УДК 631.362:53

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ МОДЕЛИДИНАМИКИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ПСЕВДООЖИЖЕНОЙ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ ПО СТРУКТУРНОМУ ТРЕХМЕРНОМУ ВИБРОРЕШЕТУ

Харченко С.А., к.т.н., доц.
(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенко)

В статье определены математические выражения динамики пузырьковых псевдоожиженых зерновых смесей на виброрешетах в трехмерном виде.

Постановка проблемы.

Полученные уравнения динамики псевдоожиженой пузырьковой зерновой смеси (ЗС) по структурному виброрешету в трехмерном виде [1, 2] имеют сложный вид и их решение в таком виде затруднительно.

Цель работы: определение направления решений уравнений трехмерной модели динамики пузырьковой зерновой смеси по виброрешету с учетом структурности решет и свойств смеси.

Основной материал.

В результате исследований[2-4]получено избыточное давление и поле скорости $\vec{V}$ ЗС, рассматриваемое как пузырьковая псевдожидкость, которое удовлетворяет уравнениям:

$$\begin{aligned} P &= \rho g \cos\theta (h - x_3) - \\ &- \frac{2U_0 \rho \nu}{l_1 l_2}\left[\sum_{n\neq 0}\frac{B_{0n} sh(\gamma_{0n}(h-x_3))}{A_{0n}} e^{\frac{i2\pi n}{l_1}x_1} + \sum_{m\neq 0}\frac{B_{m0} sh(\gamma_{m0}(h-x_3))}{A_{m0}} e^{\frac{i2\pi n}{l_2}x_2} + \right. \\ &\left. + \sum_{n\neq 0}\sum_{m\neq 0}\frac{B_{mn} sh(\gamma_{mn}(h-x_3))}{A_{mn}} e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1 + \frac{m}{l_2}x_2\right)}\right], \end{aligned} \tag{1}$$

компоненты поля скорости $\vec{V} = V_1\vec{e}_1 + V_2\vec{e}_2 + V_3\vec{e}_3$

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{g\sin\theta}{2\nu}\left[h^2 - (h-x_3)^2\right] + A\omega \operatorname{Re}\left[\frac{ch\left(\sqrt{\frac{i\omega}{\nu}}\right)(h-x_3)}{ch\left(\sqrt{\frac{i\omega}{\nu}}h\right)i} e^{i\omega t}\right] - \\ &- \frac{i8\pi U_0 (h-x_3)}{l_1^2 l_2}\sum_{n\neq 0}\sum_{m\neq 0}\frac{n B_{mn} ch(\gamma_{mn}(h-x_3))}{A_{mn}} e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1 + \frac{m}{l_2}x_2\right)}, \end{aligned} \tag{2}$$

$$V_2 = -\frac{i8\pi U_0(h-x_3)}{l_1 l_2^2}\sum_{n\neq 0}\sum_{m\neq 0}\frac{mB_{mn}ch(\gamma_{mn}(h-x_3))}{A_{mn}}e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1+\frac{m}{l_2}x_2\right)}, \qquad (3)$$

$$V_3 = -\frac{U_0}{l_1 l_2}\sum_{n}\sum_{m}\frac{B_{mn}[(h-x_3)\gamma_{mn}sh(\gamma_{mn}(h-x_3))-ch(\gamma_{mn}(h-x_3))]}{A_{mn}}e^{i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1+\frac{m}{l_2}x_2\right)}, \qquad (4)$$

где $A_{mn} = h\gamma_{mn}sh(\gamma_{mn}h)-ch(\gamma_{mn}h)$.

Как следует из (1) - (4), функциональная зависимость от перемены x_1 и x_2 избыточного давления и компонент поля скорости определяется коэффициентами B_{mn}, которые в свою очередь существенно зависят от взаимного расположения и геометрических свойств границ отверстий виброрешета. Как указывалось в [3], эти коэффициенты определяются по формуле

$$B_{mn} = \sum_{P=1}^{N}\iint_{S_P} e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1+\frac{m}{l_2}x_2\right)}dx_1 dx_2, \qquad (5)$$

в которой суммирование проводится по всем отверстиям, расположенным на базовой ячейке виброрешета, т.е. на прямоугольнике $\left[-\frac{l_1}{2},\frac{l_1}{2}\right]\times\left[-\frac{l_2}{2},\frac{l_2}{2}\right]$.

Покажем, что двумерные интегралы в (5) по поверхности отверстий $S_P, P=1,2,...,N$ можно свести к одномерным интегралам по контурам $C_P, P=1,2,...,N$ отверстий S_P.

Рассмотрим S_P отверстие. Наряду с декартовыми координатами x_1, x_2, определим декартовые координаты x_1^P, x_2^P. Эти координаты получаются параллельными переносом начала координат x_1, x_2 в произвольную точку контура C_P, координаты которой обозначим через x_{10}^P, x_{20}^P.

Тогда в новых координатах x_1^P, x_2^P интегралы в (5) можно представить в следующем виде

$$I_{mn}^P = \iint_{S_P} e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1+\frac{m}{l_2}x_2\right)}dx_1 dx_2 = e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_{10}^P+\frac{m}{l_2}x_{20}^P\right)}\times$$
$$\times\iint_{S_P} e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1^P+\frac{m}{l_2}x_2^P\right)}dx_1^P dx_2^P. \qquad (6)$$

Легко видеть, что подинтегральная функция

$$U_P(x_1^P, x_2^P) = e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1}x_1^P+\frac{m}{l_2}x_2^P\right)},$$

удовлетворяет уравнению

$$\Delta U_P - \gamma_{mn}^2 U_P = 0\,. \qquad (7)$$

Следовательно, интеграл (6) можно представить в виде

$$I_{mn}^{P} = \frac{1}{\gamma_{mn}^{2}} \iint_{S_P} \Delta U_P dx_1^P dx_2^P. \tag{8}$$

Теперь достаточно воспользоваться формулой Грина [5]

$$\iint_{S_P} V \Delta U_P d_S = \int_{C_P} V \frac{\partial U}{\partial \vec{n}} dl - \iint_{S_P} (\nabla V, \nabla U) dS. \tag{9}$$

Положим в (9) $V = 1, U = U_P$, тогда будем иметь

$$I_{mn}^{P} = \frac{1}{\gamma_{mn}^{2}} \iint_{C_P} \frac{\partial U_P}{\partial \vec{n}} dl. \tag{10}$$

Здесь $\dfrac{\partial U_P}{\partial \vec{n}}$ обозначает производную по внешней нормали к контуру C_P. Для расчета (10) введем функции, параметризирующие контур C_P отверстия S_P. Пусть известна функциональная зависимость радиуса кривизны R контура C_P от длины дуги S (длина дуги отсчитывается от точки контура с координатами x_{10}^P, x_{20}^P)

$$R^{-1} = f(S), \quad 0 \le S \le L_P, \tag{11}$$

где L_P - длина контура C_P.

Тогда, согласно [5], функции, параметризующиеконтур C_P, имеют вид

$$x_1^P = \int_0^S \cos F(S) dS, \quad x_2^P = \int_0^S \sin F(S) dS. \tag{12}$$

Здесь $F(S)$выражается через $f(S)$ по формуле

$$F(S) = \int_0^S f(S) dS. \tag{13}$$

Вычислим теперь нормальную производную $\dfrac{\partial U_P}{\partial \vec{n}}$. По определению [5] имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_P}{\partial \vec{n}} &= (\nabla, \vec{n}) U_P = -i2\pi U_P \left(\frac{n}{l_1} \dot{x}_2^P + \frac{m}{l_2} \dot{x}_1^P \right) = \\ &= -i2\pi U_P \left(\frac{m}{l_2} \cos F(S) - \frac{n}{l_1} \sin F(S) \right). \end{aligned} \tag{14}$$

Подставляя (14) в (10) окончательно имеем

$$\begin{aligned} I_{mn}^{P} &= -\frac{i2\pi e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1} x_{10}^P + \frac{m}{l_2} x_{20}^P\right)}}{\gamma_{mn}} \int_0^{L_P} e^{-i2\pi\left(\frac{n}{l_1} x_1^P(S) + \frac{m}{l_2} x_2^P(S)\right)} \times \\ &\times \left(\frac{m}{l_2} \cos F(S) - \frac{n}{l_1} \sin F(S) \right) dS. \end{aligned} \tag{15}$$

Итак, коэффициенты B_{mn} можно рассчитать согласно формуле

$$B_{mn} = \sum_{P=1}^{N} I_{mn}^{P},$$

где I_{mn}^{P} определяются по формуле (15).

Выводы. Таким образом, построена трехмерная гидродинамическая модель, позволяющая определить поле скорости смеси твердых частиц, движущихся по наклонному плоскому решету, совершающему гармонические колебания в своей плоскости (продольные колебания). Движение смеси твердых частиц моделируются как движение вязкой пузырьковой псевдожидкости (газовые пузырьки - область пространства между твердыми частицами ЗС). Установлено, что компоненты скорости такой псевдожидкости являются периодическими функциями пространственных переменных в плоскости структурного виброрешета, а величины этих компонент скорости определяются коэффициентами, зависящими от взаимного расположения и геометрических параметров отверстий виброрешета. Продольная компонента скорости вдоль направления колебаний решета состоит из двух основных слагаемых. Одно слагаемое зависит только от пространственной переменной вдоль толщины слоя ЗС и временной переменной и существенно определяется амплитудой и частотой колебаний решета. Второе слагаемое определяется коэффициентами, зависящими от взаимного расположения и геометрических характеристик отверстий решета, и периодически зависит от пространственных переменных в плоскости решета. Конкуренция этих слагаемых устанавливает основные закономерности движения ЗС для управления процессом решеточного вибросепарирования.

Список использованых источников

1. Харченко С.А. К построению трехмерной гидродинамической модели динамики пузырьковой псевдоожиженой зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2014. – Вип.14. Т.2. - С.80-85.

2.Харченко С.А. Уточнение уравнений динамики пузырьковой псевдоожиженой зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко, Л.Н. Тищенко // Вібрації в техниці та технологіях. – Вінниця: ВНАУ, 2014. - №1 (73). – С.50-53.

3. Харченко С.А. К решению уравнений динамики пузырьковой псевдоожиженой зерновой смеси по структурному трехмерному виброрешету / С.А. Харченко // Сучасні напрями технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. – Харків: ХНТУСГ, 2014.-Вип.152. – С.109-114.

4. Тіщенко Л.Н., Харченко С.О. К решению уравнений динамики пузырьковой псевдоожиженой зерновой смеси по структурному трехмерному виброрешету// Вісник ХНТУСГ «Механізація сільськогосподарського виробництва», 2015.- Вип.156. – С.12-19.

5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: “Наука”, 1970.- 720с.

Abstract

Mathematical expressions the model of dynamics of bubble fluidized grain mixture on structural three-dimensional vibrosieve

S. Kharchenko

In the article the mathematical expression of the dynamics of bubble fluidized grain mixtures on vibrosieves in three-dimensional form.

Анотація

Математичні вирази моделі динаміки бульбашкової псевдозрідженої зернової суміші по структурному тримірному віброрешету

Харченко С.О.

В статті визначені математичні вирази динаміки бульбашко вих. псевдозріджених зернових сумішей на віброрешетах у тримірному вигляді.