

Вандоловський О.Г.,
Петров А.М.,
Науменко А.О.,
Шептун С.Ю.

Харківський національний технічний
університет сільського господарства
імені Петра Василенка
E-mail: petrovbmg@ukr.net

**ПІДБІР ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ
СТАЛЕБЕТОННИХ БАЛОК З УРАХУВАННЯМ
РОБОТИ БЕТОНУ В РОЗТЯГНУТІЙ ЗОНІ**

УДК 624. 012. 035.

DOI 10.37700/ts.2020.21.118-125

Вандоловський О.Г., Петров А.М., Науменко А.О., Шептун С.Ю. «Підбір поперечного перерізу сталебетонних балок з урахуванням роботи бетону в розтягнутій зоні»

Зроблено спробу розробити алгоритм підбору розмірів поперечного перерізу сталебетонної балки, оптимальної вартості, по характеристикам матеріалів, які задані. При цьому включається до роботи частина розтягнутої зони бетону. Параметром, що варіюється є висота бетонного перерізу сталебетонної балки.

Ключові слова: бетон, балка, розтягнута зона

Вандоловський А.Г., Петров А.М., Науменко А.А., Шептун С.Ю. «Подбор поперечного сечения сталебетонных балок с учетом работы бетона в растянутой зоне»

Предпринята попытка разработать алгоритм подбора размеров поперечного сечения сталебетонных балки, оптимальной стоимости, по характеристикам материалов, которые заданы. При этом включается в работы часть растянутой зоны бетона. Параметром, варьируется является высота бетонного сечения сталебетонных балки.

Ключевые слова: бетон, балка, растянутая зона

O.G. Vandolovsky, A.M. Petrov, A.O. Naumenko, S.Yu. Sheptun "Selection of the cross section of reinforced concrete beams taking into account the work of concrete in the stretched zone"

An attempt is made to develop an algorithm for selecting the dimensions of the cross section of the reinforced concrete beam, the optimal cost, the characteristics of the materials that are specified. At the same time the part of the stretched zone of concrete joins work. The variable parameter is the height of the concrete section of the reinforced concrete beam.

Keywords: concrete, beam, stretched zone

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В роботі [1] частково враховано роботу бетону в розтягнутій зоні. Тут розглянемо підбір розмірів перерізу сталебетонної балки, оптимальної вартості, відповідно до заданих характеристик матеріалів. При цьому частина розтягнутої площі бетону включається до роботи. Змінним параметром є висота бетонного перерізу балки. При розробці алгоритму враховується, що скріплення бетону та сталевих листів здійснюється за допомогою жорстких упорів. Принципи підбору кількості жорстких упорів розглянуті в [2, 3]

Мета дослідження

Метою дослідження є досягнення граничних напружень в стиснутій та розтягнутій зоні бетону, а також в сталевій смугі.

Виклад основного матеріалу

Граничними будемо вважати максимальні напруження, що діють в найбільш віддалених від нейтральної вісі волокнах. Для сталевих смуг напруження дорівнюють межі текучості ($\sigma_s = R_{sn}$), для стиснутої зони бетону – розрахунковому опору при стисканні ($\sigma_b = R_b$), і розрахунковому опору при розтяганні бетону ($\sigma_{br} = R_{br}$).

Розглянемо умову рівноваги виділеного елемента dx сталобетонної балки (рис.1). Дію лівої частини балки на переріз покажемо у вигляді згинального моменту M_y . Дію правої частини балки – у вигляді елементарних сил $\sigma \cdot dA$. Від дії згинального моменту верхня частина бетону буде стиснутою, а нижня – розтягнутою. Складемо рівняння рівноваги елемента dx .

$$-\int_{A_b} \sigma_b \cdot dA_b + \int_{A_{bt}} \sigma_{bt} \cdot dA_{bt} + \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s = 0. \quad (1)$$

Запишемо межі інтегрування

$$-\int_z^0 \sigma_b \cdot dA_b + \int_{-a}^0 \sigma_{bt} \cdot dA_{bt} + \int_{-(h+\delta-z)}^{-(h-z)} \sigma_s \cdot dA_s = 0. \quad (2)$$

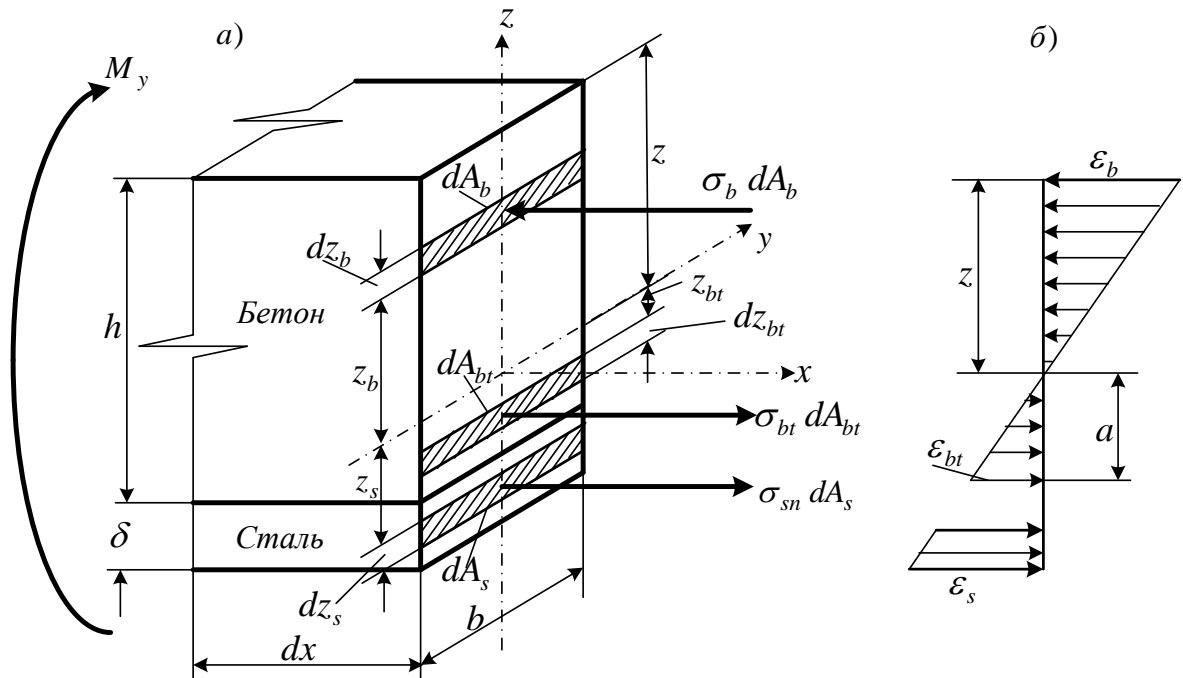


Рис. 1. Елемент сталобетонної балки

З курсу опору матеріалів відомо, що нормальні напруження визначаються залежністю $\sigma = \frac{z}{\rho} E$.

$$\sigma_b = \frac{z_b}{\rho} E_b; \quad \sigma_{bt} = \frac{z_{bt}}{\rho} E_b; \quad \sigma_s = \frac{z_s}{\rho} E_s. \quad (3)$$

В формулі (3) наведено вирази для визначення напружень в бетоні та сталі.

Враховуючи, що $dA_b = b \cdot dz_b$, $dA_{bt} = b \cdot dz_{bt}$, $dA_s = b \cdot dz_s$, підставимо в (2) і (3) значення та про інтегруємо.

$$-\int_z^0 \frac{z_b}{\rho} \cdot E_b \cdot b \cdot dz_b + \int_{-a}^0 \frac{z_{bt}}{\rho} \cdot E_b \cdot b \cdot dz_{bt} + \int_{-(h+\delta-z)}^{-(h-z)} \frac{z_s}{\rho} \cdot b \cdot dz_s = 0.$$

В результаті отримаємо

$$\frac{E_b \cdot b \cdot z^2}{2 \cdot \rho} + \frac{E_b \cdot b}{2 \cdot \rho} (-a^2) + \frac{E_s \cdot b \cdot \delta}{2 \cdot \rho} (2 \cdot z - 2 \cdot h - \delta) = 0.$$

Введемо позначення

$$n = \frac{E_s}{E_b}; \quad (4)$$

Після деяких перетворень отримаємо

$$z^2 + 2 \cdot \delta \cdot n \cdot z - 2 \cdot h \cdot n \cdot \delta - n \cdot \delta^2 - a^2 = 0. \quad (5)$$

Розв'яжемо рівняння (5) відносно z , та отримаємо

$$z = n \cdot \delta \left[\sqrt{1 + \frac{n\delta(2h + \delta) + a^2}{(n \cdot \delta)^2}} - 1 \right]. \quad (6)$$

По (6) визначаємо висота стиснутої зони бетону.

Далі потрібно визначити висоту розтягнутої зони бетону. Для цього з рис.1 запишемо

$$\frac{\varepsilon_b}{z} = \frac{\varepsilon_{bt}}{a} \quad \text{але} \quad \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}; \quad \varepsilon_{bt} = \frac{\sigma_{bt}}{E_b}. \quad \text{Тому} \quad \frac{\sigma_b}{z \cdot E_b} = \frac{\sigma_{bt}}{a \cdot E_b}.$$

Звідси $\frac{\sigma_b}{z} = \frac{\sigma_{bt}}{a}$ і висота стиснутої зони бетону

$$z = \frac{\sigma_b \cdot a}{\sigma_{bt}}. \quad (7)$$

Значення z , розраховане по формулі (7), мусить відповідати значенню z в формулі (5). Підставимо значення (7) в (5)

$$\frac{\sigma_b^2 \cdot a^2}{(\sigma_{bt})^2} - a^2 + 2 \cdot \delta \cdot n \cdot \frac{\sigma_b \cdot a}{\sigma_{bt}} - 2 \cdot h \cdot n \cdot \delta - n \cdot \delta^2 = 0.$$

Спростимо та отримаємо

$$\sigma_b^2 \cdot a^2 - a^2 (\sigma_{bt})^2 + 2 \cdot \delta \cdot n \cdot \sigma_b (\sigma_{bt}) \cdot a - 2 \cdot h \cdot n \cdot \delta \cdot (\sigma_{bt})^2 - n \cdot \delta^2 \cdot (\sigma_{bt})^2 = 0,$$

або $a^2 [\sigma_b^2 - (\sigma_{bt})^2] + 2 \cdot \delta \cdot n \cdot \sigma_b (\sigma_{bt}) \cdot a - (\sigma_{bt})^2 \cdot n \cdot \delta \cdot (2h + \delta) = 0.$

Розв'язавши рівняння відносно a , отримаємо

$$a = \frac{\delta \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \sigma_{bt}}{\sigma_b^2 - (\sigma_{bt})^2} \left[\sqrt{1 + \frac{(2h + \delta) [\sigma_b^2 - (\sigma_{bt})^2]}{\delta \cdot n \cdot \sigma_b^2}} - 1 \right]. \quad (8)$$

Для визначення значення a за цією формулою необхідно визначити товщину сталевий смуги δ і висоту бетонного перерізу h .

Для цього з рис.1 запишемо

$$\frac{\varepsilon_b}{z} = \frac{\varepsilon_s}{h + \delta - z} \quad \text{але} \quad \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}; \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}. \quad \text{Тому} \quad \frac{\sigma_b}{z \cdot E_b} = \frac{\sigma_s}{E_s (h + \delta - z)}.$$

Звідси

$$\sigma_b \cdot n \cdot h + \sigma_b n \delta - \sigma_b n z = z \sigma_s$$

Підставимо значення (7) і отримаємо

$$(h + \delta) n \sigma_{bt} = a (\sigma_s + n \sigma_b)$$

Звідси

$$a = \frac{n \sigma_{bt} (h + \delta)}{\sigma_s + n \sigma_b}. \quad (9)$$

Прирівняємо (8) і (9)

$$\frac{n\sigma_{bt}(h + \delta)}{\sigma_s + n\sigma_b} = \frac{\delta \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \sigma_{bt}}{\sigma_b^2 - (\sigma_{bt})^2} \left[\sqrt{1 + \frac{(2h + \delta)[\sigma_b^2 - (\sigma_{bt})^2]}{\delta \cdot n \cdot \sigma_b^2}} - 1 \right]$$

З цього виразу визначимо δ . Для спрощення формули введемо деякі позначення

$$c = \sigma_b^2 - \sigma_{bt}^2; \quad d = \sigma_s + n\sigma_b.$$

Після деяких перетворень отримаємо

$$\delta = -\frac{h(nc + dn\sigma_b - d^2)}{(cn + 2dn\sigma_b - d^2)} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{nc(cn + 2dn\sigma_b - d^2)}{(cn + dn\sigma_b - d^2)^2}} \right]. \quad (10)$$

За (10) визначається товщина сталеві смуги за заданими характеристиками матеріалів і висотою перерізу балки.

В формулі (10) визначимо частину, яка залежить тільки від характеристик бетону і сталі

$$A = \frac{(nc + dn\sigma_b - d^2)}{(cn + 2dn\sigma_b - d^2)} \left[\sqrt{1 - \frac{nc(cn + 2dn\sigma_b - d^2)}{(cn + dn\sigma_b - d^2)^2}} - 1 \right]. \quad (11)$$

З урахуванням (11) формула (10) прийме наступний вигляд

$$\delta = A \cdot h. \quad (12)$$

Згідно [4], рекомендовано приймати коефіцієнт армування $\mu = 0,01 \div 0,02$. Тому, для зручності, при підборі перерізу сталобетонних балок всі формули виразимо через коефіцієнт армування μ .

Коефіцієнт армування визначається співвідношенням площі перерізу сталеві смуги до робочої площі бетону, і визначається за формулою

$$\mu = \frac{b\delta}{bh_0} = \frac{\delta}{h_0}. \quad (13)$$

В формулах, що наведені, враховується висота бетонного перерізу h , а не робоча висота стиснутої зони балки h_0 . Виразимо висоту бетонного перерізу через робочу висоту балки і коефіцієнт армування μ .

З виразу (13) визначимо

$$h_0 = \frac{\delta}{\mu}. \quad (14)$$

Звісно, що $h = h_0 - \frac{\delta}{2}$. Підставимо в цей вираз значення з (14).

$$h = h_0 - \frac{\delta}{2} = \frac{\delta}{\mu} - \frac{\delta}{2} = \frac{2\delta - \mu\delta}{2\mu} = \frac{\delta(2 - \mu)}{2\mu}. \quad (15)$$

Підставимо значення формули (12) в (15) і визначимо коефіцієнт армування

$$\mu = \frac{2A}{2 + A}. \quad (16)$$

З формули (16) бачимо, що коефіцієнт армування в наявному вигляді залежить від характеристик бетону і сталі.

Для визначення напружень в елементах сталобетону запишемо рівняння статички (рис.1) $\Sigma M_y = 0$.

$$M_y - \int_{A_b} \sigma_b \cdot dA_b \cdot z_b - \int_{A_{bt}} \sigma_{bt} \cdot dA_{bt} \cdot z_{bt} - \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s \cdot z_s = 0.$$

Підставимо значення (3) і отримаємо

$$M_y - \frac{E_b}{\rho} \int_{A_b} (z_b)^2 \cdot dA_b - \frac{E}{\rho} \int_{A_{bt}} (z_{bt})^2 \cdot dA_{bt} - \frac{E_s}{\rho} \int_{A_s} (z_s)^2 \cdot dA_s = 0.$$

Інтегралі являють собою осьові моменти інерції перерізів відносно вісі, що проходить через межу стиснутої та розтягнутої зони бетону.

$$J_b = \int_{A_b} (z_b)^2 \cdot dA_b; \quad J_{bt} = \int_{A_{bt}} (z_{bt})^2 \cdot dA_{bt}; \quad J_s = \int_{A_s} (z_s)^2 \cdot dA_s.$$

Тоді $M_y - \frac{E_b}{\rho} J_b - \frac{E}{\rho} J_{bt} - \frac{E_s}{\rho} J_s = 0$. Звідси

$$M_y = \frac{1}{\rho} (E_b \cdot J_b + E \cdot J_{bt} + E_s \cdot J_s). \quad (18)$$

Визначимо напруження в стиснутій зоні бетону. Для цього підставимо значення $\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot z_b}$ в (18).

$$M_y = \frac{\sigma_b}{E_b \cdot z_b} (E_b \cdot J_b + E \cdot J_{bt} + E_s \cdot J_s)$$

Враховуючи (4), отримаємо $M_y = \frac{\sigma_b \cdot E_b}{E_b \cdot z_b} (J_b + J_{bt} + n \cdot J_s)$.

Звідси

$$\sigma_b = \frac{M_y \cdot z_b}{J_{np}}, \quad (19)$$

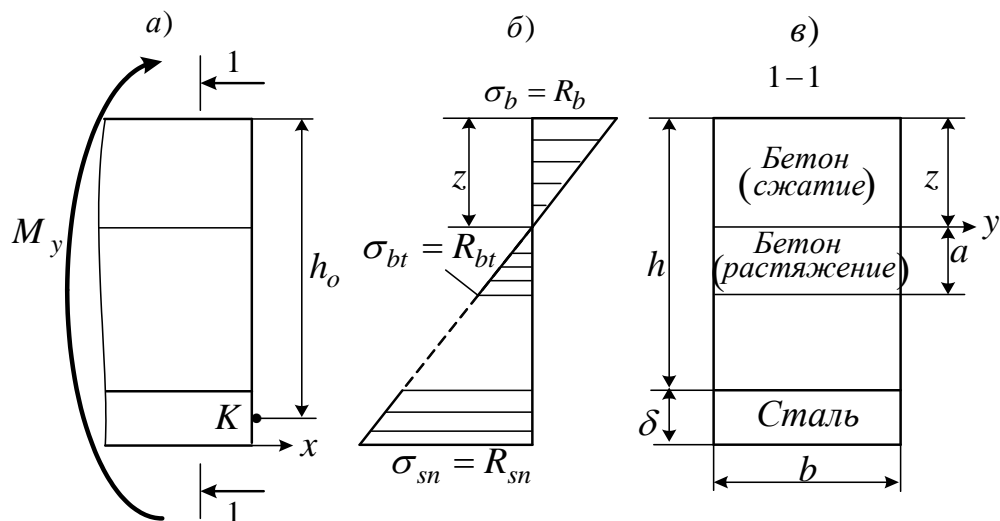


Рис. 2. До визначення приведенного осьового моменту інерції

Через розміри поперечного перерізу осьовий момент інерції відносно вісі y визначається за формулою (20), рис.2.

$$J_{np} = \frac{b \cdot z^3}{3} + \frac{ba^3}{3} + \frac{b \cdot \delta^3}{12} n + n \cdot b \cdot \delta \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2. \quad (20)$$

З формули (20) визначається ширина балки b .

$$b = \frac{J_{np}}{\frac{z^3}{3} + \frac{a^3}{3} + \frac{n \cdot \delta^3}{12} + n \cdot \delta \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2}. \quad (21)$$

Визначимо напруження в розтягнутій зоні бетону. Для цього підставимо значення $\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_{bt}}{E \cdot z_{bt}}$ в (18) $M_y = \frac{\sigma_{bt}}{E_b \cdot z_{bt}} (E_b \cdot J_b + E_b \cdot J_{bt} + E_s \cdot J_s)$

Використавши (4), отримаємо

$$M_y = \frac{\sigma_{bt} \cdot E_b}{E_b \cdot z_{bt}} (J_b + J_{bt} + n \cdot J_s) = \frac{\sigma_{bt}}{z_{bt}} J_{np}.$$

Звідси

$$\sigma_{bt} = \frac{M_y \cdot z_{bt}}{J_{np}}, \quad (22)$$

Визначимо напруження в сталевій смузі. Для цього підставимо значення $\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_s}{E_s \cdot z_s}$ в (18) $M_y = \frac{\sigma_s}{E_s \cdot z_s} (E_b \cdot J_b + E_b \cdot J_{bt} + E_s \cdot J_s)$.

Використавши (4), отримаємо

$$M_y = \frac{\sigma_s \cdot E_b}{E_s \cdot z_s} (J_b + J_{bt} + n \cdot J_s) = \frac{\sigma_s}{n \cdot z_s} J_{np}.$$

Звідси

$$\sigma_s = \frac{M_y \cdot z_s \cdot n}{J_{np}}, \quad (23)$$

Алгоритм підбору розмірів поперечного перерізу сталебетонної балки

1. Задаємо висотою балки h .

2. Визначаємо коефіцієнт n . $n = \frac{E_s}{E_b}$.

3. Визначаємо коефіцієнт A .

$$A = \frac{(nc + dnR_b - d^2)}{(cn + 2dnR_b - d^2)} \left[\sqrt{1 - \frac{nc(cn + 2dnR_b - d^2)}{(cn + dnR_b - d^2)^2}} - 1 \right],$$

тут $c = R_b^2 - R_{bt}^2$; $d = R_s + nR_b$.

4. Визначаємо коефіцієнт армування $\mu = \frac{2A}{2 + A}$.

5. Визначаємо товщину сталеві смуги.

$$\delta = A \cdot h$$

6. Визначаємо висоту розтягнутої зони бетону.

$$a = \frac{nR_{bt}(h + \delta)}{R_s + nR_b}$$

7. Визначаємо висоту стиснутої зони бетону.

$$z = n \cdot \delta \left[\sqrt{1 + \frac{n\delta(2h + \delta) + a^2}{(n \cdot \delta)^2}} - 1 \right]$$

8. Визначаємо необхідний осьовий момент інерції, підставивши значення R_b замість значення σ_b , ($z_b = z$).

$$J_{np} = \frac{M_y \cdot z_b}{R_b}$$

9. Визначаємо ширину сталобетонної балки b .

$$b = \frac{J_{np}}{\frac{z^3}{3} + \frac{a^3}{3} + \frac{n \cdot \delta^3}{12} + n \cdot \delta \left(h - z + \frac{\delta}{2} \right)^2}$$

10. Перевіряємо максимальні напруження в розтягнутій та стисненій зоні бетону та сталевій смузі. Ці напруження повинні відповідати завданям характеристикам матеріалів.

$$\sigma_{bt} = \frac{M_y \cdot a}{J_{np}}$$

$$\sigma_b = \frac{M_y \cdot z_b}{J_{np}}$$

$$\sigma_s = \frac{M_y \cdot z_s \cdot n}{J_{np}}$$

11. Перевіряємо проекцію всіх сил на вісь X. $\Sigma X = 0$.

$$-\frac{1}{2} z \cdot b \cdot \sigma_b + \frac{1}{2} b \cdot a \cdot \sigma_{bt} + b \cdot \delta \cdot \sigma_s = 0$$

12. Визначаємо несучу здатність балки.

$$M_f = \frac{1}{2} b \sigma_b z^2 \frac{2}{3} + \sigma_s b \delta \left(h - z + \frac{5\delta}{9} \right)$$

Висновки

1. Алгоритм дозволяє по завданям зовнішнім навантаженням, характеристикам матеріалів визначити розміри перерізів сталі і бетону для різних значень висоти бетонного перерізу, та, відповідно і сталобетонної балки.

2. Підбір розмірів поперечного перерізу сталобетонної балки здійснюється з визначенням безрозмірного коефіцієнту А, який залежить тільки від характеристик сталі і бетону. Після чого перевіряється коефіцієнт армування, який повинен знаходитись в оптимальних межах. Маючи формулу для визначення коефіцієнту А, можливо варіювати характеристиками матеріалів до отримання оптимального значення коефіцієнту армування.

3. Досягнути одночасно граничних напружень в стиснутій і розтягнутій зонах бетону а також в сталевій смузі не вдається. Але досягнені граничні напруження в стиснутій зоні бетону, в частині розтягнутої зони бетону та в сталевій смузі.

4. Висота стиснутої зони бетону не співпадає з положенням центру ваги приведенного перерізу, тобто з нейтральною віссю.

Список використаних джерел

1. Петров А.Н., Игнатенко А.В. Расчет сталебетонных балок по несущей способности с разными характеристиками бетона в растянутой и сжатой зоне и частичным учетом работы растянутой зоны бетона. Вісник ХНАДУ, Харків 2019 р. – Вип. 86:, - С.167-173.
2. A. Petrov, M. Pavliuchenkov, A.Nanka, A. Paliy. Construction of an algorithm for the selection of rigid stops in steel-concrete beams// Estern-european journal of enterprise technologies – № 7(97) - 2019 – pp. 43-48
3. A. Petrov, A. Paliy, M. Pavliuchenkov, H. Tsyhanenko, N. Khobot, I. Vysochin, O. Yurchenko, O. Ovcharenko, D. Sopov, A. Paliy. Construction of an algorithm for the selection of rigid stops in steel concrete beams under the action of a distributed load// Estern-european journal of enterprise technologies – № 7(105) - 2020 – pp. 27-35
4. Мандриков А.П. Примеры расчета железобетонных конструкций. М.: Стройиздат. – 1989. – 504с.

References

1. Petrov AN, Ignatenko AV Calculation of reinforced concrete beams on bearing capacity with different characteristics of concrete in the stretched and compressed zone and partial consideration of work of the stretched zone of concrete. Bulletin of KhNADU, Kharkiv 2019 - Issue. 86 :, - P.167-173.
2. A. Petrov, M. Pavliuchenkov, A. Nanka, A. Paliy. Construction of an algorithm for the selection of rigid stops in steel-concrete beams // Estern-european journal of enterprise technologies - № 7 (97) - 2019 - pp. 43-48
3. A. Petrov, A. Paliy, M. Pavliuchenkov, H. Tsyhanenko, N. Khobot, I. Vysochin, O. Yurchenko, O. Ovcharenko, D. Sopov, A. Paliy. Construction of an algorithm for the selection of rigid stops in steel concrete beams under the action of a distributed load // Estern-european journal of enterprise technologies - № 7 (105) - 2020 - pp. 27-35
4. Mandrikov AP Examples of calculation of reinforced concrete structures. M .: Stroyizdat. - 1989. - 504p.