

УДК 631.362:53

К РАЗРАБОТКЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКОМУ РЕШЕТУ ВИБРОЦЕНТРОБЕЖНЫХ СЕПАРАТОРОВ

Харченко С.А., к.т.н., доц.

(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
имени Петра Василенко)

В статье проведено анализ способов и направление моделирования динамики пузырьковых псевдооживленных зерновых смесей на цилиндрических виброрешетах.

Постановка проблемы. Физические модели, описывающие кинематику и динамику движущихся зерновых смесей (ЗС) по виброрешетам, основанную на методах механики сплошных сред показали свою адекватность [1-7]. В работах [2, 6, 7], с помощью методов гидродинамики разработаны различные варианты математических моделей и исследованы закономерности движения псевдооживленных ЗС по плоским и цилиндрическим виброрешетам. Основным результатом этих работ состоит в создании основ линейной теории виброрешетного сепарирования ЗС. В этой связи актуальной является проблема разработки математических моделей, учитывающих нелинейный характер движения ЗС по виброрешетам.

В результате проведенных исследований разработана модель динамики пузырьковой псевдооживленной ЗС по плоским структурным виброрешетам, которая показала свою эффективность [8-11].

Цель работы: анализ способов и выбор эффективного направления моделирования динамики пузырьковых псевдооживленных зерновых смесей на цилиндрических виброрешетах с учетом структурности решет и свойств смеси.

Основной материал. Пусть вертикальное цилиндрическое решето совершает равномерное вращательное движение вокруг вертикальной оси с угловой скоростью Ω , колебательное движение вдоль этой оси с круговой частотой ω и амплитудой A (рис.1).

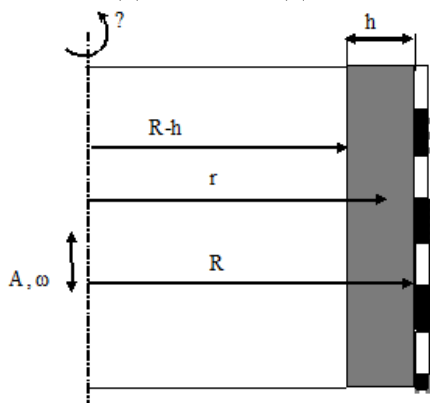


Рис.1 - Схема цилиндрического решета

Под воздействием вибрационных колебаний и центробежной силы образуется кольцевой слой зерновой смеси по внутренней поверхности цилиндрического решета. Движение этого слоя будем рассматривать, как движение псевдожидкости, содержащей пузырьки газообразной среды (область между твердыми частицами зерновой смеси). Предполагается, что объемная концентрация твердых частиц значительно превышает объемную концентрацию пузырьков. Поэтому можно считать, что вязкость, обусловленная взаимодействием частиц с газообразной фазой пузырьков достаточно мала. В этом случае эффективный коэффициент динамической вязкости (усредненный по толщине кольцевого слоя зерновой смеси) можно аппроксимировать по формуле [12, 13]:

$$\mu = \bar{\mu} \left(1 + \delta_{II} \frac{2,5\mu_{II} + \bar{\mu}}{\mu_{II} + \bar{\mu}} \right), \quad (1)$$

где μ_{II} - коэффициент динамической вязкости газообразной среды пузырьков, δ_{II} - коэффициент объемной концентрации пузырьков, $\bar{\mu}$ - эффективный коэффициент динамической вязкости обусловленный взаимодействием твердых частиц смеси и зависящий от характеристик продольных колебаний цилиндрического решета [14].

При расчете $\bar{\mu}$ следует учесть, что коэффициент внутреннего трения f в зерновой смеси зависит от интенсивности вибраций решета. Поэтому как и в [1], в качестве величины характеризующей интенсивности вибраций введем:

$$G = \frac{A\omega^2}{\Omega^2 R},$$

где A и ω - амплитуда и круговая частота колебаний решета вдоль вертикальной оси, Ω и R - угловая скорость вращения и радиус решета, соответственно.

Тогда коэффициент внутреннего трения f имеет вид [1]:

$$f = f_0(1 + e^{-G})/2.$$

Согласно [13], введем эффективную плотность псевдожидкости с пузырьками по формуле:

$$\rho = \bar{\rho}(1 - \delta_p) + \rho_p, \quad (2)$$

где $\bar{\rho}$ - плотность газообразной среды пузырьков; ρ_p и δ_p - плотность и объемная концентрация твердых частиц зерновой смеси, соответственно.

Для рассмотрения динамики потока зерновой смеси будем использовать уравнения движения вязкой сплошной среды с эффективными коэффициентами - динамической вязкости μ (1) и плотности ρ (2).

Введем две цилиндрические системы координат с осью z совпадающей с осью симметрии цилиндрического решета. Одна из этих систем координат жестко связана с цилиндрическим решетом совершающем равномерное вращательное движение вокруг оси z и колебательное движение вдоль этой оси.

Другая система координат являється неподвижной инерционной системой отчета. Исследование динамики кольцевого слоя зерновой смеси будем проводить в цилиндрической системе координат связанной с движущимся решетом. Обозначим через $\vec{\Omega}$ вектор угловой скорости решета, направленной вдоль оси z цилиндрической системы координат r, φ, z с ортами $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$ (рис.2).

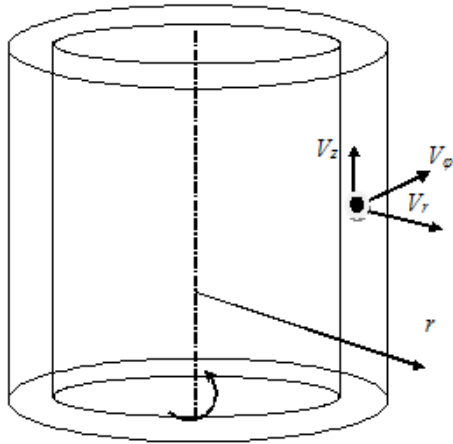


Рис.2 - Схема цилиндрического решета

Тогда, согласно [12], абсолютное ускорение \vec{a}_a и скорость \vec{V}_a элемента псевдожидкости можно выразить через относительное ускорение \vec{a} и скорость \vec{V} следующим образом:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_0 + 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \vec{a}, \quad (3)$$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_0 + \vec{\Omega} \times \vec{r} + \vec{V}. \quad (4)$$

Здесь $\vec{a}_a = -A\omega^2 \sin \omega t \vec{e}_z$, $\vec{V}_0 = A\omega \cos \omega t \vec{e}_z$ - ускорение и скорость продольных (вдоль оси z) колебаний решета, $\vec{r} = r\vec{e}_r$ - вектор, соответствующий радиусу рассматриваемого элемента псевдожидкости.

Уравнение движения псевдожидкости в подвижной цилиндрической системе координат совпадает по форме с уравнением движения в абсолютной системе. Если предположить, что в дополнение к реальной массовой силе (сила тяжести) на элемент псевдожидкости действуют силы инерции:

$$\vec{F} = -\vec{a}_0 \rho - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} \rho - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \rho, \quad (5)$$

где $-\vec{a}_0 \rho$ - сила инерции поступательного движения решета; $-2\vec{\Omega} \times \vec{V} \rho$ - кариолисова сила; $-\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \rho$ - центробежная сила.

Поле относительной скорости \vec{V} должно удовлетворять следующему уравнению

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla) \vec{V} \right) = -\nabla P - \rho g \vec{e}_z + \vec{F} + \mu \Delta \vec{V} \quad (6)$$

Здесь \vec{F} - определяется по формуле (5), P - избыточное давление, g - ускорение свободного падения.

Кроме уравнения (6), будем полагать, что \vec{V} удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0. \quad (7)$$

Наряду с уравнениями (6) и (7) поле относительной скорости \vec{V} и избыточное давление P должны удовлетворять начальным условиям и краевым условиям на поверхности решета и свободной поверхности цилиндрического слоя псевдожидкости.

В качестве начальных условий, не ограничивая общности, будем полагать, что для моментов времени $t \leq 0$ избыточное давление и поле скорости относительного движения \vec{V} равным нулю:

$$P|_{t \leq 0} = 0, \quad \vec{V}|_{t \leq 0} = 0. \quad (8)$$

Изменение величин P и \vec{V} для моментов времени $t > 0$ описывается уравнениями (6) и (7). Следует отметить, что в дальнейшем такой выбор начальных условий позволяет воспользоваться преобразованием Лапласа по временной переменной t .

Для формулировки краевых условий сделаем ряд предположений.

Пусть r, φ, z - цилиндрическая система координат связанная с решетом. Поверхность решета представляет собой двумерно-периодическую структуру с периодом Δz вдоль аксиальной координаты z и периодом $\Delta \varphi R$ вдоль азимутальной координаты φ .

Базовой ячейкой такой структуры является область:

$$D = \left\{ (\varphi, z); -\frac{R\Delta\varphi}{2} \leq \varphi \leq \frac{R\Delta\varphi}{2}, -\frac{\Delta z}{2} \leq z \leq \frac{\Delta z}{2} \right\}$$

на которой расположено N отверстий $D_1, D_2 \dots D_N$. Периодическая структура (решето) получается трансляцией базовой ячейки вдоль оси z и вдоль образующей цилиндрического решета, соответственно, на $n\Delta z$ и $m\Delta\varphi R$, где n, m - целые числа.

Пусть R - радиус цилиндрической поверхности решета, а h - толщина кольцевого слоя зерновой смеси. Будем предполагать, что $h \ll R$ и h является постоянной величиной. Следует отметить, что в процессе сепарации величина h изменяется, однако, эти изменения являются незначительными по сравнению с радиусом R и длиной решета.

Будем полагать, что на свободной поверхности кольцевого слоя, т.е. при $r = R - h$, тензор напряжений $(\sigma_{ij})_{i,j=k}^3$ псевдожидкости с пузырьками обращается в нуль

$$\sigma_{ij}|_{r=R-h} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Тензор напряжений выражается через компоненту относительной скорости:

$$\vec{V} = V_r \vec{e}_r + V_\varphi \vec{e}_\varphi + V_z \vec{e}_z,$$

согласно [12], по следующим формулам

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= -P + 2\mu \frac{\partial V_r}{\partial r}, \quad \sigma_{22} = -P + \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_r \right), \quad \sigma_{33} = -P + 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z}, \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} &= \mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \right), \quad \sigma_{13} = \sigma_{31} = \mu \left(r \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right), \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} &= \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right).\end{aligned}\quad (10)$$

Тогда из (9) с учетом (10) получаем, что при $r = R - h$ должны выполняться следующие соотношения

$$\left(-p + 2\mu \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \Big|_{r=R-h} = \left[-p + \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_r \right) \right] \Big|_{r=R-h} = \left(-p + 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \Big|_{r=R-h} = 0, \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \Big|_{r=R-h} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial \varphi} + (R-h) \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right) \Big|_{r=R-h} = 0, \quad (12)$$

$$\left[(R-h) \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - V_\varphi + \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \right] \Big|_{r=R-h} = 0 \quad (13)$$

Рассмотрим краевые условия на поверхности решета. Потребуем, чтобы при $r = R$ относительная скорость \vec{V} обращалась в нуль всюду исключая отверстия решета. При этом на поверхности отверстий компонента скорости V_r совпадает с некоторой средней скоростью V_0 прохождения зерновой смеси через отверстия [2].

Выводы. Таким образом, полученная начально-краевая задача (6) - (13) позволяет моделировать процесс просеиваемости кольцевого зернового слоя в цилиндрических зерновых сепараторах.

Список литературы:

1. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна. Харьков. Основа, 2004.- 224с.
2. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Гидродинамика сепарирования зерна.- Харьков: "Місдрук", 2010.- 174 с.
3. Brilliantov N. Hydrodynamics and transport coefficients for Granulat Gases/ N. Brilliantov, T. Proschel // arxiv: cond-mat 0301152.V. 1.10 Jan., 2003.
4. Dufty James W. Hydrodynamics Models for Granular Gases / arxiv: cond-mat 0302170, V.1, 10 Feb. 2003.
5. Paolotti D., Cattuto C., Marini V., Marconi D., Puglisi A. / arxiv: cond-mat 0207601. V.1. 25 Jul., 2002.
6. Тищенко Л.Н. Виброрешетная сепарация зерновых смесей / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский.- Харьков: "Місдрук", 2011.- 280 с.

7. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Колебания зерновых потоков на виброрешетках.- Харьков: “Місьдрук”, 2012.- 267 с.
8. Харченко С.А. К построению трехмерной гидродинамической модели динамики пузырьковой псевдоожигеной зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2014. – Вип.14. Т.2. - С.80-85.
9. Харченко С.А. Уточнение уравнений динамики пузырьковой псевдоожигеной зерновой смеси по структурному виброрешету / С.А. Харченко, Л.Н. Тищенко // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця: ВНАУ, 2014. - №1 (73). – С.50-53.
10. Харченко С.А. К решению уравнений динамики пузырьковой псевдоожигеной зерновой смеси по структурному трехмерному виброрешету / С.А. Харченко // Сучасні напрями технології та механізації процесів переробних і харчових виробництв. – Харків: ХНТУСГ, 2014.-Вип.152. – С.109-114.
11. Тищенко Л.Н., Харченко С.О. К решению уравнений динамики пузырьковой псевдоожигеной зерновой смеси по структурному трехмерному виброрешету // Вісник ХНТУСГ «Механізація сільськогосподарського виробництва», 2015.- Вип.156. – С.12-19.
12. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М. Мир, 1973.- 758с.
13. Соу С. Гидродинамика многофазных систем.- М.: “Мир”, 1971.- 602 с.
14. Харченко С.А. Алгоритм расчета эффективного коэффициента динамической вязкости пузырьковой псевдоожидкости, моделирующей сепарируемую зерновую смесь / С.А. Харченко, Л.Н. Тищенко // Вібрації в техніці та технологіях. – Вінниця: ВНАУ, 2013. – С.64-72.

Анотація

До розробки гідродинамічної моделі руху зернової суміші по циліндричному решету вібровідцентрових сепараторів
Харченко С.О.

В статті проведено аналіз способів і направлення моделювання динаміки бульбашкових псевдозріджених зернових сумішей на циліндричних виброрешетах.

Abstract

To development of hydrodynamic model of motion of grain mixture on cylindrical sieve of vibrocentrifugal separators
S. Kharchenko

The article analyzes the ways of modeling the dynamics and direction of the bubble fluidized grain mixtures on cylindrical vibrosieves.