

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ
ЕЛЕКТРОТЕРМІЧНОЇ УСТАНОВКИ ДЛЯ ОБРОБКИ
ЗЕРНОМАТЕРІАЛІВ ІМПУЛЬСНИМИ ПОТОКАМИ
ІНФРАЧЕРВОНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ**

Котов Б.І., д.т.н., Кіфяк В.В., пошукач

*(Національний університет біоресурсів і природокористування
України)*

Калініченко Р.А., к.т.н.

(ВП НУБіП України "Ніжинський агротехнічний інститут")

В статті розглянуто нагрівання зерна інфрачервоним опромінюванням при імпульсно-періодичному підведенні енергії до випромінювача

Термічна обробка зерноматеріалів широко використовується для підсушування, знезараження, мікронізації, підвищення інтенсивності масопереносу при сушінні і видаленні олії з олійних матеріалів і продуктів. Серед відомих способів підведення теплоти до матеріалу в процесі термообробки найбільш поширений конвективний (нагрів матеріалу гарячими газами) і кондуктивний (передача теплоти до матеріалу від нагрітої будь яким способом поверхні), але з точки зору технологічної ефективності термообробки зерна найбільш доцільним способом є нагрівання інфрачервоним опроміненням, особливо при інтенсивних потоках енергії в процесах мікронізації зерна. Сушіння фуражного зерна ІЧ-випромінюванням теж є перспективним напрямком вдосконалення технології термообробки, так як разом з видаленням вологи покращується кормова якість продукту. Але інфрачервона термообробка зерна і крупи в практиці господарств використовується недостатньо. Причини дві: високі питомі енергозатрати і недосконалість апаратного оформлення процесу.

Аналіз джерел літератури [1-3] дає можливість визначити високу технологічну ефективність процесів обробки зернопродуктів інфрачервоним опромінюванням. В процесах сушіння питомі енергозатрати найменші при радіаційному сушінні [4], але при високо інтенсивних процесах (мікронізації) енергетичні показники різко підвищуються (140-145 кВт.год на тону продукту [2]). Одним із основних резервів зниження питомих витрат енергії, наряду з

іншими технічними рішеннями вдосконалення обладнання, є наближення випромінювача до поверхні зернового шару, так як енергія, що передається матеріалу зворотно-пропорційна квадрату відстані між випромінювачем і матеріалом.

Наближення випромінювача до матеріалу суттєво інтенсифікує процес [2], але при цьому має місце підгоряння матеріалу. Для виключення явища перегріву поверхні матеріалу і одночасно зменшення питомих витрат енергії застосовують періодичне змінення потужності випромінювання [5] від максимального до мінімального значення.

Метою дослідження є отримання математичного опису динаміки процесу інфрачервоного нагрівання матеріалу при імпульсно-періодичному підведенні енергії.

Результати досліджень. Розглянемо процес термообробки зерна в рухомому шарі при підведенні енергії випромінювання.

Плоский шар дисперсного матеріалу, що рухається на транспортному засобі (стрічковий або вібраційний транспортер), нагрівається і зневоднюється за рахунок теплоти, яка передається шляхом випромінювання від випромінювачів (тіла розжарювання до температур 800-2000 °С) розміщених над транспортером до матеріалу. Для створення спрямованого рівномірного потоку променистої енергії на шар зерна над нагрівачами встановлено відбиваючий екран. Таким чином площинний шар зерна розміщений між двома паралельними площинами: – випромінювач із рівномірно розміщеними нагрівачами і транспортний засіб (рис. 1). При такому представленні схеми термічної установки останню можна розглядати як об'єкт з двома теплоінерційними ємностями: випромінювач і рухомий шар зерна [6, 7].

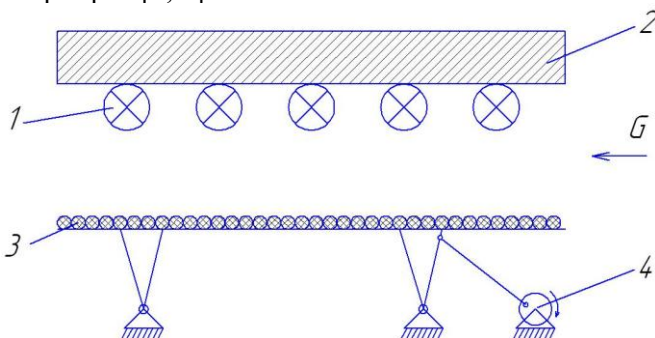


Рис. 1. Схема електротермічної установки: 1 – випромінювач; 2 – екран; 3 – зерно; 4 – віброзбуджувач.

При виведенні диференціальних рівнянь, що описують процес нагріву зерна в рухомому шарі зроблено такі припущення:

- нагрівачі і екран приймається як одна ємність з еквівалентною теплоємністю $c_m = c_n m_n + c_e m_e$;

- теплоємність зерна і випромінювача, коефіцієнти теплообміну між зерном, повітрям, випромінювачем і елементами конструкцій від температури не залежать і в часі не змінюються;

- температура випромінювача за довжиною не змінюється;

- нагрів зерна безградієнтний;

- швидкість видалення вологи пропорційна швидкості нагрівання і мають різні знаки:

$$-r \frac{du}{d\tau} = c \frac{d\Theta}{d\tau},$$

де: r – теплота пароутворення;

c – теплова ємність;

- значення кінетичних констант дорівнюють середнім за процес;

- теплопередачею від зерна до транспортера нехтуємо.

З урахуванням зроблених припущень динаміка нагрівання зерна в рухомому шарі при ПЧ-опромінюванні може бути описана системою двох диференціальних рівнянь.

$$m_1 c_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = P - \alpha_1 F_1 (\Theta_1 - \Theta_2) - \alpha_2 F_2 (\Theta_1 - \Theta_2), \quad (1)$$

$$m_2 c_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} + G c_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} = A \alpha_1 F_1 (\Theta_1 - \Theta_2) - m_{20} r \frac{\partial u}{\partial \tau} - \alpha_3 F_3 (\Theta_2 - t), \quad (2)$$

де: Θ_1, Θ_2 - температура випромінювача і зерна, °C; t – температура повітря, °C; P – потужність, Вт; L – довжина транспортера, м;

F_1, F_2, F_3 поверхня випромінювача (активна), F_2 - поверхня теплообміну випромінювача з повітрям, поверхня зерна, м²;

$m_1 c_1, m_2 c_2$ - теплоємність випромінювача і зерна, Дж/°C; G – витрати зерна (продуктивність), кг/с; α_1, α_2 - лінеаризований коефіцієнт теплообміну випромінюванням і конвекцією між випромінювачем і зерном та повітрям, Вт/м² °C; α_3 -

коефіцієнт тепловіддачі від зерна, Вт/м² °C; r – питома теплота пароутворення, Дж/кг; u – вологовміст зерна, кг/кг с.р; A –

коефіцієнт поглинання випромінювання зерном.

Введемо позначення згрупованих величин в рівняннях (1), (2):

$$T_1 = \frac{m_1 c_1}{\alpha_1 F_1}; T_2 = \frac{m_2 c_2 R b + m_{20} c_2}{R b A \alpha_1 F_1}; T_3 = \frac{G c_2 L}{A \alpha_1 F_1};$$

$$a_1 = 1 + \frac{\alpha_3 F_3}{\alpha_1 F_1}; a_2 = 1 + \frac{\alpha_3 F_3}{A \alpha_2 F_2}; b_1 = \frac{\alpha_2 F_2}{\alpha_1 F_1} t + \frac{P}{\alpha_1 F_1};$$

$$b_2 = \frac{\alpha_3 F_3 t}{A \alpha_1 F_1}; R b = \frac{c}{r} \frac{d u}{d \tau} \text{ - критерій Ребіндера.}$$

З урахуванням прийнятих позначень перепишемо систему рівнянь (1) і (2) в такому вигляді:

$$\begin{cases} T_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = \Theta_2 - a_1 \Theta_1 + b_1 & (3) \\ T_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} = \Theta_1 - a_2 \Theta_2 + b_2 - T_3 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} & (4) \end{cases}$$

Система рівнянь (3) – (4) строго аналітичного розв'язку немає, тому використаємо наближений розв'язок за схемою [6].

Для сталого режиму ($\frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = 0, \frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} = 0$), із рівнянь (3) і (4) отримаємо нове рівняння, що описує розподіл температури зерна за координатою:

$$T_3 \frac{d \Theta_2}{d x} = a - b \Theta_2 \quad (5)$$

де: $a = \frac{b_1}{a_1} + b_2;$

$$b = a_2 - \frac{1}{a_1}.$$

Розв'язок рівняння (5) за граничних умов: $x=0; \Theta_2=\Theta_{20}$, де: Θ_{20} – значення температури зерна на вході в установку, отримаємо у вигляді:

$$\Theta_2(x) = \frac{a}{b} - \left(\frac{a}{b} - \Theta_2 \right) e^{-\frac{b}{T_3} x} \quad (6)$$

Диференціюючи рівняння (6) і підставляючи отримане значення похідної $\left(\frac{d \Theta_2}{d x} \right)$ в рівняння (4) після перетворень будемо

мати:

$$T_3 \frac{d\Theta_2}{d\tau} = \Theta_1 - a_2\Theta_2 + b_3(x), \quad (7)$$

де: $b_3(x) = b_2 - T_3^{-1}(a - b\Theta_{20}) \exp\left(-\frac{b}{T_3}x\right)$.

Розв'язуючи систему рівнянь (3) і (7) відносно Θ_2 і Θ_1 отримаємо диференціальні рівняння другого порядку, які описують перехідні процеси зміни температури випромінювача і зерна з урахуванням розподілу температури зерна за координатою:

$$A \frac{d^2\Theta_1(\tau)}{d\tau^2} + B \frac{d\Theta_1(\tau)}{d\tau} + C\Theta_1(\tau) = D_1(\alpha), \quad (8)$$

$$A \frac{d^2\Theta_2(\tau)}{d\tau^2} + B \frac{d\Theta_2(\tau)}{d\tau} + C\Theta_2(\tau) = D_2(\alpha), \quad (9)$$

де: $A = T_1T_2$ $B = a_1T_2 + a_2T_1$ $C = a_1a_2 - 1$ $D_1 = a_2b_1 + a_1b_3(\alpha)$
 $D_2 = a_2b_1 + b_3(\alpha)$

Розв'язок рівнянь (8) і (9) отримано в [6].

Розглянемо рівняння зміни температури зерна, якщо потужність випромінювача змінювати періодично (ступінчасто) від максимального значення $E_{\max}(\tau)$ до мінімального $E_{\min}(\tau)$ і зерно при цьому буде нагріватися в період максимального опромінення і відлежуватись в період мінімального опромінення (окремий випадок $E_{\min}(\tau)=0$).

Закон ступінчасто-періодичної зміни потужності випромінювача, в загальному вигляді можна представити імпульсною прямокутною функцією (рис 2.), рівняння якої має вигляд [7]:

$$E(\tau) = m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} (E_{\max} - E_{\min}) \sin pn \cdot \cos m\tau \quad (10)$$

де: $m = \frac{1}{1+k} (E_{\max} - kE_{\min})$; $P = \frac{\pi}{1+k}$; $\gamma = \frac{2\pi}{T}$; $T = \tau_n + \tau_0$;

$$k = \frac{\tau_n}{\tau_0}; \quad E = P\eta;$$

τ_n - час вмикання максимальної потужності випромінювача, E_{\max} ,
с;

τ_0 - час вмикання мінімальної потужності E_{min} , с, або час вимикання випромінювача ($E=0$).

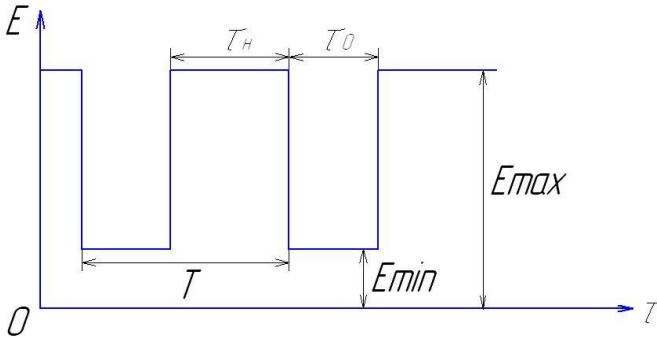


Рис. 2. Графік зміни потужності випромінювача

Тоді значення величини D_2 запишемо у вигляді:

$$D_2(\tau) = a + bE(\tau);$$

де: $a = a_2 \frac{\alpha_2 F_2}{\alpha_1 F_1} + b_3(x); b = \frac{a_2}{\alpha_1 F_1}.$

Рівняння (9), з урахуванням (10) перепишемо у вигляді:

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = (a + bm) + \sum_{n=1}^{\infty} k_n \cos \mu x \quad (11)$$

$$k_n = \frac{2m}{\pi} (E_{max} - E_{min}) \sin pn \quad (12)$$

Прийемо, що характеристичне рівняння має вигляд:

$$A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$$

і дійсні різні корені λ_1, λ_2 . Тоді загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння записується у вигляді

$$y_{од}(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} \quad (13)$$

Як впливає з принципу суперпозиції, частковий розв'язок шукаємо також у вигляді ряду

$$y_{част}(x) = y_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} y_n(x),$$

де: $y_0(x)$ – часткове рішення неоднорідного рівняння

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = a + bm \quad (14)$$

$y_n(x)$, $n = 1, 2, \dots$ часткові розв'язки рівнянь

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = bk \sin pn \cos \gamma x, \quad (15)$$

$$n = 1, 2, \dots$$

Неважко бачити, що частковий розв'язок $y_0(x)$ рівняння (14) має вигляд

$$y_0(x) = \frac{a + bm}{c} \quad (16)$$

Частковий розв'язок рівнянь (14) шукаємо методом невизначених коефіцієнтів у вигляді:

$$y_n(x) = M_n \cos \gamma x + N_n \sin \gamma x, \quad (17)$$

$$n = 1, 2, \dots$$

Обчислимо похідні:

$$y'_n(x) = -M_n(\gamma) \sin \gamma x + N_n(\gamma) \cos \gamma x, \quad (18)$$

$$y''_n(x) = -M_n(\gamma)^2 \cos \gamma x - N_n(\gamma)^2 \sin \gamma x$$

Після підстановки (17), (18) в (15), одержуємо:

$$A[-M_n(\gamma)^2 \cos \gamma x - N_n(\gamma)^2 \sin \gamma x] +$$

$$B[-M_n(\gamma) \sin \gamma x + N_n(\gamma) \cos \gamma x] +$$

$$+ C[M_n \cos \gamma x + N_n \sin \gamma x] = bk \sin pn \cos \gamma x,$$

$$n = 1, 2, \dots$$

Прирівнявши коефіцієнти при $\cos \gamma x$ та $\sin \gamma x$, одержуємо рахункову систему рівнянь:

$$-AM_n(\gamma)^2 + BN_n(\gamma) + CM_n = bk \sin pn,$$

$$-AN_n(\gamma)^2 - BM_n(\gamma) + CN_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

Перепишемо її у вигляді:

$$[-A(\gamma)^2 + C]M_n + B(\gamma)N_n = bk \sin pn,$$

$$-B(\gamma)M_n + [-A(\gamma)^2 + C]N_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (19)$$

Розв'язком системи (19) буде:

$$M_n = \frac{\begin{vmatrix} bk \sin pn & B(\gamma) \\ 0 & [-A(\gamma)^2 + C] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [-A(\gamma)^2 + C] & B(\gamma) \\ -B(\gamma) & [-A(\gamma)^2 + C] \end{vmatrix}} = \frac{[-A(\gamma)^2 + C] bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2},$$

$$N_n = \frac{\begin{vmatrix} [-A(\gamma)^2 + C] & bk \sin pn \\ -B(\gamma) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} [-A(\gamma)^2 + C] & B(\gamma) \\ -B(\gamma) & [-A(\gamma)^2 + C] \end{vmatrix}} = \frac{B(\gamma) bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2},$$

$n = 1, 2, \dots$

Тому

$$y_n(x) = \frac{[-A(\gamma)^2 + C] bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2} \cos \gamma x + \frac{B(\gamma) bk \sin pn}{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2} \sin \gamma x,$$

$n = 1, 2, \dots$

Позначимо:

$$\cos \varphi_n = \frac{[-A(\gamma)^2 + C]}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}},$$

$$\sin \varphi_n = \frac{B(\gamma)}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}},$$

$$R_n = \frac{1}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}}.$$

Тоді

$$y_n(x) = R_n bk \sin pn \cos(\varphi_n - \gamma x).$$

Загальний розв'язок диференціального рівняння (11) має вигляд

$$y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} +$$

$$\frac{a + bm}{c} + bk \sum_{n=1}^{\infty} R_n \sin pn \cos(\varphi_n - \gamma x), \text{ де}$$

$$R_n = \frac{1}{\sqrt{[-A(\gamma)^2 + C]^2 + B^2(\gamma)^2}}, \quad \varphi_n = \arctg \frac{B\gamma}{C - A(\gamma)^2},$$

$$k_n = \frac{2m}{\pi} (E_{\max} - E_{\min}) \sin pn$$

c_1, c_2 – постійні, визначаються початковими умовами; $\tau=0$; $\Theta=\Theta_0$;

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = 0$$

$$\begin{cases} \Theta_0 = c_1 + c_2 + \frac{a + bm}{C} + \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n) \\ 0 = \lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n) \end{cases}$$

$$c_1 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} c_2; \quad c_2 = \Theta_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n);$$

$$c_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(\Theta_0 - \sum_{n=1}^{\infty} r_n k_n \cos(\varphi_n) \right)$$

Зміна температури зерна $\Theta_2(\tau)$ при імпульсному підведенні енергії з різним співвідношенням часу вмикання наведено на рис 3.

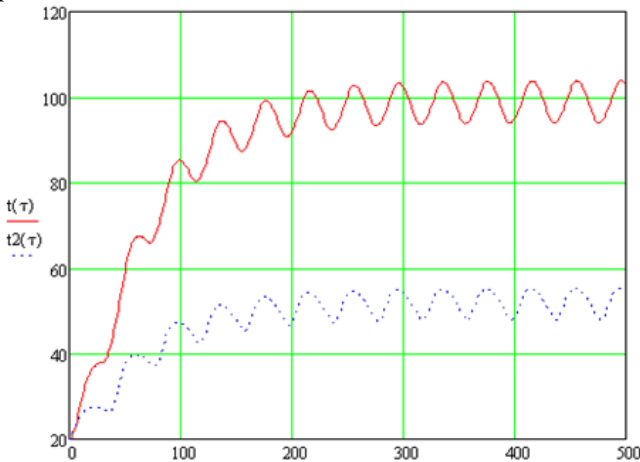


Рис. 3. Зміна температури зерна за часом: 1 – режим мікронізації; 2 – режим нагріву

Висновки

1. Запропонована математична модель динаміки розігріву випромінювача і нагрівання зерна ІЧ-опромінювачем, розроблена для стабілізації температури зерна на заданому рівні при наявності збурюючих факторів.

2. Отримані залежності дозволяють шляхом варіювання величини часу вмикання і вимикання випромінювачів, змінювати величину температури зерна і темп нагріву з метою визначення оптимальних значень енергоспоживання.

Список літератури

1. Елькин Н.В. Высокотемпературные инфракрасные технологии нового тысячелетия // Хранение и переработка зерна, 2002 № 9. с. 47-50.

2. Елькин Н.В. Теория и практика инфракрасной обработки зерна и крупы // Хранение и переработка зерна, 2006 № 4. с. 26-30.

3. Соболевский В., Горбенко В., Кузнецов К. Ігноруємо ми й досі мікронізацію зернових // Зерно і хліб, 2005, № 2. с. 16-17.

4. Поперечний А.М., Миронова Н.О. Кінетика процесу сушіння плодкових кісточок у віброкиплячому шарі при інфрачервоному нагріванні // Вісник Харківського технічного університету сільського господарства. 2007., вип. 58., с. 122 – 129.

5. Беляев М.И. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов / М.И.Беляев, П.Л.Пахомов. – Х. ХИОП, 1991. – 60с.

6. Котов Б.І., Калініченко Р.А. Кифяк В.В. Аналітичне дослідження перехідних режимів нагрівання зерна в електротерморадіаційних установках безперервної дії // Вісник Харківського технічного університету сільського господарства. 2012., вип. 133., с. 57 – 65.

7. Шейман В.А., Фридланд М.И. К вопросу о теплопроводности полого цилиндра при переменной температуре среды // Тепло-и массоперенос в процессах сушки и термообработки. Минск.: «Наука и техника». – 1970. – с. 33-43.

Аннотация

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЗЕРНОМАТЕРИАЛИВ ИМПУЛЬСНЫХ ПОТОКАМИ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В статье рассмотрено нагрев зерна инфракрасным

облучением при импульсно-периодическом подведении энергии к излучателю.

Abstract

**MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC MODES ELECTRO
PLANTS FOR ZERNOMATERIALIV PULSE FLOW OF
INFRARED RADIATION**

In the article, heating of corn is considered the infra-red irradiation at the impulsive-periodic tricking of energy into to the emitter.