

Аулін В.В.,  
Голуб Д.В.,  
Лисенко С.В.,  
Замуренко А.С.

Центральноукраїнський національний  
технічний університет  
E-mail: dimchik529@gmail.com

**ОЦІНКА ПРАЦЕЗДАТНОСТІ  
АВТОМОБІЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ  
СИСТЕМ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ  
МЕТОДІВ**

УДК 656:338

*Аулін В.В., Голуб Д.В., Лисенко С.В., Замуренко А.С. "Оцінка працездатності автомобільних транспортних систем на основі математичних методів"*

Логіко-ймовірнісні методи булевої алгебри дають можливість здійснити не лише кількісну оцінку надійності складних транспортних систем, але і визначити роль окремих елементів структурної схеми надійності та їх комбінацій у забезпеченні надійності автомобільних транспортних систем.

У випадку відсутності інформації про надійність елементів їх вплив на надійність усієї системи оцінюють за допомогою поняття ваги елементів в структурній схемі надійності транспортної системи. Вага елемента характеризує відносну кількість таких критичних працездатних станів транспортних систем, в яких відмова елемента приводить до відмови системи і навпаки, відновлення елемента приводить до відновлення працездатності транспортної системи серед усіх її станів.

Показано як елементи булевої алгебри можна використати при оцінці надійності ланцюгів елементів транспортних систем в цілому та як за допомогою понять булевої алгебри логічні функції можна привести до ортогональної диз'юнктивної нормальної форми. Дано еквівалентну форму логічної функції через елементарні кон'юнкції різноманітних рангів. Наведено можливість використання перетворення логічної функції в розрахунок ймовірностей безвідмовної роботи транспортної системи. Логічні функції подаються через елементарні кон'юнкції, а також у матричній формі. Перетворення логічної функції розглянуті на прикладі транспортної системи, що складається з восьми елементів. Отримано формулу для розрахунок ймовірності безвідмовної роботи такої транспортної системи.

З'ясовані такі поняття як значущість, оцінка ваги та внеску конкретних елементів структурної схеми надійності в надійність автомобільної транспортної системи або її ланцюгу. Отримані загальні формули ймовірності безвідмовної роботи ( $n$ -елементів) для транспортної системи і розглянуто їх реалізацію на прикладі структурної схеми з п'яти елементів. Розглянуто зміст ймовірності монотонної логістичної функції та її похідної. Отримані формули для розрахунок зазначених характеристик для елемента системи. Виділено п'ять важливих наслідків їх співвідношень з урахуванням працездатного і непрацездатного елемента в структурній схемі надійності транспортних систем.

**Ключові слова:** оцінка, працездатність, надійність, автомобільна транспортна система, елементи, структурна схема, математичні методи.

*Аулін В.В., Голуб Д.В., Лисенко С.В., Замуренко А.С. "Оценка работоспособности автомобильных транспортных систем на основе математических методов"*

Логико-вероятностные методы булевой алгебры позволяют осуществить не только количественную оценку надежности сложных транспортных систем, но и определить роль отдельных элементов структурной схемы надежности и их комбинаций в обеспечении надежности автомобильных транспортных систем.

В случае отсутствия информации о надежности элементов их влияние на надежность всей системы оценивают с помощью понятия веса элементов в структурной схеме надежности транспортной системы. Вес элемента характеризует относительное количество таких критических трудоспособных состояний транспортных систем, в которых отказ элемента приводит к отказу системы и наоборот, восстановление элемента приводит к восстановлению работоспособности транспортной системы всех ее состояний.

Показано как элементы булевой алгебры можно использовать при оценке надежности цепей элементов транспортных систем в целом и как с помощью понятий булевой алгебры логические функции можно привести к ортогональной диз'юнктивной нормальной формы. Дано эквивалентную форму логической функции через элементарные конъюнкции различных рангов. Показано как можно использовать преобразование логической функции в расчете вероятностей безотказной работы транспортной системы. Логические функции подаются через элементарные конъюнкции, а также в матричной форме. Преобразование логической функции рассмотрены на примере транспортной системы, состоящей из восьми элементов. Получена формула для расчета вероятности безотказной работы такой транспортной системы.

Выяснены такие понятия как оценка веса, значимости и вклада отдельных элементов структурной схемы надежности в надежность автомобильной транспортной системы или ее цепи. Полученные общие формулы вероятности безотказной работы ( $n$ -элементов) для транспортной системы и рассмотрены их

реализацию на примере структурной схемы из пяти элементов. Рассмотрено содержание вероятности монотонной логистической функции и ее производной. Полученные формулы для расчета указанных характеристик для элемента системы. Выделено пять важных последствий их соотношений с учетом трудоспособного и нетрудоспособного элемента в структурной схеме надежности транспортных систем.

**Ключевые слова:** оценка, работоспособность, надежность, автомобильная транспортная система, элементы, структурная схема, математические методы.

*Aulin V., Golub D., Lysenko S., Zamurenko A. " Estimation of efficiency of automobile transport systems on the basis of mathematical methods "*

*Logical-probabilistic methods of Boolean algebra allow not only to quantify the reliability of complex transport systems, but also to determine the role of individual elements of the structural scheme of reliability and their combinations in ensuring the reliability of road transport systems.*

*In the absence of information on the reliability of the elements, their impact on the reliability of the entire system is assessed using the concept of the weight of the elements in the structural diagram of the reliability of the transport system. The weight of the element characterizes the relative number of such critical working states of transport systems, in which the failure of the element leads to the failure of the system and vice versa, the restoration of the element leads to the restoration of the transport system of all its states.*

*It is shown how the elements of Boolean algebra can be used in assessing the reliability of the chains of elements of transport systems in general and how with the help of Boolean algebra concepts logical functions can be reduced to an orthogonal disjunctive normal form. An equivalent form of a logical function is given through elementary conjunctions of different ranks. It is shown how it is possible to use transformation of logical function in calculation of probabilities of faultless work of transport system. Logical functions are represented through elementary conjunctions as well as in matrix form. Transformations of a logical function are considered on the example of a transport system consisting of eight elements. The formula for calculating the probability of failure-free operation of such a transport system is obtained.*

*Concepts such as the assessment of the weight, significance and contribution of individual elements of the structural scheme of reliability in the reliability of the road transport system or its chain are clarified. The general formulas of probability of trouble-free operation (n-elements) for the transport system are obtained and their implementation is considered on the example of a structural scheme of five elements. The content of the probability of a monotonic logistic function and its derivative is considered. The formulas for calculating these characteristics for the system element are obtained. There are five important consequences of their relationship, taking into account the working and inoperable element in the structural scheme of reliability of transport systems.*

**Key words:** estimation, working capacity, reliability, automobile transport system, elements, structural scheme, mathematical methods.

## **Вступ**

Автомобільні транспортні системи є безліччю систем доставок вантажів і пасажирів автомобільним транспортом, що вважаються системами одного роду. В даному випадку загальною родовою ознакою, що виділяється загальною теорією систем, є використання транспортних засобів для перевезення вантажів або пасажирів. Складні транспортні системи такого роду мають велику кількість елементів, надійність яких залежить не лише від надійності окремих елементів, але й від характеру зв'язків між ними, тобто від функціональної структури системи та впливають на працездатність системи в цілому. При цьому взаємозв'язки елементів такої системи, що виникають при застосуванні рухомого складу, є схожими, незалежно від того, який об'єкт переміщується. В зв'язку з цим виникає необхідність розробки підходів оперативної оцінки працездатності таких систем з застосуванням математичного апарату.

## **Актуальність проблеми**

Зазначимо, що аналіз і вибір підходів до формування методологічних основ створення, використання та забезпечення надійності різних транспортних систем однозначно вимагає оцінки їх працездатності. Це набуває особливої актуальності тоді, коли зовсім нові і цілком працездатні системи застарівають так швидко, що не встигає навіть встоятися супроводжуючий понятійний апарат та програмно-математичне забезпечення, що ускладнює розуміння один одного, виробників і користувачів транспортних і технічних систем. Отже, підхід стосовно оцінки працездатності

автомобільних транспортних систем, може бути успішно реалізований тільки на основі всебічного аналізу їх властивостей, призначення і областей застосування при дослідженні і розв'язанні проблеми надійності їх функціонування з застосуванням логіко-ймовірнісних методів булевої алгебри.

### **Аналіз останніх досліджень**

Загальна теорія систем [1] визначає систему, як єдність елементів  $\{m\}$ , що належать безлічі  $M$ , виділеного по підставах  $\{a\}$ , об'єднаних певними стосунками  $\{r\}$ , які обмежені заданими умовами  $\{z\}$ .

Аналіз працездатності автомобільних транспортних систем можливий за допомогою їх логічних схем або структурних функціональних схем надійності [2]. На відміну від фізичних схем [3], які відтворюють фізичні зв'язки між елементами, логічні схеми надійності будують так, щоб показати, які комбінації відмов окремих елементів системи приводять до відмови ланцюга або системи в цілому [4].

Продуктивним є аналіз автомобільних транспортних систем з використанням апарату теорії множин [5]. Автор роботи [6] зазначає, що оцінювати працездатність таких систем слід, згідно з підходами, які встановилися, в теорії надійності, ймовірністю відсутності відмов у виконанні доставки.

Зазначене вище, свідчить про те, що умову працездатності транспортної системи можливо відобразити логічною функцією, яка підлягає перетворенню з використанням апарату булевої алгебри.

### **Формулювання мети дослідження**

Метою роботи є розробка підходу оцінки працездатності автомобільних транспортних з застосуванням логіко-ймовірнісних методів булевої алгебри.

### **Результати досліджень**

Логіко-ймовірнісні методи булевої алгебри дають можливість здійснити не лише кількісну оцінку надійності складних транспортних систем, але і визначити роль окремих елементів структурної схеми надійності та їх комбінацій у забезпеченні надійності транспортних систем [7, 8].

У випадку відсутності інформації про надійність елементів їх вплив на надійність усієї системи оцінюють за допомогою поняття ваги елементів в структурній схемі надійності транспортної системи. Вага елемента  $x_i$  характеризує відносну кількість таких критичних працездатних станів транспортних систем, в яких відмова елемента  $x_i$  приводить до відмови системи і навпаки, відновлення елемента  $x_i$  приводить до відновлення працездатності транспортної системи серед усіх її станів з  $x_i = 1$ .

Вагою функції працездатності транспортної системи  $n$  змінних (факторів) є кількість наборів (вершин  $n$ -вимірного куба, кліток карти Карно), на яких ця функція логіки приймає значення 1.

Якщо логічна функція працездатності транспортної системи подана у вигляді ОДНФ, то вагу початкової функції можна подати у вигляді [9]:

$$G\{f(x_1, x_2, \dots, x_n)\} = \sum_j 2^{n-r_j} + \sum_f 2^{n-r_f} + \sum_q 2^{n-r_q}, \quad (1)$$

де  $l$  - кількість кон'юнкцій, що містять  $x_i$ ;  $k$  - кількість кон'юнкцій, що не містять  $\overline{x_i}$ ;

$d$  - кількість кон'юнкцій, що не містять  $i$ -у змінну (фактор);

$m = l + k + d$  - загальна кількість кон'юнкцій у початковій логічній функції, яка записана у вигляді ОДНФ;

$r_j, r_f, r_q$  - ранги елементарних кон'юнкцій;

$n$  - кількість незалежних змінних у початковій логічній функції:  $j = 1, \dots, l$ ;  $f = 1, \dots, k$ ;  
 $q = 1, \dots, d$ .

Якщо розглядати місткову структурну схему надійності (рис. 1), то логічна функція працездатності транспортної системи в ДНФ приймає вигляд:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \left| \begin{array}{c|cc} x_1 & x_3 & \\ \hline & x_5 & x_4 \\ x_2 & x_4 & \\ \hline & x_5 & x_3 \end{array} \right|. \quad (2)$$

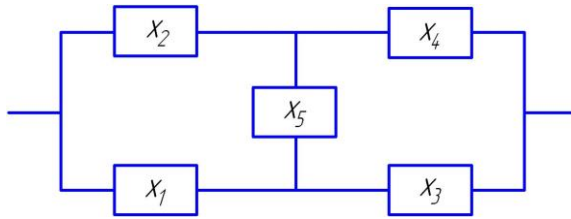


Рис. 1. Місткова структурна схема надійності ланцюга транспортної системи

За допомогою алгоритму ортогоналізації отримуємо ОДНФ функції працездатності (2) місткової структурної схеми надійності транспортної системи:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \left| \begin{array}{cc|c|c|c} x_1 & x_3 & & & \\ \hline x_2 & x_3 & x_4 & & \\ \hline x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \hline x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \right|. \quad (3)$$

Зважування функції працездатності (3) можна виконати за довільною змінною (фактором)  $x_i$ . Наприклад, нехай ним буде перша змінна (фактор)  $x_1$ . Тоді маємо: кількість кон'юнкцій, що містять  $x_1$  дорівнює  $l = 2$ ; кількість кон'юнкцій, що не містять  $\overline{x_1}$  дорівнює  $k = 2$ ; кількість кон'юнкцій, що не містять  $x_1$  дорівнює  $d = 2$ ; загальна кількість кон'юнкцій  $m = 2 + 2 + 1 = 5$ ; кількість незалежних змінних (факторів)  $n = 5$ , ранги відповідних елементарних кон'юнкцій  $r_{j1} = 2$ ;  $r_{j2} = 5$ ;  $r_{f1} = 4$ ;  $r_{f2} = 5$ ;  $r_{q1} = 3$ .

За формулою (1) визначає вагу початкової логічної функції  $f(x_1, x_2, \dots, x_8)$ :

$$G\{f(x_1, x_2, \dots, x_8)\} = (2^{5-2} + 2^{5-5}) + (2^{5-4} + 2^{5-5}) + 2^{5-3} = 16$$

Таким чином, для 16 наборів значень змінних (факторів)  $\Delta x_i$  із  $2^n = 2^5 = 32$  можливих логічна функція працездатності транспортної системи набуває значення 1.

Різницею логічної функції  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  за аргументом  $x_i \in$  результат операції логічного додавання за  $\Delta x_c$  модулем 2 початкової логічної функції  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  та функції, отриманої з початкової заміною аргумента  $x_i$ , його запереченням  $\overline{x_i}$  [10]:

$$\Delta_{x_i} f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus f(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n). \quad (4)$$

Вагою елемента  $x_i$  в транспортній системі, яка складається із  $n$  елементів, є відношення ваги різниці логічної функції надійності за змінною (фактором)  $x_i$ , до загальної кількості усіх можливих наборів  $n$ -вимірною логічного простору, тобто маємо:

$$g_{x_i} = \frac{G\{\Delta_{x_i} f(x_1, \dots, x_n)\}}{2^n} = \sum_{j=1}^l 2^{-(r_j-1)} - \sum_{f=1}^k 2^{-(r_f-1)}, \quad (5)$$

де  $l$  - кількість елементарних кон'юнкцій початкової логічної функції працездатності системи, яка записана в ОДНФ, що містять  $x_i$ ;

$k$  - кількість елементарних кон'юнкцій, початкової логічної функції працездатності транспортної системи, яка записана в ОДНФ, що не містять  $\bar{x}_i$ ;

$r_j$  - ранг елементарних кон'юнкцій, що містять  $x_i$ ;

$r_f$  - ранг елементарних кон'юнкцій, що не містять  $\bar{x}_i$ .

Різниця логістичної функції (булева різниця) за змінною (фактором)  $x_i$ , записується у вигляді:

$$\Delta_{x_i} f(x_1, \dots, x_n) = f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \oplus f_0^{(i)}(x_1, \dots, \bar{x}_i, \dots, x_n), \quad (6)$$

де  $f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, 1, \dots, x_n)$  - одинична функція за змінною (фактором)  $x_i$ ;

$f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = f(x_1, \dots, 0, \dots, x_n)$  - нульова функція за змінною (фактором)  $x_i$ .

Розрахуємо, наприклад, вагу елементів  $x_1$  і  $x_5$  місткової структурної схеми надійності для логічної функції працездатності транспортної системи (2).

За виглядом ОДНФ функції працездатності місткової структурної схеми надійності (3) для елемента  $x_1$  маємо:  $l = 2$ ;  $r_{j1} = 2$ ;  $r_{j2} = 5$ ;  $k = 2$ ;  $r_{f1} = 4$ ;  $r_{f2} = 5$ , а для елемента  $x_5$  -  $l = 2$ ;  $r_{f1} = 5$ ;  $r_{j2} = 5$ ;  $k = 0$ .

Підставляючи зазначені дані у формулу (5), отримаємо відповідну вагу елементів  $x_1$  і  $x_2$  в надійності транспортної системи в цілому:

- для елемента  $x_1$  маємо:

$$g_{x_1} = [2^{-(2-1)} + 2^{-(5-1)}] - [2^{-(4-1)} + 2^{-(5-1)}] = 2^{-1} + 2^{-4} - 2^{-3} - 2^{-4} = 0,375;$$

- для елемента  $x_5$  маємо:

$$g_{x_5} = 2^{-(5-1)} + 2^{-(5-1)} = 2^{-4} + 2^{-4} = 0,125.$$

Як бачимо, вага елемента  $x_1$  в надійності транспортної системи в три рази перевищує вагу елемента  $x_5$ , а тому важливість елемента  $x_1$  для забезпечення надійності системи втричі перевищує важливість елемента  $x_5$ .

Значущість елемента  $x_i$  у логічній функції працездатності транспортної системи  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  є часткова похідна від ймовірності безвідмовної роботи системи  $R_S$  за ймовірністю безвідмовної роботи елемента  $R_i$ , тобто:

$$\xi_{x_i} = \frac{\partial p\{f(x_1, \dots, x_n) = 1\}}{\partial p\{x_i = 1\}} = \frac{\partial R_S}{\partial R_i}. \quad (7)$$

Для всіх монотонних логічних функцій кількість наборів, на яких нульова логічна функція за змінною (фактором)  $x_i$ , набуває значення, рівного одиниці, є підмножина множини наборів, на яких одинична логічна функція за цією ж змінною (фактором)  $x_i$  дорівнює одиниці, тобто, маємо:

$$\{(x_1, \dots, x_n): f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = 1\} \subset \{(x_1, \dots, x_n): f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = 1\}. \quad (8)$$

Із співвідношення (3.122) випливають наступні наслідки:

$$\{(x_1, \dots, x_n): f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = 1\} \subset \{(x_1, \dots, x_n): f(x_1, \dots, x_n) = 1\} \subset \{(x_1, \dots, x_n): f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = 1\}; \quad (9)$$

$$f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \vee f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \equiv f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n); \quad (10)$$

$$f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \wedge f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \equiv f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n); \quad (11)$$

$$f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \wedge \overline{f_0^{(i)}}(x_1, \dots, x_n) \equiv \Delta_{x_i} f(x_1, \dots, x_n); \quad (12)$$

$$\overline{f_1^{(i)}}(x_1, \dots, x_n) \wedge f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) \equiv 0; \quad (13)$$

Частинна похідна від ймовірності монотонної логічної функції  $f(x_1, \dots, x_n)$  за ймовірністю істинності змінної (фактору)  $x_i$ , дорівнює ймовірності істинності булевої різниці цих функцій за змінною (фактором)  $x_i$ :

$$\frac{\partial p\{f(x_1, \dots, x_n) = 1\}}{\partial p\{x_i = 1\}} = p\{\Delta_{x_i} f(x_1, \dots, x_n) = 1\}. \quad (14)$$

На основі рівняння (14) значущість елемента  $x_i$  можна визначити як ймовірність того, що булева різниця логічної функції працездатності за змінною (фактором)  $x_i$ , - дорівнює одиниці:

$$\xi_{x_i} = p\{\Delta_{x_i} f(x_1, \dots, x_n) = 1\}. \quad (15)$$

Для монотонних структур надійності транспортних систем, маємо:

$$\xi_{x_i} = \frac{\partial R_S}{\partial R_i} = R_{S_1}^{(i)} - R_{S_0}^{(i)}; \quad (16)$$

$$R_{S_1}^{(i)} = p\{f_1^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = 1\}; \quad (17)$$

$$R_{S_0}^{(i)} = p\{f_0^{(i)}(x_1, \dots, x_n) = 1\}. \quad (18)$$

де  $R_{S_1}^{(i)}$  - ймовірність безвідмовної роботи транспортної системи у випадку абсолютно надійного елемента  $x_i$ ;

$R_{S_0}^{(i)}$  - ймовірність безвідмовної роботи транспортної системи у випадку абсолютно ненадійного елемента  $x_i$ .

Рівняння (16) є основою для розрахунку значущостей окремих елементів  $\xi_{x_i}$  для складних транспортних систем. Із виразів (5) і (16) легко побачити, що вага  $g_{x_i}$  елемента  $x_i$  є частковим випадком його значущості  $\xi_{x_i}$  коли всі елементи транспортної системи рівнонадійні, а ймовірність їх безвідмовної роботи дорівнює 0,5.

Залежності (14)-(18) дають можливість сформулювати наступні п'ять важливих наслідків:

$$\frac{\partial R_S}{\partial Q_i} = R_{S_0}^{(i)} - R_{S_1}^{(i)}; \quad (19)$$

$$\frac{\partial R_S}{\partial R_i} = \frac{\partial R_S}{\partial Q_i}; \quad (20)$$

$$R_S = R_{S_0}^{(i)} + R_i \frac{\partial R_S}{\partial R_i} = R_{S_1}^{(i)} + Q_i \frac{\partial R_S}{\partial Q_i}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial R_S}{\partial R_i} = \frac{R_S - R_{S_0}^{(i)}}{R_i} = R_{S_1}^{(i)} + Q_i \frac{R_{S_1}^{(i)} - R_S}{Q_i}; \quad (22)$$

$$\frac{\partial R_S}{\partial Q_i} = \frac{R_S - R_{S_1}^{(i)}}{Q_i} = \frac{R_{S_0}^{(i)} - R_S}{R_i}, \quad (23)$$

де  $Q_i$  - ймовірність непрацездатності елемента  $x_i$  в структурній схемі надійності транспортної системи.

Нехай транспортна система має п'ять елементів в структурній містковій схемі надійності. Розрахуємо, наприклад, значущість елементів  $x_1$  і  $x_5$  для логічної функції працездатності транспортної системи (2). За виглядом ОДНФ логічної функції працездатності (3) місткової структурної схеми надійності розуміють наступне:

- одиничну логічну функцію за змінною (фактором)  $x_1$  :

$$f_1^{(1)}(x_1, \dots, x_5) = \begin{vmatrix} x_3 & & & & \\ x_2 & \overline{x_3} & x_4 & & \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \end{vmatrix}, \quad (24)$$

- нульову логічну функцію за змінною (фактором)  $x_1$  :

$$f_0^{(1)}(x_1, \dots, x_5) = \begin{vmatrix} x_2 & \overline{x_3} & x_4 & & \\ x_2 & x_3 & x_4 & & \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \end{vmatrix}. \quad (25)$$

Використовуючи попередні формули, маємо:

$$R_{S_1}^{(1)} = p\{f_1^{(1)}(x_1, \dots, x_5) = 1\} = R_3 + R_2 Q_3 R_4 + R_2 Q_3 R_4 R_5; \quad (26)$$

$$R_{S_0}^{(1)} = p\{f_0^{(1)}(x_1, \dots, x_5) = 1\} = R_2 Q_3 R_4 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_3 Q_4 R_5. \quad (27)$$

Враховуючи вираз (26) і (27), за формулою (16) можна знайти значущість елемента  $x_1$  :

$$\xi_{x_1} = R_3 + R_4 R_5 - R_2 R_3 R_4 - R_2 R_4 R_5 - R_3 R_4 R_5 - R_2 R_3 R_5 + 2R_2 R_3 R_4 R_5. \quad (28)$$

Якщо  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R = const$ , то одержимо:

$$\xi_{x_1} = R + R^2 - 4R^3 + 2R^4. \quad (29)$$

Для  $R = 0,5$  значущість елемента  $x_1$  збігається з його вагою, тобто маємо:

$$\xi_{x_1} = 0,375 = g_{x_1}. \quad (30)$$

Аналогічно для елемента  $x_5$ , отримаємо:

$$f_1^{(5)}(x_1, \dots, x_5) = \begin{vmatrix} x_1 & x_3 & & & \\ x_2 & x_3 & x_4 & & \\ \overline{x_1} & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \overline{x_1} & \overline{x_2} & \overline{x_3} & \overline{x_4} & \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \end{vmatrix}; \quad (31)$$

$$f_1^{(5)}(\overline{x_1}, \dots, \overline{x_5}) = \begin{vmatrix} x_1 & x_3 & & & \\ x_2 & x_3 & x_4 & & \\ \overline{x_1} & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \overline{x_1} & \overline{x_2} & \overline{x_3} & \overline{x_4} & \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \end{vmatrix}; \quad (32)$$

$$R_{S_1}^{(5)} = p\{f_1^{(5)}(\overline{x_1}, \dots, \overline{x_5}) = 1\} = R_1 R_3 + R_2 Q_3 R_4 + Q_1 R_2 R_3 R_4 + Q_1 R_2 R_3 R_4 + R_1 Q_2 Q_3 R_4; \quad (33)$$

$$R_{S_0}^{(5)} = p\{f_0^{(5)}(\overline{x_1}, \dots, \overline{x_5}) = 1\} = R_1 R_3 + R_2 Q_3 R_4 + Q_1 R_2 R_3 R_4; \quad (34)$$

$$\xi_{x_5} = Q_1 R_2 R_3 Q_4 + R_1 Q_2 Q_3 R_4. \quad (35)$$

Якщо  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R = const$ , то одержимо:

$$\xi_{x_5} = 2R^2 - 4R^3 + 2R^4. \quad (36)$$

Для  $R = 0,5$  значущість елемента  $x_5$  збігається з його вагою:

$$\xi_{x_5} = 0,125 = g_{x_5}. \quad (37)$$

Внесок  $B_{x_i}$ , окремого елемента  $x_i$  в надійність певної транспортної системи характеризує зростання надійності цієї системи після відновлення елемента  $x_i$ , із непрацездатного стану до працездатного з фактичною ймовірністю його безвідмовної роботи, яка дорівнює  $R_i$ . Внесок окремого елемента  $x_i$  в надійність транспортної системи, що описується логічною функцією працездатності  $f(x_1, \dots, x_n)$ , розраховують як добуток ймовірності безвідмовної роботи елемента  $x_i$  на його значущість:

$$B_{x_i} = R_i \frac{\partial R_S}{\partial R_i}. \quad (38)$$

Підставивши вираз (22) у формулу (38), одержимо:

$$B_{x_i} = R_i \frac{R_S - R_{S_0}^{(i)}}{\partial R_i} = R_S - R_{S_0}^{(i)}. \quad (39)$$

Із (38) випливає умова:

$$B_{x_i} \leq \xi_{x_i}. \quad (40)$$

Питомий внесок окремого елемента  $x_i$  в надійність системи з логічною функцією працездатності  $f(x_1, \dots, x_n)$ , розраховують як нормований внесок цього елемента:

$$b_{x_i} = \frac{B_{x_i}}{\sum_{i=1}^n B_{x_i}}. \quad (41)$$

Критерії значущості, ваги та внеску конкретних елементів у надійність автомобільної транспортної системи мають різну чутливість та інформативну сутність. Вага  $g_{x_i}$  окремого елемента  $x_i$  характеризує лише розташування цього елемента в



структурній схемі надійності транспортної системи. Значущість  $\xi_{x_i}$  окремого елемента  $x_i$ , характеризує не лише розташування цього елемента в структурній схемі надійності транспортної системи, але й залежність її надійності від ймовірностей безвідмовної роботи всіх елементів транспортної системи за винятком власне елемента  $x_i$ . Внесок  $B_{x_i}$  окремого елемента  $x_i$ , характеризує не лише розташування цього елемента в структурній схемі надійності системи, але й умови її функціонування та зв'язок з ймовірностями безвідмовної роботи  $n$  елементів транспортної системи включно з елементом  $x_i$ .

### Висновки

1. Показано як елементи булевої алгебри можна використати при оцінці надійності ланцюгів елементів транспортних систем в цілому.
2. Дано еквівалентну форму логічної функції через кон'юнкції різних рангів. Наведено використання перетворення логічної функції в розрахунку ймовірностей безвідмовної роботи автомобільної транспортної системи. Отримано формулу для визначення ймовірності безвідмовної роботи такої транспортної системи.
3. З'ясовані такі поняття як оцінка значущості, ваги та внеску конкретних елементів структурної схеми надійності в надійність автомобільної транспортної системи або її ланцюгу.
4. Отримані загальні формули ймовірності безвідмовної роботи ( $n$ -елементів) для транспортної системи і розглянуто їх реалізацію на прикладі структурної схеми з п'яти елементів.
5. Розглянуто зміст ймовірності монотонної логістичної функції та її похідної, отримані формули для їх розрахунку. Виділено важливих п'ять наслідків їх співвідношень на основі працездатного і непрацездатного елемента в структурній схемі надійності транспортних систем.

### Список використаних джерел

1. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ: Учеб. пособие. — К.: МАУП, 2003. — 368 с.
2. Аулін В.В., Голуб Д.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В. Методологічні і теоретичні основи забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем: монографія. — Кропивницький: Видавництво ТОВ "КОД", 2017. — 370 с.
3. Шубин Р.А. Надёжность технических систем и техногенный риск : учебное пособие. — Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ГГТУ», 2012. — 80 с
4. Аулін В.В., Голуб Д.В., Гриньків А.В., Лисенко С.В. Методологічне обґрунтування дослідження та розв'язання проблеми надійності функціонування транспортних систем. Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів, 2017. — №10. — С. 29-36.
5. Курганов В.М. Ситуационное управление автомобильными перевозками: монография. - М.: Технополиграфцентр, 2003. - 197 с.
6. Зорин В.А. Основы работоспособности технических систем: учебник для студ. высш. учебн. завед. - М.: Академия, 2009. - 208 с.
7. Можаяева И.А. Методики структурно-логистического моделирования сложных систем с сетевой структурой: автореферат дисс. ... канд. техн. наук : 05.13.01. — СПб, 2015. — 22 с.
8. Поленин В.И., Можаяев А.С., Гладкова И.А. Общий логико-вероятностный метод моделирования сложных систем: монография. - Германия: PАР, 2015. - 688 с.

9. Горяинов А.Н. Транспортная диагностика. Книга 1. Научные основы транспортной диагностики (диагностический подход в системах транспорта): Монография. – Харьков: НТМТ, 2014. – 291 с.

10. Андреев А.А. О сложности функций многозадачной логики в некоторых неполных базисах: дисс. канд. физ.-мат. наук. - Москва, 2016. - 176 с.

## References

1. Surmin Yu. P. System theory and system analysis: Textbook. allowance. - К .: МАУР, 2003 .- 368 p.

2. Aulin VV, Golub DV, Grinkov AV, Lysenko SV Methodological and theoretical bases of providing and increase of reliability of functioning of automobile transport systems: monograph. - Kropyvnytskyi: Publishing House LLC "CODE", 2017. - 370 p.

3. Shubin R.A. Reliability of technical systems and technogenic risk: a tutorial. - Tambov: Publishing house of FGBOU VPO "TSTU", 2012. - 80 p.

4. Aulin VV, Golub DV, Grinkov AV, Lysenko SV Methodological substantiation of research and solution of the problem of reliability of functioning of transport systems. Technical service of agro-industrial, forest and transport complexes, 2017. - №10. - P. 29-36.

5. Kurganov V.M. Situational management of road transport: monograph. - M.: Tekhnopoligrftsentr, 2003 .- 197 p.

6. Zorin V.A. Fundamentals of technical systems performance: a textbook for students. higher. educational head - M .: Academy, 2009 .- 208 p.

7. Mozhaeva I.A. Methods of structural and logistic modeling of complex systems with a network structure: abstract dissertation. ... Cand. tech. Sciences: 05.13.01. - SPb, 2015 .- 22 p.

8. Polenin V.I., Mozhaev A.S., Gladkova I.A. General logical-probabilistic method for modeling complex systems: monograph. - Germany: PAP, 2015 .- 688 p.

9. Goryainov A.N. Transport diagnostics. Book 1. Scientific bases of transport diagnostics (diagnostic approach in transport systems): Monograph. - Kharkov: NTMT, 2014 .- 291 p.

10. Andreev A.A. On the complexity of functions of multitasking logic in some incomplete bases: diss. Cand. physical-mat. sciences. - Moscow, 2016 .- 176 p.