

С.В. Угрімов, канд. техн. наук, ст. наук. співроб. (*ХДУХТ, Харків*)

В.А. Куценко, канд. техн. наук, доц. (*ХДУХТ, Харків*)

І.В. Лебединець, канд. техн. наук, доц. (*ХДУХТ, Харків*)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОМПОЗИТНИХ КОНСТРУКЦІЙ У ХАРЧОВІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

Сучасний розвиток харчової та хімічної промисловості висуває жорсткі вимоги до матеріалів, що використовуються при виготовленні конструкцій. Надійність та довговічність обладнання залежить від правильного вибору матеріалу. Корозія технологічного обладнання, його абразивний знос, значні хімічні та теплові впливи – ось небагато з тих факторів, які необхідно враховувати при виборі матеріалів для харчової промисловості. Проблема у використанні традиційних матеріалів пов'язана з їх обмеженим вузько-функціональним діапазоном властивостей. Тому на сьогоднішній день актуальним є отримання матеріалів нового покоління, що мають широкий комплекс властивостей і можуть забезпечити надійність і безвідмовність роботи обладнання. Даним вимогам повною мірою відповідають композиційні матеріали. Перевагою композитів є можливість підібрати індивідуальні параметри кожної із складових композиції. Крім забезпечення хімічної стійкості, композити можуть витримувати високі конструкційні навантаження і працювати в умовах, що вимагають стійкості до корозії у вологому ґрунті, у присутності кислот, окислювачів. Композитні структури мають більшу довговічність і вимагають менших витрат на обслуговування в порівнянні з традиційними конструкціями, які вони замінили.

У зв'язку з цим виникає необхідність у розробці нових та удосконаленні існуючих методів аналізу композитів. При цьому нові методи повинні не тільки з достатньою точністю описувати напружено-деформований стан (НДС) конструкції, а й володіти високою універсальністю. У силу відомих математичних труднощів, застосування тривимірних рівнянь для багат шарових середовищ має обмежений характер. Тому, на практиці широке поширення набули різні двовимірні теорії, що дозволяють за рахунок застосування аналітичних підходів істотно зменшити час рішення задачі.

У роботі для моделювання НДС ортотропних шаруватих пластин застосовується узагальнена теорія [1], яка базується на методі степеневих рядів. Теорія відноситься до класу дискретно-структурних і дозволяє отримувати високоточні апроксимації переміщень і всіх компонент напружень (у тому числі поперечних) для кожного шару, а

також з достатньою точністю виконувати умови контакту шарів. Згідно з цією теорією, переміщення точки i -го шару пластини описуються кінематичними залежностями:

$$u_v^i(x_1, x_2, x_3) = u_v + \sum_{k=1}^K \left[\sum_{j=1}^{i-1} h_j^k u_{vk}^j + (x_3 - \delta_{i-1})^k u_{vk}^i \right], \quad v = 1, 2,$$

$$u_3^i(x_1, x_2, x_3) = u_3 + \sum_{\ell=1}^L \left[\sum_{j=1}^{i-1} h_j^\ell u_{3\ell}^j + (x_3 - \delta_{i-1})^\ell u_{3\ell}^i \right],$$

де $h_j^k = (h_j)^k$, $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$, $\delta_{i-1} \leq x_3 \leq \delta_i$, $i = \overline{1, I}$;

$u_\alpha^i (\alpha = \overline{1, 3})$ – переміщення точки i -го шару в напрямку координатної осі Ox_α ; $u_v, u_3, u_{vk}^i, u_{3\ell}^i$ – коефіцієнти розвинення, які є функціями аргументів x_1, x_2 ; h_i – товщина i -го шару; I – кількість шарів у пакеті; K, L – максимальні степені поперечної координати для площинних та нормальних переміщень.

Рівняння і граничні умови, що описують деформування шаруватих пластин, отримані за допомогою варіаційного принципу. Кількість рівнянь залежить від кількості шарів у пластині.

Можливості запропонованої теорії і достовірність отриманих результатів ілюструється на прикладі розрахунку НДС тришарових симетричних композитів при статичному навантаженні. Результати розрахунку співставляються із тривимірним розв'язком, отриманим N.J. Pagano [2]. Показано, що при врахуванні достатньої кількості членів степеневих рядів, результати розрахунку по запропонованій теорії добре узгоджуються з тривимірним рішенням навіть для випадку відносно товстих конструкцій. Доведена хороша збіжність розв'язку та можливість точного визначення переміщень і площинних, а також поперечних зсувних напружень, розподіл яких по товщині в деяких випадках носить суттєво нелінійний характер.

Список джерел інформації

1. Ugrimov S. V. Generalized theory of multilayer plates / S. V. Ugrimov // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – Vol. 39, № 4. – P. 19–839.
2. Pagano N. J. Exact solutions for rectangular bidirectional composites and sandwich plates / N. J. Pagano // Journal of composite materials. – 1970. – Vol. 4. – P. 20–34.