РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯННЯ БОЛЬЦМАНА ДЛЯ МОДЕЛІ ТВЕРДИХ СФЕР

Дуб А.В., гр. ТТ-21
Наукові керівники: д-р техн. наук, проф. **М.С. Синєкоп,**
асист. **М.М. Вермійчук**
Харківський державний університет харчування та торгівлі

Розглянемо найпростішу модель молекули – тверда й абсолютно пружна сфера діаметру d та однакової маси m. Зіткнення молекул у газі є парним. Вони взаємодіють тільки в момент зіткнення, причому миттєво, зі зберіганням сумарного імпульсу й енергії. Тому можемо записати

$$mv + mv_1 = mv^1 + mv_1^1. \tag{1}$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m{v^1}^2}{2} + \frac{m{v_1^1}^2}{2}, \tag{2}$$

де v, v_1 – швидкість молекул перед зіткненням, v^1, v_1^1 - після зіткнення. Вважаємо, що

$$v_1 = v_1^1 + \alpha C, \tag{3}$$

де одиничній вектор α, що характеризує взаємне розташування молекул, $C \in R$. Візьмемо $m = 1$. Вираз (3) підставимо в рівняння (1): $v + v_1^1 + \alpha C = v^1 + v_1^1$. Виразимо $v = v^1 - \alpha C$ (4). Підставив (3) і (4) в вираз (2) знаходимо: $v_1^1 = v_1 - \alpha(\alpha, v_1 - v), v^1 = v + \alpha(\alpha, v_1 - v)$.

Кінетичне рівняння Больцмана для газу з твердих сфер має вигляд:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{d^2}{2}\int \left[f(t, v_1^1, x) f(t, v^1, x) - f(t, v_1, x) f(t, v, x) \right] (v - v_1, \vec{\alpha}) \, d\vec{\alpha} \, dv_1, \tag{5}$$

$v\dfrac{\partial f}{\partial x} = \sum_{i=1}^{3} v^i \dfrac{\partial f}{\partial x^i}$. Функція виду $f(v) = Ae^{-\beta(v-\gamma)^2}$ є точним рішення рівняння Больцмана. Тут $A \in R, \beta \in R, \gamma \in R^3$ – набір довільних постійних. Ліва частина рівняння дорівнюється нулю бо функція $f(v)$ не залежить від x і t. Покажемо, що підінтергальна різниця в інтегралі дорівнюється нулю $f(v_1^1) f(v^1) - f(v_1) f(v) = A^2 e^{-\beta v_1^2 - \beta v^2} \cdot e^{2\gamma\beta(v_1+v) - 2\gamma^2\beta}(e^{-\beta({v_1^1}^2 + {v^1}^2 - v_1^2 - v^2) + 2\beta\gamma(v_1^1 + v^1 - v_1 - v)} - 1)$. Отриманий вираз в дужках дорівнюється нулю. Отже, функція $f(v)$ – є точним рішення.

ФОРМУЛИ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МЕНШОГО І БІЛЬШОГО З ДВОХ ЧИСЕЛ

Ільченко Ю.О., гр. ТТ-21
Наукові керівники: д-р техн. наук, проф. **М.С. Синєкоп,**
асист. **М.М. Вермійчук**
Харківський державний університет харчування та торгівлі

Нехай маємо два числа x_1, x_2. Побудуємо формули, за допомогою яких можна визначити серед цих чисел менше і більше. Будемо вважати, що числа x_1, x_2 – це корені квадратного рівняння. За теоремою Вієта це рівняння можна записати так

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0. \tag{1}$$

Дискримінант рівняння $D = (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 = (x_1-x_2)^2$.

Корені рівняння запишемо формулами

$$x_б = \frac{1}{2}\left(x_1 + x_2 + \sqrt{D}\right) = x_1 + x_2 + |x_1 - x_2|,$$
$$x_м = \frac{1}{2}\left(x_1 + x_2 - \sqrt{D}\right) = x_1 + x_2 - |x_1 - x_2|. \tag{2}$$

Тут $x_м = \min(x_1, x_2)$, $x_б = \max(x1, x2)$. Вочевидь при $x_1 = x_2$ маємо $D = 0$ і $x_м = x_б$.

Відмітимо такі властивості одержаних формул. Нехай x_1, x_2 приймають значення 0 або 1. Тоді можливі комбінації значень x_1 і x_2, а також одержані за формулами (2) значення $x_м$ і $x_б$ можна подати таблицею

Як бачимо, формули (2) відповідають властивостям Булевих функцій: $x_м$ – кон'юнкції, $x_б$ – диз'юнкції, а 0, 1 – Булеві змінні.

x_1	x_2	$x_м$	$x_б$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Функції неперервного аналізу з властивостями функцій дискретного аналізу називаються *R*-функціями. Теорію *R*-функцій засновано харків'янином академіком В.Л. Рвачовим.