

## К РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ПСЕВДООЖИЖЕННОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ ПО СТРУКТУРНОМУ ТРЕХМЕРНОМУ ВИБРОРЕШЕТУ

**Харченко С.А., к.т.н., доц.**

*(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко)*

*В статье приняты допущения и дополнительные условия направленные на дальнейшее решения уравнений динамики пузырьковых псевдоожигенных зерновых смесей на виброрешетах в трехмерном виде.*

### **Постановка проблемы.**

Проведенное моделирование процессов динамики зерновой смеси (ЗС) по структурному виброрешету в двухмерном [1-4] и трехмерном виде [5] позволяет получить адекватные результаты. Однако полученные уравнения сложные и требуют упрощения для их окончательного решения.

**Цель работы:** уточнение уравнений трехмерной модели динамики пузырьковой зерновой смеси по виброрешету.

**Основной материал.** В результате исследований [6] получены уравнения динамики зерновых смесей по структурному виброрешету с периодом  $l_1$  вдоль оси  $x_1$  и периодом  $l_2$  вдоль оси  $x_2$ :

$$\rho q \bar{V}_{mn}^1 = -\frac{i2\pi n}{l_1} \bar{P}_{mn} + \mu \left( \ddot{\bar{V}}_{mn}^1 - \gamma_{mn}^2 \bar{V}_{mn}^1 \right) + \frac{\rho g}{q} \sin \theta \delta_{0n} \delta_{0m}, \quad (1)$$

$$\rho q \bar{V}_{mn}^2 = -\frac{i2\pi m}{l_2} \bar{P}_{mn} + \mu \left( \ddot{\bar{V}}_{mn}^2 - \gamma_{mn}^2 \bar{V}_{mn}^2 \right), \quad (2)$$

$$\rho q \bar{V}_{mn}^3 = -\dot{\bar{P}}_{mn} + \mu \left( \ddot{\bar{V}}_{mn}^3 - \gamma_{mn}^2 \bar{V}_{mn}^3 \right) - \frac{\rho g \cos \theta}{q} \delta_{0n} \delta_{0m}, \quad (3)$$

$$\dot{\bar{V}}_{mn}^3 + \frac{2\pi i}{l_1} \bar{V}_{mn}^1 + \frac{2\pi i}{l_2} \bar{V}_{mn}^2 = 0, \quad m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4)$$

где  $\gamma_{mn}^2 = 4\pi \left( \frac{n^2}{l_1^2} + \frac{m^2}{l_2^2} \right)$ ,  $V_{mn}^1, V_{mn}^2, V_{mn}^3$  - компоненты вектора  $\vec{V}_{mn}$  вдоль осей  $x_1, x_2, x_3$ ;  $\mu$  - эффективный коэффициент динамической вязкости [7], коэффициенты Фурье  $\vec{V}_{mn}$  и  $P_{mn}$ .

Итак, требуется найти решение уравнений (1) – (4), которые удовлетворяют краевым условиям:

$$\bar{P}_{mn}|_{x_3=h} = 0, \quad \bar{V}_{00}^1|_{x_3=0} = \frac{A\omega^2}{\omega^2 + q^2}, \quad \bar{V}_{00}^2|_{x_3=0} = 0. \quad (5)$$

$$\left( \frac{2\pi ni}{l_2} \bar{V}_{mn}^1 + \frac{2\pi ni}{l_1} \bar{V}_{mn}^2 \right) \Big|_{x_3=h} = 0, \quad (6)$$

$$\left( \dot{\bar{V}}_{mn}^1 + \frac{2\pi ni}{l_1} \bar{V}_{mn}^3 \right) \Big|_{x_3=h} = 0, \quad (7)$$

$$\left( \dot{\bar{V}}_{mn}^2 + \frac{2\pi ni}{l_2} \bar{V}_{mn}^3 \right) \Big|_{x_3=h} = 0, \quad (8)$$

$$\bar{V}_{mn}^1|_{x_3=h} = \bar{V}_{mn}^2|_{x_3=h} = \dot{\bar{V}}_{mn}^3|_{x_3=h} = 0. \quad (9)$$

Прежде всего определим коэффициент  $\bar{P}_{mn}$ . Для этого, умножим (1) на  $2\pi in/l_1$ , а (2) – на  $2\pi ni/l_2$  и сложим результат. Тогда, для  $m \neq 0$  и  $n \neq 0$  получаем

$$\mu \left( \frac{2\pi ni}{l_1} \ddot{\bar{V}}_{mn}^1 + \frac{2\pi ni}{l_2} \ddot{\bar{V}}_{mn}^2 \right) - \rho q \left( \frac{2\pi ni}{l_1} \bar{V}_{mn}^1 + \frac{2\pi ni}{l_2} \bar{V}_{mn}^2 \right) + \gamma_{mn}^2 \bar{P}_{mn} = 0. \quad (10)$$

Воспользуемся уравнением (4) и выразим  $\bar{V}_{mn}^1, \bar{V}_{mn}^2, \dot{\bar{V}}_{mn}^1, \dot{\bar{V}}_{mn}^2$  через  $\dot{\bar{V}}_{mn}^3, \ddot{\bar{V}}_{mn}^3$  и подставим результат в (10). Будем иметь

$$-\mu \ddot{\bar{V}}_{mn}^3 + (\rho q + \mu \gamma_{mn}^2) \dot{\bar{V}}_{mn}^3 + \gamma_{mn}^2 \bar{P}_{mn} = 0. \quad (11)$$

Продифференцируем (3) по переменной  $x_3$  и сложим с (11).

Тогда окончательно получим уравнение для  $\dot{\bar{P}}_{mn}$

$$\ddot{\bar{P}}_{mn} - \gamma_{mn}^2 P_{mn} = 0. \quad (12)$$

При выводе (12) предполагалось, что  $m \neq 0$  и  $n \neq 0$ . Однако, легко убедиться, что при  $m = 0$  и  $n = 0$  уравнение (12) также справедливо (в этом случае  $\gamma_{00} = 0$ ). Решение уравнения (12), удовлетворяющее краевому условию (5) имеет вид

$$\bar{P}_{mn} = d_{mn} \begin{cases} sh(\gamma_{mn}(h - x_3)), & m \neq 0, n \neq 0, \\ x_3 - h, & m = 0, n = 0, \end{cases} \quad (13)$$

где  $d_{mn}$  - постоянные величины, подлежащие определению.

Получим теперь решение уравнений (1) – (4). В начале рассмотрим случай, когда  $m = n = 0$ . Из (1) – (4) имеем

$$\ddot{\bar{V}}_{00}^1 - \frac{q}{\nu} \bar{V}_{00}^1 + \frac{q}{\nu} \sin \theta = 0, \quad (14)$$

$$\ddot{\bar{V}}_{00}^2 - \frac{q}{\nu} \bar{V}_{00}^2 = 0, \quad (15)$$

$$d_{00} + \frac{\rho g \cos \theta}{q} = 0, \quad (16)$$

$$\dot{\bar{V}}_{00}^3 = 0. \quad (17)$$

Решение уравнения (14), удовлетворяющее краевым условиям (5) и (9), можно представить в виде

$$\bar{V}_{00}^1 = \frac{g \sin \theta}{q^2} + \frac{ch \left( \sqrt{\frac{q}{\nu}} (h - x_3) \right)}{ch \left( \sqrt{\frac{q}{\nu}} h \right)} \left( \frac{A \omega^2}{\omega^2 + q^2} - \frac{g \sin \theta}{q^2} \right). \quad (18)$$

Из уравнения (15) с учетом краевого условия (5) получаем

$$\bar{V}_{00}^2 = 0. \quad (19)$$

Наконец из (16) имеем

$$d_{00} = -\frac{\rho g}{q} \cos \theta. \quad (20)$$

Подставим выражение для  $\bar{P}_{mn}$  из формулы (13) в (1) – (3) и, учитывая краевые условия (9), получаем

$$\bar{V}_{mn}^1 = -\frac{i2\pi n d_{mn} v}{l_1 q \rho} sh(\gamma_{mn}(h-x_3)) + 2A_{mn}^1 sh(\lambda_{mn}(h-x_3)), \quad (21)$$

$$\bar{V}_{mn}^2 = -\frac{i2\pi n d_{mn} v}{l_2 q \rho} sh(\gamma_{mn}(h-x_3)) + 2A_{mn}^2 sh(\lambda_{mn}(h-x_3)), \quad (22)$$

$$\bar{V}_{mn}^3 = -\frac{\gamma_{mn} v d_{mn}}{q \rho} ch(\gamma_{mn}(h-x_3)) + 2A_{mn}^3 ch(\lambda_{mn}(h-x_3)). \quad (23)$$

Здесь  $A_{mn}^1, A_{mn}^2, A_{mn}^3$  - величины, независящие от переменной  $x_3$ ,

$$\lambda_{mn}^2 = \gamma_{mn}^2 + \frac{q}{v}.$$

### **Выводы.**

Таким образом, в результате исследований приняты допущения и дополнительные условия, направленные на дальнейшее решения уравнений динамики пузырьковых псевдооживенных зерновых смесей на виброрешетах в трехмерном виде.

### **Список литературы**

1. Харченко С.А. К построению уравнений динамики стационарных потоков в псевдооживленном зерновом слое на структурных виброрешетах / Харченко С.А. // Вісник ХНТУСГ: Механізація сільськогосподарського виробництва. – Харків: ХНТУСГ, 2014. – С.181-186.
2. Харченко С.А. Построение решений уравнений динамики зерновых смесей на плоских виброрешетах / Харченко С.А. // Конструювання, виробництво та експлуатація с.г. машин, вип.43, ч.ІІ.- Кіровоград: КНТУ, 2013. - С.287-292.
3. Харченко С.А. Результаты математического моделирования динамики псевдооживленной зерновой смеси на плоском структурном виброрешете / С.А. Харченко // Вестник БГАТУ: МНПК «Современные проблемы освоения новой техники, технологий, организации технического сервиса в АПК», 2014. – Секция 2. –

C.251-258.

4. Тищенко Л.Н. К применению методов механики сплошных сред для описания движения зерновых смесей на виброрешетах / Л.Н.Тищенко, С.А.Харченко // MOTROL «Motorization and power industry in agriculture». – Poland: Lublin, 2013. – Vol. 15 D. – №7. – P. 94-99.

5. Харченко С.А. К построению трехмерной гидродинамической модели динамики пузырьковой псевдоожидженной зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2014. – Вип.14. Т.2. - С.80-85.

6. Харченко С.А. Уточнение уравнений динамики пазурьковой псевдоожидженной зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко, Л.Н. Тищенко // Вібpaції в техніці та технологіях. – Вінниця: ВНАУ, 2014. - №1 (73). – С.50-53.

7. Харченко С.А. Алгоритм расчета эффективного коэффициента динамической вязкости пазурьковой псевдоожидженности, моделирующей сепарируему зерновую смесь / С.А. Харченко, Л.Н. Тищенко // Вібpaції в техніці та технологіях. – Вінниця: ВНАУ, 2013. – С.64-72.

#### **Анотація**

### **ПОПЕРЕДНЄ РІШЕННЯ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ BUBBLE PSEVDOFLUIDIZED ЗЕРНА СУМІШ НА СТРУКТУРНОЇ ТРИВИМІРНУ ВИБРОСИТО**

*Ми використовуємо припущення і додаткові умови для подальших рішень рівнянь динаміки бульбашки з киплячим зернових сумішею вібраційних сита в тривимірному вигляді.*

#### **Abstract**

### **PRELIMINARY SOLUTION OF THE EQUATIONS OF DYNAMICS OF BUBBLE PSEVDOFLUIDIZED OF GRAIN MIXTURE ON THE STRUCTURAL THREE-DIMENSIONAL VIBROSIEVE**

*We use the assumptions and additional conditions to further solutions of the equations of dynamics of bubble fluidized grain mixtures vibrating sieve in three-dimensional form.*