

## ПРО РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРИ САМОЗІГРІВАННЯ СИРОВИНИ В ПРЯМОКУТНОМУ СИЛОСІ

**В.П. Ольшанський, С.О. Харченко, О.В. Ольшанський**

*Описано температурне поле органічної сировини в прямокутному силосі при появі в ньому стрижневого неоднорідного осередку самозігрівання кругового поперечного перерізу. Аналітичний розв'язок задачі нестационарної теплопровідності виражено подвійним рядом Фур'є при різних варіантах розподілу теплоджерел в осередку. Показано, що за фіксованих розмірів осередку рівномірний розподіл теплоджерел (однорідний осередок) дає найвидиший приріст температури з передбачених математичною моделлю. Проаналізовано збіжність подвійного ряду, що описує температурне поле. Установлено, що збіжність поліщується в ході зростання температури, з плином часу, але вона дуже повільна на початку самозігрівання, особливо при малих розмірах осередку відносно розмірів силосу. У таких випадках запропоновано спосіб прискорення збіжності подвійного ряду. Побудовано графіки для ідентифікації радіуса осередку та визначення щільності теплоджерел у ньому при трьох варіантах їх розподілу. Ідентифікація передбачає експериментальне вимірювання приросту надлишкової температури в центрі осередку з плином часу. Якщо радіус осередку великий, то приріст температури в його центрі відбувається за лінійним законом, як у необмеженому тілі з рівномірним розподілом теплоджерел. У цьому випадку центр осередку перестає бути інформаційною точкою розміру осередку і запропонований спосіб ідентифікації втрачає чинність. Наведено приклади ідентифікації показників параметрів осередку невеликих радіусів із використанням графіків. Доведена можливість прогнозування розвитку температури самозігрівання після проведення ідентифікації параметрів теплоджерел.*

**Ключові слова:** прямокутний силос, стрижневий осередок кругового перерізу, температурне поле, подвійні ряди Фур'є, ідентифікація параметрів осередку, прогноз розвитку температури в часі.

## ABOUT CALCULATION OF THE SELF-HEATING TEMPERATURE OF RAW MATERIALS IN A RECTANGULAR SILO

V. Olshanskiy, S. Kharchenko, O. Olshanskiy

*The temperature field of organic raw material is described in a rectangular silo at appearance in him the cored heterogeneous hearth of circular self-heating cross-section. The analytical decision of task of non-stationary heat conductivity is expressed by the double Fourier series at the different variants of heat sources distribution in the hearth. It is shown that with a fixed hearth size, a uniform distribution of heat sources (homogeneous hearth) gives the fastest temperature increase of those provided by the mathematical model. The convergence of the double series, which describes the temperature field, was analyzed. It was found that the convergence improves as the temperature increases, over time, but it is very slow at the beginning of the self-heating process, especially when the hearth size is small in relation to the size of the silo. The method of convergence acceleration of the double series was proposed in this case. The graphs are constructed to identify the radius of the hearth and to determine the density of heat sources in it, with three variants of their distribution. Identification involves experimentally measuring the increase in excess temperature in the center of the hearth over time. If the radius of the hearth is large, the temperature increase in its center passes on a linear law, as in an infinite solid with uniform distribution of thermal sources. In this case, the center of the hearth loses the information capacity of the hearth size and the proposed method of identification loses force. Examples of identifying parameters of the hearths of small radiuses are made, using graphs. The possibility of predicting the development of self-heating temperature after the identification of thermal source parameters is shown.*

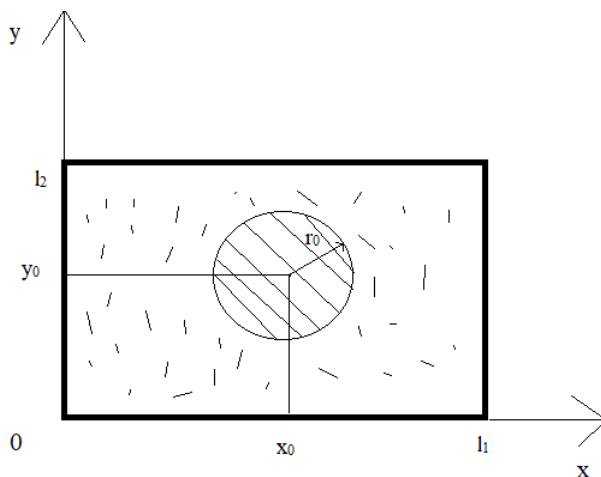
**Keywords:** *rectangular silo, cored hearth of circular cross-section, temperature field, double Fourier series, identification of the hearth parameters, forecast of temperature development in time.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Самозігрівання рослинної сировини в силосах елеваторів відноситься до шкідливих явищ. Порушення температурного режиму зберігання сировини супроводжується погіршенням її якості, а іноді й повною втратою властивостей. В окремих випадках самозігрівання було також причиною пожеж на елеваторах [1–3]. Тоді воно стає не тільки шкідливим, а й небезпечним явищем. У зв'язку з цим уже тривалий час досліджуються температурні поля силосів при появі локалізованих осередків самозігрівання [4–7]. Використовують різні способи моделювання, спрямовані на розв'язування прямих і обернених задач нестационарної теплопровідності. У математичних моделях температурних полів найбільш поширені три форми осередків

самозігрівання: пластовий [8–10], гніздовий [10–14] і стрижневий [10; 15; 16]. В роботах [15; 16] моделювали температурне поле силосу циліндричної форми при появі в ньому стрижневого осередку кругового поперечного перерізу. Тут, на відміну від зазначених публікацій, розглядаємо силос прямокутної форми з різними варіантами розподілу внутрішніх термоджерел в осередку. Для розв’язування задачі залуцаємо подвійні тригонометричні ряди і приводимо прискорення їх збіжності. Крім прямої задачі нестационарної теплопровідності пропонуємо розв’язок оберненої задачі стосовно визначення параметрів осередку самозігрівання за результатами вимірювання зміни температури в його центрі з плином часу, а також подальшого прогнозування її розвитку в рамках розробленої математичної моделі.

**Метою статті** є розробка математичної моделі температурного поля при самозігріванні рослинної сировини в прямокутному силосі внаслідок миттєвої появи в ньому неоднорідного стрижневого осередку кругового поперечного перерізу.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розглядаємо прямокутний силос довжиною  $l_1$  і шириною  $l_2$ , в якому виник стрижневий осередок самозігрівання радіусом  $r_0$ . Центр осередку має координати  $x_0, y_0$  у прямокутній системі координат, показаній на рис. 1.



**Рис. 1.** Розрахункова схема

Щільність термоджерел у неоднорідному осередку описуємо виразом:

$$q(x, y) = q_0 \begin{cases} \left[ 1 - \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{r_0^2} \right]^\mu & \text{при } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \leq r_0^2 \\ 0 & \text{при } (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 > r_0^2 \end{cases} \quad (1)$$

де  $q_0 > 0, \mu \geq 0$  – деякі константи, що визначають потужність осередку.

При  $\mu = 0$  маємо однорідний осередок зі сталою щільністю термоджерел  $q_0$ , а при  $\mu > 0$  – неоднорідні осередки, на межі яких щільність дорівнює нулю.

Для визначення розподілу надлишкової температури  $T(x, y, t)$  розв'яжемо диференціальне рівняння:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \frac{q(x, y)}{\rho c} H(t), \quad (2)$$

де  $a = \lambda / (\rho c)$  – коефіцієнт температуропровідності сировини;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності сировини;  $\rho, c$  – відповідно питома маса і питома теплоємність сировини;  $H(t)$  – одинична функція Хевісайда;  $t$  – час.

На бокових поверхнях силосу надлишкову температуру задаємо рівною нулю, що відповідає умовам ідеального теплообміну силосу із зовнішнім середовищем. Така модель дещо занижує температури самозігрівання, але несуттєво при відділенні осередку від стінок силосу. Отже, початкову та крайову умови подаємо виразами:

$$T(x, y, 0) = 0; T(0, y, t) = T(l_1, y, t) = T(x, 0, t) = T(x, l_2, t) = 0. \quad (3)$$

Розв'язок рівняння (2) шукаємо у вигляді подвійного ряду:

$$T(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{nm}(t) \sin(a_m x) \sin(\beta_n y), \quad (4)$$

де  $f_{nm}(0) = 0; a_m = m\pi / l_1; \beta_n = n\pi / l_2$ .

Розв'язок у формулі (4) задовольняє умовам (3). Підстановка його у (2) дає рівняння:

$$\frac{df_{mn}}{dt} + a\gamma_{mn}^2 f_{mn} = \frac{b_{mn}}{\rho c}. \quad (5)$$

Тут  $\gamma_{mn}^2 = a_m^2 + \beta_n^2$ ;  $b_{mn}$  – коефіцієнти ряду:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin(a_m x) \sin(\beta_n y) = q(x, y). \quad (6)$$

Підставивши (1) у (6), знаходимо коефіцієнти ряду:

$$b_{mn} = \frac{4\pi q_0 r_0^{1-\mu}}{l_1 l_2} \frac{2^{1+\mu} \Gamma(1+\mu)}{\gamma_{mn}^{1+\mu}} J_{1+\mu}(\gamma_{mn} r_0) \sin(a_m x_0) \sin(\beta_n y_0). \quad (7)$$

У ньому:  $\Gamma(1+\mu)$  – гамма-функція;  $J_{1+\mu}(Z)$  – функція Бесселя першого роду індексу  $1+\mu$ .

Рівняння (5) мають розв'язки:

$$f_{mn}(t) = \frac{b_{mn}}{\lambda \gamma_{mn}^2} \left[ 1 - \exp(-a\gamma_{mn}^2 t) \right].$$

Підстановка їх у (4) з урахуванням (7) дає розподіл надлишкової температури в силосі:

$$T(x, y, t) = \frac{\pi q_0 r_0^{1-\mu}}{\lambda l_1 l_2} 2^{3+\mu} \Gamma(1+\mu) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{1+\mu}(\gamma_{mn} r_0)}{\gamma_{mn}^{3+\mu}} \times \\ \times \left[ 1 - \exp(-a\gamma_{mn}^2 t) \right] \sin(a_m x_0) \sin(\beta_n y_0) \sin(a_m x) \sin(\beta_n y). \quad (8)$$

Як окремий випадок, при  $\mu=0$ ,  $t=\infty$  із (8) впливає відомий розв'язок, одержаний у [9] для стаціонарного температурного поля.

Найбільші температури виникають у силосі, коли центр осередку потрапляє в центр силосу. Тоді в центрі осередку, що лежить на лінії  $y=0,5 l_2$ , де  $l_2 \leq l_1$ , надлишкова температура подається виразом:

$$\begin{aligned} T\left(x_0, \frac{l_2}{2}, t\right) &= \frac{\pi q_0 r_0^{1-\mu}}{\lambda l_1 l_2} 2^{3+\mu} \Gamma(1+\mu) \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{J_{1+\mu}(\gamma_{mn} r_0)}{\gamma_{mn}^{3+\mu}} \times \\ &\times \left[1 - \exp(-a\gamma_{mn}^2 t)\right] \sin^2(a_m x_0) \sin^2(n\pi/2). \end{aligned} \quad (9)$$

Щоб прискорити його збіжність при малих  $r_0/l_2$ , скористаємося різницею:

$$T\left(x_0, \frac{l_2}{2}, t\right) = T_c\left(x_0, \frac{l_2}{2}\right) - T_q\left(x_0, \frac{l_2}{2}, t\right), \quad (10)$$

в якій

$$T_c\left(x_0, \frac{l_2}{2}\right) = \frac{\pi q_0 r_0^{1-\mu}}{\lambda l_1 l_2} 2^{3+\mu} \Gamma(1+\mu) \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{J_{1+\mu}(\gamma_{mn} r_0)}{\gamma_{mn}^{3+\mu}} \sin^2(a_m x_0) \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right); \quad (11)$$

$$\begin{aligned} T_q\left(x_0, \frac{l_2}{2}, t\right) &= \frac{\pi q_0 r_0^{1-\mu}}{\lambda l_1 l_2} 2^{3+\mu} \Gamma(1+\mu) \times \\ &\times \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{J_{1+\mu}(\gamma_{mn} r_0)}{\gamma_{mn}^{3+\mu}} \exp(-a\gamma_{mn}^2 t) \sin^2(a_m x_0) \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

Ряди в (12) збігаються швидше, ніж в (11). Тому бажано подати суму в (11) у замкнутій формі. Для цього скористаємося методом, запропонованим у [16]. Згідно з [17] наближено маємо:

$$T_c\left(x_0, \frac{l_2}{2}\right) \approx \frac{q_0 r_0^2}{(1+\mu)4\lambda} \left[ 2 \ln \frac{2l_1 \sin(\pi x_0/l_1)}{\pi} - \varphi - \theta \right],$$

$$\text{де } \varphi = \left( \iint_D q(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \right)^{-1} \iint_D q(\zeta, \eta) \ln(\zeta^2 + \eta^2) d\zeta d\eta;$$

$$\theta = 4 \sum_{K=1}^{\infty} \frac{\sin^2(K\pi x_0/l_1)}{Kch\left(\frac{K\pi l_2}{2l_1}\right)} \exp\left(-\frac{K\pi l_2}{2l_1}\right);$$

де  $d$  – кругова область теплового осередку.

Ряд для  $\theta$  збігається дуже швидко. Більше того, у [16] складена таблиця його сум для різних відношень ( $l_1/l_2$ ).

Тому коротко зупинимось на визначенні  $\varphi$ . Тут:

$$\iint_D q_0 \left(1 - \frac{\zeta^2 + \eta^2}{r_0^2}\right)^\mu d\zeta d\eta = 2\pi q_0 \int_0^{r_0} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^\mu r dr = \frac{\pi q_0 r_0^2}{\mu + 1};$$

$$\iint_D q_0 \left(1 - \frac{\zeta^2 + \eta^2}{r_0^2}\right)^\mu \ln(\zeta^2 + \eta^2) d\zeta d\eta = 2\pi q_0 \int_0^{r_0} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^\mu \ln r^2 \cdot r dr =$$

$$= \frac{\pi q_0 r_0^2}{1 + \mu} \left\{ \ln r_0 + \frac{1}{2} [\Psi(1) - \Psi(\mu + 2)] \right\},$$

де  $\Psi(Z)$  – пси-функція, затабульована у [18].

При обчисленні другого інтеграла враховано, що [19]:

$$\int_0^{\pi/2} \ln(\sin u) \cos^{2\mu+1} \sin u du = \frac{1}{4} \frac{\Gamma(\mu+1)\Gamma(1)}{\Gamma(\mu+2)} [\Psi(1) - \Psi(\mu+2)].$$

Таким чином,

$$\varphi = 2 \ln r_0 + [\Psi(1) - \Psi(\mu + 2)];$$

$$T_c \left( x_0, \frac{l_2}{2} \right) \approx \frac{q_0 r_0^2}{4\lambda(1 + \mu)} \left[ 2 \ln \frac{2l_1 \cdot \sin(\pi x_0 / l_1)}{\pi r_0} + (\Psi(\mu + 2) - \Psi(1)) - \theta \right]. \quad (13)$$

Точність формули (13) погіршується зі зростанням відношення  $r_0/l_1$ .

Щоб отримати інформацію про її похибки, порівняємо результати, до яких вона призводить, із результатами розрахунків у [9], одержаними при  $\mu = 0$  за формулою (11), з обчисленням  $200 \times 200$  членів подвійного ряду. Значення безрозмірного температурного параметра

$$\bar{T}_c \left( \frac{l_1}{2}, \frac{l_2}{2} \right) = 10^3 \lambda T_c \left( \frac{l_1}{2}, \frac{l_2}{2} \right) (q_0 l_1 l_2)^{-1} \text{ при } l_1 = l_2 \text{ записано в табл. 1.}$$

Таблиця 1

Значення  $\bar{T}_c(0,5l_1, 0,5l_1)$ , одержані двома способами

$r_0 / l_1$	у [9]	фор. (13)	$r_0 / l_1$	у [9]	фор. (13)
	Значення $\bar{T}_c$			Значення $\bar{T}_c$	
0,01	0,22	0,22	0,1	10,93	10,93
0,05	3,60	3,60	0,2	29,84	29,85

Використовуючи формулу (13), урахували, що при  $\mu = 0, l_1 = l_2 : \Psi(2) - \Psi(1) = 1, \theta \approx 0,3316$ .

Із табл. 1 видно, що для малих радіусів осередків, коли дуже повільна збіжність рядів у (11), наближена формула (13) цілком придатна для розрахунків. До того ж вона враховує нерівномірність розподілу термоджерел в осередку.

**Числові результати.** Як сировину візьмемо зерно, в якого [1]:  $\lambda = 0,15$  Вт/(мК);  $a = 1,8 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с Розглядаємо силос квадратного поперечного перерізу, що має  $l_1 = l_2 = 10$  м. Центр осередку самозігрівання беремо в центрі силосу, де  $x_0 = y_0 = 5$  м. Задаємо різні значення  $r_0$  і  $\mu$ .

Результати обчислень безрозмірного температурного параметра  $T_*(x_0, y_0, t) = \frac{\lambda}{q_0 r_0^2} T(x_0, y_0, t)$  при  $\mu = 0, r_0 = 0,1 l_1$  записано в табл. 2.

Таблиця 2

Значення  $10 \times T_*(x_0, y_0, t)$  при різних  $t(\mu = 0)$ 

$t$ , дїб	$n_* = 5$	$n_* = 10$	$n_* = 50$	$n_* = 100$
	Значення $10 \cdot T_*(x_0, y_0, t)$			
10	<u>1,6255</u>	<u>1,4156</u>	<u>1,4566</u>	<u>1,4569</u>
	1,4556	1,4570	1,4570	1,4570



Продовження табл. 2

20	$\frac{2,6596}{2,4897}$	$\frac{2,4479}{2,4893}$	$\frac{2,4888}{2,4893}$	$\frac{2,4892}{2,4893}$
50	$\frac{4,4452}{4,2753}$	$\frac{4,2339}{4,2753}$	$\frac{4,2749}{4,2753}$	$\frac{4,2752}{4,2753}$
100	$\frac{5,9923}{5,8224}$	$\frac{5,7811}{5,8224}$	$\frac{5,8220}{5,8224}$	$\frac{5,8223}{5,8224}$

Обчислене при цьому за формулою (13)  $T_{c^*}(x_0, y_0) \approx 1,09260$ , а розраховані з його використанням за формулою (10)  $10 \cdot T_*(x_0, y_0, t)$  записано в знаменниках у табл. 2.

Результати в чисельниках одержано за формулою (9), де в кожному з рядів обчислювали  $2n_s - 1$  членів. Збіжність рядів у знаменниках значно швидша, ніж у чисельниках. Вона дещо покращується з плином часу  $t$ , але для обчислень доводиться використовувати комп'ютер.

Про вплив нерівномірності розподілу термоджерел в осередку [показника  $\mu v$  (1)] на приріст температур у його центрі надано інформацію в табл. 3 і 4 де відповідно  $\mu = 0,5$  і  $\mu = 1,5$ .

Таблиця 3

Значення  $10 \times T_*(x_0, y_0, t)$  при  $\mu = 0,5$ 

$t$ , дїб	10	20	50	100
$10 \cdot T_*(x_0, y_0, t)$	1,2543	2,0170	3,2681	4,3232

Таблиця 4

Значення  $10 \times T_*(x_0, y_0, t)$  при  $\mu = 1,5$ 

$t$ , дїб	10	20	50	100
$10 \cdot T_*(x_0, y_0, t)$	1,0192	1,5326	2,3266	2,9762

Зі збільшенням показника  $\mu v$  (1) сповільнюється приріст температури в центрі осередку самозігрівання. У рамках розглянутої моделі найшвидший приріст спостерігаємо при  $\mu = 0$ , коли осередок

однорідний і має найбільшу сумарну потужність термоджерел порівняно з неоднорідними осередками.

Згідно з викладеною теорією для прогнозу розвитку температури в часі, крім теплофізичних характеристик сировини і розмірів силосу, потрібні також параметри осередку самозігрівання  $q_0$ ,  $r_0$  і  $\mu$ . Їх наближене визначення можливе лише в разі експериментального вимірювання температури сировини в певні моменти часу на початку процесу самозігрівання. Щоб ідентифікувати  $r_0$ , а потім і  $q_0$  нижче наведені графічні залежності  $r_0/R$  від відношення температур в центрі осередку  $\theta = T_2/T_1$ . Графіки побудовано з використанням формули (9) для трьох значень  $\mu = 0; 0,5; 1,5$  у припущенні, що температури у центрі квадратного силосу ( $l_1 = l_2$ ), де знаходиться і центр осередку,  $T_1 = T_1\left(\frac{l_1}{2}, \frac{l_1}{2}, t_1\right)$  і  $T_2 = T_2\left(\frac{l_1}{2}, \frac{l_1}{2}, t_2\right)$  замірено при  $t_1 = 5$  діб і  $t_2 = 10$  або 15 діб. У другому випадку розширюються можливості ідентифікації (менше проявляється математична некоректність оберненої задачі теплопровідності), але з практичної точки зору небажано загаявання часу проведення ідентифікації.

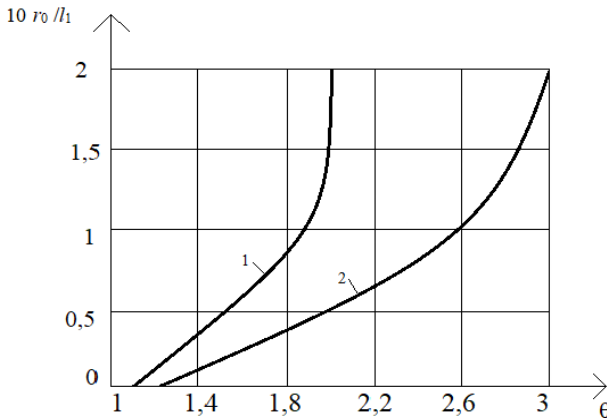


Рис. 2. Графіки  $r_0 / l_1$  при  $\mu = 0$  : 1)  $t_2 = 2t_1 = 10$  діб;  
2)  $t_2 = 3t_1 = 15$  діб

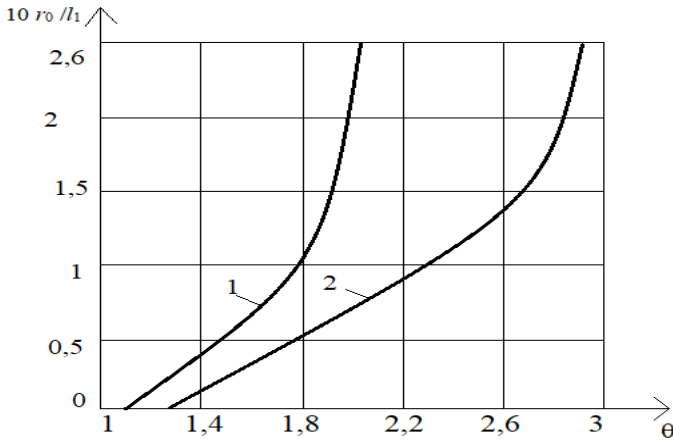


Рис. 3. Графіки  $r_0 / l_1$  при  $\mu = 0,5$ :  $t_2 = 2t_1 = 10$  діб;  
2)  $t_2 = 3t_1 = 15$  діб

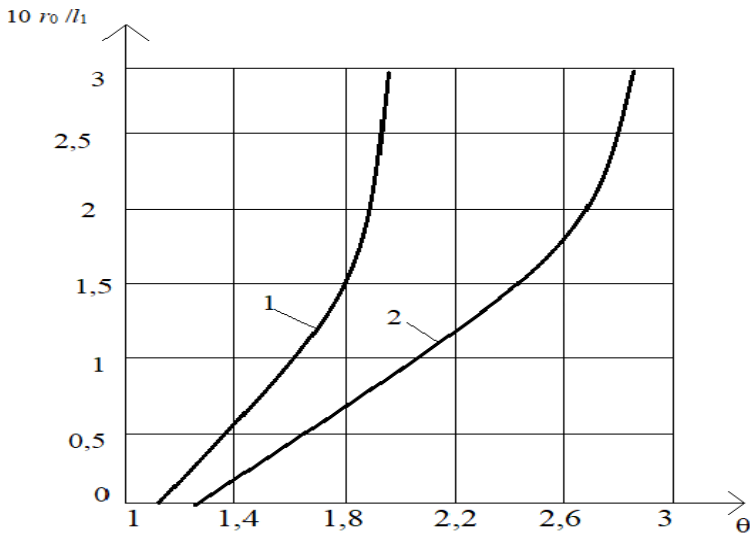


Рис. 4. Графіки  $r_0 / l_1$  при  $\mu = 1,5$ :  $t_2 = 2t_1 = 10$  діб;  
2)  $t_2 = 3t_1 = 15$  діб

Після визначення  $r_0$  можна обчислити  $q_0$ , бо згідно з (9):

$$q_0 = T_1 \left\{ \frac{\pi r_0^{1-\mu} 2^{3+\mu} \Gamma(1+\mu)}{\lambda l_1^2} \sum_{m,n=1,3,5}^{\infty} \frac{J_{1+\mu}(\gamma_{mn} r_0)}{\gamma_{mn}^{3+\mu}} [1 - \exp(-a \gamma_{mn}^2 t_1)] \right\}^{-1}. \quad (14)$$

Розглянемо приклади. Нехай, як і раніше,  $\lambda = 0,15$  Вт/(мК)  $a = 1,8 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $l_1 = l_2 = 10$  м.

**Приклад 1.** За результатами вимірювання  $T_1 = 5$  °С  $T_2 = 9$  °С, при  $t_2 = 2t_1 = 10$  діб. За графіком 1 на рис. 2 для відношення  $\theta = 1,8$  наближено знаходимо  $r_0 / l_1 \approx 0,084$ , тобто  $r_0 = 0,84$  м при  $\mu = 0$ .

Тоді за формулою (14) одержуємо  $q_0 \approx 9,908$  Вт/м<sup>3</sup>. Підставивши ідентифіковані значення параметрів осередку в формулу (9), одержуємо при  $t = 5; 10; 15$  діб відповідно  $T \approx 5,000; 9,019; 12,095$  °С.

**Приклад 2.** Припустимо, що  $\mu = 1,5$ , а  $\theta = 1,8$ . Для цього співвідношення на графіку 1 на рис. 4 маємо  $r_0 / l_1 \approx 0,15$  або  $r_0 = 1,5$  м. За формулою (14) одержуємо  $q_0 \approx 5,824$  Вт/м<sup>3</sup>. Підстановка знайдених параметрів осередку у формулу (9) дає відповідно при  $t = 5; 10; 15$  діб  $T \approx 5,000; 9,040; 12,348$  °С. Ці значення температур близькі до розрахованих у першому прикладі. Отже, з позицій короткочасного прогнозу розвитку температури в часі значення  $\mu$  не є суттєвим і його можна задавати рівним нулю, а ідентифікувати лише  $r_0$  і  $q_0$ .

**Висновки.** Одержаний аналітичний розв'язок нестационарної задачі теплопровідності в поєднанні з експериментальним вимірюванням температури в центрі осередку самозігрівання дає можливість ідентифікувати параметри внутрішнього термоджерела і прогнозувати розвиток температури самозігрівання. Реалізація цього способу дослідження температурного процесу самозігрівання можлива лише з використанням комп'ютерних способів розрахунку, бо ґрунтується на подвійних тригонометричних рядах повільної збіжності.

#### Список джерел інформації / References

1. Вогман Л. П. Пожарная безопасность элеваторов / Л. П. Вогман, В. И. Горшков, А. Г. Дегтярев. – Москва : Стройиздат, 1993. – 288 с.
- Vohman, L., Horshkov, V., Dehtiarev, A. (1993), *Fire safety of elevators*, Stroyizdat, Moscow, 288 p.

2. Дегтярев А. Г. Оптический способ обнаружения самовозгорания и горения в хранилищах сельскохозяйственного сырья / А. Г. Дегтярев, Л. П. Вогман // Пожаровзрывобезопасность. – 1999. – Вып. 6. – С. 37–41.

Dehtjarev, A., Vohman, L. (1999), “Optical method for detecting spontaneous combustion and burning in storage of agricultural raw materials” [“Optycheskyi sposob obnaruzheniya samovozghoraniya u horeniya v khranilyshchakh selskokhoziaistvennoho siria”], *Pozharovzrivobezopasnost*, Vol. 6, pp. 37-41.

3. Определение времени индукции при очаговом самовозгорании материалов / Горшков В. И., Корольченко И. А., Козаков А. В., Соколов Д. Н. // Пожарная безопасность. – 2007. – Вып. 1. – С. 66–70.

Horshkov, V., Korolchenko, Y., Kozakov, A., Sokolov, D. (2007), “Determination of induction time for focal spontaneous combustion of materials” [“Opredelenye vremeny ynduksyy pry ochahovom samovozghoranuu materyalov”], *Pozharnaia bezopasnost*, Vol. 1, pp. 66-70.

4. Соколов Д. Н. Оценка возможности самовозгорания зерна в силосах элеватора / Д. Н. Соколов // Инновационные технологии производства и хранения материальных ценностей для государственных нужд. – 2017. – Вып. 7. – С. 284–287.

Sokolov, D. (2017), “Evaluation of the possibility of spontaneous combustion of grain in the silos of the elevator” [“Otsenka vozmozhnosti samovozghoraniya zerna v silosakh elevatora”], *Ynovatsyonnye tekhnolohyy proizvodstva y khraneniya materyalnikh tsennopei dlia hosudarstvennikh nuzhd*, Vol. 7, pp. 284-287.

5. Сухарева А. Р. Состояние вопроса самонагрева хлеба в скирдах / А. Р. Сухарева, С. Н. Шуханов // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. – 2018. – № 3 (71). – С. 165–168.

Sukhareva, A., Shukhanov, S. (2018), “The state of the question of self-heating of the grain mass in stacks” [“Sostoianye voprosa samonahrevaniya khlebnoi massi v skyrdakh”], *Yzvestiya Orenburshkoho hosudarstvennoho ahrmnoho unyversyteta*, Vol. 3(71), pp. 165-168.

6. Орликова В. П. Изучение очагового самовозгорания органических веществ / В. П. Орликова, В. В. Волюнец // Пожарная безопасность: проблемы, пути совершенствования. – 2019. – Вып. 2 (3). – С. 169–177.

Orlykova, V., Volinets, V. (2019), “Study of focal spontaneous combustion of organic substances” [“Yzuchenye ochahovoho samovozghoraniya orhanycheskykh veshchestv”], *Pozharnaia bezopasnost: problemi, puty sovershenstvovaniya*, Vol. 2(3), pp. 169-177.

7. Olshanskii V. (2001), “Temperature field of bedded self-heating of a bank in a silo. Combustion”, *Explosion and shock waves*, Vol. 37, No. 1, pp. 53-56.

8. Еременко С. А. Задачи нестационарной теплопроводности при самонагревании сырья пластовыми очагами / С. А. Еременко, В. П. Ольшанский. – Харьков : ХНАДУ, 2003. – 164 с.

Еременко Eremenko, S., Olshanskyi, V. (2003), [Zadachy nestatsyonarnoi teploprovodnosti pry samonahrevanuu siria plastovimy ochahamy], KhNADU, Kharkov, 164 p.

9. Криса И. А. Стационарные температурные поля при самонагревании растительного сырья (их расчет и реконструкция) / И. А. Криса, В. П. Ольшанский. – Киев : Пожінформтехніка, 2003. – 296 с.

Krysa, Y., Olshanskyi, V. (2003), *Stationary temperature fields during self-heating of plant raw materials (their calculation and reconstruction)* [Statsyonarnie temperaturnie polia pry samonahrevannyu rastytelnoho siria (ykh raschet y rekonstruksyia)], *Pozhynformtekhnyka*, Kyev, 296 p.

10. Кирочкин А. Ю. Распределение температуры в гнездовом органическом веществе / А. Ю. Кирочкин, Ю. А. Абрамов // Проблемы пожарной безопасности. – Харьков : ХИПБ, 2000. – Вып. 7. – С. 106–111.

Kyrochkin, A., Abramov, Yu. (2000), “Temperature distribution in nesting organic matter” [“Raspredelenye temperaturi v hnezdomom orhanycheskom veshchestve”], *Problemi pozharnoi bezopasnosti*, KhYPB, Kharkov, Vol. 7, pp. 106–111.

11. Ларин А. Н. Задачи нестационарной теплопроводности при самонагревании сырья гнездовыми очагами / А. Н. Ларин, В. П. Ольшанский, В. В. Тригуб. – Харьков : ХНАДУ, 2003. – 160 с.

Laryn, A. Olshanskyi, V. Tryhub, V. (2003), *Problems of unsteady thermal conductivity during self-heating of raw materials by nesting centers* [Zadachy nestatsyonarnoi teploprovodnosti pry samonahrevannyu siria hnezdovimy ochahamy], *KhNADU*, Kharkov, 160 p.

12. Ольшанский В. П. К расчету температуры самонагревания растительного сырья гнездовым сферическим очагом / В. П. Ольшанский, В. Тригуб // Вестник ХГПУ. Новые решения в современных технологиях. – Харьков : ХГПУ, 2000. – Вып. 118. – С. 43–45.

Olshanskyi, V. Tryhub, V. (2000), “To the calculation of the self-heating temperature of plant raw materials by a nesting spherical hearth” [“Raschetu temperaturi samonahrevaniya rastytelnoho siria hnezdovim sferycheskym ochahom”], *Vestnyk KhHPU. Novie resheniya v sovremennikh tekhnolohiyakh*, KhHPU, Kharkov, Vol. 118, pp. 43–45.

13. Olshanskii, V. (2002), “Temperature field of cluster self-heating of bank in a silo. Combustion”, *Explosion and shock waves*, Vol. 38, No. 6, pp. 728–732.

14. Абрамов Ю. А. Математическая модель теплового поля зерновой насыпи / Ю. А. Абрамов, А. Ю. Киричкин, Д. Н. Откидач // Пожаровзрывобезопасность. – 1999. – № 2. – С. 25–29.

Abramov, Yu., Kyrychkin, A., Otkydach, D. (1999), “Mathematical model of the thermal field of a grain embankment” [“Matematycheskaia model teplovoho polia zernovoi nasipy”], *Pozharovzrivobezopasnost*, No. 2, pp. 25–29.

15. Абрамов Ю. А. Математические модели тепловых полей насыпи растительного сырья с учетом температуры окружающей среды / Ю. А. Абрамов, А. Ю. Киричкин // Пожаровзрывобезопасность. – 2000. – № 3. – С. 21–27.

Abramov, Yu., Kyrychkin, A. (2000), “Mathematical models of thermal fields of the embankment of plant raw materials taking into account the ambient temperature” [“Matematycheskye modely teplovikh polei nasipy rastytelnoho siria s uchetom temperaturi okruzhaiushchei sredi”], *Pozharovzrivobezopasnost*, No 3, pp. 21–27.

16. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – Москва : Физматгиз, 1963. – 636 с.

Tymoshenko, S., Voinovskiy-Kryher, S. (1963), *Plates and shells [Plastyanky y obolochky]*, Fizmatyuz, Moscow, 636 p.

17. Ольшанский В. П. Аналитические методы расчета локального нагруженных тонких оболочек / В. П. Ольшанский, В. И. Лавинский, Д. И. Мазоренко. – Харьков : ХНТУСХ, 2009. – 366 с.

Olshanskiy, V., Lavynskiy, V. Mazorenko, D. (2009), *Analytical methods for calculating locally loaded thin shells [Analytycheskiye metody rascheta lokalnoho nahruzhenikh tonkykh obolochek]*, KhNTUSKh, Kharkov, 366 p.

18. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – Москва : Наука, 1977. – 344 с.

Yanke, E., Emde, F., Lesh, F. (1977), *Special functions [Spetsyalnie funktsyy]*, Nauka, Moscow, 344 p.

19. Градштейн И. С. Таблицы интегралов, суммы, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – Москва : Физматгиз, 1962. – 1100 с.

Gradshteyn, I., Ryzhik, I. (1962), *Tables of integrals, sums, series and products [Tablitsyi integralov, sumyi, ryadov i proizvedeniy]*, Fizmatgiz, Moscow, 1100 p.

**Ольшанський Василь Павлович**, д-р фіз.-мат. наук, проф. кафедри фізики і теоретичної механіки, академік АНВОУ, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка. Адреса: вул. Алчевських 44, м. Харків, Україна, 61002. Тел.: 0660100955; e-mail: OlsOlshanskiyVP@gmail.com.

**Olshanskiy Vasyi**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Physics and Theoretical Mechanics, Academician of ANVOU, Petro Vasylenko Kharkiv National Technical University. Address: Alchevskikh st., 44, Kharkiv, Ukraine, 61002. Tel.: 0660100955; e-mail: OlsOlshanskiyVP@gmail.com.

**Харченко Сергій Олександрович**, д-р техн. наук, доц., проф. кафедри оптимізації технологічних систем ім. Т.П. Євсюкова, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка. Адреса: вул. Алчевських, 44, м. Харків, Україна, 62314. Тел.: 0991703477; e-mail: kharchenko\_mtf@ukr.net.

**Kharchenko Serhiy**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Optimization of Technological Systems named after T.P. Yevsyukov, Petro Vasylenko Kharkiv National Technical University. Address: Alchevskikh st., 44, Kharkiv, Ukraine, 61002. Tel.: 0991703477; e-mail: kharchenko\_mtf@ukr.net.

**Ольшанський Олександр Васильович**, д-р екон. наук, доц. кафедри менеджменту, Харківський державний університет харчування та торгівлі. Адреса: вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна, 61051. Тел.: (057)349-45-27; e-mail: alex\_olshanskiy@ukr.net.

**Olshanskiy Oleksandr**, Doctor of Economics, Associate Professor of the Department of Management, Kharkiv State University of Food Technology and Trade. Address: Klochkivska str., 333, Kharkiv, Ukraine, 61051. Tel.: (057)349-45-27; e-mail: alex\_olshanskiy@ukr.net.

DOI: 10.5281/zenodo.5043543