М.С. Синєкоп, д-р техн. наук, проф. *(ХДУХТ, Харків)*
М.М. Вермійчук, асист. *(ХДУХТ, Харків)*

ПОБУДОВА НОРМАЛІЗОВАНОГО ДО *n*-ГО ПОРЯДКУ РІВНЯННЯ СМУГИ

Нехай $\frac{1-x^2}{2}=0$ – нормалізоване до першого порядку рівняння смуги. Ліву частину рівняння будемо позначати $\omega_1(x)$.

В даному випадку

$$\omega_1(x) > 0,\ x \in (-1;\ 1),$$

$$\omega_1(x) = 0,\ \left|\omega_1'(x)\right| = 1 \ \text{при}\ x = \pm 1.$$

Ліву частину нормалізованого до другого порядку рівняння смуги будемо шукати за формулою

$$\omega_2(x) = \omega_1(x) + \alpha_1 \omega_1^2 (\omega_1')^2 \omega_1',$$

де $\omega_2(x) > 0$, $x \in (-1;\ 1)$,

$$\omega_2(x) = 0,\ \left|\omega_2'(x)\right| = 1,\ \omega_2''(x) = 0 \ \text{при}\ x = \pm 1.$$

Параметр α_1 знаходимо, реалізуючі умову для другої похідної від $\omega_2(x)$ на кінцях відрізка. Послідовно знаходимо

$$\omega_2' = \omega_1' + \alpha_1\left[2\omega_1(\omega_1')^3\omega_1'' + \varphi_1(x)\right],$$

$$\omega_2'' = \omega_1'' + \alpha_1\left[2(\omega_1')^4\omega_1'' + \varphi_2(x)\right].$$

Тут через $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ позначено доданки, які містять множники ω_1^2 і ω_1 відповідно, а значить, $\varphi_1(\pm 1) = \varphi_2(\pm 1) = 0$. За умови $\omega_2''(\pm 1) = 0$ маємо $\omega_1''(\pm 1)\left[1 + 2\alpha_1\left(\omega_1'(\pm 1)\right)^4\right] = 0$.

Враховуючи, що $\omega_1''(\pm 1) \neq 0$ і $\left(\omega_1'(\pm 1)\right)^4 = 1$, маємо $1 + 2\alpha_1 = 0$, $\alpha_1 = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2!}$.

Ліву частину нормалізованого до третього порядку рівняння смуги запишемо

$$\omega_3(x) = \omega_2(x) + \alpha_2 \omega_1^3 (\omega_1')^3 \omega_2'''.$$

Послідовно знаходимо

$$\omega_3'(x) = \omega_2' + \alpha_2\left[3\omega_1^2(\omega_1')^4\omega_2''' + \psi_1\right],$$

$$\omega_3''(x) = \omega_2'' + \alpha_2\left[6\omega_1(\omega_1')^5\omega_2''' + \psi_2\right],\ \omega_3'''(x) = \omega_2''' + \alpha_2\left[6(\omega_1')^6\omega_2''' + \psi_3\right].$$

Функції ψ_1, ψ_2, ψ_3 увібрали доданки, що містять множники $\omega_1^3, \omega_1^2, \omega_1$ відповідно.

Реалізуючи умову $\omega_3'''(\pm 1) = 0$ та враховуючи, що $\omega_1(\pm 1) = 0$ і $\omega_2''' \neq 0$, одержимо $1 + 6\alpha_2 = 0$, $\alpha_2 = -\frac{1}{3!}$. Аналогічно $\alpha_3 = -\frac{1}{4!}$.

Таким чином, нормалізоване до n-го порядку рівняння смуги

$$\omega_n = \omega_{n-1} - \frac{1}{n!}\omega_1^n (\omega_1')^n \omega_{n-1}^{(n)},\ n \geq 2,3,...$$