

УДК 004.94

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕТАЛЕЙ ЦИЛІНДРИЧНОГО ШАРНІРА

Лютак І. З., д.т.н., професор Сторож Я. Б., к.т.н., доцент
(Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу)

Засобами програмного комплексу ANSYS Workbench створено геометричну та скінчено-елементну параметричні моделі для дослідження напружено-деформованого стану деталей циліндричного шарніру обмежених розмірів. Запропоновано і обґрунтовано методику дослідження створеної моделі для дослідження даного типу конструкцій.

Вступ. Використання циліндричних шарнірних з'єднань деталей є дуже поширеним конструктивним рішенням для сучасних машин і механізмів. Характерним для таких з'єднань є передавання навантаження між зовнішніми деталями (тяги, шатуни, важелі тощо) через контактні пари зі спряженою з ними віссю (циліндричним пальцем). Силова взаємодія контактів відбувається на доволі вузькій ділянці з нерівномірним розподілом контактних напружень, що обумовлює підвищення напружень у ділянках спряжених деталей.

Існує розв'язок задачі про напружений стан у зоні контакту кругових циліндрів з паралельними осями методами лінійної теорії пружності здійснений Г.Герцом та М.Беляєвим. Однак теоретичне отримання даного розв'язку опирається на ряд суттєвих припущень, що відрізняються від реальних конструкцій: плоский деформований стан, безконечність поперечних розмірів зовнішніх деталей, а також відносно мала ширина контакту циліндричних поверхонь [1, 2]. Врахування даних відмінностей між реальними та теоретичними конструкціями спряжених циліндрів у розв'язуванні контактної задачі є проблемою важливого прикладного і теоретичного значення. Для розв'язку задачі, з огляду на складний характер напружено-деформованого стану (НДС), варто застосувати метод скінчено-елементного (СЕ) аналізу, використавши для моделювання програмний комплекс ANSYS Workbench, що дозволяє моделювати та розв'язувати широке коло інженерних задач з достатньою для практичного застосування отриманих результатів точністю [3-6].

Метою дослідження є створення параметричної скінчено-елементної моделі, що повинна більш точно враховувати реальні умови при якій формуються контактні поверхні. Також для застосування розробленої моделі на практиці в роботі ми сформулюємо методику для дослідження НДС деталей циліндричного шарніра.

Вирішення поставлених задач. Аналітичний розв'язок контактної задачі Герца-Беляєва по суті є окремим граничним випадком, за умови безмежних розмірів і відносно малих контактів, загальної проблеми дослідження НДС

деталей довільних розмірів з циліндричним контактом. Тому виявлені в ньому параметри пружних властивостей матеріалів циліндрів, їхньої геометрії та навантаження можуть бути надійною основою для подальших досліджень.

Теоретичний розв'язок не містить параметрів, що враховують вплив поперечних розмірів зовнішнього деталі шарніра на його НДС. Очевидно, одним із них може бути відстань між отвором і зовнішньою поверхнею циліндра, оскільки, і на це вказують результати аналітичного розв'язку та наших пошукових комп'ютерних досліджень, саме в меридіональній площині циліндрів концентруються найбільші напруження. Для врахування другої вимоги до критеріїв подібності, напевно слід розглядати відносну величину цього розміру, тобто його відношення до діаметра отвору. Тому критерій поперечних розмірів зовнішньої деталі шарніра можна описати такою залежністю

$$K_{T1} = \frac{H-D}{2D}, \quad (1)$$

де H - габаритний розмір зовнішньої деталі шарніра в меридіональній площині циліндрів, мм; D - діаметр отвору зовнішньої деталі, мм.

Водночас, з принципу Сен-Венана випливає, що спосіб прикладення сили на НДС тіл практично обмежується ділянкою, величина якої залежить від розміру ділянки прикладення сили. Характерним розміром для контакту циліндрів є ширина контакту. Отож, більш обґрунтовано критерій подібності НДС шарніра для сумісної характеристики як поперечних розмірів зовнішньої деталі, так і розмірів ділянки прикладення сили, можна відобразити формулою

$$K_{T2} = \frac{H-D}{4a}, \quad (2)$$

де a - половина ширини контакту спряжених циліндрів, мм.

Однак критерій подібності K_{T2} містить наперед невідомий параметр - ширину контакту. Через це застосувати його для цілей прогнозування ускладнено. Тому ми в подальшому аналізі будуть розглянуті обидва критерії.

Для пошуку визначальних критеріїв скористаємося аналітичним розв'язком контактної задачі Герца-Беляєва. Найбільший тиск q_{max} у циліндричному контакті й половину його ширини a за умови, що матеріал пальця і корпусу однаковий, можна обчислити відповідно за формулами [9]:

$$q_{max} = 0,798 \sqrt{p \cdot \frac{R_1 - R_2}{2R_1 R_2} \cdot \frac{E}{2(1-\nu^2)}}; \quad (3)$$

$$a = 0,798 \sqrt{p \cdot \frac{2R_1 R_2}{R_1 - R_2} \cdot \frac{2(1-\nu^2)}{E}}, \quad (4)$$

де p - сила стискання циліндрів на 1 мм довжини контакту, Н/мм; R_1 і R_2 - радіуси кривини циліндричних поверхонь отвору зовнішньої деталі і пальця відповідно, мм; E і ν - модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріалів пальця і зовнішньої деталі.

Для зручності користування залежностями (3) і (4) в цілях нашого дослідження виконаємо в них такі заміни:

$$D = 2R_1,$$

$$\varepsilon_D = \frac{D-d}{D}, \quad d = 2R_2 = D(1 - \varepsilon_D); \quad (5)$$

де D і d - діаметри отвору зовнішньої деталі і пальця відповідно, мм; ε_D - відносний зазор між пальцем і отвором зовнішньої деталі шарніра.

Після підставлення залежностей (5) у (3) і (4) та спрощення виразів отримаємо:

$$q_{max} = 0,798 \sqrt{\frac{p}{D} \cdot \frac{\varepsilon_D}{1-\varepsilon_D} \cdot \frac{E}{2(1-\nu^2)}}; \quad (6)$$

$$a = 0,798 \sqrt{p \cdot D \cdot \frac{1-\varepsilon_D}{\varepsilon_D} \cdot \frac{2(1-\nu^2)}{E}}; \quad (7)$$

Поділимо праву та ліву частини виразу (7) на D і отримаємо

$$\frac{a}{D} = 0,798 \sqrt{\frac{p}{D} \cdot \frac{1-\varepsilon_D}{\varepsilon_D} \cdot \frac{2(1-\nu^2)}{E}}. \quad (8)$$

Формули (6) і (8) дають підстави для вибору критеріїв подібності НДС циліндричного шарніра:

- силовий критерій K_C , Н/мм². Він характеризує силу стискання пальця і зовнішньої деталі

$$K_C = \frac{p}{D}; \quad (9)$$

- критерій геометрії спряження (відносного зазору в спряженні) K_3

$$K_3 = \frac{\varepsilon_D}{1-\varepsilon_D}; \quad (10)$$

- критерій пружних властивостей матеріалу деталей спряження K_M , мм²/Н

$$K_M = \frac{p}{D}. \quad (11)$$

Тоді залежності (6) і (8) з урахуванням запропонованих критеріїв подібності (9-11) набудуть вигляду:

$$q_{max} = 0,798 \sqrt{\frac{K_C}{K_3} \cdot K_M}; \quad (12)$$

$$\frac{a}{D} = 0,798 \sqrt{K_C \cdot \frac{K_3}{K_M}}, \quad (13)$$

де емпіричні множники A можна виявити з експериментальних даних (в рамках нашого дослідження - результатів чисельного моделювання НДС шарніра), а інші критерії можна обчислювати за формулами (9-11).

Важливо підкреслити, що доцільність використання запропонованих критеріїв подібності і, зокрема, у складі формул (12) і (13) можна вважати обґрунтованою, якщо буде підтверджена незмінність коефіцієнтів A хоча б для деякої частини значень критеріїв та їх співвідношень. Принагідно нагадаємо, що справедливості формул (12) і (13) є очевидною в рамках обмежень теорії Герца-Беляєва, а геометричні параметри всіх досліджуваних нами конструкцій знаходяться поза межами цих рамок.

Розглянемо план експериментальної апробації запропонованих критеріїв, який сприятиме зручності візуального спостереження за результатами моделювання.

Тест 1. Всі критерії подібності (1, 9-11) незмінні, але змінюється діаметр D спряження циліндрів у m разів. Для збереження незмінності силового критерію K_c сила p теж має змінюватися в m разів згідно з виразом (9). З формул (12) і (13) випливає, що такі взаємоузгоджені зміни розмірів і навантаження не повинні змінювати (звичайно, в межах точності експерименту) як найбільшого тиску q_{max} в контактні циліндрів, так і відносної ширини контакту a/D . При цьому слід очікувати також і подібного розподілу напружень усередині спряжених деталей. Тестування виконаємо для різної ширини контакту циліндрів.

Тест 2. Критерії K_{T1} і K_m , а також діаметр D незмінні. Критерії K_c і K_3 змінюють узгоджено так, щоб їхня частка у формулі (12) залишалась незмінною. Наприклад, зі зменшенням критерію відносного зазору спряження K_3 в m разів синхронно зменшують силовий критерій через зміну сили p теж в m разів. У результаті таких змін відносна ширина контакту a/D (формула (13)) має бути незмінною. При цьому також слід очікувати незмінність характеру розподілу напружень усередині спряжених деталей. Рівночасно, найбільший тиск в контактні q_{max} за формулою (12) має змінитися в m разів, оскільки значення підкореневого виразу змінюється в m^2 разів.

Таким чином, група з 5 віртуальних експериментів тестів 1 і 2, дасть змогу пересвідчитись в спроможності залежностей (9-11) виконувати роль критеріїв подібності. Підкреслимо, що результати тестування можуть вважатися позитивними лише в разі незмінності множників A для цієї групи у формулах (12, 13).

Повторення використання таких груп з іншим навантаженням і, відповідно, з іншими параметрами утворюваних контактів дасть змогу виявити вплив цих змін на НДС важеля і ступінь відмінностей результатів СЕ аналізу від аналітичного розв'язку контактної задачі.

Для дослідження в програмному комплексі ANSYS Workbench побудована двовимірною параметрична модель циліндричного шарнірного з'єднання. Оскільки вплив пружних властивостей матеріалів шарніра на його НДС не передбачається досліджувати, то матеріал обох його деталей вибрано однаковий - конструкційна сталь (модуль пружності і коефіцієнт Пуассона $E=2 \cdot 10^5$ Н/мм² і $\nu=0,3$ відповідно). При цьому критерій пружних властивостей матеріалів деталей спряження K_m є незмінним. Крім того, матеріал ізотропний лінійно-пружний, тертя в контактні немає.

Модель шарніра створена з урахуванням вимог забезпечення високої точності аналізу й економії машинного ресурсу і часу симулювання.

Позаяк меридіональна площина шарніра є геометричною і силовою площиною його симетрії, то всі елементи НДС цієї половинки є репрезентативними і для другої половинки. Симетричність моделі забезпечується накладанням на її деталі опори, яка обмежує переміщення кожного вузла СЕ моделей пальця і зовнішньої деталі шарніра, що знаходяться в цій площині симетрії, тільки вздовж осі X (див. обмеження А і В Frictionless Support на рис. 1). Подібна опора, але з обмеженням можливості переміщення лише по осі Y , застосована і для верхньої грані зовнішньої деталі (див.

обмеження С на рис. 1). Це дає змогу мінімізувати вплив способу закріплення шарніра на його НДС, як у його верхній частині - така опора не привносить напружень по осі X, так і нижній - нижня грань залишається вільною, тобто без додаткових напружень в напрямках осей X і Y.

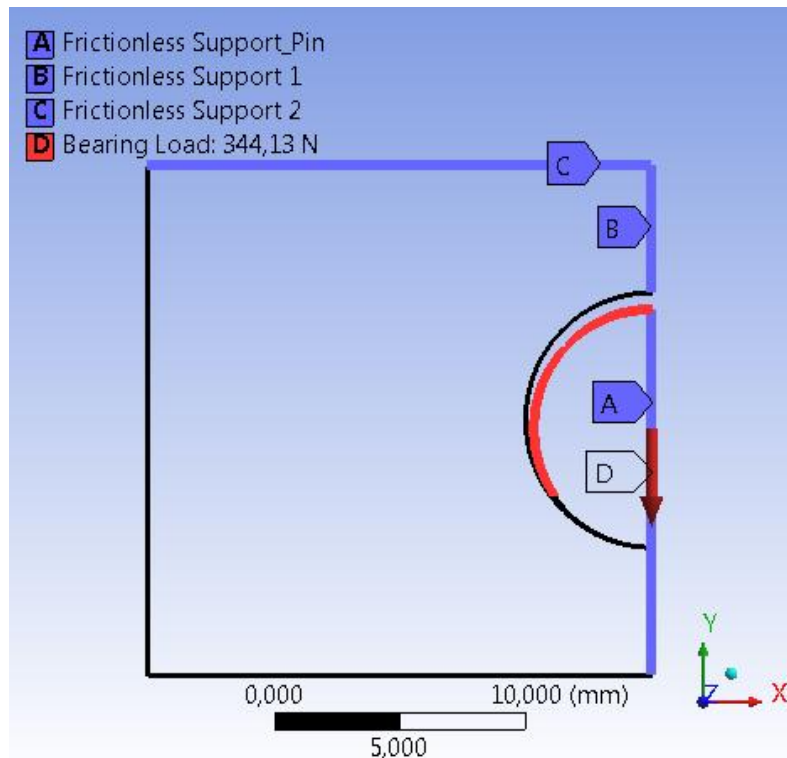


Рисунок 1 - Двовимірна геометрична модель циліндричного шарніра з ілюстрацією прикладених обмежень та навантаження

Спосіб прикладення сили стискування до моделі пальця (див. навантаження D Bearing Load на рис. 1) забезпечує силову дію лише по осі Y з її найбільшим значенням в меридіональній площині і не обмежує деформацію пальця в напрямку осі X.

Сіткова (SE) модель (див. рис. 2) містить три ділянки з різними розмірами скінченних елементів - найдрібніші розміри (0,01 мм) мають ділянки, де очікуються найбільші градієнти напружень і деформацій - у місцях очікуваного контакту і приконтатних ділянках меридіональної площини.

Геометричні параметри моделі відповідають прийнятним схемам тестування працездатності критеріїв подібності (див. опис тестів 1 і 2). Конструкція з параметрами базового рівня: $D=10$ мм, $\varepsilon_D=0,01$, $H=2D$. Торці моделі пальця і зовнішньої деталі лежать в одній площині. В усіх варіантах довжина пальця і зовнішньої деталі вибрана рівною діаметру отвору (10 мм) оскільки, як відомо, приблизно при такому співвідношенні розмірів спостерігається значна відмінність між результатами обчислення НДС з припущенням ідеалізованих станів плоского напруженого і плоского деформованого.

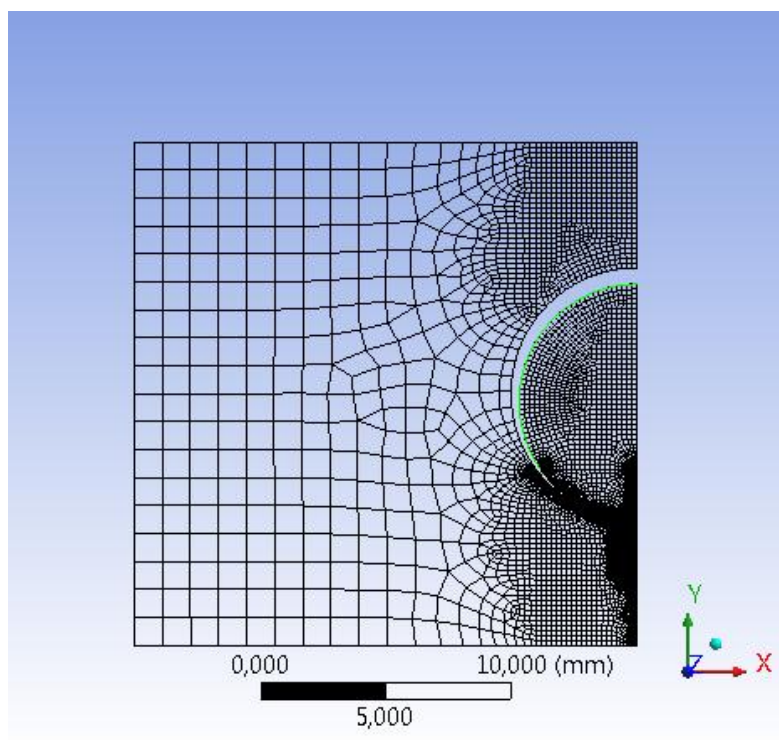


Рисунок 2 - Скінчено-елементна модель циліндричного шарніра

В тестуванні за 1-ю схемою геометричні параметри моделі D і H змінювали за допомогою множників $m=2$ і $m=0,5$ щодо базового рівня. Навантаження для базової геометрії варіювали на 8 рівнях: 50, 100, 200, 400, 800, 1600, 3200 і 6400 Н, що створювало силу p стискання циліндрів на 1 мм довжини контакту 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320 і 640 Н/мм відповідно. Оскільки дослідна модель містить лише половинки спряжених циліндрів, то їх фактичне навантаження є удвічі меншим. Навантаження у варіантах аналізу змінювали синхронно зі зміною D з умовою незмінності силового критерію подібності ($p/D=\text{const}$).

В тестуванні за 2-ю схемою в геометрії базового рівня варіювали лише величину відносного зазору на трьох рівнях $\varepsilon_D=0,0025$, 0,01 (базовий рівень) і 0,065 завдяки зміні діаметра d пальця відповідно 9,975, 9,9 (базовий рівень) і 9,35 мм при $D=10$ мм. Така зміна відносного зазору супроводжувалась зміною критерію геометрії спряження (формула (10)) щодо базового рівня відповідно в $m=0,2478$ і $m=6,8824$ разів. Для збереження величини відношення критеріїв силового K_c і геометрії спряження K_z на незмінному рівні у варіантах аналізу навантаження змінювали відносно базових рівнів синхронно зі зміною K_z у стільки ж разів.

В ході дослідження фіксували такі керовані змінні: геометричні параметри спряження (D , d , H) і силу стискання циліндрів, на основі яких обчислювали ε_D , p , K_{T1} , K_z , і K_c ; та виявляли залежні змінні:

- половину ширини контакту a ;
- найбільший тиск в контакті q_{max} ;
- деформацію отвору в меридіональній площині - збільшення його радіусу ΔR ;

• розподіл напружень еквівалентних (за Мізесом) і найбільших дотичних у меридіональній площині зовнішньої деталі шарніра.

На основі виявлених у процесі СЕ моделювання залежних змінних обчислювали:

- емпіричні множники A_a і A_q за формулами:

$$A_a = \frac{a}{D} \sqrt{\frac{K_M}{K_C \cdot K_3}}; A_q = q_{max} \sqrt{\frac{K_3}{K_C \cdot K_M}};$$

• їхні середні арифметичні $A_{a,сep}$ і $A_{q,сep}$, стандартні відхилення S_{Aa} і S_{Aq} , а також граничні похибки Δ_{Aa} і Δ_{Aq} [10]

$$A_{сep} = \frac{1}{n} \sum_i^n A_i; S_A = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i^n (A_i - A_{сep})^2}; \Delta_A = S_A \cdot t, \quad (14)$$

де n - кількість варіантів комп'ютерного симулювання НДС шарніра, в яких згідно з тестами 1 і 2 очікується незмінність множників A , $n=5$;

t - коефіцієнт довіри статистичного оцінювання похибки. $t=2,776$ для ймовірності 0,950 і $n=5$;

• розбіжність $delA$ (%) між емпіричними й теоретичним значеннями множників за допомогою формули

$$delA = \frac{A_{сep} - 0,798}{0,798} \cdot 100;$$

• жорсткість J в (Н/мм)/мкм зовнішньої деталі як відношення сили стискання циліндрів p (Н/мм) до збільшення радіусу ΔR отвору (мкм) в меридіональній площині

$$J = \frac{p}{\Delta R};$$

• середнє арифметичне $J_{сep}$, стандартні відхилення S_J і граничні похибки Δ_J для жорсткості за методикою, описаною в формулах (14);

• відносну ширину контакту a/D і критерій подібності $K_{\tau 2}$ (формули (13) і (2) відповідно, їхні середні арифметичні $a/D_{сep}$ і $K_{\tau 2,сep}$, стандартні відхилення $S_{a/D}$ і $S_{K_{\tau 2}}$, а також граничні похибки $\Delta_{a/D}$ і $\Delta_{K_{\tau 2}}$ за методикою, викладеною у формулах (14).

Результати. Засобами програмного комплексу ANSYS Workbench створено параметричну двовимірну скінчено-елементну модель для дослідження напружено-деформованого стану циліндричного шарніра.

На основі аналізу обмежень, накладених для отримання аналітичного розв'язку контактної задачі двох кругових циліндрів з паралельними осями, та особливостей реальних конструкцій, показані причини виникнення неточностей при використанні аналітичного розв'язку для прогнозування напружено-деформованого стану конструкцій з обмеженими розмірами, а також запропоновано застосувати для цієї мети підхід з критеріями подібності і набір таких критеріїв, що дозволять враховувати особливості реальних конструкцій: геометричні та силові параметри, властивості матеріалів, а також ширину контакту спряжених деталей.

Список літератури:

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер с англ. / К. Джонсон. - М.: Мир, 1989. - 510 с.
2. Беляев Н.М. Местные напряжения при сжатии упругих тел. / Н. М. Беляев // Сб.: Инженерные сооружения и строительная механика. – Л.: Путь, 1924. - С. 27-108.
3. Бруйка В.А. Инженерный анализ в ANSYS Workbench: Учеб. пособие / В.А. Бруйка, В.Г. Фокин, Е.А. Солдусова, Н.А. Глазунова, И.Е. Адеянов. - Самара: Самарский гос. ун-т, 2010. - 271 с.
4. Сторож Б.Д. Комп'ютерне моделювання НДС фрикційної накладки стрічково-колодкового гальма / Б.Д. Сторож, Я.Б. Сторож // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. Всеукраїнський щоквартальний наук. технічний журнал 2010. – № 2(35). – С. 70-73.
5. Сторож Б.Д. Розв'язок задачі теорії різання методом скінченно-елементного моделювання / Б.Д. Сторож, Я.Б. Сторож, Я.М. Кулик // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. Всеукраїнський щоквартальний наук.-технічний журнал, 2010. – № 3(36). – С. 73-78.
6. Привалихин Р.С. Напряженное состояние в зоне контакта двух цилиндрических тел конечной длины / Р.С. Привалихин // Изв. Самарского научного центра РАН. Общие проблемы машиностроения. - №1(3), т. 13, 2011. - С. 599-603.

Аннотация**Компьютерное моделирование деталей цилиндрического шарнира**

Лютак И. З., Сторож Я. Б.

Средствами программного комплекса ANSYS Workbench создано геометрическую и конечно-элементную параметрические модели для исследования напряженно-деформированного состояния деталей цилиндрического шарнира ограниченных размеров. Предложена и обоснована методика исследования созданной модели для исследования данного типа конструкций.

Abstract**Computer modeling of details of the cylindrical hinge**

Lyutak I., Storozh Ya.

Software ANSYS Workbench created complex geometric and parametric finite-element models for the study of stress-strain state of the cylindrical hinge parts of limited size. The technique proposed and established research model to study this type of construction.