Дубінін Є.О.,
Полянський О.С.,
Клец Д.М.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет
Задорожня В.В.
Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка
E-mail: dubinin-rmn@ukr.net

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОЇ КОЛІСНОЇ МАШИНИ З ПРУЖНІМ ЕЛЕМЕНТОМ У З'ЄДНУВАЛЬНОМУ ШАРНІРІ

УДК 629.017

*Дубінін Є.О., Полянський О.С., Клец Д.М., Задорожня В.В. «**Математичне моделювання руху шарнірно-зчленованої колісної машини з пружнім елементом у з'єднувальному шарнірі**»*

Отримана динамічна модель руху шарнірно-зчленованого колісного трактора нерівностями враховує основні конструктивні параметри, що впливають на стійкість його положення в площині, перпендикулярній до опорної поверхні, а також характеристики опорної поверхні. Для побудови рівнянь руху секцій трактора використано рівняння Лагранжа другого роду та, виходячи з конструктивних особливостей шарнірно-зчленованого колісного трактора, прийнятий ряд припущень для спрощення математичної моделі. У розглянутому варіанті сполучний шарнір трактора являє собою конструкцію з пружнім елементом. Зміна кутів нахилу твірних нерівностей поверхні під колесами секцій шарнірно-зчленованого трактору задана у вигляді періодичних функцій. В якості параметру динамічної стійкості положення розглянуті кутові швидкості секцій у поперечній площині, перпендикулярній до опорної поверхні.

Наявність пружного зв'язку в горизонтальному шарнірі впливає на стійкість проти перекидання та може бути зроблена в різному конструктивному виконанні. Одним з таких варіантів є застосування пружин або пружини, які б під час коливань секцій машини під час руху нерівностями перерозподіляли енергію коливань найменш стійкої передньої секції до більш стійкої задньої, при цьому частково зменшуючи цю енергію. Таким чином, система буде більш стійкою щодо перекидання та забезпечить відсутність ударних навантажень між елементами з'єднувального шарніра, підвищивши його надійність.

Встановлено, що наявність пружного елементу у горизонтальному шарнірі між секціями знижує максимальні величини параметра стійкості положення – кутових швидкостей секцій на 15–20%. При цьому підвищується динамічна стійкість колісних шарнірно-зчленованих машин.

***Ключеві слова:** стійкість, колісна машина, пружній елемент, математичне моделювання, чисельний метод.*

*Дубинин Е.А., Полянский А.С., Клец Д.М., Задорожняя В.В. «**Математическое моделирование движения шарнирно-сочлененной колесной машины с упругим элементом в соединительном шарнире**»*

Полученная динамическая модель движения шарнирно-сочлененного колесного трактора по неровностям учитывает основные конструктивные параметры, влияющие на устойчивость его положения в плоскости, перпендикулярной к опорной поверхности, а также характеристики опорной поверхности. Для построения уравнений движения секций трактора использовано уравнение Лагранжа второго рода и, исходя из конструктивных особенностей шарнирно-сочлененного колесного трактора, принят ряд предположений для упрощения математической модели. В рассматриваемом варианте соединительный шарнир трактора представляет собой конструкцию с упругим элементом. Изменение углов наклона образующих неровностей поверхности под колесами секций шарнирно-сочлененного трактора задано в виде периодических функций. В качестве параметра динамической устойчивости положения рассмотрены угловые скорости секций в поперечной плоскости, перпендикулярной к опорной поверхности.

Наличие упругой связи в горизонтальном шарнире влияет на устойчивость против опрокидывания и может быть выполнена в различном конструктивном исполнении. Одним из таких вариантов является применение пружин или пружины, которые во время колебаний секций машины во время движения по неровностям перераспределяют энергию колебаний наименее устойчивой передней секции к более устойчивой задней, при этом частично уменьшая эту энергию. Таким образом, система будет более устойчивой от опрокидывания и обеспечит отсутствие ударных нагрузок между элементами соединительного шарнира, повысив его надежность.

Установлено, что наличие упругого элемента в горизонтальном шарнире между секциями снижает максимальные величины параметра устойчивости положения – угловых скоростей секций на 15-20%. При этом повышается динамическая устойчивость колесных шарнирно-сочлененных машин.

***Ключевые слова**: устойчивость, колесная машина, упругий элемент, математическое моделирование, численный метод.*

*Dubinin Ye.A., Polyansky O.S., Klets D.M., Zadorozhnya V.V. "**Mathematical modelling of the articulated wheeled machine motion with an elastic element in the connecting hinge**"*

The obtained dynamic model of the articulated wheeled tractor movement on irregularities takes into account the main design parameters that affect the position stability in the plane perpendicular to the support surface, as well as the characteristics of the support surface. To construct the equations of tractor sections motion, the Lagrange equation was used and, based on the design features of the articulated wheeled tractor, the number of assumptions were made to simplify the mathematical model. In this embodiment, the connecting joint of the tractor is a structure with an elastic element. The change in the angles of inclination of the generating irregularities of the surface under the articulated tractor sections wheels is given in the form of periodic functions. The angular velocities of the sections in the transverse plane perpendicular to the support surface are considered as a parameter of the dynamic position stability.

The presence of an elastic connection in the horizontal hinge affects the resistance against overturning and can be made in different designs. One such option is to use springs or spring that would redistribute the energy of the oscillations of the least stable front section to the more stable rear during the oscillations of the machine sections during the movement on the irregularities, while partially reducing this energy. In this way, the system will be more stable in terms of overturning and will ensure the absence of impact loads between the elements of the connecting hinge, increasing its reliability.

It is established that the presence of an elastic element in the horizontal hinge between the sections reduces the maximum values of the parameter of position stability – the angular velocities of the sections by 15-20%. This increases the dynamic stability of wheeled articulated machines.

***Keywords:** stability, wheeled machine, elastic element, mathematical modeling, numerical method.*

Вступ

Досягнутий на сьогодення рівень безпеки використання колісних машин не дозволяє істотно зменшити кількість дорожньо-транспортних пригод. Основна увага під час розробки сучасних теоретичних і практичних рішень приділяється питанням забезпечення курсової стійкості і керованості, тоді як питанням забезпечення стійкості положення приділено недостатньо уваги. Питання стійкості положення є комплексом складних взаємозв'язків між конструктивними особливостями, параметрами надійності та руху машин, особливостями опорної поверхні, індивідуальними властивостями водія. Всі складові цієї системи «водій-машина-дорожні умови» постійно змінюються в часі, являючи собою функції багатьох змінних. При цьому результатом їхньої взаємодії є або відсутність аварійної ситуації, або втрата колісною машиною стійкості положення. Питаннями стійкості положення тракторних агрегатів при їхній роботі за важких дорожніх умов, у тому числі на схилах, займався ряд вітчизняних і закордонних вчених. При вивченні процесу руху колісних машин, у тому числі і шарнірно-зчленованих, нерівностями для оцінювання їх стійкості положення і плавності ходу звичайно користуються різні теорії, в яких залишаються однаковими як показники параметрів коливальних процесів, так і способи складання диференціальних рівнянь руху. Але і в теперішній час питання математичного моделювання руху шарнірно-зчленованих колісних машин задля забезпечення їхньої стійкості положення є актуальними.

Аналіз останніх досягнень і публікацій

Дослідженнями характеристик руху динамічних систем, у тому числі колісних машин, займалася велика кількість авторів [1–11]. При цьому більша частина робіт була спрямована на визначення параметрів стійкості руху й плавності ходу. Встановлено, що великий вплив на стійкість положення при русі нерівностями виявляють різні конструктивні фактори, у тому числі – підвіска та шини машин [1, 2]. У той же час питанням вивчення динамічної стійкості положення шарнірно-зчленованих колісних машин під час руху нерівностями приділено недостатньо уваги.

Мета и постановка завдань

Метою роботи є підвищення стійкості положення шарнірно-зчленованих колісних тракторів на основі аналізу їх руху нерівностями. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити завдання з отримання математичної моделі руху секцій шарнірно-

зчленованої колісної машини нерівностями, що дозволяє врахувати вертикальні й кутові коливання підресореної й непідресорених мас, в'язко-пружні характеристики підвіски й шин трактора, а також наявність пружного елементу у з'єднувальному шарнірі.

Математичне моделювання руху шарнірно-зчленованої колісної машини з пружним елементом у з'єднувальному шарнірі

При складанні динамічної моделі руху шарнірно-зчленованого колісного трактора нерівностями були враховані основні конструктивні параметри, що впливають на стійкість його положення в площині, перпендикулярній до опорної поверхні, а також характеристики самої опорної поверхні. Запропонований підхід дозволяє врахувати вертикальні й кутові коливання підресореної й непідресорених мас; взаємодію секцій у процесі руху; в'язко-пружні характеристики підвіски й шин трактора, а також наявність пружного елементу у з'єднувальному шарнірі.

При установці в сполучному шарнірі між секціями машини пружного елемента змінюється характер їх взаємодії при русі. Після прийняття відповідних допущень була складена відповідна схема трактора із шістьма ступенями волі, у якій обидві секції являють собою взаємозалежну систему (рис. 1). Прийнята модель використовувалася надалі для складання математичної моделі руху машини.

Нерухома система координат *ZOY* пов'язана з горизонтальною поверхнею, причому вісь *OZ* проходить через середину мосту трактора. Приймаємо, що дана точка рухається тільки в поздовжній площині *ZOX*. Координати центрів мас трактора позначимо через $z_{н1}, y_{н1}$ для непідресореної маси передньої секції, через $z_{п1}, y_{п1}$ для підресореної маси передньої секції, через z_2, y_2 для задньої секції.

При складанні динамічної моделі введемо наступні позначення для секцій шарнірно-зчленованого трактора (індексом 1 позначені параметри передньої секції, індексом 2 – задньої секції трактора): $m_{н1}$ – маса непідресореної частини передньої секції; $m_{п1}$ – маса підресореної частини передньої секції; $m_{п1} + m_{н1} = m_1$ – маса передньої секції; m_2 – маса задньої секції; $J_{н1}$ – центральний момент інерції непідресореної маси передньої секції; $J_{п1}$ – центральний момент інерції підресореної маси передньої секції; J_2 – центральний момент інерції задньої секції; $C_{р1}$ – жорсткість ресори підвіски у вертикальному напрямку; $\eta_{а1}$ – коефіцієнт демпфірування амортизатора підвіски; $C_ш = C_{ш1} = C_{ш2}$ – радіальна жорсткість шини; $\eta_ш = \eta_{ш1} = \eta_{ш2}$ – коефіцієнт демпфірування шини; $R_д = R_{д1} = R_{д2}$ – динамічний радіус колеса; ψ_1 – кут нахилу утворюючої нерівності поверхні під колесом передньої секції (рис. 1а); ψ_2 – кут нахилу утворюючої нерівності поверхні під колесом задньої секції (рис. 1б); θ_1 – кут нахилу передньої секції внаслідок нерівномірної радіальної деформації шин; θ_2 – кут нахилу задньої секції внаслідок нерівномірної радіальної деформації шин; φ_1 – кут нахилу підресореної маси передньої секції на підвісці; $h_{п1}$ – відстань між підвіскою передньої секції у статичному горизонтальному положенні трактора й центром непідресореної маси; $h_{р1}$ – плече крену підресореної маси передньої секції; $B_{р1}$ – ресорна база; $h_{св2}$ – відстань між центром мас задньої секції й віссю обертання колеса; $\Delta_{н1}$ – лінійне переміщення центра непідресореної маси передньої секції нормаллю до опорної поверхні; $\Delta_{п1}$ – лінійне переміщення центру підресореної маси передньої секції нормаллю до осі коліс; Δ_2 – лінійне переміщення центру мас задньої секції нормаллю до опорної поверхні; l_{12} – плече дії пружного елемента горизонтального шарніра; C_{12} – жорсткість пружного елемента горизонтального шарніра.

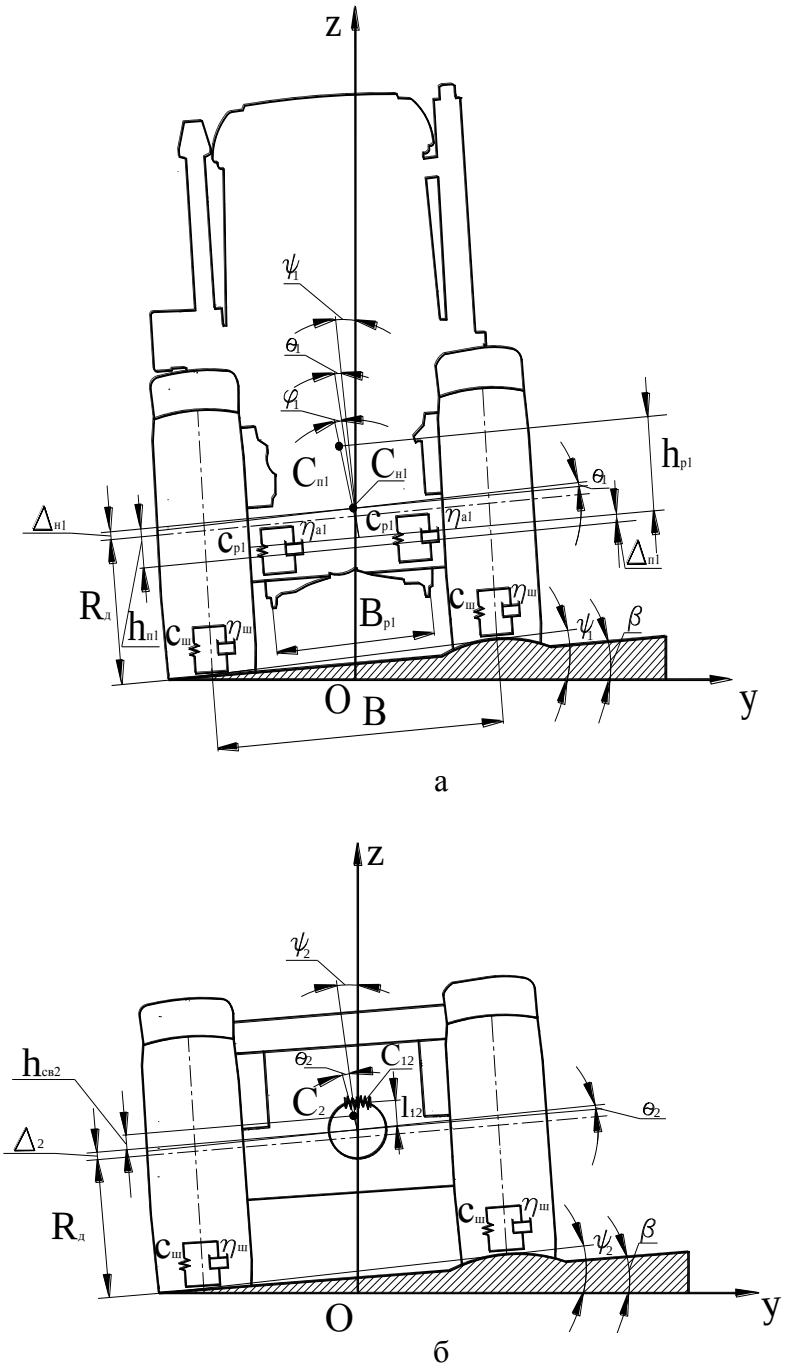

Рис. 1 – Схеми руху секцій шарнірно-зчленованої колісної машини з пружнім елементом у горизонтальному шарнірі: а – передня секція; б – задня секція

Були визначені кутові швидкості секцій і виписаний вираз для повної кінетичної енергії T досліджуваної системи (трактора в цілому)

$$T = \frac{m_{н1}}{2} \cdot \left[(\dot{y}_{н1})^2 + (\dot{z}_{н1})^2 \right] + \frac{m_{п1}}{2} \cdot \left[(\dot{y}_{п1})^2 + (\dot{z}_{п1})^2 \right] + \frac{m_2}{2} \cdot \left[(\dot{y}_2)^2 + (\dot{z}_2)^2 \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot J_{н1} \cdot (\dot{\psi}_1 + \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{п1} \cdot (\dot{\psi}_1 + \dot{\theta}_1 + \dot{\varphi}_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot (\dot{\psi}_2 + \dot{\theta}_2)^2$$

Потенційна енергія Π_c визначається залежністю

$$\Pi_c = m_{н1} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B \cdot tg\psi_1 + R_д / \cos\psi_1 + \Delta_{н1} \cdot \cos\psi_1 \right) +$$

$$+ m_{п1} \cdot g \cdot \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot B \cdot tg\psi_1 + R_д / \cos\psi_1 + \\ + \Delta_{н1} \cdot \cos\psi_1 + (h_{п1} + \Delta_{п1}) \cdot \cos(\psi_1 + \theta_1) + \\ + h_{р1} \cdot \cos(\psi_1 + \theta_1 + \varphi_1) \end{array} \right) +$$

$$+ m_2 \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B \cdot tg\psi_2 + R_д / \cos\psi_2 + \Delta_2 \cdot \cos\psi_2 + h_{c2} \cdot \cos(\psi_2 + \theta_2) \right).$$

У процесі складання виразу для потенційної енергії системи необхідно врахувати потенційну енергію взаємодії двох секцій у горизонтальному шарнірі за допомогою пружного елемента. Потенційну енергію взаємодії двох секцій у горизонтальному шарнірі Π_{12} за допомогою пружного елементу можливо визначити за формулою

$$\Pi_{12} = \frac{C_{12} \cdot l_{12}^2 (\theta_1 + \psi_1 - \theta_2 - \psi_2)^2}{2}.$$

Вираз для сумарної потенційної енергії системи, використовуючи раніше отримані вирази для визначення $\Pi_{р1}, \Pi_{ш1}, \Pi_{ш2}$, у цьому випадку буде записано у вигляді

$$\Pi = \Pi_с + \Pi_{р1} + \Pi_{ш1} + \Pi_{ш2} + \Pi_{12} = m_{н1} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B \cdot tg\psi_1 + R_д / \cos\psi_1 + \Delta_{н1} \cdot \cos\psi_1 \right) +$$

$$+ m_{п1} \cdot g \cdot \left(\begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot B \cdot tg\psi_1 + R_д / \cos\psi_1 + \\ + \Delta_{н1} \cdot \cos\psi_1 + (h_{п1} + \Delta_{п1}) \cdot \cos(\psi_1 + \theta_1) + \\ + h_{р1} \cdot \cos(\psi_1 + \theta_1 + \varphi_1) \end{array} \right) +$$

$$+ m_2 \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B \cdot tg\psi_2 + R_д / \cos\psi_2 + \Delta_2 \cdot \cos\psi_2 + h_{c2} \cdot \cos(\psi_2 + \theta_2) \right) +$$

$$+ \frac{C_{р1} \cdot (\Delta_{п1} + \frac{B_{р1}}{2} \cdot \varphi_1)^2}{2} + \frac{C_{р1} \cdot (\Delta_{п1} - \frac{B_{р1}}{2} \cdot \varphi_1)^2}{2} + \frac{C_ш \cdot (\Delta_{н1} + \frac{B}{2} \cdot \theta_1)^2}{2} + \frac{C_ш \cdot (\Delta_{н1} - \frac{B}{2} \cdot \theta_1)^2}{2} +$$

$$\frac{C_ш \cdot (\Delta_2 + \frac{B}{2} \cdot \theta_2)^2}{2} + \frac{C_ш \cdot (\Delta_2 - \frac{B}{2} \cdot \theta_2)^2}{2} + \frac{C_{12} \cdot l_{12}^2 (\theta_1 + \psi_1 - \theta_2 - \psi_2)^2}{2}.$$

Вираз для потенційної енергії пружного елементу також виписаний приблизно, з точністю до квадратичних за узагальненими змінними доданків. Узагальнені сили також визначаються дисипацією у підвісці передньої секції й шинах двох секцій.

З врахуванням викладеного вище отримані рівняння руху шарнірно-зчленованого колісного трактора нерівностями з урахуванням наявності пружного елемента у сполучному шарнірі. Лінеаризовані рівняння руху також зручно представити в матричному виді. Вирази для елементів матриць A, D, C у цьому випадку будуть мати вигляд:

$$A=\begin{pmatrix} m_1 & 0 & m_{п1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{п1}(h_{р1}-h_{п1})^2+ & 0 & m_{п1}h_{р1}(h_{р1}-h_{п1})+J_{п1} & 0 & 0 \\ & +J_{п1}+J_{н1} & & & & \\ m_{п1} & 0 & m_{п1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{п1}h_{р1}(h_{р1}-h_{п1})+J_{п1} & 0 & m_{п1}h_{р1}^2+J_{п1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2h_{св2}^2+J_2 \end{pmatrix};$$

$$D=\begin{pmatrix} 2\eta_ш & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B^2}{2}\eta_ш & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\eta_{a1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L_{р1}^2}{2}\eta_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\eta_ш & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{B^2}{2}\eta_ш \end{pmatrix};$$

$$C=\begin{pmatrix} 2C_ш & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B^2}{2}C_ш-m_{п1}g(h_{р1}-h_{п1})+ & 0 & -m_{п1}gh_{р1} & 0 & -C_{12}l_{12}^2 \\ & +C_{12}l_{12}^2 & & & & \\ 0 & 0 & 2C_{р1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_{п1}gh_{р1} & 0 & \frac{B_{р1}^2}{2}C_{р1}-m_{п1}gh_{р1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_ш & 0 \\ 0 & -C_{12}l_{12}^2 & 0 & 0 & 0 & \frac{B^2}{2}C_ш-m_{п2}gh_{св2}+ \\ & & & & & +C_{12}l_{12}^2 \end{pmatrix}.$$

Вирази для елементів вектора F також були представлені у вигляді розкладань за ступенями $\psi(t)$ і $\dot{\psi}(t)$ до третього порядку включно, що дає можливість враховувати досить великі величини відхилення ψ від нульового рівня.

Наведений математичний опис динамічної моделі шарнірно-зчленованого колісного трактора відрізняється від раніше розробленої [12] наявністю пружного зв'язку в горизонтальному шарнірі між секціями.

Розрахунки проводилися з урахуванням наявності пружного елементу у шарнірі (l_{12}=0,3 м, C_{12}=500 кН/м) і характеристик процесу руху при проведенні експериментальних досліджень.

Для розв'язку систем диференціальних рівнянь був використаний програмний пакет MATLAB. Результати розв'язку представлено на рисунку 2.

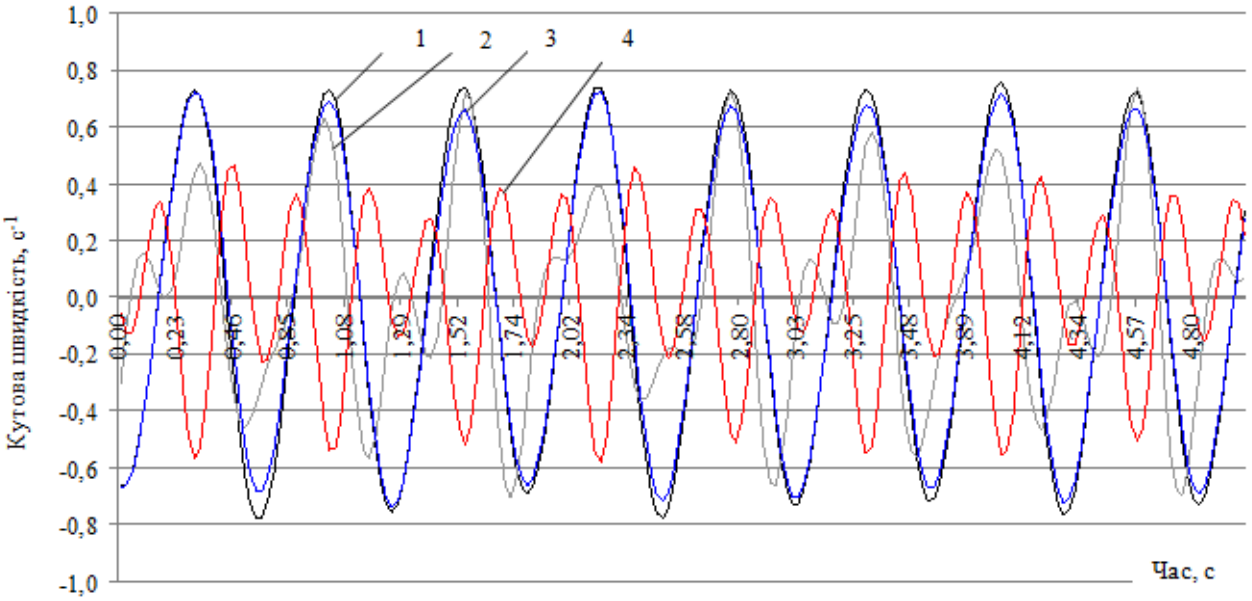

Рис. 2 – Результати математичного моделювання процесу руху шарнірно-зчленованого трактора дорогою з істотними нерівностями: 1, 2 – передня та задня секції без пружного елемента відповідно; 3, 4 – передня та задня секції з пружним елементом відповідно

Висновки

1. В результаті проведених теоретичних досліджень отримана математична модель руху шарнірно-зчленованої колісної машини нерівностями. Наявність пружного зв'язку в горизонтальному шарнірі впливає на стійкість проти перекидання та може бути зроблена в різному конструктивному виконанні. Одним з таких варіантів є застосування пружин або пружини, які б під час коливань секцій машини під час руху нерівностями перерозподіляли енергію коливань найменш стійкої передньої секції до більш стійкої задньої, при цьому частково зменшуючи цю енергію. Таким чином, система буде більш стійкою щодо перекидання та забезпечить відсутність ударних навантажень між елементами з'єднувального шарніра, підвищивши його надійність.

2. Встановлено, що наявність пружного елементу у горизонтальному шарнірі між секціями знижує максимальні величини параметра стійкості положення – кутових швидкостей секцій на 15–20%. При цьому підвищується динамічна стійкість колісних шарнірно-зчленованих машин. А також надійність за рахунок зниження динамічних навантажень на елементи підвіски та сполучного шарніра секцій.

Перелік використаних джерел

1. Кальченко Б. И. Комплексная оценка динамической устойчивости и плавности хода колесных тракторов / Б. И. Кальченко, Н. М. Кириенко, Н. А. Дорошенко, Е. Н. Резников // Тракторы и сельскохозмашины. – 1987. – № 7. – С. 6–10.

2. Чудаков Д. А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля. Изд. 2-е перераб. и доп. / Чудаков Д. А. – М.: «Колос». – 1972. – 384 с.

3. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин / Смирнов Г. А. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с.

4. Туренко А. Н. Основы прикладной теории колебаний: учебн. пособие / [Туренко А. Н., Клименко В. И., Богомолов В. А., Ходырев С. Я., Сопко А. Д.]. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 128 с.

5. Пащенко В. Ф. Методика построения математических моделей устойчивости

функционирования механических систем: монография / В. Ф. Пащенко, В. В. Ким. – Х.: Харьк. нац. аграр. ун-т им. В. В. Докучаева, 2010. – 116 с.

6. Малиновский Е. Ю. Динамика самоходных машин с шарнирной рамой (колебания и устойчивость движения) / Е. Ю. Малиновский, М. М. Гайцгори. – М.: Машиностроение, 1974. – 176 с.

7. Артьомов М. П. Динамічна стабільність мобільних сільськогосподарських агрегатів: дис. … д-ра техн. наук: 05.05.11 / Артьомов Микола Прокопович. – Х., 2014. – 399 с.

8. Pflug H. C. Lateral dynamic behaviour of truck-trailer combinations due to the influence of the load / H. C. Pflug // Vehicle Systems Dynamics. – 1986. – Vol. 15. – pp. 155–175.

9. Stanescu N.-D. Two degrees of freedom non-linear model to study the automobile's vibrations / N.-D. Stanescu // Advances in Mathematical and Computational Methods. – 2010. – Vol. XVII, Iss 1. – pp. 133–138.

10. Nandedkar V. M. Active control of quarter-car suspension system using linear quadratic regulator / V. M. Nandedkar, K. R. Borole, G. J. Vikhe, M. P. Nagarkar // International Journal of Automotive and Mechanical Engineering. – 2011. – Vol. 3. – pp. 364–372.

11. Elmadany M. M. Design of an active suspension for a heavy duty truck using optimal control theory / M. M. Elmadany // Computers and Structures. – 1989. – №31 (3). – pp. 385–393.

12. Дубінін Є.О. Математичне моделювання руху шарнірно-зчленованої колісної машини без пружного елементу у з'єднувальному шарнірі / Є.О. Дубінін, О.С. Полянський, Д.М. Клец, Задорожня В.В. // Інженерія природокористування: науковий журнал. – Харків, 2019. – №2 (12). – С. 51-59.

References

1. Kalchenko B. I. Complex assessment of dynamic stability and smoothness of wheel tractors / B. I. Kalchenko, N. M. Kirienko,

N. A. Doroshenko, E. N. Reznikov // Tractors and agricultural machinery. - 1987. - No. 7. - P. 6–10.

2. Chudakov DA Fundamentals of theory and calculation of a tractor and an automobile. Ed. 2nd revised and add. / Chudakov D. A. - M .: "Kolos". - 1972 .-- 384 p.

3. Smirnov G. A. Theory of the motion of wheeled machines /

Smirnov G.A. - M .: Mashinostroenie, 1990 .-- 352 p.

4. Turenko AN Fundamentals of the applied theory of oscillations: textbook. allowance / [Turenko A. N., Klimenko V. I., Bogomolov V. A., Khodyrev S. Ya., Sopko A. D.]. - Kh .: KHNADU, 2002 .-- 128 p.

5. Pashchenko VF Methods of constructing mathematical models of stability of the functioning of mechanical systems: monograph /

V.F.Pashchenko, V.V.Kim. - X .: Khark. nat. agrarian. un-t them. V.V.Dokuchaeva, 2010 .-- 116 p.

6. Malinovskiy E. Yu. Dynamics of self-propelled machines with a hinged frame (oscillations and stability of motion) / E. Yu. Malinovskiy,

M.M. Gaitsgori. - M .: Mechanical Engineering, 1974 .-- 176 p.

7. Artomov MP Dynamical stability of mobile agricultural aggregates: dis. … Dr. Tech. Sciences: 05.05.11 / Artomov Mikola Prokopovich. - H., 2014 .-- 399 p.

8. Pflug H. C. Lateral dynamic behavior of truck-trailer combinations due to the influence of the load / H. C. Pflug // Vehicle Systems Dynamics. - 1986. - Vol. 15. - pp. 155-175.

9. Stanescu N.-D. Two degrees of freedom non-linear model to study the automobile's vibrations / N.-D. Stanescu // Advances in Mathematical and Computational Methods. - 2010. - Vol. XVII, Iss 1 - pp. 133-138.

10. Nandedkar V. M. Active control of quarter-car suspension system using linear quadratic regulator / V. M. Nandedkar, K. R. Borole, G. J. Vikhe, M. P. Nagarkar // International Journal of

Automotive and Mechanical Engineering. - 2011. - Vol. 3. - pp. 364-372.

11. Elmadany M. M. Design of an active suspension for a heavy duty truck using optimal control theory / M. M. Elmadany // Computers and Structures. - 1989. - No. 31 (3). - pp. 385-393.

12. Dubinin E. O. Mathematical modeling of movement of the articulated wheel machine without the spring element at the rear hinge / E. O. Dubinin, O. S. Polyanskiy, D. M. Klets, V. V. Zadorozhnia // Environmental Engineering: Science Journal. - Kharkiv, 2019. - No. 2 (12). - pp. 51-59.

Reference

1. **Kal'chenko B.I. 1987.** Kompleksnaja ocenka dinamicheskoj ustojchivosti i plavnosti hoda kolesnyh traktorov / B. I. Kal'chenko, N. M. Kirienko, N. A. Doroshenko, E. N. Reznikov // Traktory i sel'skohozmashiny. – № 7. 6–10.

2. **Chudakov D.A. 1972.** Osnovy teorii i rascheta traktora i avtomobilja. Izd. 2-e pererab. i dop. / Chudakov D. A. – M.: «Kolos». – 384 p.

3. **Smirnov G.A. 1990.** Teorija dvizhenija kolesnyh mashin / Smirnov G. A. – M.: Mashinostroenie, – 352 p.

4. **Turenko A.N. 2002.** Osnovy prikladnoj teorii kolebanij: uchebn. posobie / [Turenko A. N., Klimenko V. I., Bogomolov V. A., Hodyrev S. Ja., Sopko A. D.]. – H.: HNADU, 128 p.

5. **Pashhenko V.F. 2010.** Metodika postroenija matematicheskih modelej ustojchivosti funkcionirovanija mehanicheskih sistem: monografija / V. F. Pashhenko, V. V. Kim. – H.: Har'k. nac. agrar. un-t im. V. V. Dokuchaeva, – 116 p.

6. **Malinovskij E. Ju. 1974.** Dinamika samohodnyh mashin s sharnirnoj ramoj (kolebanija i ustojchivost' dvizhenija) / E. Ju. Malinovskij, M. M. Gajcgori. – M.: Mashinostroenie, – 176 p.

7. **Art'omov M.P. 2014.** Dynamichna stabil'nist' mobil'nyh sil's'kogospodars'kyh agregativ: dys. … d-ra tehn. nauk: 05.05.11 / Art'omov Mykola Prokopovych. – H., 399 p.

8. **Pflug H.C. 1986.** Lateral dynamic behaviour of truck-trailer combinations due to the influence of the load / H. C. Pflug // Vehicle Systems Dynamics. – Vol. 15. 155–175.

9. **Stanescu N.-D. 2010.** Two degrees of freedom non-linear model to study the automobile's vibrations / N.-D. Stanescu // Advances in Mathematical and Computational Methods. – Vol. XVII, Iss 1. –133–138.

10. **Nandedkar V.M. 2011.** Active control of quarter-car suspension system using linear quadratic regulator / V. M. Nandedkar, K. R. Borole, G. J. Vikhe, M. P. Nagarkar // International Journal of Automotive and Mechanical Engineering. – Vol. 3. 364–372.

11. **Elmadany M.M. 1989.** Design of an active suspension for a heavy duty truck using optimal control theory / M. M. Elmadany // Computers and Structures. — №31 (3). 385–393.

12. **Dubinin Ye.A. 2019.** Mathematical design of motion of the joined wheeled machine without resilient element in connecting hinge // Dubinin Ye.A., D.M. Klets, A.S. Polianskyi, V.V. Zadorozhnaya. // Engineering of nature management: scientific journal. – Kharkiv. №2(12). 51–59.