

**Кутья О.В.**

Харьковский национальный  
технический университет сельского  
хозяйства имени Петра Василенко,  
г. Харьков, Украина  
E-mail: bett\_2008@meta.ua

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГОРОДСКИХ ГРУЗОВЫХ ПЕРЕВОЗОК

УДК 656.073

### *Кутья О.В. «Розробка математичної моделі міських вантажних перевезень»*

На основі виявлених аналогій в закономірностях протікання процесів в електричних колах і міських автотранспортних потоках, розроблено математичну модель міських вантажних перевезень. Основною відмінністю розробленої моделі від раніше відомих, є те, що модель працює в реальному режимі часу і, за допомогою інтернет-ресурсів, наприклад, Google Maps (Харків) і videoprobki.ua (Харків), визначає завантаженість ділянок дорожньої мережі або наявність пробок. Отримані вирази, які дозволяють визначити опір пересуванню транспортних засобів на маршруті. Застосовуючи положення кластерного аналізу, розроблено методику розрахунків опору складного маршруту, який містить ділянки з різною щільністю руху, що також є відмінністю від раніше розроблених моделей.

На підставі отриманих значень опору ділянок маршруту та маршрутів у цілому, отримано вирази для розрахунків зменшення швидкості руху на маршруті, що дозволяє розраховувати час доставки вантажу. Показана роль логістичного центру в загальній системі транспортного обслуговування і отримано формули для розрахунків потужності логістичного центру.

Запропонований критерій для вибору раціональних маршрутів – добротність маршруту. Критерій враховує можливості логістичного центру (його інформативність), масу перевезеного вантажу, завантаженість маршруту (пробки), відстань перевезення і реальний час доставки вантажу. Аналіз представлених залежностей дозволяє зробити висновок, що наявність пробок на маршруті змінює величину  $Q_m$  в 4 рази і є більш значимим параметром, чим довжина маршруту. Зміна  $l_m$  від 10 до 30 км зменшує значення добротності маршруту у 3 рази.

Показано відмінність запропонованого критерію від раніше відомих, відмінною рисою якого є те, що він визначається в онлайн-режимі за допомогою інтернет-ресурсів і враховує динаміку завантаженості маршрутів протягом робочої зміни.

**Ключові слова:** транспортний процес, математична модель, міські вантажні перевезення, опір маршруту, потужність логістичного центру, добротність маршруту, вибір маршруту.

### *Кутья О.В. «Разработка математической модели городских грузовых перевозок»*

На основе выявленных аналогий в закономерностях протекания процессов в электрических цепях и городских автотранспортных потоков, разработана математическая модель городских грузовых перевозок. Основным отличием разработанной модели от ранее известных, является то, что модель работает в реальном режиме времени и, с помощью интернет-ресурсов, например, Google Maps (Харьков) и videoprobki.ua (Харьков), определяет загруженность участков дорожной сети или наличие пробок. Получены выражения, которые позволяют определить сопротивление передвижению транспортных средств на маршруте. Применяя положения кластерного анализа, разработана методика расчета сопротивления сложного маршрута, который содержит участки с различной плотностью движения, что также является отличием от ранее разработанных моделей.

На основании полученных значений сопротивления участков маршрута и маршрутов в целом, получены выражения для расчета уменьшения скорости движения на маршруте, что позволяет рассчитывать время доставки груза. Показана роль логистического центра в общей системе транспортного обслуживания и получены формулы для расчета мощности логистического центра.

Предложен критерий для выбора рациональных маршрутов – добротность маршрута. Критерий учитывает возможности логистического центра (его информативность), массу перевозимого груза, загруженность маршрута (пробки), расстояние перевозки и реальное время доставки груза. Анализ представленных зависимостей позволяет сделать вывод, что наличие пробок на маршруте изменяет величину  $Q_m$  в 4 раза и является более значимым параметром, чем протяженность маршрута. Изменение  $l_m$  от 10 до 30 км уменьшает значение добротности маршрута в 3 раза.

Показано отличие предложенного критерия от ранее известных, отличительной особенностью которого является то, что он определяется в онлайн-режиме с помощью интернет-ресурсов и учитывает динамику загруженности маршрутов в течении рабочей смены.

**Ключевые слова:** транспортный процесс, математическая модель, городские грузовые перевозки, сопротивление маршрута, мощность логистического центра, добротность маршрута, выбор маршрута

*Kutiya O.V. «Development of a mathematical model of urban freight transportation»*

A methodical approach to the development of a mathematical model of urban freight transportation is proposed. Based on the identified analogies in the patterns of the processes in electrical circuits and urban traffic flows, a mathematical model of urban freight traffic has been developed. The main difference of the developed model from the previously known ones is that the model works in real time and, using Internet resources, for example, Google Maps (Kharkiv) and videoprobki.ua (Kharkiv), determines the workload of the road network sections or the presence of traffic jams. Expressions are obtained that allow to determine the resistance to movement of vehicles on the route. Applying the provisions of cluster analysis, a method was developed for calculating the resistance of a complex route, which contains sections with different density of motion, which is also a difference from the previously developed models. A criterion for choosing rational routes is proposed - the quality of the route. The criterion takes into account the capabilities of the logistics center (its information content), the mass of the cargo being transported, the route (traffic) load, the transportation distance and the actual delivery time of the cargo. This is the difference between the proposed criterion and the known one, the distinctive feature of which is that it is determined online and takes into account the dynamics of the congestion of routes during the work shift.

The analysis of the presented dependences allows us to conclude that the presence of traffic jams on the route changes the value of  $Q_m$  by 4 times and is a more significant parameter than the length of the route. Changing  $l_m$  from 10 to 30 km reduces the value of the quality factor of the route by 3 times.

This is the difference between the proposed criterion  $Q_m$  and the previously known criterion, the distinguishing feature of which is that it is determined online. Consequently, the criterion  $Q_m$  takes into account the dynamics of changes in the load of routes during the working day or during the time of cargo delivery. For this purpose, the information feedback of the vehicle with the logistic center should be included in the information model scheme. This allows you to manage the delivery process, making corrections while the vehicle is moving along the route.

**Keywords:** transport process, mathematical model, urban freight transportation, route resistance, logistic center capacity, route quality, route selection

### **Актуальность проблемы**

На сегодняшний день появилась проблема в транспортном обслуживании городских грузовых перевозок. Связано это с увеличением количества транспортных средств на улицах города, особенно в часы «пик», возникновением пробок и, как следствие, уменьшением технической скорости движения и увеличением времени доставки груза. Кроме этого, увеличение времени нахождения автомобиля в наряде, движение по городу на малых скоростях, способствует увеличению расхода топлива автомобилями, что увеличивает затраты на транспортное обслуживание.

В связи с увеличением плотности движения на городских улицах, классическое решение транспортной задачи о поиске наикратчайшего расстояния между грузоотправителем и грузополучателем не является справедливым, т.к. не учитываются пробки на данных маршрутах во время выполнения заказа. Поэтому, определение рациональных маршрутов в онлайн-режиме с помощью интернет-ресурсов Google Maps и videoonline.ua значительно повысит эффективность и надежность транспортного обслуживания. Для пользования указанными интернет-ресурсами, необходимо разработать математическую модель, которая совместно с интернет-ресурсами позволит выбирать рациональный маршрут в реальном масштабе времени и прогнозировать время выполнения заказа.

### **Анализ последних исследований**

Обзор и анализ публикаций, которые посвящены моделированию загруженности городской транспортной сети, представленный в работах [1-5], позволяет сделать вывод, что устранение пробок во время движения на улицах города возможно за счет создания эффективных систем мониторинга транспортных потоков, результаты которого позволят принимать оптимальные решения по выбору маршрутов. Авторы

указанных работ предложили пути решения данной проблемы – разработка системы мониторинга дорожной обстановки и принятие оптимальных управленческих решений, где в основном применяется имитационное моделирование.

Для решения аналогичных задач прогнозирования транспортного обслуживания автором работы [6] выполнен анализ существующих информационных систем поддержки принятия решений на автомобильном транспорте, где делается вывод, что для прогнозирования параметров грузопотоков целесообразно использовать модели на базе нейронных сетей. Такие модели, после их обучения, позволят учесть и описать динамику процесса.

Авторами работ [7-10] на основе выявленных аналогий в закономерностях течения электрического тока в цепях и городских транспортных потоков, разработана математическая модель структурной конфигурации городской сети на примере одного городского квартала. Модель позволяет прогнозировать загруженность улиц города и управлять транспортными потоками.

Подводя итог выполненного анализа работ, можно сделать вывод, что к имеющимся интернет-ресурсам, которые позволяют определить маршрут с минимальным расстоянием и наличие пробок на маршруте, необходимо добавить математическую модель, которая бы учитывала динамику изменения загруженности городской сети в онлайн-режиме. Такую модель желательно строить на базе аналогии с течением тока по электрическим цепям, где можно проводить анализ влияния тех или иных параметров на надежность и эффективность перевозок.

### **Формулировка цели исследования**

Целью данного исследования является разработка и формализация математической модели грузовых перевозок по улицам города с учетом наличия пробок на маршрутах, которая функционирует в реальном режиме времени и взаимодействует с интернет-ресурсом, например, Google Maps (Харьков) и videorobki.ua (Харьков).

#### **Методический подход в проведении исследований**

Для разработки математической модели городских грузовых перевозок, которая учитывает загруженность улиц города в реальном масштабе времени (онлайн-режиме), воспользуемся методическим подходом, который был применен авторами работ [9, 10]. На основе выявленных аналогий, в закономерностях протекания процессов в электрических цепях и городских автотранспортных потоков рассмотрены (на примере городского квартала г. Киева) особенности электрического моделирования структурной конфигурации городской сети. Авторами, в среде NI Multisim, собрано электрическую модель квартала города и проведено моделирование распределения городских транспортных потоков на участках одного квартала. Целью указанных выше работ является улучшение организации дорожного движения на участках пересечения городских улиц и дорог, и тем самым исключить пробки на дорогах.

### **Изложение основного материала**

При построении математической модели городских грузовых перевозок воспользуемся аналогией между течением электрического тока в электрических цепях и движением транспортных средств с грузом по дорожной сети города.

Для аналогии воспользуемся широко известным законом в электротехнике законом Ома [11]:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{B}{A} = O_M \quad (1)$$

где  $R$  – сопротивление электрической цепи, Ом;

$U$  – напряжение тока в цепи, В;

$I$  – сила тока в цепи, А.

Силу тока в электрической цепи  $I$  представим, как материальный поток в логистической системе городских грузоперевозок и формализуем его как:

$$J = \frac{m}{t_m}, \frac{T}{\text{час}} \quad (2)$$

где  $m$  – масса груза, т;

$t_m$  – время нахождения транспортного средства на маршруте, час.

Исходя из размерности выражения (2) – это производительность логистической системы в единицу времени. Время прохождения выбранного маршрута транспортным средством  $t_m$  определяется с помощью интернет-ресурса Google Maps.

Напряжение в электрической цепи  $U$  представим, как энергию в логистической системе грузоперевозок и формализуем ее как:

$$U_m^2 = \frac{l_m^2}{t_m^2} = \frac{\text{км}^2}{\text{час}^2}, \quad (3)$$

$$U_m = \sqrt{U_m^2} = \frac{\text{км}}{\text{час}}, \quad (4)$$

где  $U_m$  – скорость движения транспортного средства на маршруте, км/ч;

$l_m$  – расстояние маршрута, км.

Исходя из размерностей выражений (3) и (4) – это скорость движения транспортного средства с грузом, которая пропорциональна кинетической энергии транспортного средства.

Расстояние маршрута  $l_m$ , км, определяется с помощью интернет-ресурса Google Maps. Данный ресурс определяет расстояние от грузоотправителя до грузополучателя, а также время прохождения маршрута  $t_m$  без учета загруженности дорог (без пробок). Средняя скорость движения при таком расчете составляет 40 км/час.

Используя по аналогии закон Ома, формула (1), запишем выражение для определения сопротивления маршрута:

$$R_m = \frac{U_m^2}{J} = \frac{l_m^2}{t_m \cdot m \cdot \sqrt{IR}} = \frac{\text{км}^2}{\text{т} \cdot \text{час}}, \quad (5)$$

где  $R_m$  – сопротивление маршрута, км<sup>2</sup>/т·час;

$IR$  – интернет-ресурс, который учитывает наличие пробок в онлайн-режиме, безразмерная величина.

Если пробок нет, то маршрут в данном интернет-ресурсе отображается зеленым цветом и  $IR = 1$ . Если появляются задержки в движении, то цвет маршрута переходит в желтый, затем красный и коричневый. Следовательно,  $IR = 0,9...0,7$ . При  $IR = 0,6$  скорость движения на маршруте падает до 5 км/час.

Если городской маршрут имеет протяженность  $l_m = 10...30$  км и более, то он обязательно имеет несколько участков с различным  $IR$ . Такой факт снижает точность определения сопротивления маршрута  $R_m$ , что приведет к высокой ошибке

моделирования.

Для повышения точности моделирования применим основные положения кластерного анализа [12]. Моделируемый маршрут перевозки груза разбивается на участки – кластеры, где, согласно интернет-ресурса videorobki.ua присутствует один цвет. Следовательно, значение  $IR$  на участке – кластере является постоянной величиной. Постоянство  $IR$  выступает критерием разбиения маршрута.

Для каждого полученного кластера по выражению (5) определяется сопротивление кластера:

$$R_{ki} = \frac{l_i^2}{t_i \cdot m \sqrt{IR_i}}, \quad (6)$$

где  $l_i$  – протяженность участка  $i$ -го кластера, км;

$t_i$  - время прохождения  $i$ -го кластера, час;

$IR_i$  - значение загруженности  $i$ -го участка, определяется с помощью интернет-ресурса videorobki.ua.

При последовательном соединении кластеров в общий маршрут, по аналогии с последовательным соединением электрических сопротивлений в электрической цепи, запишем выражение для определения суммарного сопротивления маршрута:

$$R_{\text{сум,м}} = \sum_{i=1}^n R_{ki}, \quad (7)$$

где  $n$  – количество кластеров на маршруте.

Индуктивность элементов электрической цепи, как свойство возбуждать электродвижущую силу в цепи при изменении силы тока, в электротехнике определяют выражением:

$$L = R \cdot t = Ом \cdot с, \quad (8)$$

где  $t$  – время действия электрического тока, с.

В транспортном процессе индуктивность формализуется как информативность (информационное поле) логистического центра и определяется по выражению:

$$L_{\text{ЛЦ}} = R_m \cdot t_m = \frac{l_m^2}{m \cdot \sqrt{IR}} = \frac{км^2}{Т}, \quad (9)$$

Если числитель и знаменатель размерности выражения (9) умножить на км, то размерность  $L_{\text{ЛЦ}}$  станет  $м^3/Т \cdot км$ .

Следовательно, информативность  $L_{\text{ЛЦ}}$  – это свойство логистического центра, который входит в логистическую систему городских грузовых перевозок, создавать информационное поле, которое вызывает движение материальных потоков.

Физический смысл информативности логистического центра, формула (9) – это коэффициент пропорциональности между объемом груза, который подлежит транспортировке и транспортной работой, которую выполняет логистическая система.

По аналогии с добротностью электрического контура (элемента цепи контура), введем параметр, который характеризует добротность маршрута и определяется выражением:

$$Q_m = \frac{L_{\text{ЛЦ}} \cdot m \cdot \sqrt{IR}}{l_m^2 \cdot t_o} = \frac{1}{\text{час}}, \quad (10)$$

где  $t_o$  – время доставки груза с учетом наличия пробок на маршруте, час.

Порядок определения  $t_o$  будет приведен ниже.

По аналогии с работой, которую совершает электромагнитное поле:

$$A = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{B \cdot c \cdot A^2}{A} = Bm \cdot c = \text{Дж} \quad (11)$$

получим расчетную формулу для определения работы, которую совершает логистический центр:

$$A_{\text{лц}} = \frac{L_{\text{лц}} \cdot J^2}{2} = \frac{l_m^2 \cdot m}{2 \cdot t_0^2} = \frac{\text{км}^2 \cdot \text{Т}}{\text{час}^2}, \quad (12)$$

Представим размерность формулы (12) в системе СИ, т.е. м, кг, с:

$$A_{\text{лц}} = \frac{\text{км}^2 \cdot \text{Т}}{\text{час}^2} = \frac{\text{м} \cdot \text{кг}^2}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}, \quad (13)$$

Имея выражение (13) можно определить мощность логистического центра:

$$P_{\text{лц}} = \frac{A_{\text{лц}}}{t_{\text{лц}}} = \frac{l_m^2 \cdot m}{2 \cdot t_0^2 \cdot t_{\text{лц}}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}, \quad (14)$$

где  $t_{\text{лц}}$  – время оформления заявки в логистическом центре на перевозку груза, час.

Уменьшение скорости движения транспортных средств на участках маршрута с различным сопротивлением  $R_m$  аналогично падению напряжения  $U$  на участках электрической цепи с различными сопротивлениями  $R$ .

Для определения количественной величины падения напряжения в электрических цепях используют два закона Кирхгофа [11]. Согласно первому закону Кирхгофа (закону для токов  $I$ ), алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0, \quad (15)$$

где  $m$  – количество ветвей сходящихся в узле.

Следовательно, в любом узле цепи сумма входящих токов равна сумме уходящих токов.

Для грузовых перевозок первый закон Кирхгофа можно сформулировать следующим образом: в любом распределительном узле (терминале) сумма входящих объемов груза равна сумме уходящих объемов груза. В формуле (15) вместо символа  $I_k$  ставится символ  $J_k$ .

Согласно второму закону Кирхгофа (закону для напряжений  $U$ ), в любом замкнутом электрическом контуре алгебраическая сумма электродвижущей силы равна алгебраической сумме напряжений на сопротивлениях цепи:

$$\sum_{k=1}^m E_k = \sum_{k=1}^m I_k \cdot R_k, \quad (16)$$

где  $E_k$  имеет размерность В и отождествляется с квадратом скорости движения транспортного средства, формула (3).

Следовательно, общее уравнение для электрической цепи можно записать в виде:

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0 = \sum_{k=1}^m I_k \cdot R_k, \quad (17)$$

Представим схему, состоящую из трех маршрутов для перевозки груза из пункта  $a$  в пункт  $b$ , рис. 1.

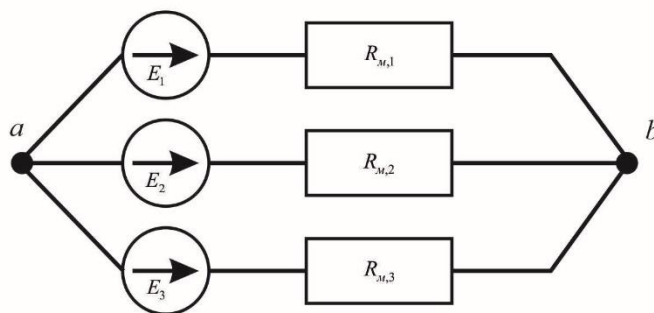


Рис.1. Схема маршрутов грузоперевозок из пункта *a* в пункт *b* с различными сопротивлениями маршрутов

Падение напряжения на зажимах электрической цепи *a* и *b* аналогично падению скорости движения транспортного средства из-за наличия сопротивления маршрута.

Применяя формулу (17) и представляя схему на рис. 1, как транспортную сеть и заменив значения  $E_i$  на  $v_m^2$ , получим выражение для определения падения скорости между точками *a* и *b*:

$$v_{ab}^2 = v_{m,i}^2 - J \cdot R_{m,i}, \quad (18)$$

После преобразований:

$$v_{ab} = \sqrt{v_{m,i}^2 - J \cdot R_{m,i}}, \text{ км/час}, \quad (19)$$

где  $v_{m,i}^2$  - квадрат скорости транспортного средства на *i*-ом маршруте, где нет пробок или задержек, определяется с помощью интернет-ресурса Google Maps и соответствует 40 км/час.

Физический смысл  $v_{ab}$  - это величина, на которую происходит уменьшение скорости движения транспортного средства от скорости  $v_m$ , которую определяет Google Maps. Исходя из этого, техническая скорость транспортного средства на маршруте с учетом пробок, которые определяются в онлайн-режиме с помощью интернет-ресурса videoprobki.ua, можно определить по выражению:

$$v_{mex} = v_m - v_{ab}, \quad (20)$$

Используя полученное значение  $v_{mex}$  на маршруте можно определить время доставки груза  $t_\partial$  от грузоотправителя к грузополучателю:

$$t_\partial = \frac{l_m}{v_{mex}}, \quad (21)$$

Полученное значение времени доставки груза  $t_\partial$  подставляется в формулу (10) для определения добротности маршрута  $Q_m$ . Это позволяет из трех представленных маршрутов на рис.1. выбрать оптимальный по величине  $Q_m \rightarrow \max$ . Например, маршрут с минимальным значением  $l_m$  не всегда будет оптимальным по причине наличия пробок на маршруте (малого значения  $IR$ ) или малого значения информативности логистического центра  $L_{лц}$ .

Обсуждение результатов исследований: величина добротности маршрута  $Q_m$ , которая рассчитывается по формуле (10) в онлайн-режиме при выборе маршрута с помощью двух интернет-ресурсов Google Maps и videoprobki.ua, по нашему мнению, может выступать критерием выбора оптимального маршрута грузовых перевозок в

городской маршрутной сети. Критерий учитывает возможности логистического центра (его информативность), массу перевозимого груза, загруженность маршрута, расстояние перевозки и реальное время, которое необходимо для доставки груза.

Характер изменения величины добротности маршрута от протяженности маршрута  $l_m$  и наличия пробок на маршруте  $IR$  представлен на рис.2.

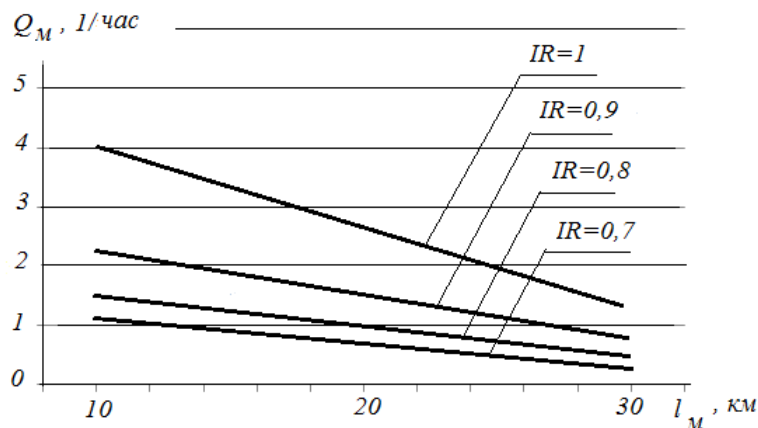


Рис.2. Зависимости изменения величины добротности маршрута  $Q_m$  при различной протяженности маршрута  $l_m$  и наличии пробок на маршруте  $IR$

Анализ представленных зависимостей позволяет сделать вывод, что наличие пробок на маршруте изменяет величину  $Q_m$  в 4 раза и является более значимым параметром, чем протяженность маршрута. Изменение  $l_m$  от 10 до 30 км уменьшает значение добротности в 3 раза.

В этом и состоит отличие предложенного критерия  $Q_m$  от ранее известных, отличительной особенностью которого является то, что он определяется в онлайн-режиме. Следовательно, критерий  $Q_m$  учитывает динамику изменения загруженности маршрутов в течении рабочего дня или в течении времени доставки груза. Для этого в схему информационной модели должна быть включена обратная информационная связь транспортного средства с логистическим центром. Это позволяет управлять процессом доставки, внося коррективы во время движения транспортного средства по маршруту.

## Выводы

На основе выявленных аналогий в закономерностях протекания процессов в электрических цепях и городских автотранспортных потоков, разработана математическая модель городских грузовых перевозок. Основным отличием разработанной модели от ранее известных, является то, что модель работает в реальном режиме времени и, с помощью интернет-ресурсов определяет загруженность участков дорожной сети или наличие пробок. Получены выражения, которые позволяют определить сопротивление передвижению транспортных средств на маршруте. Применяя положения кластерного анализа, разработана методика расчета сопротивления сложного маршрута, который содержит участки с различной плотностью движения, что также является отличием от ранее разработанных моделей.

На основании полученных значений сопротивления участков маршрута и маршрутов в целом, получены выражения для расчета уменьшения скорости движения на маршруте, что позволяет рассчитывать время доставки груза.

Предложен критерий для выбора рациональных маршрутов – добротность



маршрута. Критерій учитыває можливості логістического центра (его інформативність), масу перевозимого вантажу, завантаженість маршрута (пробки), відстань перевезення та реальний час доставки вантажу. В цьому є відмінність запропонованого критерію від раніше відомих, відмінною рисою якого є те, що він визначається в онлайн-режимі та учитыває динаміку завантаженості маршрутів в процесі робочої зміни.

Розроблена математическа модель міських вантажних перевезень дозволяє вирішувати задачу вибору маршруту доставки вантажу, як задачу максимізації вибраного критерію – добротності маршруту  $Q_m$ . Однак, при цьому, модель не учитыває виникаючі затримки в логістических ланках системи, які виникають внаслідок наявності інерційності в логістическому центрі та транспортній підприємстві. Тому, розроблену вище модель необхідно доповнити блоком моделювання затримок в логістических ланках при отриманні заявок на перевезення. Мета такого блоку моделювання – підвищити точність в визначенні часу на доставку вантажу.

#### Список использованных источников

1. Cascetta E. Transportation Systems Analysis: Models and Applications, *New York: Springer*. – 2009 - 752 p.
2. Daganzo C. F. The Lagget Cell-Transmission Model, *In: Ceder. A. (ed), Proceedings of the 14<sup>th</sup> Internation Symposium on Transportation and Traffic Theory*. – 1999. – P.81-104.
3. Fambro D., S. Lee. Application of subset autoregressive integrated moving average model for short-term freeway traffic volume forecasting, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. – 2007. – P. 179-188.
4. Ghosh B. Multivariate Short-Term Traffic Flow Forecasting Using Time-Series Analysis. *Intelligent Transportation Systems IEEE Transactions on*. 2009. – Vol. 10, No. 2. – P.246-254.
5. Hoogendoorn S. P., P. H. Bovy. State-of-the-art of vehicular traffic flow modeling, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. – 2001. – Vol. 215, No. 4. – P. 283-303.
6. Наумов В.С. Информационные системы принятия решений при транспортном и экспедиторском обслуживании, *Харьков: ХНАДУ*, 2015.-148 с.
7. Данчук В. Д., Кривенко В. І., Олійник Р. В., Тарабан С. М. Електротехнічна модель дослідження транспортних потоків, *Вісник НТУ*. – 2010. – № 21(2). – С. 28-32.
8. Данчук В. Д., Кривенко В. І., Олійник Р. В., Тарабан С. М. Електротехнічна модель розподілу транспортних потоків у вулично-дорожній мережі міста, *Управління проектами, системний аналіз і логістика. Науковий журнал*. – К.:НТУ. – 2011. – Вип. 8. – С. 45 -49.
9. Данчук В. Д., Кривенко В. І., Олійник Р. В., Тарабан С. М. Електричне моделювання міських автотранспортних потоків, *Вісник НТУ «ХПІ»*, № 46 (1155), 2015, с.109-114.
10. Данчук В. Д., Кривенко В. І., Олійник Р. В., Тарабан С. М. Система класифікації елементів вулично-дорожньої мережі міста, *Вісник ХНАДУ*, вип.63, 2013, с.111-116.
11. Касаткин А.С. Электротехника. Учебник для вузов. Изд. 3-е, перераб, М.: «Энергия», 1974. – 560 с.
12. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. 3-е изд. Учебник, М.: ООО «Бином-Пресс», 2008. – 512 с.

*References*

1. Cascetta E. *Transportation Systems Analysis: Models and Applications*, New York: Springer. – 2009 - 752 p.
2. Daganzo C. F. The Lagget Cell-Transmission Model, In: Ceder. A. (ed), *Proceedings of the 14<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory*. – 1999. – P.81-104.
3. Fambro D., S. Lee. Application of subset autoregressive integrated moving average model for short-term freeway traffic volume forecasting, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. – 2007. – P. 179-188.
4. Ghosh B. Multivariate Short-Term Traffic Flow Forecasting Using Time-Series Analysis, *Intelligent Transportation Systems IEEE Transactions on*. 2009. – Vol. 10, No. 2. – P.246-254.
5. Hoogendoorn S. P., P. H. Bovy. State-of-the-art of vehicular traffic flow modeling, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. – 2001. – Vol. 215, No. 4. – P. 283-303.
6. Naumov V.S. Informacionnye sistemy prinjatija reshenij pri transportnom i jekspeditorskom obsluzhivanii, *Har'kov: HNADU*, 2015.-148 s.
7. Danchuk V. D., Kryvenko V. I., Oliinyk R. V., Taraban S. M. Elektrotekhnichna model doslidzhennia transportnykh potokiv, *Visnyk NTU*. – 2010. – № 21(2). – S. 28-32.
8. Danchuk V. D., Kryvenko V. I., Oliinyk R. V., Taraban S. M. Elektrotekhnichna model rozpodilu transportnykh potokiv u vulychno-dorozhnoi merezhi mista, Upravlinnia proektamy, systemnyi analiz i lohistyka, *Naukovyi zhurnal*. – K.:NTU. – 2011. – Vyp. 8. – S. 45 -49.
9. Danchuk V. D., Kryvenko V. I., Oliinyk R. V., Taraban S. M. Elektrychne modeliuвання miskykh avtotransportnykh potokiv, *Visnyk NTU «KhPI»*, № 46 (1155), 2015, s.109-114.
10. Danchuk V. D., Kryvenko V. I., Oliinyk R. V., Taraban S. M. Systema klasyfikatsii elementiv vulychno-dorozhnoi merezhi mista, *Visnyk KhNADU*, vyp.63, 2013, s.111-116.
11. Kasatkin A.S. *Jelektrotehnika. Uchebnik dlja vuzov*. Izd. 3-e, pererab, M.: «Jenergija», 1974. – 560 s.
12. Halafjan A.A. *STATISTICA 6. Statisticheskij analiz dannyh*. 3-e izd. Uchebnik, M.: *OOO «Binom-Press»*, 2008. – 512 s.