ДЕЯКІ НАСЛІДКИ ФОРМУЛИ ЛЕЙБНИЦЯ

Лугова А.В., гр. МР-30
Наукові керівники: д-р техн. наук, проф. **Синєкоп М.С.,**
асист. **Вермійчук М.М.**
Харківський державний університет харчування та торгівлі

Нехай $u = u(x)$, $v = v(x)$ і відомі похідні до $n-$го порядку від цих функцій. Тоді формула Лейбниця для знаходження $n-$ї похідної від функції $f = uv$ має вигляд (в правій частині винесено перший доданок за знак суми)

$$f^{(n)} = (uv)^{(n)} = u^{(n)}v + \sum_{k=1}^{n} c_n^k u^{(n-k)} v^{(k)} \quad (n \geq 1). \qquad (1)$$

Тут і надалі $f^{(0)} = f$, $u^{(0)} = u$, $v^{(0)} = v$.

В роботі одержано формули для обчислення похідних до $n-$го порядку від функцій

$$\varphi = \frac{u}{v}(v \neq 0),\ \psi = \frac{1}{u}(u \neq 0). \qquad (2)$$

Виписуючи $n-$у похідну для добутку $u = \varphi v$ із (2) у відповідності до (1) і виражаючи $\varphi^{(n)}$ із першого доданку правої частини результату, одержуємо наслідок формули Лейбниця

$$\varphi^{(n)} = \left(\frac{u}{v}\right)^{(n)} = (u^{(n)} - \sum_{k=1}^{n} c_n^k \varphi^{(n-k)} v^{(k)})/v \quad (v \neq 0, n \geq 1). \qquad (3)$$

Аналогічно виписуємо $n-$у похідну для добутку $1 = \psi u$ із (2) у відповідності до (1) та із результату знаходимо вираз для $\psi^{(n)}$ із першого доданку правої частини, а саме

$$\psi^{(n)} = \left(\frac{1}{u}\right)^{(n)} = (-\sum_{k=1}^{n} c_n^k \psi^{(n-k)} u^{(k)})/u \quad (u \neq 0, n \geq 1). \qquad (4)$$

Це ще один наслідок формули Лейбниця.

Звертаємо увагу, що в одержаних формулах (3), (4) при знаходженні похідних для $\varphi^{(n)}$ і $\psi^{(n)}$ використовуються відповідно похідні $\varphi^{(i)}$ і $\psi^{(i)}$ $(i \leq n-1)$.