай вантаж Q (рис. 4.32) падає з висоти H на невагому пружну систему. Такою системою може бути будь-яка стержнева конструкція. Внаслідок удару виникає динамічна сила, більша за

Q , яка викличе динамічний прогин

$$\delta_d = P_d \delta_{11},$$

де δ_{11} – прогин системи в місці удару від статичної сили, що дорівнює одиниці.

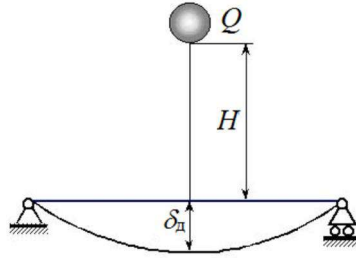


Рис. 4.32

Вантаж у процесі падіння виконає роботу $Q(H + \delta_d)$, яка накопичується в системі у вигляді потенціальної енергії деформації $0,5P_d \delta_d$. В момент найбільшої деформації системи

$$Q(H + \delta_d) = 0,5P_d \delta_d,$$

звідки динамічний прогин у напрямку удару дорівнює:

$$\delta_d = \delta_{ст} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{ст}}} \right).$$

Множник
$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{ст}}}, \quad (4.99)$$

називається динамічним коефіцієнтом при ударі.

Очевидно, що динамічні напруження та деформації системи будуть у K_d разів більше від тих, які мали б місце у системі при статичному прикладенні до неї вантажу Q :

$$\sigma_d = K_d \sigma_{ст}, \quad \delta_d = K_d \delta_{ст}. \quad (4.100)$$

Умова міцності при ударі запишеться так:

$$(\sigma_d)_{\max} \leq [\sigma].$$

Частковий випадок ударного навантаження спостерігається при раптовому прикладенні сили ($H = 0$). При цьому напруження та деформації системи у два рази більші, ніж при статичному навантаженні ($K_d = 2$).

5. ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

(з прикладами виконання)

5.1. Тема: Розтяг – стиск

Задача

Сталевий стрижень ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) навантажений поздовжньою силою P . Побудувати епюри нормальних сил N і нормальних напружень σ . Знайти переміщення перерізу I-I (рис.5.1). Дані узяті з таблиці 5.1.

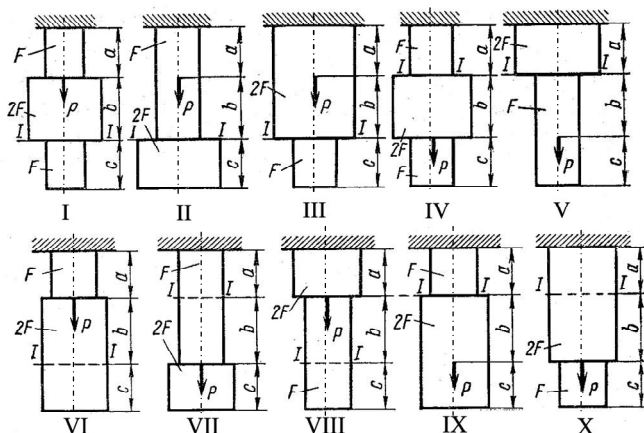


Рис. 5.1

Таблиця 5.1

№	Схема	F , см ²	a	b	c	P , кН
			м			
1	I	11	2,1	2,1	1,1	110
2	II	12	2,2	2,2	1,2	120
3	III	13	2,3	2,3	1,3	130
4	IV	14	2,4	2,4	1,4	140
5	V	15	2,5	2,5	1,5	150
6	VI	16	2,6	2,6	1,6	160
7	VII	17	2,7	2,7	1,7	170
8	VIII	18	2,8	2,8	1,8	180
9	IX	19	2,9	2,9	1,9	190
0	X	20	3,0	3,0	2,0	200
	e	e	e	d	e	e

Приклад

Сталевий східчастий стрижень (рис. 5.2а) навантажений силами $P_1 = 40$ кН і $P_2 = 120$ кН.

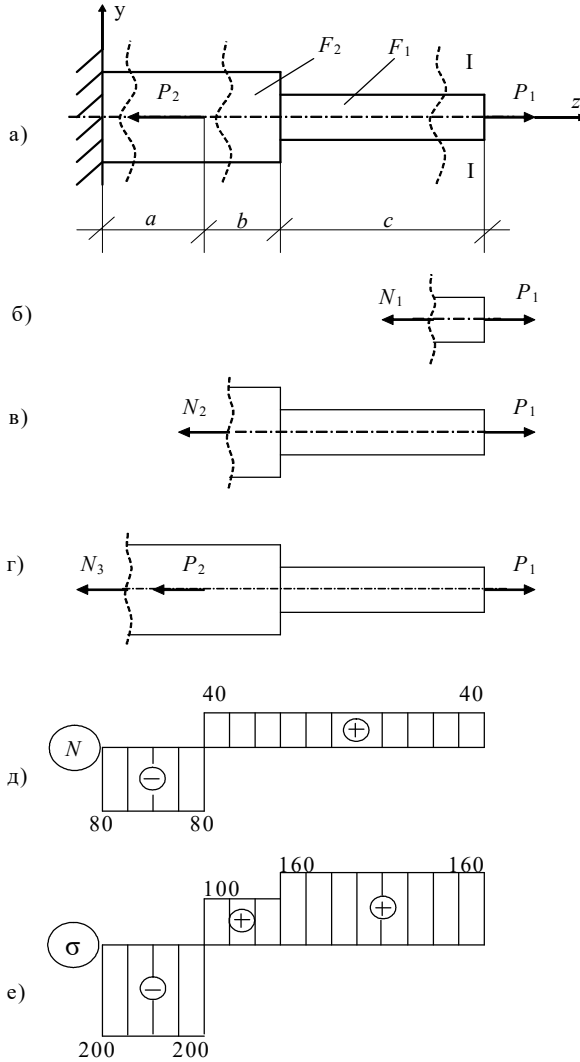


Рис 5.2

Треба побудувати епюри нормальних сил і нормальних напружень, знайти переміщення перерізу I-I. Прийняти площі перерізів: $F_1=2,5 \text{ см}^2$, $F_2=4 \text{ см}^2$, модуль поздовжньої пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$, $a= 50 \text{ см}$, $b=40 \text{ см}$, $c=100 \text{ см}$.

Рішення

Нормальне напруження на будь-якій i -ій ділянці знаходимо за формулою

Для визначення нормальних сил використаємо метод перерізів, заздалегідь виділивши характерні ділянки, межами яких є місця, де прикладені зосереджені сили і де змінюються площі перерізу. На рис.5.2а це ділянки: перша довжиною c , друга – b і третя, довжиною a .

На кожній ділянці зробимо переріз, відкинемо ліву частину і розглянемо рівновагу правої частини (рис. 5.2 б, в, г). З умови $\Sigma Z=0$ визначимо нормальні сили на ділянках:

$$N_1 = P_1 = 40 \text{ кН},$$

$$N_2 = P_1 = 40 \text{ кН},$$

$$N_3 = P_1 - P_2 = 40 - 120 = -80 \text{ кН}$$

Епюра поздовжніх сил показана на рис. 5.2, д.

$$\sigma_i = \frac{N_i}{F_i}. \quad (5.1)$$

Наприклад, на ділянці c $\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{40}{2,5} = 16 \text{ кН/см}^2 = 160 \text{ МПа}$.

Епюра σ для усього стержня наведена на рис.5.2е.

Переміщення перерізу I-I відбувається за рахунок деформацій ділянок a , b і c . Подовження кожної ділянки підрахуємо за формулою

$$\Delta l_i = \frac{N_i \cdot l_i}{EF_i}, \quad (5.2)$$

де l_i – довжина i -ої ділянки.

В результаті маємо

$$\Delta l_{I-I} = \frac{N_3 a}{EF_2} + \frac{N_2 b}{EF_2} + \frac{N_1 c}{EF_1} = \frac{-80 \cdot 50}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} + \frac{40 \cdot 40}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} + \frac{40 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 2,5} = 0,15 \text{ см.}$$

5.2. Тема: Кручення

Задача

До сталевого валу круглого поперечного перерізу прикладені три зовнішні скручувальні моменти: M_1, M_2, M_3 (рис. 5.3).

Треба: Вибравши дані з табл.5.2:

- 1) побудувати епюру крутних моментів;
- 2) при заданих значеннях допустимих дотичних напружень $[\tau]$ і допустимих відносних кутів закручування $[\Theta]$ визначити діаметри валу з розрахунку на міцність і жорсткість і округлити їх величини до найближчих більших, що відповідно дорівнюють: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм; прийняти більший діаметр.

- 3) побудувати епюру абсолютних кутів закручування φ .

Приклад

Побудувати епюру крутних моментів, визначити діаметри валу з умов міцності і жорсткості; побудувати епюру абсолютних кутів закручування при наступних початкових даних:

$M_1=3$ кНм; $M_2=5$ кНм; $M_3=3$ кНм; $a=0,6$ м; $b=0,8$ м; $c=0,7$ м;
 $[\tau] = 40$ МПа; $[\Theta]=0,05$ рад/м; $G=8 \cdot 10^4$ МПа.

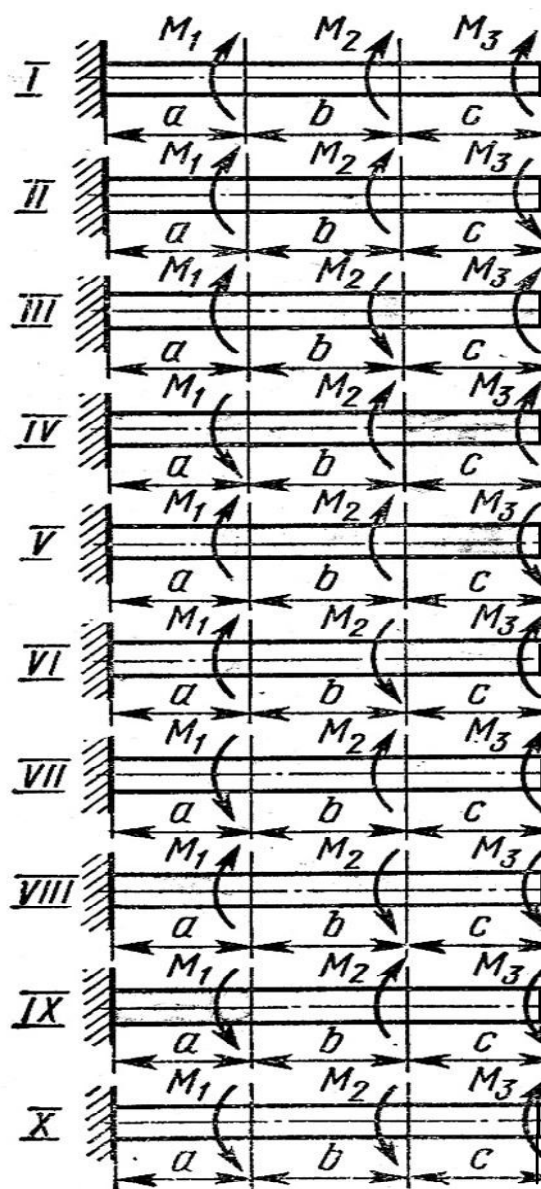


Рис.5.3

Таблиця 5.2

№	Схема	Відстань, м			Момент, кНм			[τ]	[Θ]
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₃	МПа	рад/м
1	I	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	35	0,04
2	II	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	40	0,05
3	III	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	45	0,05
4	IV	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	50	0,06
5	V	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	55	0,06
6	VI	1,6	1,6	1,6	1,6	0,6	1,6	60	0,07
7	VII	1,7	1,7	1,7	1,7	0,7	1,7	65	0,07
8	VIII	1,8	1,8	1,8	1,8	0,8	1,8	70	0,08
9	IX	1,9	1,9	1,9	1,9	0,9	1,9	75	0,08
0	X	2,0	2,0	2,0	2,0	1	2,0	80	0,09
	<i>e</i>	<i>z</i>	<i>δ</i>	<i>e</i>	<i>z</i>	<i>δ</i>	<i>e</i>	<i>v</i>	<i>δ</i>

Рішення

Крутний момент M_k в перерізі визначається як алгебраїчна сума зовнішніх скручувальних моментів, прикладених з одного боку (в нашому випадку – з правого) від перерізу:

$$M_k = \sum M_i, \quad (5.3)$$

де M_i – скручуючі моменти, що діють з одного боку від перерізу (рис.5.4):

На III ділянці довжиною c $M_{III}=M_3=3$ кНм;

На II ділянці довжиною b $M_{II}=M_3-M_2=3-5= -2$ кНм;

На I ділянці довжиною a $M_I=M_3-M_2-M_1=3-5-3= -5$ кНм.

Епюра крутних моментів наведена на рис. 5.4.

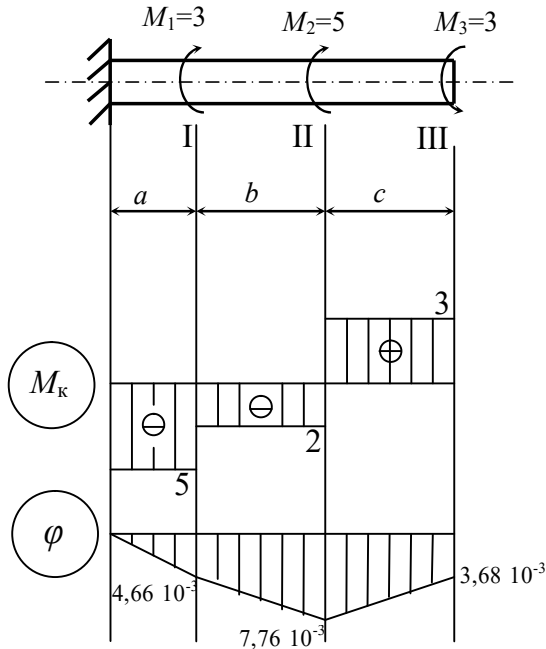


Рис.5.4

Умова міцності при крученні валу круглого поперечного перерізу має вигляд

$$\tau_{\max} = \frac{M_{k \max}}{W_p} \leq [\tau], \quad (5.4)$$

де τ_{\max} – найбільше дотичне напруження, що виникає в небезпечному перерізі валу;

$M_{k \max}$ – крутний момент у небезпечному перерізі валу;

$[\tau]$ – допустимі напруження при крученні;

W_p – полярний момент опору перерізу:

для круглого суцільного перерізу діаметра d

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3. \quad (5.5)$$

З умови міцності при крученні (5.4) визначимо діаметр валу:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16M_{\kappa \max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,086 \text{ м} = 86 \text{ мм}.$$

Округлюємо значення діаметра валу до $d_1 = 90$ мм.

Умова жорсткості при крученні має вигляд:

$$\max \Theta = \frac{M_{\kappa}}{GJ_p} \leq [\Theta]. \quad (5.6)$$

де Θ – допустимий відносний кут закручування;

GJ_p – жорсткість поперечного перерізу при крученні;

G – модуль зсуву;

J_p – полярний момент інерції перерізу;

для круглого суцільного перерізу діаметра d

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4. \quad (5.7)$$

З умови жорсткості (5.6) діаметр валу дорівнює

$$d_2 = \sqrt[4]{\frac{32M_{\kappa \max}}{\pi G[\Theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,05}} = 0,059 \text{ м} = 59 \text{ мм}.$$

Округлюємо значення діаметра валу до $d_2 = 60$ мм. Остаточню приймаємо більший діаметр валу $d = 90$ мм = 0,09 м.

Кут закручування φ валу визначається за формулою:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_k dx}{GJ_p}. \quad (5.8)$$

При $M_k = \text{const}$ і $J_p = \text{const}$ кут закручування ділянки завдовжки l визначається за формулою

$$\varphi = \frac{M_k l}{GJ_p}. \quad (5.9)$$

Епюру кутів закручування будуємо, починаючи від затисненого кінця. В межах кожної з ділянок бруса епюра має лінійний характер, тому достатньо обчислити кути закручування тільки для характерних перерізів I, II і III (рис. 5.4).

Кут закручування перерізу I, де прикладений момент M_1 , відносно місця затискання дорівнює:

$$\varphi_I = \frac{M_1 l_1}{GJ_p} = \frac{-5 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \cdot 32}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,09^4} = -4,66 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Кут закручування перерізу II, де прикладений момент M_2 , відносно перерізу I, де прикладений момент M_1 , дорівнює:

$$\varphi_{II}^I = \frac{-2 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 32}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,09^4} = -3,1 \cdot 10^{-3} \text{ рад.},$$

а відносно місця затискання

$$\varphi_{II} = \varphi_I + \varphi_{II}^I = -4,66 \cdot 10^{-3} - 3,1 \cdot 10^{-3} = -7,76 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Кут закручування вільного кінця валу відносно перерізу II, де прикладений момент M_2 , дорівнює

$$\varphi_{III}^II = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 0,7 \cdot 32}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,09^4} = -4,08 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Абсолютний кут закручування третього перерізу дорівнює

$$\varphi_{AIII} = \varphi_I + \varphi_{II}^I + \varphi_{III}^{II} = (-4,66 - 3,1 + 4,08) \cdot 10^{-3} = -3,68 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Епюра кутів закручування φ наведена на рис 5.4.

5.3. Тема: Геометричні характеристики плоских перерізів

Задача

Для заданих на рис.5.5 перерізів потрібно:

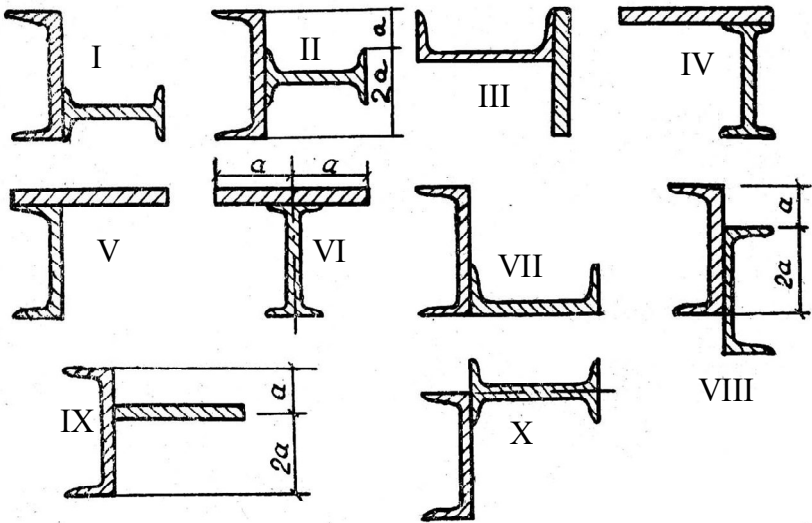


Рис. 5.5

- 1) визначити положення центру ваги складового перерізу;
- 2) провести центральні осі (X_c і Y_c) і визначити відносно їх осей і відцентровий моменти інерції;
- 3) визначити напрям головних центральних осей (U і V);
- 4) знайти величини моментів інерції відносно головних центральних осей;
- 5) викреслити переріз в масштабі і вказати на ньому всі

розміри в числах і всі осі.

Дані узяті з таблиці 5.3.

При розрахунку всі необхідні дані брати з таблиць сортаменту і у жодному випадку не замінювати частини профілів прямокутниками.

Таблиця 5.3

№ рядка	Тип перерізу за рис.5.5	Лист, мм	Швелер №	Двотавр №
1	I	100x10	14	12
2	II	200x10	16	14
3	III	200x20	18	16
4	IV	300x20	20	18
5	V	300x10	22	20а
6	VI	200x10	24	20
7	VII	200x20	27	22а
8	VIII	200x10	30	22
9	IX	300x10	33	24а
0	X	100x20	36	24
	<i>в</i>	<i>а</i>	<i>б</i>	<i>в</i>

Примітка: спочатку визначають за шифром типи перерізу, а потім беруть з табл. 5.3 дані про відповідні профілі.

Приклад

Для поперечного перерізу, зображеного на рис.5.6,а, необхідно визначити положення центру ваги, положення головних центральних осей інерції і значення моментів інерції відносно цих осей (головних моментів інерції).

Рішення

Для заданого стандартного профілю (швелера №24а рис.5.6 б) з таблиць у відповідності з ГОСТ 8239-89 (табл. П1 додатку) вибираємо наступні значення: $h_{ш}=4$ см, $x_0=2,67$ см, $F_1=F_{ш}=32,9$ см², $I_{xш}=3180$ см⁴, $I_{yш}=254$ см⁴. Для перерізу у вигляді прямокутника шириною $b=2$ см і заввишки $h_2=40$ см (рис.5.6в) шляхом безпосередніх розрахунків знайдемо

$$F_2=bh=2\cdot 40=80 \text{ см}^2;$$

$$I_{x_2} = \frac{bh_2^3}{12} = \frac{2\cdot 40^3}{12} = 10667 \text{ см}^4; \quad I_{y_2} = \frac{h_2b^3}{12} = \frac{40\cdot 2^3}{12} = 27 \text{ см}^4.$$

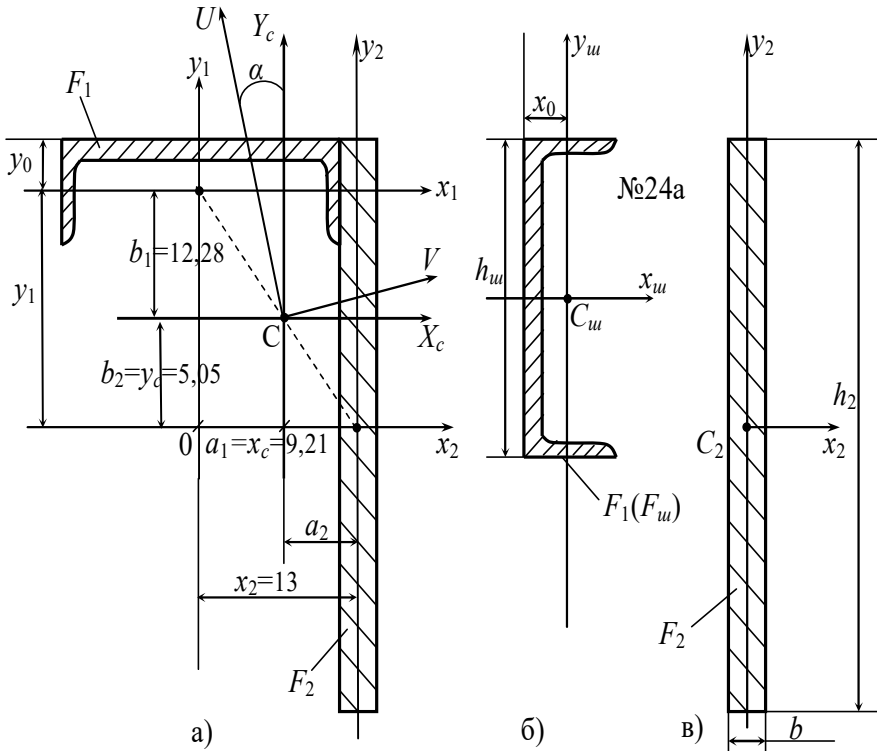


Рис. 5.6

Положення центрів ваги C_{11} і C_2 та осей x_{11}, y_{11} і x_2, y_2 показані на рис.5.6 б і 5.6в. Необхідно звернути увагу на те, що вісь x_1 (рис.5.6а) співпадає з напрямом осі y_{11} , а y_1 - з напрямом осі x_{11} . Тому по рис.5.6а $I_{y_1}=3180 \text{ см}^4$, $I_{x_1}=254 \text{ см}^4$, $y_0=2,67 \text{ см}$. Відцентрові моменти інерції $I_{x_1y_1}=0$, $I_{x_2y_2}=0$ внаслідок того, що у даних фігур одна з головних осей, а саме y_1 і y_2 відповідно, є вісь симетрії.

Спочатку виберемо положення допоміжних осей. Положення їх може бути довільним, але для зручності розрахунків треба, щоб вони співпадали з центральними осями однієї або двох простих фігур, наприклад осі y_1 і x_2 (рис.5.6а).

Координати x_c, y_c положення центру ваги C (рис.5.6а) всього перерізу визначаються координатами x_j, y_j , які відраховуються від допоміжних осей x_2, y_1 :

$$x_c = \frac{\sum_j F_j x_j}{\sum_j F_j} \quad y_c = \frac{\sum_j F_j y_j}{\sum_j F_j} \quad (5.10)$$

$$x_c = \frac{F_2 x_2}{F_1 + F_2} = \frac{40 \cdot 2 \cdot (12 + 1)}{32,9 + 80} = 9,21 \text{ см},$$

$$y_c = \frac{F_1 y_1}{F_1 + F_2} = \frac{32,9 \cdot (20 - 2,67)}{32,9 + 80} = 5,05 \text{ см}.$$

Через точку C проводимо центральні осі інерції всього перерізу X_c і Y_c паралельно допоміжним осям x_2 і y_1 .

Осьові I_{X_c} , I_{Y_c} і відцентровий момент інерції $I_{X_c Y_c}$ усього перерізу відносно центральних осей визначаються таким чином (рис.5.6):

$$I_{X_c} = I_{x_1} + F_1 b_1^2 + I_{x_2} + F_2 b_2^2, \quad (5.11)$$

де: $b_1 = \frac{h_2}{2} - y_0 - y_c = \frac{40}{2} - 2,67 - 5,05 = 12,28 \text{ см}$; $b_2 = 5,05 \text{ см}$.

$$I_{X_c} = 254 + 32,9 \cdot 12,28^2 + 10667 + 80 \cdot 5,05^2 = 17922,46 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y_c} = I_{y_1} + F_1 a_1^2 + I_{y_2} + F_2 a_2^2, \quad (5.12)$$

де: $a_1 = 9,21 \text{ см}$; $a_2 = \frac{h_{uu}}{2} + \frac{b}{2} - x_c = \frac{24}{2} + \frac{2}{2} - 9,21 = 3,79 \text{ см}$.

$$I_{Y_c} = 3180 + 32,9 \cdot 9,21^2 + 27 + 80 \cdot 3,79^2 = 7146,83 \text{ см}^4.$$

$$I_{X_c Y_c} = I_{x_1 y_1} + a_1 b_1 F_1 + I_{x_2 y_2} + a_2 b_2 F_2 \quad (5.13)$$

Внаслідок того, що кожна з фігур має хоча б одну вісь симетрії, $I_{x_1 y_1} = 0$ і $I_{x_2 y_2} = 0$. Тоді

$$I_{X_c Y_c} = (-9,21) \cdot 12,28 \cdot 32,9 + 3,79 \cdot (-5,05) \cdot 80 = -5252,11 \text{ см}^4.$$

Головні моменти інерції визначаються за формулою

$$I_{\frac{\max}{\min}} = \frac{I_{X_c} + I_{Y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{X_c} - I_{Y_c}}{2}\right)^2 + I_{X_c Y_c}^2}. \quad (5.14)$$

$$I_{\frac{\max}{\min}} = \frac{17922,46 + 7146,83}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{17922,46 - 7146,83}{2}\right)^2 + (-5252,11)^2}$$

$$I_{\frac{\max}{\min}} = 12534,6 \pm 7524.$$

$$I_{\max} = 20058,6 \text{ см}^4,$$

$$I_{\min} = 5010,6 \text{ см}^4.$$

Перевірка: $I_{\max} + I_{\min} = I_{X_c} + I_{Y_c}$.

$20058,6 + 5010,6 = 17922,46 + 7146,83$, рівність виконується.

Напрямок головних центральних осей U і V визначається кутом α (рис. 5.6,а) із співвідношення:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{X_c Y_c}}{I_{X_c} - I_{Y_c}}, \quad (5.15)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2 \cdot (-5252,11)}{17922,46 - 7146,83} = 0,975,$$

звідки $\alpha = 0,5 \arctg(0,975) = 22,1^\circ$.

5.4. Тема: Згин

Задача

Для заданих двох схем балок (рис.5.7 і 5.8) скласти вирази для поперечних сил Q_y і згинальних моментів M_x для кожної ділянки окремо і побудувати епюри Q_y і M_x ; для схеми 5.8, крім того, знайти $M_{x\max}$ і підібрати сталеву балку двотаврового поперечного перерізу при $[\sigma]=160$ МПа. Дані узяті з таблиці 5.4.

Приклад 1

Для заданої схеми консольної балки (рис. 5.9) написати вирази Q_y і M_x для кожної ділянки і побудувати епюри Q_y і M_x . Інтенсивність розподіленого навантаження $q=8$ кН/м, зосереджений згинаючий момент $M = 4$ кНм, зосереджена сила $P = 5$ кН, довжина балки $l = 6$ м.

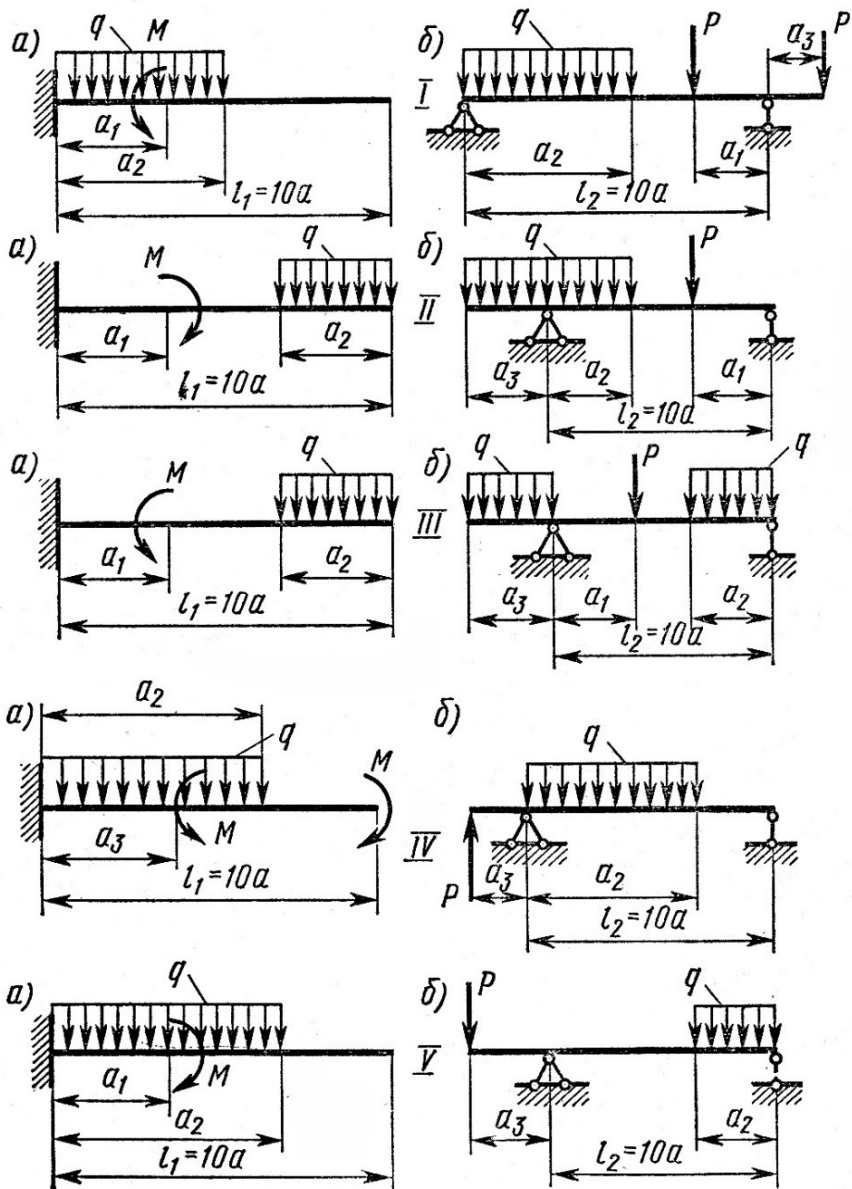


Рис.5.7

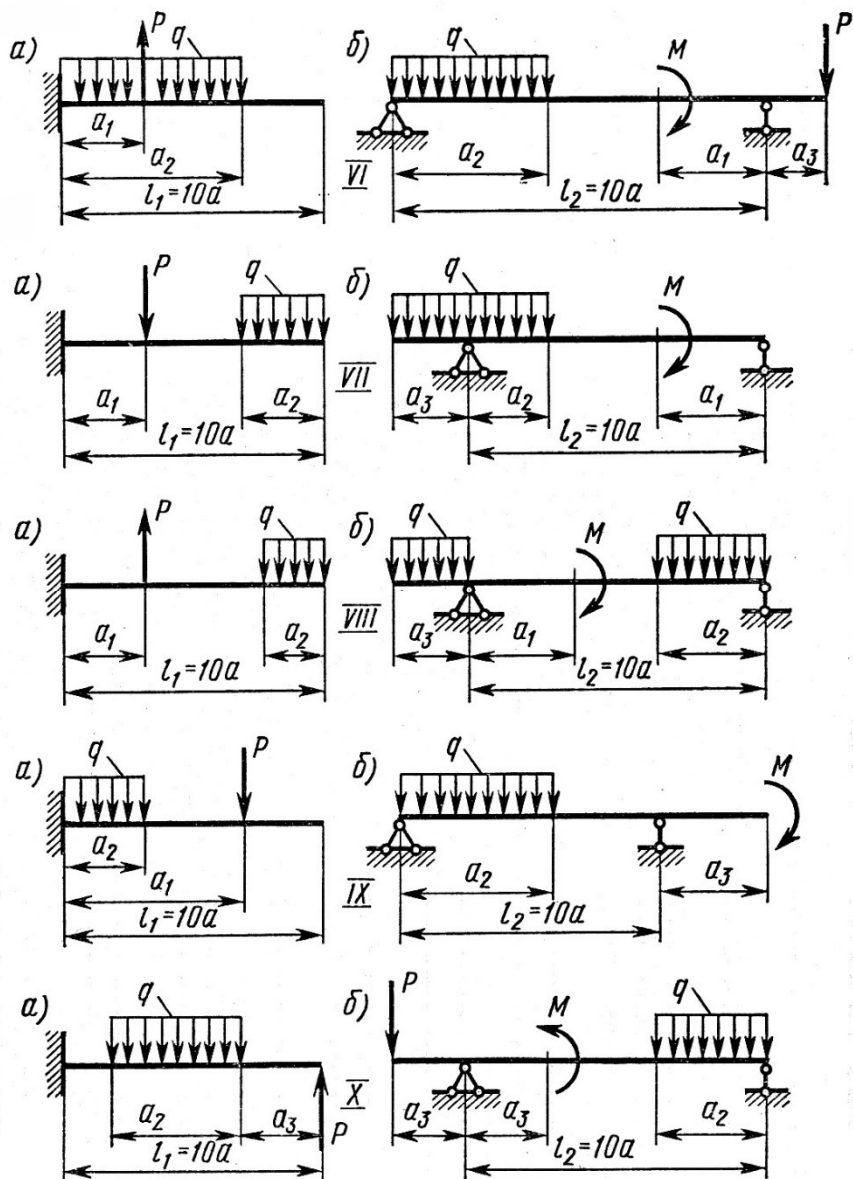


Рис.5.8

Таблиця 5.4

№ рядка	Схема по рис. 5.7 і 5.8	l_1	l_2	Відстань у частках прольоту			Зосереджений момент M , кНм	Зосереджена сила P , кН	Інтенсивність розподіленого навантаження
				a_1 a	a_2 a	a_3 a			
1	I	1,1	6	1	9	1	10	10	10
2	II	1,2	7	2	8	2	20	20	20
3	III	1,3	3	3	7	3	3	3	3
4	IV	1,4	4	4	6	4	4	4	4
5	V	1,5	5	5	5	5	5	5	5
6	VI	1,6	6	6	6	1	6	6	6
7	VII	1,7	7	7	7	2	7	7	7
8	VIII	1,8	8	8	8	3	8	8	8
9	IX	1,9	9	9	9	4	9	9	9
0	X	2,0	10	10	10	5	10	10	10
	e	d	e	z	d	e	z	d	e

Рішення

Розрахунок консольної балки починаємо від вільного кінця (рис.5.9).

Правила знаків для внутрішніх силових факторів такі:

а) для поперечних сил знак "+", якщо зовнішня сила діє за годинниковою стрілкою відносно перерізу даної частини балки, і "-" якщо проти ходу годинникової стрілки.

б) для згинальних моментів знак "+", якщо верхні волокна балки стискаються під дією зовнішньої сили, і знак "-", якщо розтягуються.

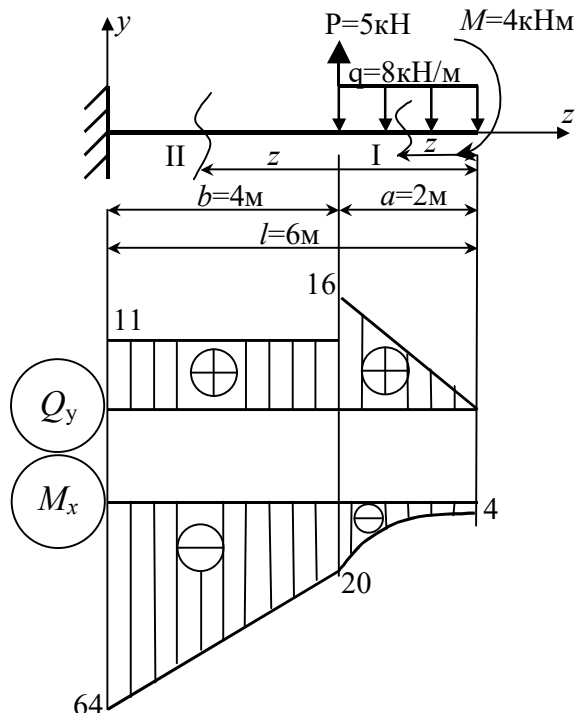


Рис.5.9

Запишемо аналітичні вирази для поперечних сил Q_y і згинальних моментів M_x на кожній ділянці і побудуємо їхні епюри.

Ділянка I $0 \leq z \leq 2$

Поперечна сила в перерізі $Q_y = q \cdot z$;

$$Q_y|_{z=0} = 0; \quad Q_y|_{z=2} = 8 \cdot 2 = 16 \text{ кН.}$$

Згинальний момент в перерізі

$$M_x = -M - q \cdot \frac{z^2}{2} \text{ кНм;}$$

$$M_x|_{z=0} = -4 \text{ кНм; } M_x|_{z=2} = -4 - 8 \cdot \frac{2^2}{2} = -20 \text{ кНм.}$$

Ділянка II $2 \leq z \leq 6$

$$Q_y = q \cdot 2 - P; \quad Q_y = 8 \cdot 2 - 5 = 11 \text{ кН.}$$

$$M_x = -M - q \cdot a \cdot \left(z - \frac{a}{2} \right) + P(z - a);$$

$$M_x \Big|_{z=2} = -4 - 8 \cdot 2 \left(2 - \frac{2}{2} \right) + 5(2 - 2) = -20 \text{ кНм;}$$

$$M_x \Big|_{z=6} = -4 - 8 \cdot 2 \left(6 - \frac{2}{2} \right) + 5(6 - 2) = -64 \text{ кНм;}$$

Епюри поперечних сил Q_y і згинальних моментів M_x наведені на рис.5.9.

Приклад 2

Для заданої схеми балки (рис. 5.10) написати вирази Q_y і M_x для кожної ділянки окремо, побудувати епюри Q_y і M_x , знайти $M_{x\text{макс}}$; з умови міцності при $[\sigma]=160$ МПа підібрати двотавровий поперечний переріз по ГОСТ 8239-89 (табл.П1 додатку).

Інтенсивність розподіленого навантаження $q=2$ кН/м, зосереджений згинаючий момент $M=5$ кНм, зосереджена сила $P=1$ кН, довжина прольоту балки $l=6$ м.

Рішення

Визначаємо опорні реакції і перевіряємо правильність знайдених значень. Направимо опорні реакції R_A і R_B вертикально вгору (рис.5.10) і запишемо рівняння статyki:

$$\Sigma M_A = 0; \quad q \cdot 2 \cdot 1 + m + P \cdot 6 - R_B \cdot 5 = 0, \text{ звідки}$$

$$R_B = \frac{1}{5}(2 \cdot 2 \cdot 1 + 5 + 1 \cdot 6) = 3 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M_B = 0; \quad -q \cdot 2 \cdot 4 + m + P \cdot 1 + R_A \cdot 5 = 0, \text{ звідки}$$

$$R_A = \frac{1}{5}(2 \cdot 2 \cdot 4 - 5 - 1 \cdot 1) = 2 \text{ кН.}$$

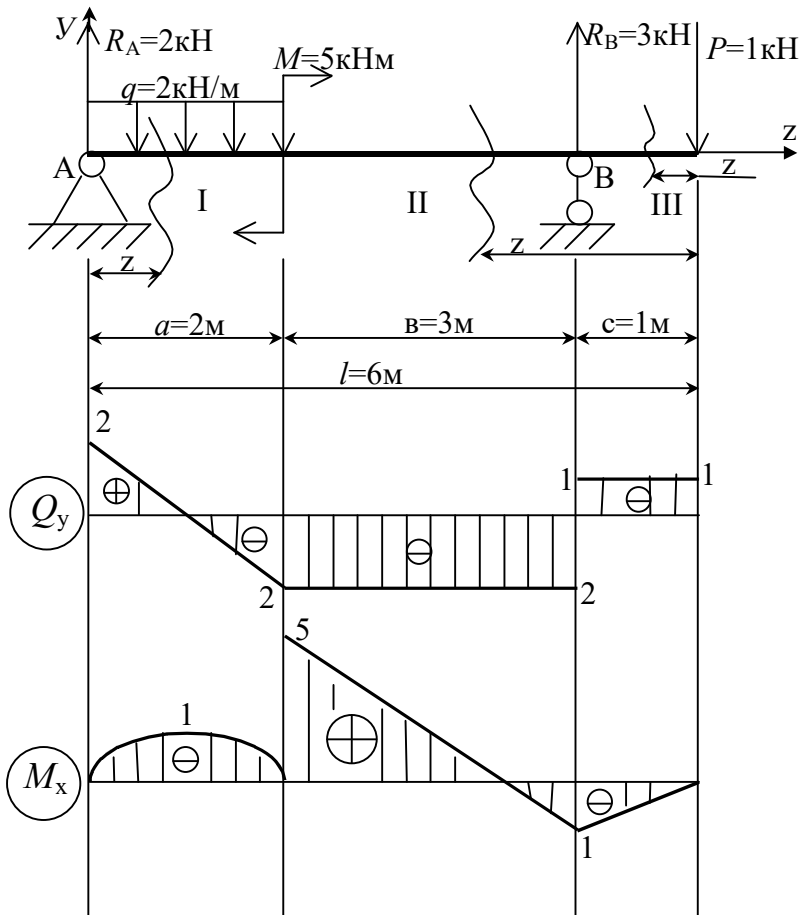


Рис.5.10

Перевірка: $\Sigma Y_i = 0$;

$$R_A + R_B - q \cdot 2 - P = 0; \quad 2 + 3 - 2 \cdot 2 - 1 = 0,$$

отже, реакції знайдені правильно.

Запишемо аналітичні вирази для поперечних сил Q_y і згинальних моментів M_x на кожній ділянці і побудуємо їхні епюри.

Ділянка I $0 \leq z \leq 2$

$$Q_y = R_A - q \cdot z;$$

$$Q_y \Big|_{z=0} = R_A = 2 \text{ кН}; \quad Q_y \Big|_{z=2} = 2 - 2 \cdot 2 = -2 \text{ кН}.$$

$$M_x = R_A z - q \cdot \frac{z^2}{2}.$$

$$M_x \Big|_{z=0} = 0; \quad M_x \Big|_{z=2} = 2 \cdot 2 - 2 \cdot \frac{2^2}{2} = 0.$$

Досліджуємо рівняння моментів на екстремум.

Положення екстремуму знайдемо з умови, що перша похідна від згинального моменту дорівнює нулю: $\frac{dM_x(z_e)}{dz} = 0$.

$$R_A - q \cdot z_e = 0, \quad \text{звідки } z_e = \frac{R_A}{q} = \frac{2}{2} = 1 \text{ м}.$$

Екстремальне значення згинального моменту на ділянці

$$M_{xe} = M_x \Big|_{z=1} = 2 \cdot 1 - 2 \cdot \frac{1^2}{2} = 1 \text{ кНм}.$$

Ділянка III $0 \leq z \leq 1$

$$Q_y = P = 1 \text{ кН};$$

$$M_x = -P \cdot z. \quad M_x \Big|_{z=0} = 0; \quad M_x \Big|_{z=1} = -1 \cdot 1 = -1 \text{ кНм}.$$

Ділянка II $1 \leq z \leq 4$

$$Q_y = P - R_B = 1 - 3 = -2 \text{ кН};$$

$$M_x = R_B(z-1) - P \cdot z;$$

$$M_x \Big|_{z=1} = -1 \text{ кНм}; \quad M_x \Big|_{z=2} = 3(4-1) - 1 \cdot 4 = 5 \text{ кНм}.$$

Епюри поперечних сил Q_y , і згинальних моментів M_x

показані на рис. 5.10.

Як бачимо, максимальний згинальний момент має значення $M_{x\max} = 5 \text{ кНм}$.

Розміри поперечного перерізу балки визначимо з умови міцності при згині:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (5.16)$$

де W_x - осьовий момент опору перерізу.

Необхідний осьовий момент опору з умови міцності (5.16):

$$W_x = \frac{5 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,031 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 31 \text{ см}^3.$$

Приймаємо двотаврову балку №10 (табл.П1), у якої момент опору $W_x = 39,7 \text{ см}^3$ і площа перерізу $F = 12 \text{ см}^2$.

5.5. Тема: Позацентровий розтяг – стиск

Задача

Чавунний короткий стрижень, поперечний переріз якого зображений на рис.5.11, стискається поздовжньою силою P , що прикладена в точці A . Треба:

1) обчислити найбільше розтягуюче і найбільше стискаюче напруження в поперечному перерізі, виразити величини цих напружень через P і розміри перерізу;

2) знайти допустиме навантаження P при заданих розмірах перерізу і допустимих напруженнях на стиск для чавуну $[\sigma_c]$ і на розтяг $[\sigma_p]$. Дані узяти з таблиці 5.5.

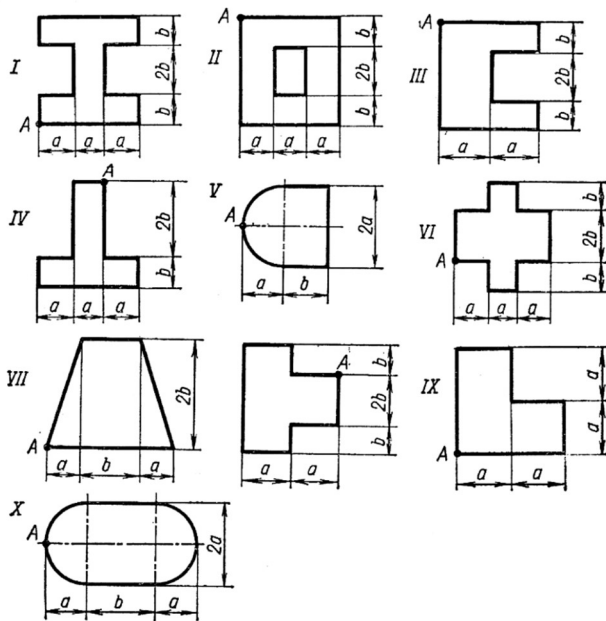


Рис.5.11

Таблица 5.5

№ рядка	Схема по рис. 5.11	a	b	$[\sigma_c]$	$[\sigma_p]$
		см		МПа	
1	I	6	6	110	21
2	II	2	2	120	22
3	III	3	3	130	23
4	IV	4	4	140	24
5	V	5	5	150	25
6	VI	6	6	60	26
7	VII	2	2	70	27
8	VIII	3	3	80	28
9	IX	4	4	90	29
0	X	5	5	100	30
	e	ε	δ	ε	δ

Приклад

На брус таврового перерізу діє стискаюча сила прикладена в точці Д (рис.5.12 а). Розміри поперечного перерізу (у см) вказані на рисунку 5.12 б. Треба знайти положення нульової (нейтральної) лінії, знайти допустиме навантаження $[P]$ при заданих розмірах перерізу і допустимих напруженнях для чавуну на стиск $[\sigma_c] = 100$ МПа і на розтяг $[\sigma_p] = 30$ МПа.

Рішення

Спочатку складний тавровий переріз треба розділити на два простих, наприклад, у вигляді прямокутників 1 і 2 з площами F_1 і F_2 , положеннями центрів ваги C_1 і C_2 , а також власних центральних осей $x_{0,1}$ і $x_{0,2}$ (рис.5.12 б), а далі визначити положення центральних осей і центру ваги C всього перерізу, а також моменти інерції відносно центральних осей, які внаслідок того, що переріз має вісь симетрії, є також і головними.

Як допоміжні осі приймаємо осі x_0 і y_0 , тоді положення центру ваги C всього перерізу визначається координатами

$$y_c = 0; \quad x_c = \frac{F_1 \cdot \left(h + \frac{a}{2} \right) + F_2 \cdot \frac{h}{2}}{F_1 + F_2}; \quad x_c = \frac{2 \cdot 6 \cdot 9 + 2 \cdot 8 \cdot 4}{2 \cdot 6 + 2 \cdot 8} = 6,14 \text{ см.}$$

На рис.5.12 б показані головні центральні осі x і y а також центр ваги C всього перерізу.

Моменти інерції I_x і I_y відносно центральних осей :

$$I_y = \frac{ba^3}{12} + F_1 \left(h + \frac{a}{2} - x_c \right)^2 + \frac{dh^3}{12} + F_2 \left(x_c - \frac{h}{2} \right)^2;$$

$$I_y = \frac{6 \cdot 2^3}{12} + 12 \cdot (2,86)^2 + 2 \cdot \frac{8^3}{12} + 16 \cdot (2,14)^2 = 260,8 \text{ см}^4;$$

$$I_x = \frac{ab^3}{12} + \frac{hd^3}{12}; I_x = \frac{2 \cdot 6^3}{12} + \frac{8 \cdot 2^3}{12} = 41,33 \text{ см}^4.$$

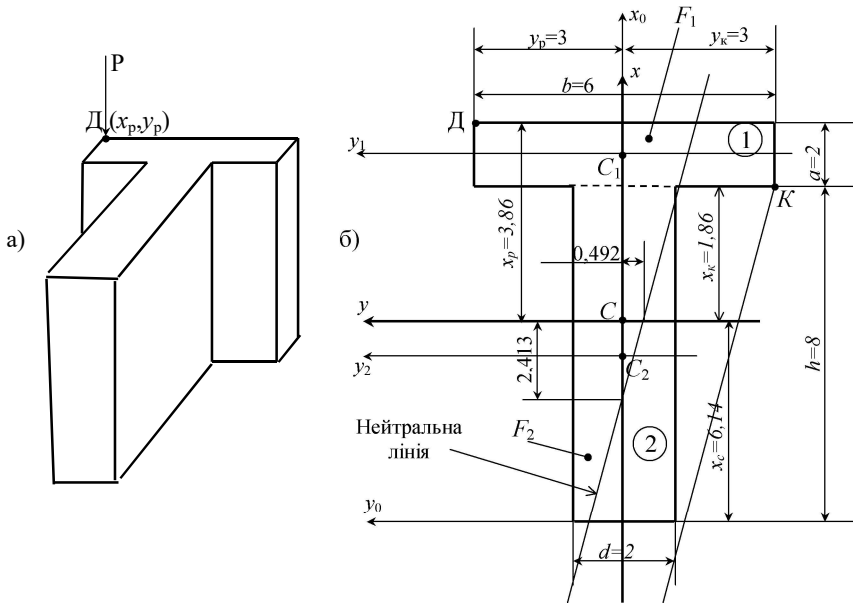


Рис.5.12

В системі головних центральних осей x і y у точка D , де прикладена сила P , має координати: $x_p=3,86$ см, $y_p=3$ см. Тоді згинальні моменти $M_x=Py_p=3P$, $M_y=Px_p=3,86P$.

Нормальне напруження в будь-якій точці перерізу з координатами x, y визначається за формулою

$$\sigma = -P \left(\frac{1}{F} + \frac{y_p}{I_x} y + \frac{x_p}{I_y} x \right), \quad (5.17)$$

де $F = F_1 + F_2 = 12 + 16 = 28 \text{ см}^2$ – загальна площа таврового перерізу.

Положення нейтральної лінії знайдемо з умови, що у (5.17)

нормальне напруження $\sigma = 0$:

$$y = -\frac{x_p}{y_p} \cdot \frac{I_x}{I_y} x - \frac{I_x}{y_p} \cdot \frac{1}{F}, \text{ або } \frac{y}{0,492} + \frac{x}{2,413} + 1 = 0.$$

Положення нейтральної лінії показано на рис 5.12 б.

Максимальні напруження виникають в точках перерізу, найбільш віддалених від нейтральної лінії, а саме: найбільші стискаючі напруження в точці Д – точці з координатами $x_p=3,86$ см, $y_p=3$ см, де прикладена сила P , а максимальні розтягуючі – в точці К з координатами $x_k=1,86$ см і $y_k = 3$ см.

Для визначення цих напружень необхідно підставити координати точок Д і К в рівняння (5.17):

$$\sigma_D = -P \left(\frac{1}{F} + \frac{y_p y_p}{I_x} + \frac{x_p x_p}{I_y} \right), \quad \sigma_K = -P \left(\frac{1}{F} + \frac{y_p y_k}{I_x} + \frac{x_p x_k}{I_y} \right).$$

Допустиме навантаження $[P]$ знаходимо з цих залежностей при заданих розмірах перерізу і допустимих напруженнях для чавуну на стиск $[\sigma_c] = 100$ МПа = 10 кН/см² і на розтяг $[\sigma_p] = 30$ МПа = 3 кН/см²

$$[P_c] = \frac{[\sigma_c]}{\left(\frac{1}{F} + \frac{y_p y_p}{I_x} + \frac{x_p x_p}{I_y} \right)} = \frac{10}{\left(\frac{1}{28} + \frac{3 \cdot 3}{41,33} + \frac{3,86 \cdot 3,86}{260,8} \right)} = 32,2 \text{ кН};$$

$$[P_p] = \frac{[\sigma_p]}{\left(\frac{1}{F} + \frac{y_p y_k}{I_x} + \frac{x_p x_k}{I_y} \right)} = \frac{3}{\left(\frac{1}{28} + \frac{3 \cdot (-3)}{41,33} + \frac{3,86 \cdot 1,86}{260,8} \right)} = 19,4 \text{ кН}.$$

Обираємо меншу з величин $[P_c]$ та $[P_p]$ в якості допустимого навантаження $[P] = 19,4$ кН.

5.6. Тема: Згин з крученням

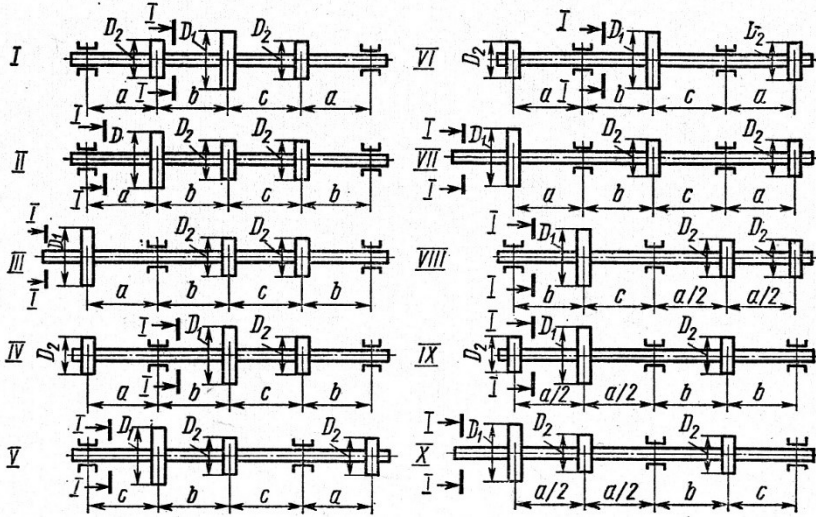
Задача

Шків з діаметром D_1 і кутом нахилу гілок привідного пасу до горизонту φ_1 обертається зі швидкістю n обертів за хвилину і передає потужність N кВт. Два інші шківви мають однаковий діаметр D_2 і однакові кути нахилу гілок пасів до горизонту φ_2 , і кожний з них передає потужність $N/2$ (рис.5.13). Треба:

- 1) визначити моменти, прикладені до шківів, за заданими величинами N і n ;
- 2) побудувати епюру крутних моментів M_k ;
- 3) за знайденими крутними моментами і заданими діаметрами шківів D_1 і D_2 визначити окружні зусилля t_1 і t_2 , що діють на шківви (сили натягу пасів);
- 4) визначити сили, які діють на вал від натягу пасів, прийнявши їх рівними трьом окружним зусиллям;
- 5) визначити сили, що згинають вал в горизонтальній і вертикальній площинах (вагу шківів і валу не враховувати);
- 6) побудувати епюри згинальних моментів M_y і M_x від горизонтальних сил і від вертикальних сил відповідно;
- 7) побудувати епюру сумарних згинальних моментів, визначивши їх за формулою $M_c = \sqrt{M_y^2 + M_x^2}$ (для кожного поперечного перерізу валу є своя площина дії сумарного згинального моменту, але для круглого перерізу приймають, що усі згинальні моменти M_x діють в одній площині, а згинальні моменти M_y теж в одній, але перпендикулярній площині; після цього побудувати сумарну епюру M_c у площині креслення). При побудові епюри треба врахувати, що для деяких ділянок валу вона буде криволінійною без аналітичного максимуму;
- 8) за допомогою епюр M_k (п.2) і M_c (п.7) визначити зведені

моменти (за третьою теорією міцності) у характерних перерізах валу; визначити величину максимального зведеного моменту і місце небезпечного перерізу, де діє цей момент;

9) підібрати діаметр валу d при $[\sigma] = 100$ МПа і округлити його величину (див. задачу 5.2). Дані узяти з таблиці 5.6.



Переріз I-I

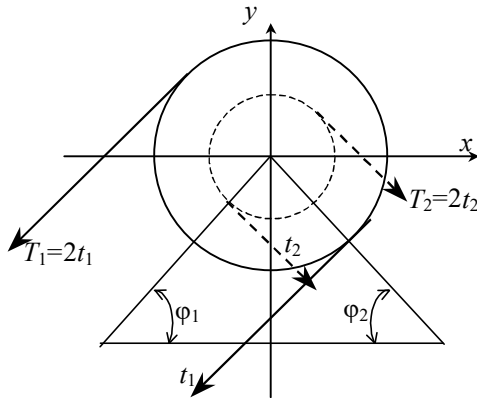


Рис.5.13

Таблиця 5.6

№	Схема з рис. 5.6	N, кВт	n, об/хв	a	b	c	D ₁	D ₂	φ ₁ °	φ ₂ °
				M						
1	I	10	100	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	10	10
2	II	20	200	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	20	20
3	III	30	300	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	30	30
4	IV	40	400	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	40	40
5	V	50	500	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	50	50
6	VI	60	600	1,6	0,6	0,6	0,6	0,6	60	60
7	VII	70	700	1,7	0,7	0,7	0,7	0,7	70	70
8	VIII	80	800	1,8	0,8	0,8	0,8	0,8	80	80
9	IX	90	900	1,9	0,9	0,9	0,9	0,9	90	90
0	X	100	1000	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0	0
	е	д	е	г	д	е	д	е	д	е

Приклад

Для розрахункової схеми (рис.5.14) визначити діаметр валу при наступних початкових даних:

$N_1=60$ кВт, $N_2=N_3=N_1/2$, $n = 100$ об/хв, $[\sigma]=100$ МПа, $D_1=0,24$ м, $D_2=D_3=0,32$ м, $\varphi_1 = 0$ град., $\varphi_2 = 40$ град., $\varphi_3 = 150$ град., $B_3=1$ м, $B_4=3$ м, $B_5 = 2,55$ м, $B_6 = 0,10$ м, $B_7 = 2,5$ м.

Рішення

1. За початковими даними побудована розрахункова схема, зображена на рис.5.14.

2. Моменти, що прикладені до шківів (моменти, що скручують вал):

$$m_{ki} = 9549 \cdot \frac{N_i}{n};$$

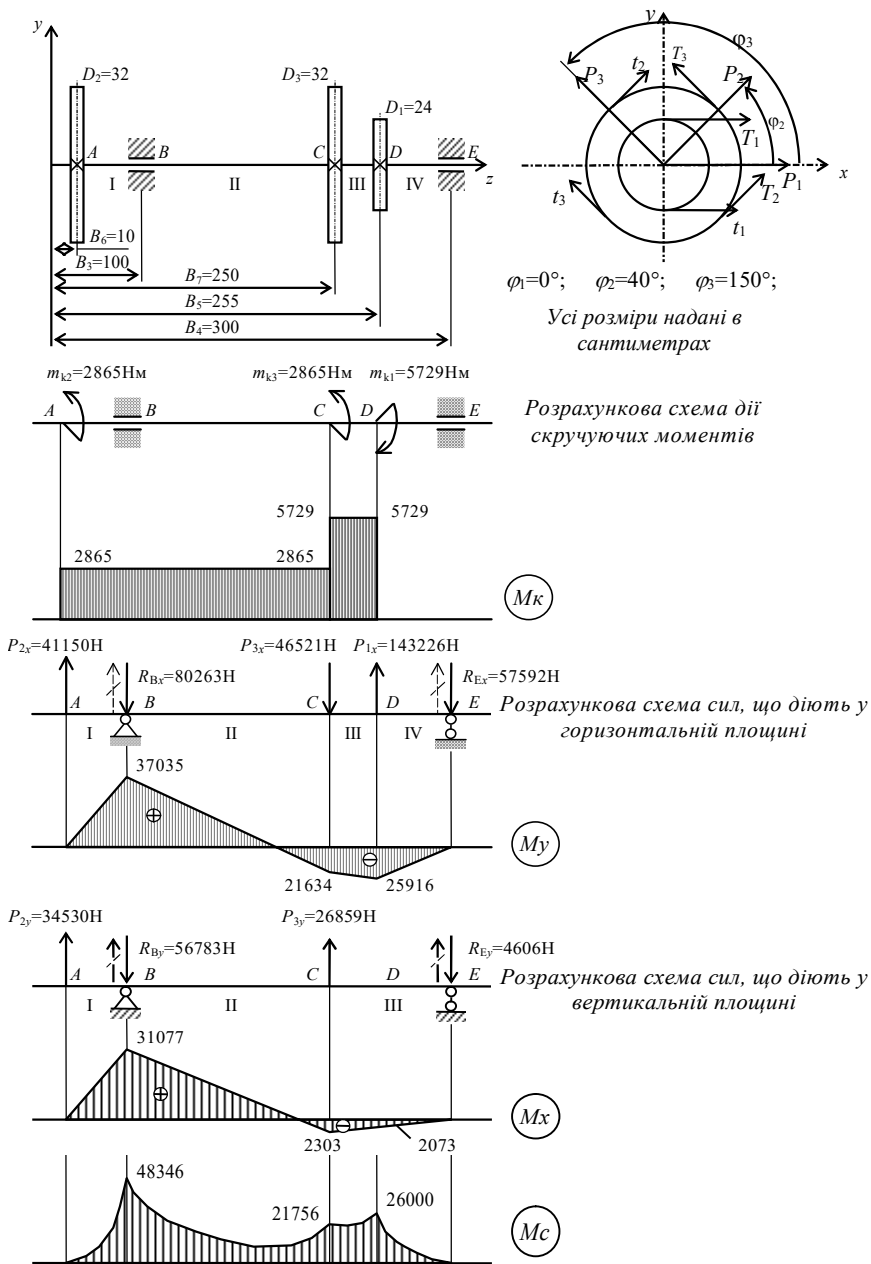


Рис.5.14

$$m_{k1} = 9549 \cdot \frac{60}{100} = 5729,4 \text{ Нм}; \text{ приймаємо } m_{k1} = 5729 \text{ Нм.}$$

$$m_{k2} = m_{k3} = 0,5 \cdot m_{k1} = 2864,7 \text{ Нм};$$

приймаємо $m_{k2} = m_{k3} = 2865 \text{ Нм}$.

Будуємо епюру крутних моментів M_k :

На ділянках I-II $M_k = M_{k2} = 2865 \text{ Нм}$;

на ділянці III $M_k = M_{k2} = 5729 \text{ Нм}$; на ділянці IV $M_k = 0$.

3. Сили натягу пасів:

враховуючи, що $T_i = 2 \cdot t_i$, одержуємо:

$$t_i = \frac{2 \cdot m_{ki}}{D_i};$$

$$t_1 = \frac{2 \cdot 5729}{0,24} = 47742 \text{ Н}; \quad t_2 = t_3 = \frac{2 \cdot 2865}{0,32} = 17906 \text{ Н.}$$

4. Сили, діючі на вал від натягу обох гілок (тиск на вал):

$$P_i = t_i + T_i = 3 \cdot t_i;$$

$$P_1 = 3 \cdot 47742 = 143226 \text{ Н}; \quad P_2 = P_3 = 3 \cdot 17906 = 53718 \text{ Н.}$$

5. Горизонтальні проекції від натягу гілок пасів:

$$P_{ix} = P_i \cdot \cos(\varphi_i);$$

$$P_{1x} = 143226 \cdot \cos(0^\circ) = 143226 \cdot 1 = 143226 \text{ Н},$$

$$P_{2x} = 53718 \cdot \cos(40^\circ) = 53718 \cdot 0,766 = 41150 \text{ Н},$$

$$P_{3x} = 53718 \cdot \cos(150^\circ) = 53718 \cdot (-0,866) = -46521 \text{ Н.}$$

6. Будуємо розрахункову схему сил, діючих на вал в горизонтальній площині, і епюру згинальних моментів M_y .

Визначаємо опорні реакції з умов

$$\sum(M_y)_B = 0;$$

$$41150 \cdot (1,0 - 0,1) + 46521 \cdot (2,5 - 1,0) - 143226 \cdot (2,55 - 1,0) - R_{Ex} \cdot (3,0 - 1,0) = 0; \text{ звідки } R_{Ex} = -57592 \text{ Н.}$$

$$\sum(M_y)_E = 0;$$

$$41150 \cdot (3,0 - 0,1) + R_{Bx} \cdot (3,0 - 1,0) - 46521 \cdot (3,0 - 2,5) + 143226 \cdot (3,0 - 2,55) = 0; \text{ звідки } R_{Bx} = -80263 \text{ Н.}$$

Перевірка:

$$\sum X = 0; \quad 41150 - 80263 - 46521 + 143226 - 57592 = 0,$$

отже, горизонтальні проекції опорних реакцій обчислені правильно.

Будуємо епюру згинальних моментів M_y .

На ділянці I $(0,1 < z < 1,0)$

$$M_y = P_{2x} \cdot (z - B_6);$$

$$\text{при } z = 0,1 \text{ м} \quad M_y = 0;$$

$$\text{при } z = 1 \text{ м} \quad M_y = 41150 \cdot (1,0 - 0,1) = 37035 \text{ Нм.}$$

На ділянці II $(1,0 < z < 2,5)$

$$M_y = P_{2x}(z - B_6) - R_{Bx}(z - B_3);$$

$$\text{при } z = 1,0 \text{ м} \quad M_y = 41150 \cdot (1,0 - 0,1) - 0 = 37035 \text{ Нм};$$

$$\text{при } z = 2,5 \text{ м} \quad M_y = 41150 \cdot (2,5 - 0,1) - 80263 \cdot (2,5 - 1,0) = -21634 \text{ Нм.}$$

На ділянці IV $(0 < z < 0,45)$

$$M_y = -R_{Ex} \cdot z;$$

$$\text{при } z = 0 \quad M_y = 0;$$

$$\text{при } z = 0,45 \text{ м} \quad M_y = -57592 \cdot 0,45 = -25916 \text{ Нм.}$$

7. Вертикальні проекції від сил натягу гілок пасів:

$$P_{iy} = P_i \cdot \sin(\varphi_i);$$

$$P_{1y} = 143226 \cdot \sin(0^\circ) = 0;$$

$$P_{2y} = 53718 \cdot \sin(40^\circ) = 53718 \cdot 0,643 = 34530 \text{ Н};$$

$$P_{3y} = 53718 \cdot \sin(150^\circ) = 53718 \cdot 0,5 = 26859 \text{ Н}.$$

8. Будуємо розрахункову схему сил, діючих на вал у вертикальній площині, і обчислюємо опорні реакції:

$$\Sigma(M_x)_B = 0;$$

$$34530 \cdot (1,0 - 0,1) - 26859 \cdot (2,5 - 1,0) - R_{Ey} \cdot (3,0 - 1,0) = 0,$$

$$\text{звідки } R_{Ey} = -4606 \text{ Н};$$

$$\Sigma(M_x)_E = 0;$$

$$34530 \cdot (3,0 - 0,1) + R_{By} \cdot (3,0 - 1,0) + 26859 \cdot (3,0 - 2,5) = 0,$$

$$R_{By} = -56783 \text{ Н}.$$

Перевірка: $\Sigma Y = 0$, $34530 - 56783 + 26859 - 4606 = 0$

Реакції обчислені правильно.

Будуємо епюру згинальних моментів M_x .

На ділянці I ($0,1 < z < 1,0$)

$$M_x = P_{2y} \cdot (z - B_6);$$

$$\text{при } z = 0,1 \text{ м } M_x = 0;$$

$$\text{при } z = 1,0 \text{ м } M_x = 34530 \cdot (1 - 0,1) = 31077 \text{ Нм}.$$

На ділянці II ($1,0 < z < 2,5$)

$$M_x = P_{2y} \cdot (z - B_6) - R_{By} \cdot (z - B_3);$$

$$\text{при } z = 1,0 \text{ м } M_x = 34530 \cdot (1 - 0,1) - 0 = 31077 \text{ Нм};$$

$$\text{при } z = 2,5 \text{ м } M_x = 34530 \cdot (2,5 - 0,1) - 56783 \cdot (2,5 - 1,0) = -2303 \text{ Нм}.$$

На ділянці III ($0 < z < 0,45$) (справа наліво)

$$M_x = -R_{2y} \cdot z;$$

$$\text{при } z = 0 \quad M_x = 0;$$

при $z = 0,45$ $M_x = -4606 \cdot 0,45 = -2073$ Нм.

9. Будуємо епюру сумарних згинальних моментів:

$$M_{cj} = \sqrt{M_{yj}^2 + M_{xj}^2};$$

$$M_{CB} = \sqrt{37035^2 + 31077^2} = 48346 \text{ Нм};$$

$$M_{CC} = \sqrt{21634^2 + 2303^2} = 21756 \text{ Нм};$$

$$M_{CD} = \sqrt{25916^2 + 2073^2} = 26000 \text{ Нм}.$$

10. Для характерних перерізів валу обчислюємо зведені моменти з третьої теорії міцності:

$$(M_{зв})_j = \sqrt{M_{Cj}^2 + M_{\kappa j}^2},$$

$$(M_{зв})_B = \sqrt{48346^2 + 2865^2} = 48431 \text{ Нм},$$

$$(M_{зв})_C = \sqrt{21756^2 + 5729^2} = 22498 \text{ Нм},$$

$$(M_{зв})_D = \sqrt{26000^2 + 5729^2} = 26624 \text{ Нм}.$$

Максимальне значення зведеного моменту дорівнює

$$M_{зв \max} = (M_{зв})_B = 48431 \text{ Нм}.$$

Діаметр валу з умови міцності:

$$d \geq 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{зв \max}}{[\sigma]}}$$

при $[\sigma] = 100$ МПа $d \geq 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{48431}{100 \cdot 10^6}} \approx 0,17 \text{ м} = 170 \text{ мм}.$

5.7. Тема: Стійкість рівноваги стиснутих стрижнів

Задача

Сталевий стрижень ($E=2 \cdot 10^5$ МПа) завдовжки l стискається поздовжньою силою P (рис. 5.15). Треба:

1) визначити розміри поперечного перерізу при допустимому напруженні на стиск $[\sigma] = 160$ МПа (розрахунок проводити послідовними наближеннями, заздалегідь задавши величину коефіцієнта $\varphi=0,5$);

2) знайти величину критичної сили $P_{кр}$ і коефіцієнта запасу на стійкість n_y . Дані узяти з табл.5.7.

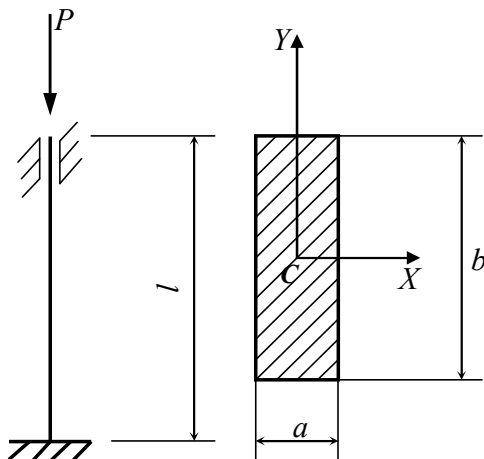


Рис.5.15

Приклад

Підібрати розміри поперечного перерізу стрижня, стиснутого силою $P=1000$ кН, якщо довжина стрижня $l = 5$ м, допустимі напруження при стиску $[\sigma] = 160$ МПа, кінці стрижня затиснені ($\mu=0,5$), а відношення сторін прямокутного поперечного перерізу дорівнює $b/a = 2$ (рис.5.15). Знайти величину критичної сили $P_{кр}$ і коефіцієнт запасу на стійкість n_y .

Вихідні дані до задачі 7

Таблиця 7

№ рядка	Варіант схеми	P, кН	l, м	Схема закріплення кінців стрижня	Форма поперечного перерізу стрижня
1	I II	100	2,1	<p style="text-align: center;">$\mu=2$</p>	
2		200	2,2		
3	III IV	300	2,3	<p style="text-align: center;">$\mu=1$</p>	
4		400	2,4		
5	V VI	500	2,5	<p style="text-align: center;">$\mu=0,7$</p>	
6		600	2,6		
7	VII VIII	700	2,7	<p style="text-align: center;">$\mu=0,5$</p>	
8		800	2,8		
9	IX X	900	2,9	<p style="text-align: center;">$\mu=0,5$</p>	
0		1000	3,0		
	e	г	д	д	е

Рішення

Розрахунок проводимо по коефіцієнту φ . Приймаємо в першому наближенні $\varphi_1=0,5$ і визначаємо необхідну площу поперечного перерізу F_1 за формулою:

$$F_1 = \frac{P}{\varphi_1[\sigma]} = \frac{1000 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 125 \text{ см}^2.$$

$$\text{При цьому } F_1 = a_1 b_1 = 2a_1^2.$$

$$\text{Отже, } a_1 = \sqrt{125/2} = 7,9 \text{ см.}$$

Мінімальний радіус інерції перерізу дорівнює

$$i_{\min 1} = \sqrt{\frac{I_{\min 1}}{F_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot a_1 \cdot a_1^3}{12 \cdot 2 \cdot a_1^2}} = \sqrt{\frac{a_1^2}{12}} = \frac{a_1}{3,46} = \frac{7,9}{3,46} = 2,28 \text{ см.}$$

Максимальна гнучкість стрижня

$$\lambda_{\max 1} = \frac{\mu \cdot l_1}{i_{\min 1}} = \frac{0,5 \cdot 500}{2,28} = 110.$$

З таблиці 5.8 знаходимо, що $\varphi_1^1 = \frac{0,6 + 0,45}{2} = 0,52$.

Таблиця 5.8

λ	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
φ	1,0	0,96	0,92	0,86	0,75	0,6	0,45	0,36	0,29	0,23	0,19

Приймаємо далі $\varphi_2 = \frac{0,5 + 0,52}{2} = 0,51$ і повторюємо розрахунок:

$$F_2 = \frac{1000 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,51 \cdot 160 \cdot 10^6} = 122,5 \text{ см}^2, \quad a_2 = \sqrt{\frac{122,5}{2}} = 7,8 \text{ см},$$

$$i_{\min 2} = \frac{7,8}{3,46} = 2,25 \text{ см},$$

$$\lambda_{\max 2} = \frac{0,5 \cdot 500}{2,25} = 111,3 \text{ табл.7.2 } \varphi_2' = 0,51.$$

Оскільки $\varphi_2 = \varphi_2'$, приймаємо остаточно

$$a=7,8 \text{ см}; b=2 \cdot 7,8=15,6 \text{ см}; I_{\min} = \frac{ba^3}{12} = \frac{15,6 \cdot 7,8^3}{12} = 617 \text{ см}^4.$$

Критична сила визначається за формулою Ейлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 617 \cdot 10^{-8}}{(0,5 \cdot 5)^2} = 1947 \text{ кН}.$$

Коефіцієнт запасу на стійкість

$$n_y = \frac{P_{кр}}{P} = \frac{1947}{1000} = 1,947.$$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Міцність та надійність машин. Навчальний посібник /В.Я. Анілович, О.С. Грінченко, В.В. Карабін, В.О. Літвінов, В.Л. Литвиненко; за ред. В.Я. Аніловича.-К., Урожай, 1996. 341 с.
2. Опір матеріалів: Підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; За ред. Г.С. Писаренка. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк. 2004. 655с.
3. Грищенко, В. М., Свіргун, О. А., Калінін, Є. І., Савченко, В. Б., Основи ANSYS. Навчальний посібник. Харків: ХНТУСГ. 2020. 168с.
4. Свіргун, О. А., Савченко, В. Б., Грінченко, О. С., Калінін, Е. І., & Свіргун, В. П. (2018). Використання систем кінцево-елементного аналізу при викладанні дисципліни Опір матеріалів. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка, (192), 339-346.
5. Опір матеріалів. Теорія і практика розрахунків на міцність, жорсткість та стійкість елементів механізмів та споруд: навч. посібник /В.С. Кравчук, П.М. Калініченко, Л.В. Коломієць, О.М. Лимаренко; за ред. О.Ф. Дашенка. Одеса: ВМВ, 2009. 316 с.
6. Піскунов В. Г. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: підручник : у 2 ч., 5 кн. / [В. Г. Піскунов , В. К. Присяжнюк]; за ред. В. Г. Піскунова. — Київ: Вища школа, 1994. — Ч. 1. Кн. 1: Загальні основи курсу. — 205 с
7. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності: підручник : у 2 ч., 5 кн. / [В. Г. Піскунов , Ю. М. Федоренко , В. Д. Шевченко та ін.]; за ред. В. Г. Піскунова. — Київ: Вища школа, 1994. — Ч. 1. Кн. 2: Опір бруса .— 336с.: іл.
8. Прикладна механіка. Частина III. Опір матеріалів. За загальною редакцією проф. І А.Цурпала. – Тернопіль: Збруч, 1998. 136с., 96 рис.
9. Рибак, Т.І. Опір матеріалів: конспект лекцій (навчальний посібник) / Рибак Т.І. Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя. 2016. 252 с. Корнілов, О.А. Опір матеріалів [Текст] / О.А. Корнілов. – К.: ЛОГОС, 2004. – 552 с.
10. Використання інформаційних технологій при проведенні лабораторних робіт з дисциплін міцності та надійності машин / О. І. Алфьоров, О. А. Свіргун, В. Б. Савченко, А. Ю. Чорноног // Матеріали міжнар. наук.- практ. конф. «Цифрова трансформація та диджитал технології для сталого розвитку всіх галузей сучасної освіти, науки і практики», 26 січня 2023 р., – Ломжа, Польща, 2023. Ч. 1. С.20-23.

ДОДАТКИ

Додаток А.

Словник визначень, які використовуються в опорі матеріалів

Абсолютна деформація – величина зміни розмірів тіл: довжини, об'єму тощо.

Анізотропія – відмінність фізико-механічних властивостей матеріалу в різних напрямках (деревина, фанера, конструкційні пластичні маси та ін. – мінливість властивостей обумовлена неоднорідністю структури та специфікою виготовлення).

Балка - це горизонтальний брус, що лежить на опорах і відчуває деформацію згину.

Брус – це елемент, у якого один розмір (довжина) значно перевищує інші. Основні характеристики бруса - його вісь та поперечний переріз. за формою може бути прямим і кривим, за перерізом може бути призматичним - постійного перерізу і з перерізом, що безперервно змінюється (промислові труби), а також ступінчастого перерізу (опори мостів)

Вал - це брус (зазвичай вали - прямі бруси з круглим або кільцевим перетином), що передає крутний момент іншим частинам механізму. Більшість валів відчувають поєднання деформацій згину і кручення. При розрахунку валів дотичні напруження від дії поперечних сил не враховують через їхню незначність.

Відносна деформація - відношення величини зміни розміру тіла до його вихідного розміру. Часто відносна деформація виражається у відсотках.

Дотичне напруження - сила, що припадає на одиничну площадку перерізу зразка, яка паралельна напрямку дії зовнішньої сили.

Деформація (Лат. Deformatio - спотворення) - зміна форми та об'єму тіла під дією зовнішніх сил. Деформація пов'язана зі зміною відносного положення частинок тіла і, як правило, супроводжується зміною величин міжатомних сил, мірою якого є пружна напруга. Розрізняють чотири основні види деформацій: розтягування/стиск, зсув, кручення та вигин.

Деформація твердого тіла - зміна розмірів, форми та обсягу твердого тіла. Деформація твердого тіла відбувається за зміни його температури чи під впливом зовнішніх сил. Деформовані тіла поділяються: на абсолютно пружні тіла без дисипаційних ступенів свободи; і на непружні тіла, які мають дисипацію.

Депланація перерізу – при крученні – явище порушення площинності поперечних перерізів. Депланація перерізу відбувається при крученні призматичних стрижнів.

Динаміка - розділ механіки, що вивчає вплив взаємодій між тілами на їхній механічний рух.

Діаграма розтягування – графік залежності механічної напруги від відносної деформації твердого тіла.

Жорсткість - здатність тіла або конструкції чинити опір утворенню деформації. Жорсткість вимірюється коефіцієнтом пропорційності між зусиллям та відносною лінійною, кутовою деформацією чи кривизною.

Жорсткість пружини - коефіцієнт пропорційності між деформуючою силою та деформацією в законі Гука. Жорсткість пружини: чисельно дорівнює силі, яку треба прикласти до пружно деформованого зразка, щоб викликати його поодинокую деформацію; залежить від матеріалу, з якого виготовлений зразок, та розмірів зразка.

Запас міцності - відношення: межі міцності матеріалу; до максимальної нормальної механічної напруги, яка відчуватиме деталь у роботі.

Закон Гука (Р. Гук - англійський фізик; 1635-1703) - зв'язок між величиною пружної деформації і силою, що діє на тіло. Розрізняють три формулювання закону Гука: 1- величина абсолютної деформації пропорційна величині деформуючої сили з коефіцієнтом пропорційності рівним жорсткості зразка, що деформується; 2 - сила пружності, що виникає в деформованому тілі, пропорційна величині деформації з коефіцієнтом пропорційності рівним жорсткості зразка, що деформується; 3 — пружна напруга, що виникає в тілі, пропорційно до відносної деформації цього тіла з коефіцієнтом пропорційності рівним модулю пружності.

Згин - в опорі матеріалів - вид деформації бруса, балки, плити, оболонки або іншого об'єкта, що характеризується зміною кривизни осі або серединної поверхні об'єкта, що деформується, під дією зовнішніх сил або температури.

Зсув - у опорі матеріалів - деформація пружного тіла, що характеризується взаємним зміщенням паралельних шарів (або волокон) матеріалу під дією прикладених сил при незмінній відстані між шарами.

Кінематика - розділ механіки, що вивчає геометричні властивості руху тіл без урахування їх мас і сил, що діють на них. Кінематика досліджує способи опису рухів та зв'язків між величинами, які характеризують ці рухи.

Класична механіка - фізична теорія, що встановлює закони руху макроскопічних тіл зі швидкостями, значно меншими за швидкість світла у вакуумі.

Косий згин - у опорі матеріалів - вид деформації, що характеризується зміною кривизни бруса під впливом зовнішніх сил, що проходять через його вісь і не збігаються з жодною з основних площин.

Кручення (*torsion* франц.) - Опір матеріалів - вид деформації, що характеризується взаємним поворотом поперечних

перерізів стрижня (валу і т.д.) під впливом пар сил, що діють в цих перерізах. При крученні поперечні перерізи круглих стрижнів залишаються плоскими. Кручення - це такий вид деформації, при якому в поперечних перерізах бруса виникає тільки момент, що крутить.

Масив - це тіло з розмірами одного порядку (фундаменти, підпірні стіни, мостові традиції і т.д.)

Механіка - основний розділ фізики; наука про механічний рух матеріальних тіл і взаємодії, що відбуваються між ними. Внаслідок взаємодії змінюються швидкості тіл або тіла деформуються. Механіка поділяється на статику, кінематику та динаміку.

Механіка суцільних середовищ - розділ механіки, що вивчає рух і рівновагу газів, рідин і твердих тіл, що деформуються. У механіці суцільних середовищ речовину розглядають як безперервне середовище, нехтуючи його молекулярно-атомною будовою; і вважають безперервним розподіл у середовищі всіх її характеристик: щільності, напруження, швидкостей частинок та ін. Механіка суцільних середовищ поділяється на гідроаеромеханіку, газову динаміку, теорію пружності, теорію пластичності та інші розділи.

Механіка тіл змінної маси - розділ механіки, що вивчає рухи тіл, маса яких змінюється з часом внаслідок відділення від тіла (або приєднання до нього) матеріальних частинок. Такі завдання виникають під час руху ракет, реактивних літаків, небесних тіл та інших.

Механічне напруження — міра внутрішніх сил, що виникають у тілі, що деформується, під впливом зовнішніх впливів. Механічне напруження у точці тіла вимірюється ставленням: пружної сили, що у тілі при деформації; до площі малого елемента перерізу перпендикулярного до цієї сили. У системі СІ механічне напруження вимірюється у Паскалях. Розрізняють дві

складові вектора механічного напруження: нормальне напруження, спрямована нормалі до перерізу; дотичне напруження, яке діє в площині перерізу.

Момент пари сил - добуток однієї з сил, що складають пару сил, на плече.

Модуль пружності (модуль пружності першого роду, модуль поздовжньої пружності матеріалу), Модуль Юнга (Coefficient of elasticity; Elastic modulus; Modulus of elasticity) - коефіцієнт пропорційності, що характеризує опір матеріалу розтягуванню. Модуль пружності характеризує жорсткість матеріалу. Чим більше модуль пружності, тим менше деформується матеріал при тому самому напрузі.

Наклеп - збільшення міцності кристалів після пластичної деформації. Наклеп проявляється у підвищенні межі пропорційності матеріалу та його крихкості (зменшується пластичність).

Нормальне напруження - сила, що припадає на одиничну площадку перерізу зразка, яка перпендикулярна до напрямку дії зовнішньої сили.

Оболонка — тіло, обмежене двома криволінійними поверхнями, у якого товщина значно менша від інших розмірів (стілки резервуарів, газгольдерів тощо).

Однорідне середовище - середовище, що характеризується рівністю аналізованих фізичних властивостей у будь-якій точці простору.

Пластична деформація – деформація, яка не зникає після припинення дії зовнішніх сил.

Пара сил - дві рівні за числовим значенням і протилежні за напрямом паралельні сили, прикладені до одного і того ж твердого тіла. Пара сил створює момент сили.

Плече пари - найкоротша відстань між лініями дії сил, що становлять пару сил.

Пластина - це тіло, обмежене двома паралельними поверхнями, у якого товщина значно менше інших розмірів (днища судин, наприклад). Товсті пластини прийнято називати плитами.

Пластичність - властивість твердих тіл змінювати під навантаженням форму та розміри без утворення розривів та тріщин; і зберігати зміни та розміри після видалення навантаження.

Повзучість - явище зміни тіла при незмінному, прикладеному до тіла навантаженні. Зі зростанням температури швидкість повзучості збільшується. Видами повзучості є релаксація та пружна післядія.

Потенційна енергія пружно деформованого тіла — фізична величина, що дорівнює роботі, яку можуть зробити сили пружності на момент повного зняття пружних деформацій.

Поперечний згин - згин, що виникає за наявності згинальних моментів і поперечних сил.

Межа пропорційності - механічне напруження, до якого дотримується закон Гука та залежність деформацій від напруження носить лінійний характер.

Межа пружності - найбільша механічне напруження, при якій матеріал зберігає свої пружні властивості (деформація зникає після зняття навантаження), при перевищенні межі з'являються перші ознаки пластичної деформації (у пластичних матеріалах).

Межа текучості - напруження, у якому відбувається зростання деформацій без помітного збільшення навантаження.

Межа міцності - максимальне напруження, яка здатна витримати матеріал, не руйнуючись.

Поздовжньо-поперечний згин - згин, що викликається одночасною дією сил, спрямованих по осі стрижня і перпендикулярно до неї.

Поздовжній згин - в опорі матеріалів - згин спочатку прямолінійного стрижня під дією центрально-прикладених поздовжніх стискаючих сил внаслідок втрати стійкості.

Проліт балки – це відстань між опорами, в рамках – це відстань між осями стійок.

Простий згин прямого бруса - згин прямого бруса, при якому зовнішні сили лежать в одній із площин, що проходять через його вісь та головні осі інерції поперечного перерізу (в одній із головних площин бруса). При плоскому згині в поперечних перерізах бруса виникають нормальні та дотичні напруги.

Робота сили - міра механічної дії сили при переміщенні точки її застосування. Робота сили є скалярна фізична величина, що дорівнює твору: сили та переміщення.

Рівновага механічної системи - стан механічної системи, що знаходиться під дією сил, при якому всі її точки полягають щодо системи відліку, що розглядається. Рівновага механічної системи має місце у випадку, коли всі сили, що діють на систему, і моменти сил врівноважені. При постійних зовнішніх впливах механічна система може перебувати у стані рівноваги як завгодно довго.

Рама — це система, що складається зі стрижнів, жорстко пов'язаних між собою.

Реакція в'язі — сила, з якою механічна в'язь діє тіло. Розтяг-стиск - в опорі матеріалів - вид деформації стрижня під дією сил, рівнодіюча яких нормальна поперечному перерізу стрижня і проходить через його центр тяжіння. Розтяг-стиск викликається: силами, прикладеними до кінців стрижня; або силами, розподіленими за його об'ємом: власною вагою стрижня, силами інерції та ін.

Релаксація — в опорі матеріалів - процес мимовільного зменшення внутрішнього напруження з часом при постійної деформації.

Реологія — наука про деформації та текучість речовини. Реологія розглядає: - процеси, пов'язані з незворотними залишковими деформаціями та перебігом різноманітних в'язких та пластичних матеріалів: неньютонівських рідин, дисперсних систем та ін; а також явища релаксації напруження, пружної післядії і т.д.

Стиснене кручення — кручення, при якому поряд з дотичними напруженнями в поперечних перерізах стрижня виникають також нормальні напруження.

Вільне кручення — кручення, при якому депланація у всіх перерізах однакова. При цьому в поперечному перерізі виникають лише дотичні напруження.

Сила — міра механічної дії: на матеріальну точку чи тіло; надається з боку інших тіл; викликає зміну швидкостей точок тіла або його деформацію; що відбувається при безпосередньому контакті або за допомогою полів, що створюються тілами. Сила - фізична векторна величина, що у кожний час характеризується: чисельним значенням; напрямом у просторі; та точкою програми.

Сила пружності — сила, що виникає в тілі, що деформується, і спрямована в бік, протилежну зсуву частинок при деформації.

Складний опір — в опорі матеріалів - деформація бруса, стрижня або іншого пружного тіла, що виникає як результат декількох найпростіших деформацій, що відбуваються одночасно: згин і розтяг, згин і кручення і т.д.

Складний згин прямого бруса — згин прямого бруса, що викликається силами, розташованими у різних площинах. Окремим випадком складного згину є косий вигин.

Опір матеріалів — наука про міцність та деформації елементів (деталей) споруд та машин. Основні об'єкти вивчення опору матеріалів є стрижні та пластини, для яких встановлюються відповідні методи розрахунку на міцність, жорсткість та стійкість при дії статичних та динамічних навантажень. Опір матеріалів базується на законах і висновках теоретичної механіки та враховує здатність матеріалів деформуватися під впливом зовнішніх сил.

Статика — розділ механіки, що вивчає умови рівновагу матеріальних точок або їх систем, що під дією сил.

Твердість — здатність матеріалу чинити опір механічному проникненню в нього сторонніх тіл.

Тензометр — випробувальний прилад визначення межі текучості, межі міцності, модуля пружності та інших фізико-механічних характеристик, необхідні оцінки міцності і деформування матеріалів.

Теорія пластичності — розділ механіки: вивчає деформації твердих тіл поза межами пружності; розробляє методи визначення розподілу напружень і деформацій у тілах, що пластично деформуються.

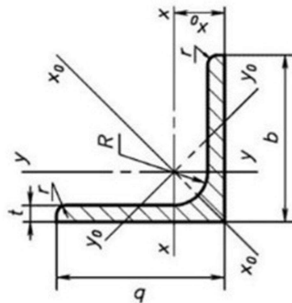
Пружна деформація – деформація, яка зникає після припинення дії зовнішніх сил.

Пружна післядія — процес мимовільного зростання деформації з часом при постійному напруженні.

Чистий згин — згин, що виникає за наявності тільки згинальних моментів.

Додаток Б

Кутники сталеві рівнобічні. Сортамент (ДСТУ 2251-2018)



b – ширина полиці;

t – товщина полиці;

R – радіус внутрішнього закруглення;

r – радіус закруглення полиць;

J – момент інерції;

i – радіус інерції;

z_0 – відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці;

J_{xy} – відцентровий момент інерції

Таблиця Б.1

Номер профілю	мм			Площа перерізу, cm^2	Довідкові величини для осей						J_{xy} , cm^4	z_0 , cm	Маса 1 м, кг			
	b	t	R		$x-x$			x_0-x_0						y_0-y_0		
					J_x , cm^4	W_x , cm^3	i_x , cm	$J_{x_0 \max}$, cm^4	$i_{x_0 \max}$, cm	$J_{x_0 \min}$, cm^4				W_{y_0} , cm^3	$i_{y_0 \min}$, cm	
2	20	3	3,5	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89	
		4		1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15	
2,5		3		1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12	
	25	4		1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46	
		5		2,27	1,22	0,72	0,73	1,91	0,92	0,53	0,47	0,48	0,69	0,80	1,78	
2,8	28	3	4,0	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27	

Продовження дод. Б.1

Номер профілю		Довідкові величини для осей										Маса M , кг			
		мм			$x-x$		x_0-x_0		y_0-y_0				J_{xp} , cm^4	z_0 , cm	
		b	t	R	r	Площа перерізу, cm^2	J_x , cm^4	W_x , cm^3	i_x , cm	J_{x_0} , cm^4	J_{x_0max} , cm^4				i_{x_0max} , cm
3	30	4	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	1,36
	3	32	4	4,5	1,5	1,86	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	1,46
	4	35	4	5,0	2,04	2,35	3,01	1,21	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	2,10
4	40	4	4,0	1,7	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	2,58
	3	32	4	4,5	2,35	3,55	4,58	1,60	7,26	1,53	1,90	0,78	0,79	2,08	1,85
	4	35	4	5,0	3,08	4,53	5,53	1,95	8,75	1,52	2,30	0,78	0,78	2,68	2,42
4,5	40	4	4,0	1,7	3,79	4,41	2,30	1,20	10,13	1,50	2,70	1,58	0,78	3,22	2,98
	3	32	4	4,5	4,48	5,13	6,41	1,56	13,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,72	3,52
	4	35	4	5,0	4,29	5,83	7,41	2,04	16,52	1,74	2,74	1,54	0,89	4,71	4,08
4,5	40	4	4,0	1,7	5,08	5,35	6,41	2,51	17,74	1,72	3,33	1,81	0,88	5,45	4,98
	3	32	4	4,5	5,08	5,35	6,41	2,95	20,13	1,71	3,90	2,06	0,88	6,45	5,98
	4	35	4	5,0	5,08	5,35	6,41	3,36	22,80	1,71	4,71	2,30	0,88	7,45	6,98

Продовження дод. Б.1

Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀				J _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маса 1 м, кг
	b	t	R	r		J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _{x₀max} , см ⁴	i _{x0max} , см	J _{x₀min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀min} , см				
														J _x , см ⁴			
5	3				2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32	
	4				3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05	
	5		5,5	1,8	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77	
	6				5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47	
	7				6,56	14,84	4,23	1,50	23,47	1,89	6,21	2,93	0,97	8,63	1,50	5,15	
	8				7,41	16,51	4,76	1,49	26,03	1,87	6,98	3,22	0,97	9,52	1,53	5,82	
	4				4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44	
	5	6,0	2,0		5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25	
6	4				4,72	16,21	3,70	1,85	26,69	2,33	6,72	2,93	1,19	9,48	1,62	3,71	
	5				5,83	19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	11,61	1,66	4,68	
	6	7,0	2,3		6,92	23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	13,60	1,70	5,43	
	8				9,04	29,55	7,00	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	17,22	1,78	7,10	
	10				11,08	35,32	8,52	1,79	55,64	2,24	15,00	5,70	1,16	20,32	1,85	8,70	
	4				4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,9	
6,3	5				6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81	
	6				7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72	
	4,5				6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87	
7	5				6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38	
	6	8,0	2,7		8,15	37,58	7,43	2,16	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39	
	7				9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39	
	8				10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37	
	10				13,11	57,90	11,82	2,10	91,52	2,64	24,27	8,17	1,36	33,60	2,10	10,29	

Продовження ДОД. Б.1

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			J _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маса 1 м КЛ
	b	t	R	r		J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _{x0max} , см ⁴	i _{фронт} , см	J _{x0min} , см ⁴	W _{y0} , см ³	i _{y0min} , см			
7,5	5				7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
	6				8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
	7	9,0			10,15	53,31	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,95
	8				11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
8	9				12,83	66,10	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
	5,5				8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
	6				9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
	7	9,0			10,85	65,31	11,32	2,45	103,66	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
9	8				12,30	73,36	12,80	9,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
	10				15,14	88,58	15,67	2,42	140,31	3,04	36,85	11,09	1,56	56,70	2,35	11,88
	12				17,90	102,74	18,42	2,40	162,27	3,01	43,21	12,62	1,55	59,50	2,42	14,05
	6				10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
9	7				12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
	8				13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
	9	10,0			15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
	10				17,17	128,60	20,07	2,74	203,93	3,45	53,27	14,54	1,76	75,30	2,59	13,48
	12				20,33	149,67	23,85	2,71	235,88	3,41	62,40	16,53	1,75	86,20	2,67	15,96

Продовження дод. Б.1

Номер профілю	Довідкові величини для осей											Маса I м. кг	
	x - x				x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			J _{xp} , см ⁴	z ₀ , см		
	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _{x0,max} , см ⁴	i _{x0,max} , см	J _{x0,min} , см ⁴	W _{y0} , см ³	i _{y0,min} , см					
мм		Площа перерізу, см ²	r	R	t	b							
10	6,5	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
	7	13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
	8	15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
10	100	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
	12	22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,00	2,91	17,90
	14	26,28	23715	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	13800	2,99	20,63
	15	27,99	250,68	35,95	2,99	395,87	3,76	105,48	24,62	1,94	145,00	3,03	21,97
11	16	29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,00	3,06	23,30
	7	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
12	8	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50
	8	18,80	259,75	29,68	3,72	412,45	4,68	107,04	23,29	2,39	153,00	3,25	14,76
	10	23,24	317,16	36,59	3,69	503,79	4,66	130,54	27,72	2,37	187,06	3,33	18,24
	12	27,60	371,80	43,30	3,67	590,28	4,62	153,33	31,79	2,36	218,00	3,41	21,67
	15	33,99	448,90	52,96	3,63	711,32	4,57	186,48	37,35	2,34	262,00	3,53	26,68
12,5	8	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,96	25,67	2,49	172,00	3,36	15,46
	9	22,0	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,00	3,40	17,30
	10	24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,00	3,45	19,10
	12	28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,00	3,53	22,68
14	14	33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,00	3,61	26,20
	16	37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315,00	3,68	29,65

Продовження дод. Б.1

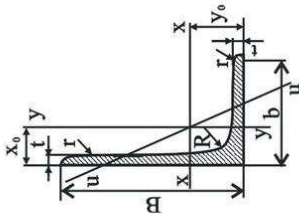
Номер профілю	Довідкові величини для осей										Маса I м, кг					
	мм			x - x			x ₀ - x ₀			y ₀ - y ₀			J _{x₀} , см ⁴	z ₀ , см		
	b	t	R	r	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _{x₀max} , см ⁴	i _{x₀max} , см	J _{x₀min} , см ⁴		W _{y₀} , см ³			i _{y₀min} , см	
					Площа перерізу, см ²											
14	9				24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,00	3,78	19,41
	10	14,0	4,6		27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,00	3,82	21,45
	12				32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,00	3,90	25,50
15	10				29,33	634,76	58,07	4,65	1008,56	5,86	260,97	45,34	2,98	374,00	4,07	23,02
	12				34,89	747,48	68,90	4,63	1187,86	5,83	307,09	52,32	2,97	440,00	4,15	27,39
	15	150			43,08	908,38	84,66	4,59	1442,60	5,79	374,17	61,96	2,95	534,00	4,27	33,82
	18				51,09	1060,08	99,86	4,56	1680,92	5,74	439,24	70,91	2,93	621,00	4,38	40,11
16	10				31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	455,00	4,30	24,67
	11				34,42	844,21	72,44	4,95	1540,66	6,24	347,77	56,53	3,18	496,00	4,35	27,02
	12				37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,00	4,39	29,35
	14	16,0	5,3		43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,00	4,47	33,97
	16				49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690,00	4,55	38,52
	18				54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,00	4,63	43,01
18	20				60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,00	4,70	47,44
	11				38,80	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,00	4,85	30,47
	12				42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,00	4,89	33,12
	15	18,0	5,3		52,18	1607,36	123,74	5,55	2554,99	7,00	659,73	93,11	3,56	948,00	5,01	40,96
	18				61,99	1884,07	146,36	5,51	2992,69	6,95	775,44	106,88	3,54	1108,00	5,13	48,66
20				68,43	2061,11	161,07	5,49	3271,31	6,91	850,92	115,71	3,53	1210,00	5,20	53,72	

Продовження дод. Б.1

Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀			y ₀ - y ₀			J _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маса 1 м, кг
	b	t	R	r		J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _{x₀max} , см ⁴	i _{форм} , см	J _{x₀min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀min} , см				
														x ₀ - x ₀			
20	12				1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073,00	5,37	36,97		
	13				1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156,00	5,42	39,92		
	14				2097,00	144,17	6,2	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236,00	5,46	42,80		
20	16				2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393,00	5,54	48,65		
	18	18,0	6,0		2620,64	182,22	6,15	4164,54	7,75	1076,74	135,48	3,94	1544,00	5,62	54,40		
	20				2871,47	200,73	6,12	4560,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689,00	5,70	60,08		
	24				3350,66	236,77	6,08	5313,59	7,65	1387,73	167,74	3,91	1963,00	5,85	71,26		
	25				3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028,00	5,89	74,02		
	30				4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332,00	6,07	87,56		
22	14				2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655,00	5,91	47,40		
	220	21,0	7,0		68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	4,36	1862,00	6,02	53,83		
25	16				4717,10	258,43	7,76	7492,10	9,78	1942,09	203,45	4,98	2775,00	6,75	61,55		
	18				5247,24	288,82	7,73	8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	3089,00	6,83	68,86		
	20				5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	3395,00	6,91	76,11		
	22	24,0	8,0		6270,32	348,26	7,69	9961,60	9,69	2579,04	260,52	4,93	3693,00	7,00	83,31		
	25				7006,39	391,72	7,65	11125,52	9,64	2887,26	287,14	4,91	4119,00	7,11	93,97		
	28				7716,86	434,86	7,61	12243,84	9,59	3189,89	311,98	4,90	4527,00	7,23	104,50		
30				8176,51	462,11	7,59	12964,66	9,56	3388,98	327,82	4,89	4788,00	7,31	111,44			

Продовження дод. Б.2

Кутки сталеві нерівнобікі. Соргомент (ДСТУ 8769:2018)



- B – ширина більшої полиці;
- b – ширина меншої полиці;
- t – товщина полиці;
- R – радіус внутрішнього закруглення;
- r – радіус закруглення полиць;
- J – момент інерції;
- i – радіус інерції;
- x_0, y_0 – відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць;
- J_{xy} – відцентровий момент інерції

Таблиця Б.2

Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	x – x				y – y				y ₀ – y ₀				x ₀ , см	y ₀ , см ⁴	J _{xy} , см ⁴	Кут нахилу осі u, tg α	Маса 1 м, кг				
	B	b	t	R		r	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _y , см ⁴	W _y , см	i _y , см	J _{yzmin} , см ⁴	W _{yz} , см ³	i _{yzmin} , см	J _{x0} , см ⁴	W _{x0} , см ³						i _{x0} , см	J _{y0} , см ⁴	W _{y0} , см ³	i _{y0} , см
2,5/ 1,6	25	16	3	3,5	1,2	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91							
3/2	30	20	4	3,5	1,2	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,00	0,43	0,427	1,12							
						1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46							
3,2/2	32	20	4	3,5	1,2	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17							
						1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52							

Продовження дод. Б.2

Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	x – x				y – y				y ₀ – y ₀				x ₀ , см	y ₀ , см ⁴	J _{xy} , см ⁴	Кут нахилу осі u, tg α	Маса l, кг	
	B	b	t	R		r	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _y , см ⁴	W _y , см	i _y , см	J _{u_{min}} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u_{min}} , см	x ₀ , см	y ₀ , см ⁴						J _{xy} , см ⁴
4/2,5	40	25	4	4,0	1,3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48			
			4			2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381	1,94			
			5			3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,7	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,38			
4/3	40	30	4			2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,09			
			5			3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,57			
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,45	1,43	1,32	0,61	0,79	0,79	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68			
			4			2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20			
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,90			
			4			3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,49			
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81			
			5			4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46			
6,3/4,0			4			4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17			
			5			4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91			
			6	7,0	2,3	5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63			
			8			7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03			
6,5/5			5			5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36			
			6	6,0	2,0	6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18			
			7			7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98			
			8			8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77			
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39			

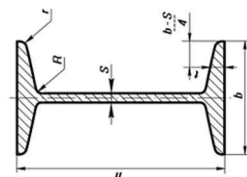
Продовження дод. Б.2

Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей						Кут нахилу осі u, tg α	Маса 1 м. кт					
	B	b	t	R		x-x			y-y					y ₀ -y ₀				
						J _{x_z} , см ⁴	W _{x_z} , см ³	i _{x_z} , см	J _{y_z} , см ⁴	W _{y_z} , см	i _{y_z} , см			J _{u_{min}} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u_{min}} , см	x ₀ , см	y ₀ , см ⁴
7,5/5	5				6,11	34,81	6,81	2,39	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79
	6	8,0	2,7		7,25	40,92	8,08	2,38	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
	7				8,37	46,77	9,31	2,36	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
	8				9,47	52,38	10,52	2,35	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43
8/5	5	50			6,36	41,64	7,71	2,56	3,28	1,41	7,57	2,75	1,09	1,13	2,60	13,20	0,387	4,99
	6				7,55	48,98	9,15	2,55	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92
8/6	6				8,15	52,06	9,42	2,53	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
	7	60			9,42	59,61	10,87	2,52	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	1,53	2,52	24,01	0,546	7,39
	8				10,67	66,88	12,38	2,50	7,26	1,74	17,49	5,99	1,28	1,57	2,56	26,83	0,544	8,37
	5,5				7,86	65,28	10,74	2,88	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
9/5,6	6	9,0	3,0		8,54	70,58	11,66	2,88	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
	8				11,18	90,87	15,24	2,85	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77
10/6,3	6				9,58	89,29	14,52	3,20	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
	7	10	3,3		11,09	112,86	16,78	3,19	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
	8				12,57	126,96	19,01	3,18	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
	10				15,47	153,83	23,32	3,15	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
10/6,5	7				11,23	114,05	16,87	3,19	8,32	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81
	8	65	8		12,73	138,31	19,11	3,18	9,42	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99
11/7	10				15,67	155,52	23,45	3,15	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
	6,5	70	8		11,45	142,42	19,11	3,53	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
					13,93	171,54	23,22	3,51	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93

Продовження дод. Б.2

Номер профілю	мм				Площа перерізу, см ²	x-x			y-y			y ₀ -y ₀				x ₀ , см	y ₀ , см ⁴	J _{x₀} , см ⁴	Кут нахилу осі u, tg α	Маса I, кг
	B	b	t	R		r	J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _y , см ⁴	W _y , см	i _y , см	J _{u_{min}} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u_{min}} , см					
12,5/8	125	80	10	11	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8			15,98	255,62	30,27	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,04	84,10	0,406	12,54
			10			19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,0	0,404	15,47
			12			23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400	18,34
14/9	140	90	8	12	4,0	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,98	2,03	4,49	121,00	0,411	14,13
			10			22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,56	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409	17,46
			9			22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391	17,96
16/10	160	100	10	13	4,3	25,28	660,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385	27,26
18/11	180	110	10	14	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376	22,24
			12			33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374	26,45
20/	200	125	11			34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465,00	0,392	27,37
12,5			12			37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392	29,74
			14			43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390	34,43
			16			49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388	39,07

Двогаври сталеві гарячекатані. Соргамент (ДСТУ 8768:2018)



- h – висота;
- b – ширина полиці;
- t – середня товщина полиці;
- s – товщина стінки;
- R – радіус внутрішнього закруглення;
- r – радіус закруглення полиці;
- I – момент інерції; i – радіус інерції;
- W – момент опору;
- S – статичний момент напівперерізу;

Таблиця Б.3

Номер двотавра	мм						Маса 1 м, т	Довідкові величини для осей						
	h	b	s	t	R	r		$x-x$			$y-y$			
								I_{x^*} , см ⁴	W_{x^*} , см ³	i_{x^*} , см	S_{x^*} , см ³	I_{y^*} , см ⁴	W_{y^*} , см ³	i_{y^*} , см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	22,70	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	255,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	25,80	279,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	346,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	6,6	9,8	10,5	4,0	37,5	29,40	380,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63

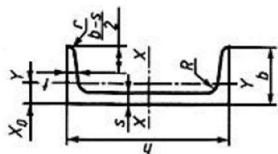
Продовження дод. Б.3

Номер швела	Довідкові величини для осей														
	x-x					y-y									
	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	S_y , см ³	I_z , см ⁴	W_z , см ³					
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,96	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Швелери сталеві гарячечкагані. Сортакмент (ДСТУ 3436-96)

Швелери з ухилом внутрішніх граней полиць.

- h* – висота;
b – ширина полиці;
t – товщина полиці;
s – товщина стінки;
R – радіус внутрішнього закруглення;
r – радіус закруглення полиці;
I – момент інерції; *i* – радіус інерції;
W – момент опору;
S – статичний момент напівперерізу;
*x*₀ – відстань від осі до зовнішньої грані



Таблиця Б.4

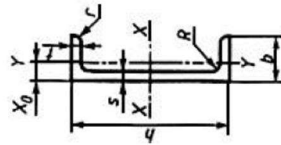
Номер швелера	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	Площа перерізу, см ²	Маса 1 м, т	Довідкові величини для осей						<i>x</i> ₀ , см	
									<i>x</i> – <i>x</i>			<i>y</i> – <i>y</i>				
									<i>I</i> _{<i>x</i>} , см ⁴	<i>W</i> _{<i>x</i>} , см ³	<i>i</i> _{<i>x</i>} , см	<i>S</i> _{<i>x</i>} , см ³	<i>I</i> _{<i>y</i>} , см ⁴	<i>W</i> _{<i>y</i>} , см ³		<i>i</i> _{<i>y</i>} , см
5У	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5У	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8У	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10У	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12У	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14У	140	58	4,9	8,1	8	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67

Продовження дод. Б.4

Номер шибера	Довідкові величини для осей										x_0 , см					
	x-y					y-y										
	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	M_a I m, см ²	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	S_y , см ³	M_a I m, см ²						
16У	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
16aУ	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
18У	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18aУ	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13
20У	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22У	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24У	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27У	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30У	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33У	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36У	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68
40У	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75

Швелери сталеві гарячекатані. Сортамент (ДСТУ 3436-96)

Швелери з паралельними гранями полиць.



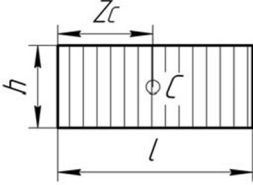
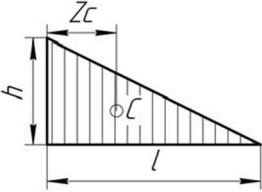
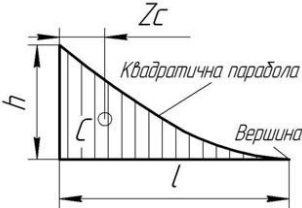
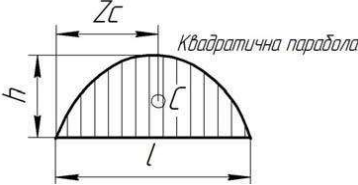

- h – висота;
- b – ширина полиці;
- t – товщина полиці;
- s – товщина стінки;
- R – радіус внутрішнього закруглення;
- r – радіус закруглення полиці;
- I – момент інерції; i – радіус інерції;
- W – момент опору;
- S – статичний момент напівперерізу;
- x_0 – відстань від осі до зовнішньої грані

Таблиця Б.5

Номер швелера	h	b	s	t	R	r	Площа перерізу, cm^2	Маса 1 м, kg	Довідкові величини для осей							
									$x-x$			$y-y$			x_0 , cm	
									I_{x^*} , cm^4	W_{x^*} , cm^3	i_{x^*} , cm	S_{x^*} , cm^3	I_{y^*} , cm^4	W_{y^*} , cm^3		i_{y^*} , cm
5П	50	32	4,4	7,0	6,0	3,5	6,16	4,84	22,8	9,14	1,92	5,61	5,95	2,99	0,983	1,21
6,5П	65	36	4,4	7,2	6,0	3,5	7,51	5,90	48,8	15,00	2,55	9,02	9,35	4,06	1,120	1,29
8П	80	40	4,5	7,4	6,5	3,5	8,98	7,05	89,8	22,50	3,16	13,30	13,90	5,31	1,240	1,38
10П	100	46	4,5	7,6	7,0	4,0	10,90	8,59	175,0	34,90	3,99	20,50	22,60	7,37	1,440	1,53
12П	120	52	4,8	7,8	7,5	4,5	13,30	10,40	305,0	50,80	4,79	29,70	34,90	9,84	1,620	1,66
14П	140	58	4,9	8,1	8,0	4,5	15,60	12,30	493,0	70,40	5,61	40,90	51,50	12,90	1,810	1,82
14аП	140	62	4,9	8,7	8,0	4,5	17,00	13,30	547,0	78,20	5,68	45,20	65,20	15,70	1,960	2,04

Номер швєтра	h	b	s	t	R	r	Маса I, M _r	Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей								x ₀ , см
									x-x				y-y				
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	y-y	
16П	160	64	5,0	8,4	8,5	5,0	14,20	18,10	750,0	93,80	6,44	54,30	72,80	16,40	2,000	1,97	
16aП	160	68	5,0	9,0	8,5	5,0	15,30	19,50	827,0	103,00	6,51	59,50	90,50	19,60	2,150	2,19	
18П	180	70	5,1	8,7	9,0	5,0	16,30	20,70	1090,0	121,00	7,36	70,00	100,00	20,60	2,200	2,14	
18aП	180	74	5,1	9,3	9,5	5,0	17,40	22,20	1200,0	133,00	7,34	76,30	123,00	24,30	2,350	2,36	
20П	200	76	5,2	9,0	9,5	5,5	18,40	23,40	1530,0	153,00	8,08	88,00	134,00	25,20	2,390	2,30	
20aП	200	80	5,2	9,7	9,5	5,5	19,80	25,20	1680,0	168,00	8,17	96,20	162,00	29,70	2,540	2,53	
22П	220	82	5,4	9,5	10,0	6,0	21,00	26,70	2120,0	193,00	8,90	111,00	178,00	31,00	2,580	2,47	
22aП	220	87	5,4	10,2	10,0	6,0	22,60	28,80	2340,0	212,00	9,01	121,00	220,00	37,00	2,770	2,75	
24П	240	90	5,6	10,0	10,5	6,0	24,00	30,60	2910,0	243,00	9,75	139,00	248,00	39,50	2,850	2,72	
24aП	240	95	5,6	10,7	10,5	6,0	25,80	32,90	3200,0	266,00	9,86	152,00	302,00	46,50	3,030	3,01	
27П	270	95	6,0	10,5	11,0	6,5	27,70	35,20	4180,0	310,00	10,90	178,00	314,00	46,70	2,990	2,78	
30П	300	100	6,5	11,0	12,0	7,0	31,80	40,50	5830,0	389,00	12,00	224,00	393,00	54,80	3,120	2,83	
33П	330	105	7,0	11,7	13,0	7,5	36,50	46,50	8010,0	486,00	13,10	281,00	491,00	64,60	3,250	2,90	
36П	360	110	7,5	12,6	14,0	8,5	41,90	53,40	10850,0	603,00	14,30	350,00	611,00	76,30	3,380	2,99	
40П	400	115	8,0	13,5	15,0	9,0	48,30	61,50	15260,0	763,00	15,80	445,00	760,00	89,90	3,510	3,05	

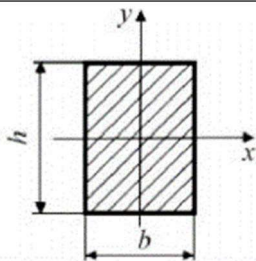
Додаток В
Площі ω і координати центру ваги Z_C простих фігур

Фігура	ω	Z_C
	$\omega = l \cdot h$	$Z_C = \frac{1}{2}l$
	$\omega = \frac{1}{2}l \cdot h$	$Z_C = \frac{1}{3}l$
 <p style="text-align: center;"><i>Квадратична парабола</i> <i>Вершина</i></p>	$\omega = \frac{1}{3}l \cdot h$	$Z_C = \frac{1}{4}l$
 <p style="text-align: center;"><i>Квадратична парабола</i></p>	$\omega = \frac{1}{12}q \cdot l^3$ $\omega = \frac{2}{3}l \cdot h$	$Z_C = \frac{1}{2}l$
 <p style="text-align: center;"><i>Вершина</i> <i>Квадратична парабола</i></p>	$\omega = \frac{2}{3}l \cdot h$	$Z_C = \frac{3}{8}l$

Додаток Г
Геометричні характеристики простих перерізів

A – площа перерізу;
 I_x, I_y – осьові моменти інерції;
 I_p – полярний момент інерції;
 W_x, W_y – осьові моменти опору;

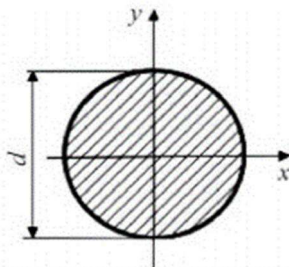
W_p – полярний моменти опору;
 i_x, i_y – осьові радіуси інерції;
 I_{xy} – відцентровий момент інерції;



$$A = bh; \quad I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{hb^3}{12};$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6};$$

$$i_x = \frac{h}{2\sqrt{3}}; \quad i_y = \frac{b}{2\sqrt{3}}.$$

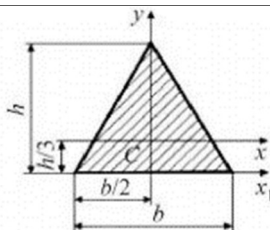


$$A = \frac{\pi d^2}{4};$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}; \quad I_p = \frac{\pi d^4}{32};$$

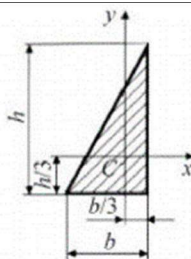
$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16};$$

$$i_x = i_y = \frac{d}{4}.$$



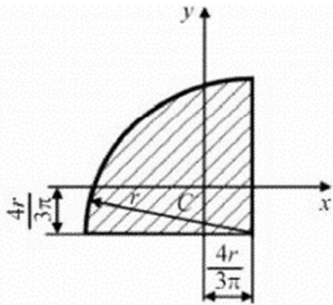
$$A = \frac{1}{2}bh; \quad I_x = \frac{bh^3}{36};$$

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{hb^3}{48}.$$



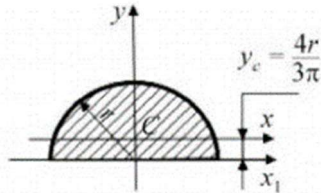
$$A = \frac{1}{2}bh; \quad I_x = \frac{bh^3}{36};$$

$$I_y = \frac{hb^3}{36}; \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{72}.$$



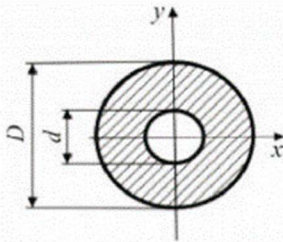
$$A = \frac{\pi r^2}{4}; \quad I_x = I_y = 0,0549r^4;$$

$$I_{xy} = 0,0165r^4;$$



$$A = \frac{\pi r^2}{2}; \quad I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{8};$$

$$I_x = 0,110r^4; \quad i_x = 0,265r; \quad i_{x1} = \frac{r}{2}.$$

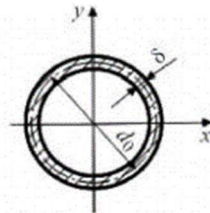


$$A = \frac{\pi D^2}{4}(1 - \alpha^2); \quad \alpha = \frac{d}{D};$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4); \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \alpha^4);$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4); \quad W_p = \frac{\pi D^3}{16}(1 - \alpha^4);$$

$$i_x = i_y = \frac{D}{4}\sqrt{1 + \alpha^2}.$$



$$\delta \leq 0,1d_0; \quad A = \pi d_0 \delta;$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi d_0^3 \delta}{8}; \quad I_p = \frac{\pi d_0^3 \delta}{4};$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi d_0^2 \delta}{4}; \quad W_p = \frac{\pi d_0^2 \delta}{2};$$

$$i_x = i_y = 0,354d_0.$$

Додаток Д
Модулі пружності і коефіцієнти Пуассона
деяких матеріалів

Матеріал	Модулі пружності, <i>МПа</i>		Коефіцієнт Пуассона μ
	Модуль Юнга <i>E</i>	Модуль зсуву <i>G</i>	
Чавун білий, сірий ковкий	$(1,15...1,60) \cdot 10^5$ $1,55 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^4$ -	0,23...0,27 -
Сталь вуглецева легована	$(2,0...2,1) \cdot 10^5$ $(2,1...2,2) \cdot 10^5$	$(8,0...8,1) \cdot 10^4$ $(8,0...8,1) \cdot 10^4$	0,24...0,28 0,25...0,30
Мідь прокатна холоднотягнута лита	$1,1 \cdot 10^5$ $1,3 \cdot 10^5$ $0,84 \cdot 10^5$	$4,0 \cdot 10^4$ $4,9 \cdot 10^4$ -	0,31...0,34 - -
Латунь холоднотягнута корабельна катана	$(0,91...0,99) \cdot 10^5$ $1,0 \cdot 10^5$	$(3,5...3,7) \cdot 10^4$ -	0,32...0,42 0,36
Алюміній катаний Дріт алюмінієвий тягнутий Дюралюміній катаний	$0,69 \cdot 10^5$ $0,7 \cdot 10^5$ $0,71 \cdot 10^5$	$(2,6...2,7) \cdot 10^4$ - $2,7 \cdot 10^4$	0,32...0,36 - -
Цинк катаний	$0,84 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^4$	0,27
Свинець	$0,17 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^4$	0,42
Лід	$0,1 \cdot 10^5$	$(0,28...0,3) \cdot 10^4$	-
Скло	$0,56 \cdot 10^5$	$0,22 \cdot 10^4$	0,25
Граніт	$0,49 \cdot 10^5$	-	-
Вапняк	$0,42 \cdot 10^5$	-	-
Мрамур	$0,56 \cdot 10^5$	-	-
Пісковик	$0,18 \cdot 10^5$	-	-
Кам'яна кладка з граніту з вапняку з цегли	$(0,09...0,1) \cdot 10^5$ $0,06 \cdot 10^5$ $(0,027...0,030) \cdot 10^5$	- - -	- - -
Бетон при межі міцності, МПа: 10 20	$(0,146...0,196) \cdot 10^5$ $(0,182...0,232) \cdot 10^5$	- -	0,16...0,18 0,16...0,18
Деревина вздовж волокон поперек волокон	$(0,1...0,12) \cdot 10^5$ $(0,005...0,01) \cdot 10^5$	$0,055 \cdot 10^4$ -	- -
Каучук	$0,00008 \cdot 10^5$	-	0,47
Текстоліт	$(0,06...0,1) \cdot 10^5$	-	-
Гетинакс	$(0,1...0,17) \cdot 10^5$	-	-
Бакеліт	$(2...3) \cdot 10^3$	-	0,36
Целулоїд	$(1,43...2,75) \cdot 10^3$	-	0,33...0,38

Додаток Е

Механічні характеристики вуглецевих конструкційних сталей

Марка сталі	σ_B	σ_T	τ_T	Відн. виводж. δ , %, при $l=10d$	Межа витривалості, МПа		
	МПа, не менше				згин σ_{-1}	розтяг σ_{-1}	кручення τ_{-1}
10	340	210	140	31	160...220	120...150	80...120
20	420	250	160	25	170...220	120...160	100...130
25	460	280	-	23	190...250	-	-
30	500	300	170	21	200...270	170...210	110...140
35	540	320	190	20	220...300	170...220	130...180
40	580	340	-	19	230...320	180...240	140...190
45	610	360	220	16	250...340	190...250	150...200
50	640	380	-	14	270...350	200...260	160...210
55	660	390	-	13	-	-	-
60	690	410	-	12	310...380	220...280	180...220
20Г	460	280	-	24	-	-	-
30Г	550	320	-	20	220...320	-	-
50Г	660	400	-	13	290...360	-	-
20Х	800	650	-	11	380	-	170...230
40Х	1000	800	-	10	350...380	250	225
45Х	1050	850	-	9	400...500	-	-
30ХМ	950	750	-	11	310...410	370	230
35ХМ	1000	850	-	12	470...510	-	-
40ХН	1000	800	390	11	400	290	240
50ХН	1100	900	-	9	550	-	-
40ХФА	900	750	-	10	380...490	-	-
38ХМЮА	1000	850	-	14	420...550	-	-
12ХН3А	950	700	400	11	390...470	270...320	220...260
20ХН3А	950	750	-	12	430...450	300...320	245...255
30ХН3А	1000	800	-	10	520...700	-	320...400
40ХНМА	1000	950	-	12	500...700	-	270...380
30ХГСА	1100	850	-	10	510...540	500...535	220...245

Примітка 1. Межі витривалості отримано на полірованих зразках.

2. При використанні сталей слід враховувати приблизну відповідність марок: Ст3 відповідає сталі 20; Ст4 відповідає сталі 25; Ст5 відповідає сталі 35; Ст6 відповідає сталі 45.

Додаток Ж
Механічні характеристики чавуну

Марка чавуну	σ_B МПа	$\sigma_{B_зг}$ МПа	$\sigma_{B_ст}$ МПа	δ %	ψ %	НВ
СЧ 10	100	320	600	0,2–1,0	20–40	143–229
СЧ 15	150	360	750	0,2–1,0	20–40	163–229
СЧ 20	200	400	800	0,4–0,7	20–30	170–241
СЧ 25	250	440	900	0,4–0,7	20–30	180–250
СЧ 30	300	480	1000	0,6–0,9	10–20	180–255
СЧ 35	350	520	1100	0,6–0,9	10–20	187–269
СЧ 40	400	560	1200	-	-	207–286
СЧ 45	450	600	1300	-	-	229–289

Примітка: Особливістю визначення небезпечних напружень для чавуну (як і для більшості крихких матеріалів), є істотна різниця між небезпечними напруженнями стиску, розтягу і згину. Тому на практиці часто використовують наближену формулу $\sigma_{вст} \approx 2\sigma_{взг} \approx 4\sigma_{вр}$.

ЗМІСТ

Передмова.....	3
1. Загальні методичні вказівки	4
2. Вказівки про порядок виконання контрольних робіт	4
3. Методичні вказівки до тем курсу (програма дисципліни)	6
4. Лекції з курсу "опір матеріалів" (короткий виклад).....	11
4.1. Основні положення.....	11
4.2. Розтяг (стиск) прямого стрижня.....	19
4.3. Зсув і кручення.....	28
4.4. Геометричні характеристики плоских перерізів.....	34
4.5. Згин.....	39
4.6. Складний опір.....	44
4.7. Стійкість рівноваги пружних систем. Поздовжній згин стрижня	48
4.8. Основи теорії напруженого стану в точці. Розрахунки на міцність при складному напруженому стані.	52
4.9. Розрахунки міцності та довговічності при дії змінних напружень	57
4.10. Загальні (енергетичні) методи визначення переміщень у пружних системах	68
4.12. Статично невизначувані стрижневі системи.....	71
4.13. Розрахунки елементів конструкцій при динамічній дії навантажень	74
5. Завдання до контрольних робіт.....	79
5.1. Тема: Розтяг – стиск.....	79
5.2. Тема: Кручення	82
5.3. Тема: Геометричні характеристики плоских перерізів ...	88
5.4. Тема: Згин	93
5.5. Тема: Позацентровий розтяг – стиск.....	101
5.6. Тема: Згин з крученням	106
5.7. Тема: Стійкість рівноваги стиснутих стрижнів	114
Рекомендована література	118
Додатки	119

Навчальне видання

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт
з дисциплін «Опір матеріалів»,
«Механіка матеріалів і конструкцій»,
та блоку вибіркових дисциплін

Укладачі:

СЛІПЧЕНКО Максим Володимирович
АЛФЬОРОВ Олексій Ігорович
САВЧЕНКО Володимир Борисович
СВІРГУН Ольга Анатоліївна

Формат 60×84 1/16. Гарнітура Times New Roman.
Папір для цифрового друку. Друк принтерний.
Умов. друк. арк. 7,6
Наклад 100 примірників.

Державний біотехнологічний університет
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44