

УДК 631.3.631

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЕЗОТРЫВНОГО ДВИЖЕНИЯ
ИЗОЛИРОВАННЫХ СЕМЯН ПО НАКЛОННОЙ ВИБРИРУЮЩЕЙ
ПОВЕРХНОСТИ**

Тищенко Л.Н., д.т.н., проф., Лукьяненко В.М., к.т.н., доц.
*(Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
имени Петра Василенко)*

Приведены результаты математического моделирования безотрывного движения изолированных семян по сепарирующей поверхности вибрационных семяочистительных машин

Постановка проблемы. При проектировании новых конструкций вибрационных семяочистительных машин, рабочими органами которых являются фрикционные неперфорированные поверхности, определяющее значение имеет математическое моделирование технологического процесса сепарации семенных смесей. Последнему посвящен целый ряд работ [1]. Однако, большинство полученных математических моделей отличаются низкой точностью и их

использование для достижения поставленной цели есть проблематичным.

Цель работы. Разработка математической модели безотрывного движения изолированных семян, как составляющей общей математической модели сепарации семенных смесей на неперфорированных плоскостях вибрационных семяочистительных машин.

Основна частина. В качестве математической модели, описывающей безотрывное движение изолированных зерен по наклонной вибрирующей поверхности, используем кинематическую модель движения твёрдого тела по шероховатой поверхности с качением и проскальзыванием под действием сил гравитации и реакции сепарирующей поверхности, которая совершает периодические колебания и сообщает семенам необходимое количество движения [2].

Форму семян рассматриваем в виде эллипсоида с полуосями a , b и c , а поверхность как множество контактных точек, пронумерованных с помощью индексов l и m , где индекс l определяет номер меридиана и дискретно меняющееся значение угла долготы ξ , а индекс m - номер параллели и дискретно меняющееся значение угла широты ζ в полярной системе координат.

Приложение усилий к семенам со стороны сепарирующей поверхности (других, взаимодействующих семян) происходит только в дискретных точках контакта. При этом точка контакта, через которую осуществляется взаимодействие семени с сепарирующей поверхностью в рассматриваемый момент времени, служит мгновенным центром вращения тела.

Движение семян относительно сепарирующей поверхности рассматриваем как суперпозицию движений его вращения относительно точки контакта и поступательного перемещения мгновенного центра.

Для вычисления кинематических параметров движения изолированного семени рассматриваем три системы координат [3]:

- собственную систему координат $CX'Y'Z'$, связанную с семенем и имеющую начало в его центре массы. Для удобства принимаем, что оси CX' , CY' и CZ' совпадают с главными осями инерции рассматриваемого зерна;
- систему координат K_0XYZ , связанную с сепарирующей поверхностью и имеющую начало в т. K_0 , которая является точкой подачи семян на сепарирующую поверхность;
- инерциальную (неподвижную) систему координат $Ox_uY_uZ_u$.

Для введённых систем координат система уравнений, которая записана для случая безотрывного движения изолированного тела (без учёта взаимодействия семян) приобретёт следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{L}_И}{dt} = \vec{F}, \\ \frac{d\vec{H}_И}{dt} = \vec{M}_i. \end{cases} \quad (1)$$

Количество движения изолированного семени в инерциальной (неподвижной) системе координат вычисляем с помощью выражения:

$$\vec{L}_и = m(\dot{\vec{r}}_{вб} + \dot{\vec{r}}_{ск} + \vec{\omega} \times \vec{R}_C), \quad (2)$$

где m - масса семени.

Кинетический момент семени относительно инерциальной системы координат имеет вид:

$$\vec{H}_и = (\vec{R}_K + \vec{R}_C) \times m(\dot{\vec{R}}_K + \vec{\omega} \times \vec{R}_C) + \vec{H}_C, \quad (3)$$

где \vec{H}_C - кинетический момент семени относительно его центра массы, который (момент) рассматривается в инерциальной системе координат.

С учётом (2) и (3) система (1.1) примет вид:

$$m \frac{d\omega_y}{dt} R_{Cz} - m \frac{d\omega_z}{dt} R_{Cy} + m(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) \omega_x - m\omega^2 R_{Cx} + m\ddot{x}_{ск} + m\ddot{r}_{бб,x} = G_x - N \cdot f \frac{\dot{x}_{ск}}{\sqrt{\dot{x}_{ск}^2 + \dot{y}_{ск}^2}}, \quad (4)$$

$$m \frac{d\omega_z}{dt} R_{Cx} - m \frac{d\omega_x}{dt} R_{Cz} + m(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) \omega_y - m\omega^2 R_{Cy} + m\ddot{y}_{ск} + m\ddot{r}_{бб,y} = G_y - N \cdot f \frac{\dot{y}_{ск}}{\sqrt{\dot{x}_{ск}^2 + \dot{y}_{ск}^2}}, \quad (5)$$

$$mR_C^2 \frac{d\omega_x}{dt} - mR_{Cx} \left(\vec{R}_C \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) + m(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) (R_{Cy} \omega_z - R_{Cz} \omega_y) + H_x - mR_{Cz} \ddot{y}_{ск} + mR_{Cy} \ddot{r}_{бб,z} - mR_{Cz} \ddot{r}_{бб,y} = R_{Cy} G_z - R_{Cz} G_y + M_{кч,x} \quad (6)$$

$$mR_C^2 \frac{d\omega_y}{dt} - mR_{Cy} \left(\vec{R}_C \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) + m(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) (R_{Cz} \omega_x - R_{Cx} \omega_z) + H_y + mR_{Cz} \ddot{x}_{ск} + mR_{Cz} \ddot{r}_{бб,x} - mR_{Cx} \ddot{r}_{бб,z} = R_{Cz} G_x - R_{Cx} G_z + M_{кч,y} \quad (7)$$

$$mR_C^2 \frac{d\omega_z}{dt} - mR_{Cz} \left(\vec{R}_C \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) + m(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) (R_{Cx} \omega_y - R_{Cy} \omega_x) + H_z + mR_{Cx} \ddot{y}_{ск} - mR_{Cy} \ddot{x}_{ск} + mR_{Cx} \ddot{r}_{бб,y} - mR_{Cy} \ddot{r}_{бб,x} = R_{Cx} G_y - R_{Cy} G_x \quad (8)$$

$$N = m \frac{d\omega_x}{dt} R_{Cy} - m \frac{d\omega_y}{dt} R_{Cx} + m(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) \omega_z - m\omega^2 R_{Cz} + m\ddot{r}_{бб,z} - G_z, \quad (9)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - проекции вектора угловой скорости вращения тела относительно мгновенного центра вращения K на оси системы координат, связанной с рабочей поверхностью. Здесь и далее рассматриваем проекции в системе координат рабочей поверхности;

R_{Cx}, R_{Cy}, R_{Cz} - проекции радиус-вектора \vec{R}_C ;

$\dot{x}_{ck}, \dot{y}_{ck}$ - проекции скорости проскальзывания изолированного семени относительно скпарирующей поверхности;

$\ddot{x}_{ck}, \ddot{y}_{ck}$ - проекции ускорения проскальзывания семени;

$\ddot{i}_{вб.х}, \ddot{i}_{вб.у}, \ddot{i}_{вб.з}$ - проекции ускорения рабочей поверхности при совершении гармонических колебаний под воздействием генератора колебаний;

G_x, G_y, G_z - проекции силы веса, действующего на зерно;

N - величина реакции опоры, действующей на зерно;

f - коэффициент трения скольжения;

$M_{кч.х}, M_{кч.у}$ - проекции вектора момента сопротивления качения при перекачивании семени по рабочей поверхности;

H_x, H_y, H_z - проекции кинетического момента зерна.

Величины проекций вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ рассчитываем с помощью выражений:

$$\omega_x = \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi, \quad (10)$$

$$\omega_y = \dot{\theta} \sin \psi - \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi, \quad (11)$$

$$\omega_z = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta, \quad (12)$$

где θ, ψ, ϕ - углы поворота осей системы координат, связанной с зерном, относительно системы координат, связанной с рабочей поверхностью.

Скалярную величину вектора угловой скорости ω рассчитываем как

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}. \quad (13)$$

С учётом (10) – (12) проекции производной вектора угловой скорости по времени примут вид:

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \ddot{\theta} \cos \psi - \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi + \ddot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi + \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi, \quad (14)$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \ddot{\theta} \sin \psi + \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi - \ddot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi + \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi, \quad (15)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \ddot{\psi} + \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta. \quad (16)$$

Скалярное произведение вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ и радиус-вектора \vec{R}_C имеет вид:

$$(\vec{\omega} \cdot \vec{R}_C) = \omega_x R_{Cx} + \omega_y R_{Cy} + \omega_z R_{Cz}. \quad (17)$$

Скалярное произведение радиус-вектора \vec{R}_C и вектора производной угловой скорости по времени $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ имеет вид:

$$\vec{R}_C \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = R_{Cx} \frac{d\omega_x}{dt} + R_{Cy} \frac{d\omega_y}{dt} + R_{Cz} \frac{d\omega_z}{dt}. \quad (18)$$

Проекції вектора сили ваги \vec{G} на осі системи координат, зв'язаної с робочою поверхністю, вичисляємо з допомогою виражень, які мають вид:

$$G_x = mg \cdot \sin \beta, \quad (19)$$

$$G_y = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \delta, \quad (20)$$

$$G_z = -mg \cdot \cos \delta, \quad (21)$$

$$\cos \delta = \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}}, \quad (22)$$

где δ - угол наибольшего наклона рабочей поверхности.

Величины проекций кинетического момента зерна \vec{H}_C на осі системы координат рабочей поверхности рассчитываем с помощью выражений:

$$H_x = H'_x l_1 + H'_y l_2 + H'_z l_3, \quad (23)$$

$$H_y = H'_x m_1 + H'_y m_2 + H'_z m_3, \quad (24)$$

$$H_z = H'_x n_1 + H'_y n_2 + H'_z n_3, \quad (25)$$

$$H'_x = J'_x \cdot \frac{d\omega'_x}{dt} + (J'_z - J'_y) \omega'_y \cdot \omega'_z, \quad (26)$$

$$H'_y = J'_y \cdot \frac{d\omega'_y}{dt} + (J'_x - J'_z) \omega'_x \cdot \omega'_z, \quad (27)$$

$$H'_z = J'_z \cdot \frac{d\omega'_z}{dt} + (J'_y - J'_x) \omega'_x \omega'_y, \quad (28)$$

$$l_1 = \cos \psi \cos \varphi - \cos \theta \sin \psi \sin \varphi, \quad (29)$$

$$l_2 = -\cos \psi \sin \varphi - \cos \theta \sin \psi \cos \varphi, \quad (30)$$

$$l_3 = \sin \theta \sin \psi, \quad (31)$$

$$m_1 = \sin \psi \cos \varphi + \cos \theta \cos \psi \sin \varphi, \quad (32)$$

$$m_2 = \cos \theta \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi, \quad (33)$$

$$m_3 = -\sin \theta \cos \psi, \quad (34)$$

$$n_1 = \sin \theta \sin \varphi, \quad (35)$$

$$n_2 = \sin \theta \cos \varphi, \quad (36)$$

$$n_3 = \cos \theta, \quad (37)$$

$$\omega'_x = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, \quad (38)$$

$$\omega'_y = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \quad (39)$$

$$\omega'_z = \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta, \quad (40)$$

$$\frac{d\omega'_x}{dt} = \ddot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\psi} \ddot{\theta} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi + \ddot{\theta} \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi, \quad (41)$$

$$\frac{d\omega'_y}{dt} = \ddot{\psi} \sin \theta \cos \varphi + \dot{\psi} \ddot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi - \ddot{\theta} \sin \varphi - \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \varphi, \quad (42)$$

$$\frac{d\omega'_z}{dt} = \ddot{\varphi} + \ddot{\psi} \cos \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta, \quad (43)$$

где H'_x, H'_y, H'_z - проекции кинетического момента зерна относительно его главных осей инерции $CX'Y'Z'$;

J'_x, J'_y, J'_z - моменты инерции зерна относительно его главных осей;

$\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z$ - проекции угловой скорости вращения зерна относительно мгновенного центра на оси собственной системы координат;

l_1, l_2, l_3 - направляющие косинусы оси CX' относительно осей системы координат рабочей поверхности;

m_1, m_2, m_3 - направляющие косинусы оси CY' ;

n_1, n_2, n_3 - направляющие косинусы оси CZ' .

Проекции ускорения рабочей поверхности при совершении гармонических колебаний под воздействием генератора колебаний вычисляем с помощью выражений:

$$\ddot{r}_{\delta \delta .x} = r_0 \Omega^2 \sin(\Omega t) \cdot \sin \beta \cdot \sin(\varepsilon - \alpha), \quad (44)$$

$$\ddot{r}_{\delta \delta .y} = r_0 \Omega^2 \sin(\Omega t) \cdot \left[\operatorname{tg} \alpha \cos \beta \cos \delta \sin(\varepsilon - \alpha) - \frac{\cos \delta}{\cos \beta} \cos(\varepsilon - \alpha) \right], \quad (45)$$

$$\ddot{r}_{\delta \delta .z} = -r_0 \Omega^2 \sin(\Omega t) \cdot \cos \delta \cdot \frac{\sin \varepsilon}{\cos \alpha}, \quad (46)$$

где r_0 - амплитуда колебаний;

Ω - угловая скорость вращения вала вибровозбудителя;

ε - угол между направлением вибрации и рабочей поверхностью (угол направленности колебаний).

Вид соотношений, с помощью которых рассчитываем величину момента сопротивления качению, зависит от принятой модели взаимодействия зерна с поверхностью. Если в качестве модели взаимодействия принимаем модель вдавливания твёрдого тела в мягкую поверхность на установленную глубину Δh , то выражения, с помощью которых рассчитываем проекции момента сопротивления, имеют вид:

$$M_{Kx} = -f_K N \cos \mu_{\omega_K}, \quad (47)$$

$$M_{Ky} = -f_K N \sin \mu_{\omega_K}, \quad (48)$$

$$\mu_{\omega_K} = \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega_y}{\omega_x} \right), \quad (49)$$

где f_K - расстояние от границы заглабления зерна до его центра мгновенного вращения (точки контакта K) (рис. 1);

μ_{ω_K} - угол между направлением перекатывания зерна (касательной составляющей вектора угловой скорости) и осью K_0X системы координат рабочей поверхности;

N - реакция опоры, вычисляемая с помощью (9).

На приведенной схеме Δh есть глубина вдавливания твёрдого зерна в мягкую рабочую поверхность. При этом т. K_u , от которой отмеряется плечо действия реакции опоры N относительно мгновенного центра вращения K , лежит в точке проведения касательной, которая параллельна вектору угловой скорости перекатывания зерна (вектору касательной составляющей угловой скорости вращения $\vec{\omega}_K$), к линии контура его вдавливания в рабочую поверхность. Контур вдавливания имеет вид эллипса, который образован сечением эллипсоида зерна плоскостью, проходящей параллельно рабочей поверхности на высоте заглабления Δh относительно т. K . Т. K , являясь мгновенным центром вращения, имеет для рассматриваемого зерна наименьшую по значению координату Z в системе координат рабочей поверхности.

Направление перекатывания тела относительно рабочей поверхности определяем путём проведения оси, перпендикулярной к вектору касательной составляющей угловой скорости вращения $\vec{\omega}_K$. При расчётах направление перекатывания зерна зададим с помощью угла μ_{ω_K} , который имеет вектор $\vec{\omega}_K$ по отношению к оси X системы координат рабочей поверхности. Направление момента сопротивления качению \vec{M}_K противоположно направлению вектора касательной составляющей угловой скорости вращения $\vec{\omega}_K$.

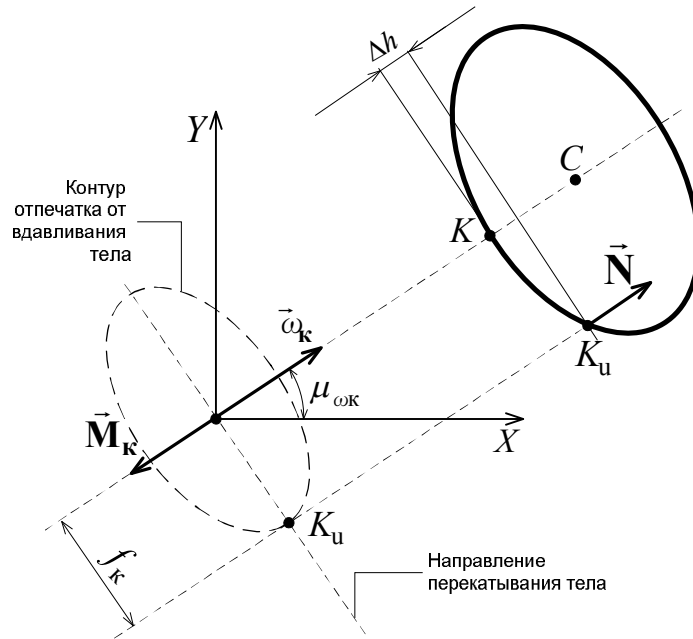


Рисунок 1. Расчётная схема для оценки момента сопротивлению качения

Плечо f_k , которое используется в выражениях (47), (48) при оценке величины момента сопротивления качению, вычисляем на основании тригонометрических соотношений между характеристиками сечения эллипсоида зерна при его вдавливании в мягкую рабочую поверхность и качении (рис. 2).

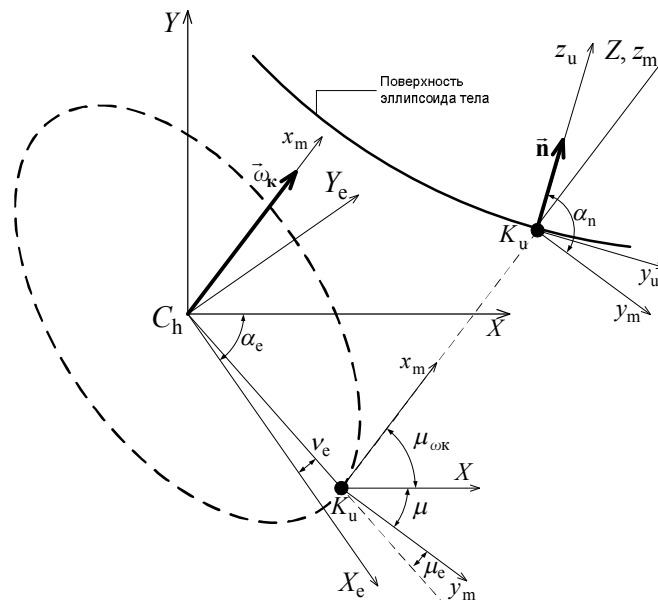


Рисунок 2. Характеристики сечения эллипсоида зерна при его вдавливании в мягкую рабочую поверхность и качении

При рассмотрении качения и вдавливания зерна эллипсоидной формы в рабочую поверхность учитываем следующие характеристики. Рассматриваем системы координат: XYZ , которая связана с рабочей поверхностью; $X_e Y_e Z_e$,

которая связана с эллипсом сечения зерна и оси которой совпадают с полуосями эллипса; $x_m y_m z_m$, ось x_m которой параллельна вектору касательной составляющей угловой скорости $\vec{\omega}_k$, а ось y_m задаёт направление давления зерна на кромку следа его вдавливания; $x_u y_u z_u$, ось z_u которой совпадает с нормалью к поверхности эллипсоида рассматриваемого зерна в т. K_u . Т. C_h является центром эллипса, который образован путём сечения эллипсоида зерна плоскостью, параллельной плоскости рабочей поверхности и проходящей выше т. K на величину Δh . Система координат $X_e Y_e Z_e$, связанная с сечением зерна, повернута относительно системы координат рабочей поверхности на угол α_e путём её поворота вокруг оси Z . Систему координат $x_m y_m z_m$ получаем путём поворота системы координат рабочей поверхности на угол $\mu_{ок}$ относительно оси Z .

С учётом введённых характеристик сечения и соотношений между ними величину f_k рассчитываем как:

$$f_k = |C_h K_u| \cdot \cos(\mu_e - \nu_e), \quad (50)$$

$$|C_h K_u| = \sqrt{a_e^2 \cos^2 \nu_e + b_e^2 \sin^2 \nu_e}, \quad (51)$$

где $|C_h K_u|$ - расстояние между центром эллипса сечения зерна и точкой приложения реакции опоры N ;

a_e, b_e - полуоси эллипса сечения зерна;

ν_e - угол между направлением большей полуоси эллипса и отрезком $|C_h K_u|$;

μ_e - угол между направлением давления зерна на кромку его следа, при вдавливании в рабочую поверхность, и отрезком $|C_h K_u|$. Направление давления зерна на кромку его следа определяем как перпендикуляр к касательной составляющей вектора вращения $\vec{\omega}_k$.

Величины углов ν_e и μ_e рассчитываем с помощью выражений:

$$\mu_e = \mu - \alpha_e, \quad (52)$$

$$\mu = \frac{\pi}{2} - \mu_{ок}, \quad (53)$$

$$\nu_e = \arctg\left(\frac{b_e}{a_e} \operatorname{tg} \mu_e\right), \quad (54)$$

где μ - угол между осью y_m и осью X системы координат рабочей поверхности;

α_e - угол поворота вокруг оси Z осей системы координат рабочей поверхности до их совмещения с осями системы координат $X_e Y_e Z_e$.

Величины α_e, a_e и b_e рассчитываем с помощью следующих выражений:

$$\alpha_e = \arctg \left(\frac{c_{kn} - a_{kn} + \sqrt{(c_{kn} - a_{kn})^2 - 4b_{kn}^2}}{2b_{kn}} \right), \quad (55)$$

$$a_e = \sqrt{\frac{\Delta_{kn}}{a_1 \delta_{kn}}}, \quad (56)$$

$$b_e = \sqrt{\frac{\Delta_{kn}}{a_2 \delta_{kn}}}, \quad (57)$$

$$a_1 = \frac{a_{kn} + c_{kn} + \sqrt{(a_{kn} - c_{kn})^2 + 4b_{kn}^2}}{2}, \quad (58)$$

$$a_2 = \frac{a_{kn} + c_{kn} - \sqrt{(a_{kn} - c_{kn})^2 + 4b_{kn}^2}}{2}, \quad (59)$$

$$\Delta_{kn} = a_{kn} c_{kn} f_{kn} + b_{kn} e_{kn} d_{kn} + d_{kn} b_{kn} e_{kn} - d_{kn}^2 c_{kn} - e_{kn}^2 a_{kn} - b_{kn}^2 f_{kn}, \quad (60)$$

$$\delta_{kn} = a_{kn} c_{kn} - b_{kn}^2, \quad (61)$$

$$a_{kn} = \frac{l_1^2}{b^2} + \frac{l_2^2}{a^2} + \frac{l_3^2}{c^2}, \quad (62)$$

$$b_{kn} = \frac{l_1 m_1}{b^2} + \frac{l_2 m_2}{a^2} + \frac{l_3 m_3}{c^2}, \quad (63)$$

$$c_{kn} = \frac{m_1^2}{b^2} + \frac{m_2^2}{a^2} + \frac{m_3^2}{c^2}, \quad (64)$$

$$d_{kn} = (\Delta h - z_k) \cdot \left(\frac{l_1 n_1}{b^2} + \frac{l_2 n_2}{a^2} + \frac{l_3 n_3}{c^2} \right), \quad (65)$$

$$e_{kn} = (\Delta h - z_k) \cdot \left(\frac{m_1 n_1}{b^2} + \frac{m_2 n_2}{a^2} + \frac{m_3 n_3}{c^2} \right), \quad (66)$$

$$f_{kn} = (\Delta h - z_k) \cdot \left(\frac{n_1^2}{b^2} + \frac{n_2^2}{a^2} + \frac{n_3^2}{c^2} \right) - 1, \quad (67)$$

где l_1, l_2, \dots, n_3 - направляющие косинусы осей собственной системы координат зерна (эллипсоида) относительно осей системы координат рабочей поверхности; Δh - заданная величина заглубления твёрдого зерна в рабочую поверхность; z_k - аппликата точки K - мгновенного центра вращения зерна в рассматриваемый момент времени t в системе координат рабочей поверхности; a, b, c - полуоси эллипсоида, который является моделью формы зерна. Полуоси откладываются вдоль главных осей инерции зерна.

Проекция радиус-вектора \vec{R}_C в системе координат рабочей поверхности рассчитываем с помощью следующих выражений:

$$R_{Cx} = -x'_K l_1 - y'_K l_2 - z'_K l_3, \quad (68)$$

$$R_{Cy} = -x'_K m_1 - y'_K m_2 - z'_K m_3, \quad (69)$$

$$R_{Cz} = -x'_K n_1 - y'_K n_2 - z'_K n_3, \quad (70)$$

где x'_K, y'_K, z'_K - координаты точки контакта (мгновенного центра вращения) зерна с рабочей поверхностью в собственной системе координат. Точка контакта K определяется как та дискретная точка тела, при заданном шаге разбивки эллипсоида на дискретные участки, которая на текущий момент времени t имеет наименьшее значение координаты по оси Z в системе координат рабочей поверхности. Пересчёт координат установленных дискретных точек разбивки поверхности эллипсоида из собственной системы координат $X'Y'Z'$ в систему координат рабочей поверхности XYZ осуществляется аналогично пересчёту координат радиус-вектора \vec{R}_C :

$$x_{lm} = x'_{lm} l_1 + y'_{lm} l_2 + z'_{lm} l_3, \quad (71)$$

$$y_{lm} = x'_{lm} m_1 + y'_{lm} m_2 + z'_{lm} m_3, \quad (72)$$

$$z_{lm} = x'_{lm} n_1 + y'_{lm} n_2 + z'_{lm} n_3, \quad (73)$$

где x_{lm}, y_{lm}, z_{lm} - координаты точки поверхности зерна, которая установлена путём пересечения l -го меридиана и m -ой параллели, в системе координат рабочей поверхности;

$x'_{lm}, y'_{lm}, z'_{lm}$ - координаты соответствующей точки поверхности зерна в его собственной системе координат $X'Y'Z'$.

Значения координат точек разбивки поверхности зерна в его собственной системе координат рассчитываем с помощью следующих выражений:

$$x'_{lm} = l_{lm} \cdot a \cdot b \cdot c \cdot A_1, \quad (74)$$

$$y'_{lm} = m_{lm} \cdot a \cdot b \cdot c \cdot A_1, \quad (75)$$

$$z'_{lm} = n_{lm} \cdot a \cdot b \cdot c \cdot A_1, \quad (76)$$

$$A_1 = \sqrt{\frac{1}{a^2 c^2 l_{lm}^2 + b^2 c^2 m_{lm}^2 + a^2 b^2 n_{lm}^2}}, \quad (77)$$

$$l_{lm} = \cos[(l-1)\Delta\xi] \cdot \sin[(m-1)\Delta\zeta], \quad (78)$$

$$m_{lm} = \sin[(l-1)\Delta\xi] \cdot \sin[(m-1)\Delta\zeta], \quad (79)$$

$$n_{lm} = -\cos[(m-1)\Delta\zeta], \quad (80)$$

где l, m - номера индексов, определяющих меридиан и параллель, с помощью которых осуществлена разбивка поверхности эллипсоида на дискретные участки;

$\Delta\xi, \Delta\zeta$ - угловой шаг разбивки зерна по долготе и широте, соответственно;

l_{lm}, m_{lm}, n_{lm} - направляющие косинусы радиус-векторов, проведённых из центра массы зерна в дискретную точку на поверхности, которая образована пересечением l -го меридиана и m -ой параллели.

Висновки. Выражения (4) – (80), приведенные выше, являются в своей совокупности математической моделью безотрывного движения зерна по наклонной вибрирующей поверхности.

Список литературы

1. Лукьяненко, В.М. Математическое моделирование вибросепарирования семенных смесей на неперфорированных поверхностях [Текст] / В.М. Лукьяненко // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник наук. пр. ХНТУСГ. – Харків., 2014. – Вип. 148. – С. 342 -349.
2. Манчинський, Ю.О. Обґрунтування параметрів розділення насіннєвих сумішей на віброуючій поверхні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д - ра техн. наук / Ю.О. Манчинський.– К., 2000. – 35 с.
3. Лукьяненко, В.М. Способ численного решения системы уравнений безотрывного движения изолированного тела по наклонной вибрирующей поверхности [Текст] В.М. Лукьяненко // Журн. «Вібрації в техніці та технологіях». - 2012. – № 3 (67). – С. 48 - 53.

Анотація

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БЕЗВІДРИВНОГО РУХУ ІЗОЛЬОВАНОГО НАСІННЯ ПО ПОХИЛІЙ ВІБРУЮЧІЙ ПОВЕРХНІ

Тіщенко Л.М., Лук'яненко В.М.

Наведено результати математичного моделювання безвідривного руху ізольованих насінин по сепаруючій поверхні вібраційних насіннеочисних машин.

Abstract

MATHEMATICAL MODEL OF AN ISOLATED SEEDS UNSEPARATED FROM THE SLOPE OF THE VIBRATING SURFACE

L. Tishchenko, V. Lukyanenko

The results of mathematical modeling of unseparated movement of seeds isolated by separating surface vibration seed-cleaning machines.

Рецензент: д.т.н., професор Завгородній О.І.