МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ХАРЧУВАННЯ
ТА ТОРГІВЛІ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ
для самостійної роботи студентів
Модуль № 4: «Визначений інтеграл», «Невласні інтеграли»
«Диференціальні рівняння»

Напрям підготовки: 6.050502 “Інженерна механіка”

Харків 2010

Рекомендовано до видання
кафедрою вищої математики,
протокол №7
від 17 лютого 2010 р.

Схвалено науково-методичною
комісією факультету обладнання
та технічного сервісу
протокол №7
від 29 березня 2010 р.

Рецензент: В.В. Полевич, д-р техн. наук, проф.

ЗМІСТ

1. ПЕРЕДМОВА

Відповідно Болонському процесу кредитно-модульна система організації навчального процесу у вузах нашої країни з кожної навчальної дисципліни передбачає два модульних (проміжних) контролі протягом семестру, а потім семестровий (підсумковий) контроль у формі або екзамену, або заліку в обсязі того навчального матеріалу, який визначений робочою програмою.

В зв'язку з цим як у європейську практику вищої школи надійно увійшло використання тестів у навчальному процесі, так і в Україні широко розповсюджується, а в Харківському державному університеті харчування та торгівлі набирає сили виконання тестових завдань.

У ході цього процесу розвиваються і уявлення про призначення та можливості тестів, і форми тестів, і формати завдань.

Математика як навчальна дисципліна має цілком істотно певні специфічні особливості і складання комплексів тестових завдань з математичних курсів є не зовсім простим завданням. Необхідні нові методичні розробки для організації самостійної роботи студентів по підготовці до проміжних контролів, яких на факультеті обладнання і технічного сервісу передбачається вісім.

Запропоновані методичні вказівки спрямовані якраз на усунення цього недоліку і містять тематичні завдання по підготовці до виконання модуля №4 і складаються з ретельно підібраних для кожної теми завдань з таких розділів вищої математики *:*

1) «Визначений інтеграл»;
2) «Невласні інтеграли»;
3) «Диференціальні рівняння»

Методичні вказівки містять теоретичний довідковий матеріал, до якого можна звертатися як на початку роботи з тестами, так і в процесі розв'язування завдань. Цей же теоретичний матеріал також сприятиме систематизації знань і при підготовці до підсумкового контролю знань.

2. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ

2.1 Поняття визначеного інтегралу.

Нехай функція $f(x)$ визначена на відрізку $[a,b]$ і нехай $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_i < x_{i+1} < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ є довільне розбиття цього відрізку на n частинних відрізків $[x_{i-1}, x_i], i = \overline{1,n}$. Виберемо на кожному відрізку $[x_{i-1}, x_i]$ довільну точку ξ_i і утворимо суму:

$I_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$, де $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Число I_n називається **інтегральною сумою функції** $f(x)$, що відповідає даному розбиттю відрізку $[a,b]$ і вибору точок ξ_i. Позначимо $\lambda = \max \Delta x_i, i = \overline{1,n}$. Якщо існує границя інтегральної суми I_n при $\lambda \to 0$, яка не залежить ні від способу розбиття відрізку $[a,b]$, ні від вибору точок ξ_i, то ця границя називається визначеним інтегралом функції $f(x)$ на відрізку $[a,b]$ і позначається $\int_a^b f(x)dx$. Тобто, $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$. Число a називається **нижньою**, а число b - **верхньою** межею визначеного інтегралу. Якщо інтеграл $\int_a^b f(x)dx$ існує, то функція називається інтегровною на ньому. Неперервна функція завжди інтегровна. Якщо $\lambda \to 0$, то $n \to \infty$.

Геометрична інтерпретація визначеного інтегралу. Якщо $f(x) \ge 0$ на проміжку $[a,b]$, то інтеграл $\int_a^b f(x)dx \; (a < b)$ представляє собою **площу криволінійної трапеції** – фігури, що обмежена лінією $y = f(x)$, прямими $x = a$ і $x = b$, віссю OX (рис.1)

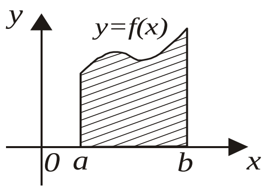

Рис.1

Основні властивості визначеного інтегралу:

1) $\int_a^a f(x)dx = 0$;

2) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$;

3) якщо $f(x)$ і $g(x)$ інтегровані на $[a,b], \alpha$ і $\beta - const$, то

$\int_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx$.

Якщо $F(x)$ - первісна для $f(x)$ на $[a,b]$, то для обчислення визначеного інтегралу маємо **формулу Ньютона-Лейбниця**

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Основними методами обчислення визначеного інтегралу є інтегрування частинами і метод заміни змінної.

Якщо $u = u(x)$ і $v = v(x)$ є неперервно диференційовні функції на відрізку $[a,b]$, то справедлива **формула інтегрування частинами:**

$$\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu.$$

Заміна змінної у визначеному інтегралі:

$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$, де $x = \varphi(t)$ („підстановка”)- функція, що є неперервною разом зі своєю похідною $\varphi'(t)$ на відрізку $[\alpha,\beta], \varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b, f[\varphi(t)]$ - неперервна на $[\alpha,\beta]$. Суттєвим є те, що замінивши змінну у визначеному інтегралі треба відшукати і нові межі інтегрування.

Наведемо короткий огляд деяких **застосувань визначеного інтегралу**.

1. **Обчислення площ плоских фігур**:

а) площа фігури, що обмежена кривими $y = f_1(x)$ і $y = f_2(x)\left(f_1(x) \le f_2(x)\right)$ і прямими $x = a$ і $x = b$, обчислюється за формулою:

$$S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx;$$

б) якщо крива задана параметричними рівняннями: $x = x(t), y = y(t), t_1 \le t \le t_2$, то площа відповідної криволінійної трапеції обчислюється за формулою:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt.$$

в) якщо крива задана рівнянням в полярних координатах $\rho = \rho(\varphi)$, то площа сектора *AOB* (рис. 2) обмеженого дугою кривої і двома полярними радіусами *OA* і *OB*, що відповідають значенням полярного кута φ_1 і φ_2, виразиться інтегралом: $S = \frac{1}{2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [\rho(\varphi)]^2 d\varphi$.

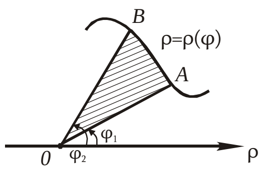

Рис.2

2. **Довжина *l* плоских кривих** обчислюється за формулою:

а) якщо крива задана рівнянням $y = f(x), a \le x \le b$, то

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2}dx;$$

б) при параметричному заданні кривої $x = x(t), y = y(t),\ t_1 \le t \le t_2$:

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}dt;$$

в) якщо крива задана в полярних координатах $\rho=\rho(\varphi)$, $\varphi_1\le\varphi\le\varphi_2$, то
$l=\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sqrt{\rho^2+(\rho')^2}\,d\varphi$

3. Площа поверхні обертання

Якщо дуга кривої $y=f(x), a\le x\le b$ обертається навколо осі абсцис, то площа поверхні обертання обчислюється за формулою:

$$S=2\pi\int\limits_a^b y\sqrt{1+(y')^2}\,dx.$$

Якщо крива задана параметричними рівняннями $x=x(t)$, $y=y(t)$, то

$$S=2\pi\int\limits_{t_2}^{t_1} y(t)\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}\,dt,$$

де t_1 і t_2 - значення параметра t, що відповідає кінцям дуги, що обертається.

4. Об'єм тіла обертання

а) об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Ox криволінійної трапеції, обмеженої кривою $y=f(x)$, відрізками прямих $x=a$ і $x=b$ і віссю Ox, визначається формулою:

$$V_X=\pi\int\limits_a^b y^2dx;$$

або $V_X=\pi\int\limits_{t_1}^{t_2}(y(t))^2x'(t)dt$, якщо крива задана параметрично.

б) об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Oy криволінійної трапеції, обмеженої кривою $x=\varphi(y)$, відрізками прямих $y=c$ і $y=d$ і віссю Oy, визначається формулою:

$$V_Y=\pi\int\limits_c^d x^2dy$$

або $V_y=\pi\int\limits_{t_1}^{t_2}(x(t))^2y'(t)dt$, якщо крива задана параметрично.

5. Маса матеріального стрижня

Якщо матеріальний стрижень довжиною l має лінійну густину $\rho=\rho(x)$, то його маса обчислюється за формулою:

$$m=\int\limits_0^l \rho(x)dx.$$

6. Обчислення пройденого шляху за швидкістю

Якщо $v=v(t)$ - швидкість руху матеріальної точки вздовж деякої прямої, то шлях S, який проходить ця точка за проміжок часу $[t_1,t_2]$, визначається формулою:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt\,.$$

7. Робота змінної сили

Нехай під дією сили $F = f(x)$ матеріальна точка рухається в напрямку осі Ox. Робота цієї сили на відрізку шляху $[a,b]$ обчислюється за формулою

$$A = \int_a^b f(x)dx\,.$$

Наприклад, необхідно обчислити роботу, яку треба затратити, щоб розтягнути пружину на l см, якщо відомо, що для подовження її на 1см прикладається сила в 1кН.

Тоді згідно закону Гука сила F, яка розтягує пружину, пропорціональна її розтяганню, тобто $F = kx$, де x - розтягання пружини в метрах, k- коефіцієнт пропорціональності. Оскільки за умовою при $x = 0{,}01$м сила $F = 1$кН., то із рівності $1 = 0{,}01$к і $F = 100x$, одержуємо: $k = 100$. Отже, шукана робота знаходиться таким чином

$$A = \int_0^{\frac{l}{100}} 100xdx = 50x^2\Big|_0^{\frac{l}{100}} = 50\frac{l^2}{10000} = \frac{l^2}{200}\ \text{(кДж)}.$$

8. Статичні моменти та центр тяжіння дуги плоскої однорідної кривої.

а) статичні моменти M_x і M_y дуги плоскої кривої $y = f(x)$ $(a \le x \le b)$, що з'єднує точки $A(a, f(a))$ і $B(b, f(b))$, відносно осей Ox і Oy обчислюються за формулами

$$M_x = \int_A^B yds = \int_a^b y\sqrt{1 + (y')^2}dx\,,$$

$$M_y = \int_A^B yds = \int_a^b x\sqrt{1 + (y')^2}dx\,,$$

де $ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$ - диференціал дуги.

б) координати центру тяжіння $Ц(x_c, y_c)$ дуги обчислюються так:

$$x_c = \frac{M_y}{l} = \frac{\int\limits_a^b x\sqrt{1+(y')^2}\,dx}{\int\limits_a^b \sqrt{1+(y')^2}\,dx},$$

$$y_c = \frac{M_x}{l} = \frac{\int\limits_a^b y\sqrt{1+(y')^2}\,dx}{\int\limits_a^b \sqrt{1+(y')^2}\,dx},$$

де l - довжина дуги AB.

9. Моменти та центр тяжіння однорідної криволінійної трапеції.

а) статичні моменти M_x і M_y криволінійної трапеції, обмеженої кривою $y = f(x)$, віссю Ox і відрізках прямих $x = a$ і $x = b$, обчислюються за формулами

$$M_x = \frac{1}{2}\int\limits_a^b y^2 dx,\; M_y = \int\limits_a^b xydx;$$

б) координати центру тяжіння цієї ж трапеції обчислюються так:

$$x_c = \frac{M_y}{S} = \frac{\int\limits_a^b xydx}{\int\limits_a^b ydx},$$

$$y_c = \frac{M_y}{S} = \frac{\frac{1}{2}\int\limits_a^b y^2 dx}{\int\limits_a^b ydx},$$

де S - площа трапеції.

Якщо крива $y = f(x)$ задана параметричними рівняннями $x = x(t)$, $y = y(t)$ $(\alpha \le t \le \beta)$, тоді у наведених формулах будемо мати.

$\sqrt{1+(y')^2}\,dx = \sqrt{(x't)^2 + (y't)^2}\,dt$, $dx = x'(t)dt$.

2.2 Невласні інтеграли.

Якщо проміжок інтегрування нескінченний або підінтегральна функція необмежена на проміжку інтегрування, то говорять про **невласні інтеграли**, які є узагальненням визначеного інтегралу для цих випадків.

Невласні інтеграли є двох типів:
а) **з нескінченними межами;**
б) **від необмежених функцій**.

Невласний інтеграл $\int_a^{\infty} f(x)dx$ визначається за допомогою **граничного переходу:**

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{b\to\infty} \int_a^{b} f(x)dx .$$

Якщо границя існує і скінченна, то невласний інтеграл називається **збіжним**, а інакше – **розбіжним**. Аналогічно визначаються інтеграли $\int_{-\infty}^{b} f(x)dx$ і $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$. Нехай $F(x)$ - первісна для $f(x)$ на проміжку, що розглядається, то

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{b\to\infty} \int_a^{b} f(x)dx = \lim_{b\to\infty}[F(b)-F(a)] .$$

Нехай функція $y = f(x)$ визначена на напівінтервалі $[a,b)$, інтегрована на відрізку $[a,b-\varepsilon)]$, де $a<\varepsilon<b-a$ і $\lim\limits_{x\to b-0} f(x)=\infty$. Тоді інтеграл $\int_a^{b} f(x)dx$ називають **невласним інтегралом від необмеженої функції** і визначають за допомогою граничного переходу:

$$\int_a^{b} f(x)dx = \lim_{\varepsilon\to 0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx .$$

Якщо границя існує і скінченна, то говорять, що інтеграл збігається, а якщо ж границя нескінченна або не існує, то інтеграл розбігається.

У випадку, коли $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)=\infty$, то невласний інтеграл $\int_a^{b} f(x)dx$ розглядається як $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} \int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)dx$.

2.3 Диференціальні рівняння.

Диференціальним рівнянням називається рівняння, яке зв'язує невідому (шукану) функцію, її похідні і незалежні змінні. Якщо функція, що входить в рівняння, залежить від однієї незалежної змінної, то рівняння називається **звичайним диференціальним рівнянням**. Порядок старшої похідної, що входить в дане рівняння, називається **порядком рівняння**. **Звичайне диференціальне рівняння *n*-го порядку** має вид: $F(x, y(x), y'(x),\ldots, y^{(n)}(x)) = 0$. Будь-яка функція $y=\varphi(x)$, що задовольняє диференціальне рівняння, тобто перетворює його в тотожність, називається **розв'язком** цього рівняння. Вираз $\Phi(x,y)=0$, який неявно задає розв'язок рівняння, називається **інтегралом** цього рівняння. Графік розв'язку диференціального рівняння називається його **інтегральною кривою**. Процес знаходження розв'язку диференціального рівняння називається його інтегруванням.

Загальним розв'язком, або **загальним інтегралом** диференціального рівняння називають такий його розвязок $y=\varphi(x,C_1,C_2,\dots,C_n)$ або $\Phi(x,y,C_1,C_2,\dots,C_n)=0$, який містить таку кількість довільних сталих $C_1,C_2,\dots,C_n$, яка дорівнює порядку цього рівняння. Будь-який розв'язок диференціального рівняння, який дістаємо із загального розв'язку, якщо надаємо певні значення довільним сталим, називається його **частинним розв'язком**.

Загальний вид **диференціального рівняння першого порядку** є таким:

$$F(x,y,y')=0 \text{ (або } P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0\text{)}.$$

Якщо це рівняння можна розв'язати відносно похідної, то воно набуває вигляду:

$$y'=f(x,y).$$

Задача, в якій необхідно знайти розв'язок рівняння $y'=f(x,y)$, що задовольняє **початкову умову** $y(x_0)=y_0$ (або $y\big|_{x=x_0}=y_0$), називається **задачею Коші**. Розв'язок задачі Коші називається **частинним розв'язком** диференціального рівняння. **Загальним розв'язком** диференціального рівняння першого порядку є функція $y=\varphi(x,C)$, яка геометрично визначає на площині сім'ю інтегральних кривих, що залежить від параметру C. Суть розв'язання задачі Коші полягає в тому, що необхідно найти криву, яка проходить через задану точку (x_0,y_0).

Диференціальне рівняння першого порядку називається **рівнянням з відокремлюваними змінними**, якщо воно може звестися до виду:

а) $y'=f_1(x)f_2(y)$; (*)

б) $P_1(x)Q_1(y)dx+P_2(x)Q_2(y)dy$ (**)

Рівняння (*) можна переписати

$$\frac{dy}{dx}=f_1(x)f_2(y)$$

і в припущенні, що $f_2(y)\neq 0$ розділити обидві частини цієї рівності на $f_2(y)$. Тоді матимемо рівняння $\frac{dy}{f_2(y)}=f_1(x)dx$, в якому змінні відокремлені.

Інтегруючи його, одержимо загальний інтеграл рівняння

$$\int\frac{dy}{f_2(y)}=\int f_1(x)dx+C.$$

Рівняння (**) за умови $Q_1(y)P_2(x)\neq 0$ зводиться таким же чином до рівняння

$$\frac{P_1(x)}{P_2(x)}dx+\frac{Q_1(y)}{Q_2(y)}dy=0.$$

Інтегруючи обидві частини цієї рівності одержимо загальний інтеграл рівняння у вигляді

$$\int\frac{P_1(x)}{P_2(x)}dx+\int\frac{Q_1(y)}{Q_2(y)}dy=C.$$

Однорідним диференціальним рівнянням першого порядку називається рівняння, яке можна записати у вигляді $y' = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ або $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$, де $P(x,y)$ і $Q(x,y)$ - **однорідні функції** одного і того ж порядку n, тобто $P(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n P(x,y), Q(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n Q(x,y)$. Шляхом заміни $\frac{y}{x} = u(x)$, де $u = u(x)$ - невідома функція, це рівняння зводиться до рівняння з відокремлюваними змінними. Оскільки $y = ux$, то $y' = u + xu'$. Підставимо ці вирази в рівняння. Тоді $u + xu' = \varphi(u)$ або $xu' = \varphi(u) - u$. Відокремлюючи змінні та інтегруючи, одержимо загальний інтеграл рівняння

$$\int \frac{du}{\varphi(u) - u} = \ln|x| + \ln|C|.$$

При відокремленні змінних ділили на $\varphi(u) - u$ в припущенні, що $\varphi(u) - u \neq 0$. Якщо ж існує таке значення u_0, при якому $\varphi(u_0) - u_0 = 0$, то ми маємо ще один розв'язок $u = u_0$ або $y = xu_0$.

Лінійним диференціальним рівнянням першого порядку називається рівняння виду

$$y' + p(x)y = q(x),$$

де $p(x), q(x)$ - задані неперервні функції. Одним із методів інтегрування цього рівняння є **метод Бернуллі.** Загальний розв'язок при цьому розшукують у вигляді добутку двох невідомих функцій $u = u(x), v = v(x)$. Тобто у вигляді $y = uv$. Звідси $y' = u'v + v'u$.

Початкове рівняння перетвориться до виду $u'v + v'u + p(x)uv = q(x)$ або $u'v + u[v' + p(x)v] = q(x)$.

За функцію $v(x)$ вибирають будь-яку функцію, яка анулює вираз в квадратних дужках, тобто розв'язують рівняння з відокремлюваними змінними: $v' + p(x)v = 0 \Rightarrow v = e^{-\int p(x)dx}dx$ ($c = 0$, тому що v- будь-який частинний розв'язок останнього рівняння). Початкове рівняння після цього набуває вигляду $u'v = q(x)$ або $u' = q(x)e^{\int p(x)dx}$, звідки $u = \int q(x)e^{\int p(x)dx}dx + C$. Остаточно

$$y = uv = \left(\int q(x)e^{\int p(x)dx}dx + C\right)e^{-\int p(x)dx}.$$

При інтегруванні конкретного рівняння останньою формулою, як правило, не користуються, а послідовно виконують всі дії за вказаною схемою. За цією схемою інтегрують і **нелінійне рівняння Бернуллі**:

$y' + p(x)y = q(x)y^m \quad (m \neq 0, m \neq 1)$.

Зупинимось на деяких типах рівнянь **другого порядку** $F(x, y, y', y'') = 0$, які інтегруються **методом зниження порядку.**

1. $y'' = f(x)$.

Розв'язок цього рівняння розшукуємо шляхом послідовного інтегрування.

$$y' = \int f(x)dx + C_1; \; y = \int\left(\int f(x)dx + C_1\right)dx + C_2.$$

2. Рівняння, що не містить явно шукану функцію: $F(x, y', y'') = 0$. Зниження порядку такого рівняння досягається введенням нової шуканої функції $p(x) = y',\ p'(x) = y''$. І рівняння набуває вигляду $F(x, p, p') = 0$, а це уже рівняння першого порядку.
3. Рівняння, що не містить явно незалежну змінну x: $F(y, y', y'') = 0$. В цьому випадку за нову функцію беремо $p(y) = y'$, а за нову незалежну змінну: y. Тоді $y'' = \frac{dp}{dy}\frac{dy}{dx} = p'p$. Така заміна змінних приводить до диференціального рівняння першого порядку: $F(y, p, p'p) = 0$.

Лінійним однорідним рівнянням другого порядку зі сталими коефіцієнтами називається рівняння виду $y'' + py' + qy = 0$, де p і q - дійсні числа. Для його розв'язання складають характеристичне рівняння $k^2 + pk + q = 0$ і знаходять його корені k_1 і k_2. Загальний розв'язок $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ рівняння має вид:
а) $y_{з.о.} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$, якщо корені дійсні і різні ($k_1 \neq k_2$).
б) $y_{з.о.} = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx} = e^{kx}(C_1 + xC_2)$, якщо корені кратні ($k_1 = k_2 = k$).
в) $y_{з.о.} = e^{\alpha x}(C_1 \cos\beta x + C_2 \sin\beta x)$, якщо корені комплексно-спряжені $k_{1,2} = \alpha \pm \beta i, (i^2 = -1, i = \sqrt{-1})$.

Лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку зі сталими коефіцієнтами називається рівняння виду $y'' + py' + qy = f(x)$, де $f(x)$ - задана функція.
Рівняння $y'' + py' + qy = 0$ називається відповідним йому однорідним рівнянням.

Структура загального розв'язку неоднорідного рівняння така: $y_{з.н.} = y_{з.о.} + y_{ч.н.}$, де $y_{з.н.}$ - загальний розв'язок неоднорідного рівняння; $y_{з.о.}$ - **загальний_розв'язок відповідного однорідного рівняння**; $y_{ч.н.}$ - **який-небудь частинний розв'язок початкового неоднорідного рівняння,** який залежить від виду функції $f(x)$.
Розглянемо окремі випадки виду правої частини $f(x)$.
1. $f(x) = P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$.
Тоді частинний розв'язок слід шукати у вигляді:
$y_{ч.н.} = Q_n(x) x^r$,
де $Q_n(x)$ - многочлен з невідомими коефіцієнтами то ж степеня, що й многочлен $P_n(x), r$ - число коренів характеристичного рівняння, які дорівнюють нулю.
2. $f(x) = ae^{\alpha x}$.
Тоді $y_{ч.н.} = Ae^{\alpha x} x^r$, де A - невідомий коефіцієнт, r - число коренів характеристичного рівняння, що дорівнюють α.
3. $f(x) = P_n(x) e^{\alpha x}$
Частинний розв'язок неоднорідного рівняння має вигляд
$y_{ч.н.} = Q_n(x) e^{\alpha x} x^r$,

де $Q_n(x)$- многочлен з невідомими коефіцієнтами того ж степеня, що й многочлен $P_n(x)$, r - число коренів характеристичного рівняння, що дорівнюють α.

4. $f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x$.

Частинний розв'язок неоднорідного рівняння шукаємо у вигляді $y_{ч.н.} = (A\cos\beta x + B\sin\beta x)x^r$, де A і B - невідомі коефіцієнти, r - кратність кореня $\pm\beta_i$ в характеристичному рівнянні, що дорівнюють β_i.

Невизначені коефіцієнти знаходяться із системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яку одержуємо із умов рівності коефіцієнтів подібних членів в правій і лівій частинах неоднорідного рівняння після підстановки в нього $y_{ч.н.}$ замість y.

3. ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ
3.1. Визначений інтеграл

Завдання № 1

Властивості визначеного інтеграла

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$\int_2^3 f(x)dx = 5$, $B = \int_3^2 f(x)dx$	B
2.	$\int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx = 2$, $B = \int_2^4 f(x)dx$, $f(x)$ інтегровна на $[2;4]$	B
3.	$A = \int_{-2}^{2} f(x)dx$, де $f(x)$ – непарна функція	A
4.	$\int_{-3}^{-1} f(x)dx = 2$, $B = \int_{-1}^{3} f(x)dx$	B
5.	$\int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = 3$, $B = \int_3^1 f(x)dx$, $f(x)$ інтегровна на $[1;3]$	B
6.	$A = \int_{-3}^{3} f(x)dx$, де $f(x)$ – непарна функція	A
7.	$\int_2^4 f(x)dx = -4$, $B = \int_4^2 f(x)dx$	B
8.	$A = \int_2^2 f(x)dx$	A
9.	$\int_{-2}^{0} f(x)dx = 1$, $B = \int_0^{-2} f(x)dx$	B
10.	$\int_2^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = 7$, $B = \int_2^5 f(x)dx$, $f(x)$ інтегровна на $[2;5]$	B

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$\int\limits_0^3 f(x)dx = 2$, де $f(x)$ – парна функція, $B = \int\limits_{-3}^{3} f(x)dx$	B
12.	$\int\limits_1^2 f(x)dx + \int\limits_2^4 f(x)dx = 8$, $B = \int\limits_4^1 f(x)dx$, $f(x)$ інтегровна на $[1;4]$	B
13.	$\int\limits_2^0 f(x)dx = 3$, $B = \int\limits_0^2 f(x)dx$	B
14.	$A = \int\limits_{-1}^{1} (arctgx)^{99} dx$	A
15.	$\int\limits_a^b f(x)dx = 2$, $B = 2\int\limits_a^a f(x)dx + \int\limits_b^a f(x)dx$	B
16.	$A = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^{11} \sin^{10} x dx + 5$	A
17.	$A = \int\limits_{-2}^{2} \left(100x^5 - 101x^3 + 102x\right)dx$	A
18.	$A = \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(x^{10} \sin^{11} x\right)dx$	A
19.	$\int\limits_a^b f(x)dx = 3$, $B = -3\int\limits_b^a f(x)dx + \int\limits_b^b f(x)dx$	B
20.	$A = \int\limits_{-1}^{1} (\sin x)^{17} dx - 1$	A

Завдання № 2

Обчислення визначеного інтеграла

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{2\pi}{3}} 2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)dx$	Знайти *A*
2.	$A=\int\limits_{1}^{8}\left(2x-\frac{\sqrt[3]{x}}{x}\right)dx$	Знайти *A*
3.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{4}}\left(2\sin 2x+\frac{1}{3\cos^2\frac{x}{3}}\right)dx$	Знайти *A*
4.	$A=\int\limits_{-2}^{1}\frac{28dx}{x^2+12x+36}$	Знайти *A*
5.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{2\pi}{3}} 3\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)dx$	Знайти *A*
6.	$A=\int\limits_{-4}^{2}3\sqrt{2-\frac{x}{2}}dx$	Знайти *A*
7.	$A=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(3\cos 3x-\frac{1}{2\sin^2\frac{x}{2}}\right)dx$	Знайти *A*
8.	$A=\int\limits_{1}^{4}5x\sqrt{x}dx$	Знайти *A*
9.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}3(\sin 3x+\cos 2x)dx$	Знайти *A*
10.	$A=\int\limits_{0}^{1}21(1-3x)^6dx$	Знайти *A*
11.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{1-\sin^2 x}$	Знайти *A*
12.	$A=\int\limits_{0}^{5}\frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$	Знайти *A*
13.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}2\left(\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}-3\sin 3x\right)dx$	Знайти *A*
14.	$A=\int\limits_{0}^{2}\frac{3dx}{(x-3)^2}$	Знайти *A*
15.	$A=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{1-\cos^2 x}$	Знайти *A*
16.	$A=\int\limits_{0}^{1}(2x-1)^5dx$	Знайти *A*
17.	$A=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(\cos x-\sin x)^2dx-\frac{\pi}{2}$	Знайти *A*
18.	$A=\int\limits_{-\pi}^{\pi}\sin^2 xdx$	Знайти *A*
19.	$A=\int\limits_{-1}^{2}\frac{6dx}{x^2-10x+25}$	Знайти *A*
20.	$A=\int\limits_{-6}^{3}\sqrt{2-\frac{x}{3}}dx$	Знайти *A*

Завдання № 3

Обчислення визначеного інтеграла

№	Умова	Що зробити
1.	$\int_0^{\pi} a\sin x dx = 4$, $a - const$	Знайти a
2.	$\int_0^{a} x dx = 1,\ (a>0)$, $a - const$	Знайти a
3.	$\int_a^{4,5} \frac{4}{\sqrt[3]{2x-1}} dx = 9$, $a - const$	Знайти a
4.	$\int_a^{4} \frac{3}{2x+1} dx = \ln\frac{27}{\sqrt{125}}$, $a - const$, $(a>0)$	Знайти a
5.	$\int_{-3}^{a} \frac{2}{3x-2} dx = \ln\frac{4}{\sqrt[3]{121}}$, $a - const$, $(a<0)$	Знайти a
6.	$\int_2^{a} \frac{8}{x} dx = \int_a^{8} \frac{8}{x} dx$, $a - const$, $(a>2)$	Знайти a
7.	$\int_4^{a} \frac{16}{x} dx = \int_a^{16} \frac{16}{x} dx$, $a - const$, $(a>4)$	Знайти a
8.	$\int_1^{a} \frac{2}{x} dx = \int_a^{9} \frac{2}{x} dx$, $a - const$, $(a>1)$	Знайти a
9.	$\int_{\frac{1}{a}}^{a} \frac{3}{x} dx = \int_a^{8} \frac{3}{x} dx$, $a - const$, $(a>1)$	Знайти a
10.	$\int_1^{a} \frac{5}{x} dx = \int_a^{a+2} \frac{5}{x} dx$, $a - const$, $(a>1)$	Знайти a

№	Умова	Що зробити
11.	$\int_{1+a}^{3+a} \frac{1}{x-a} dx = 2\int_{1+a}^{3+a} \frac{1}{x} dx$, $a - const$, $(a>0)$	Знайти a
12.	$\int_1^{5} \frac{dx}{x} = \int_1^{5} \frac{2}{x+a} dx$, $a - const$, $(a>0)$	Знайти a
13.	$\int_a^{a+2} \frac{6}{x} dx = \int_{a+2}^{a+5} \frac{6}{x} dx$, $a - const$, $(a>0)$	Знайти a
14.	$\int_2^{a} \frac{dx}{x-1} = \int_2^{a} \frac{2dx}{x+1}$, $a - const$, $(a>2)$	Знайти a
15.	$\int_1^{a} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{2x}\right) dx = \int_a^{a+2} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{2x}\right) dx$, $a - const$, $(a>1)$	Знайти a
16.	$\int_1^{a} \frac{dx}{x} = \int_1^{a} \frac{2}{x+3} dx$, $a - const$, $(a>1)$	Знайти a
17.	$\int_1^{a} \frac{3}{x} dx = \int_1^{a} \frac{6}{x+2} dx$, $a - const$, $(a>1)$	Знайти a
18.	$\int_{1-a}^{3-a} \frac{2}{x} dx = \int_{1-a}^{3-a} \frac{dx}{x+a}$, $a - const$, $(a<0)$	Знайти a
19.	$\int_1^{5} \frac{2}{x-a} dx = \int_1^{5} \frac{dx}{x}$, $a - const$, $(a<0)$	Знайти a
20.	$\int_0^{2a} x dx = 2$, $a - const$, $(a>0)$	Знайти a

Завдання № 4

Обчислення визначеного інтеграла

№	*Умова*	*Що зробити*	№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$A=\int\limits_{-5}^{0}\frac{3}{38}\sqrt{4-x}dx$	Знайти *A*	11.	$A=\int\limits_{-4}^{16}\frac{dx}{2\sqrt{32-x}}$	Знайти *A*
2.	$A=\int\limits_{-8}^{2}\frac{5}{121}\sqrt[4]{8x+65}dx$	Знайти *A*	12.	$A=\int\limits_{5}^{12}\frac{3}{74}\sqrt{x+4}dx$	Знайти *A*
3.	$A=\int\limits_{1}^{81}\frac{3dx}{104\sqrt[4]{x}}$	Знайти *A*	13.	$A=\int\limits_{1}^{16}\frac{3}{169}\sqrt{65-x}dx$	Знайти *A*
4.	$A=\int\limits_{0}^{11}\frac{22dx}{\sqrt[5]{243-22x}}$	Знайти *A*	14.	$A=\int\limits_{4}^{17}\frac{dx}{2\sqrt{32+x}}dx$	Знайти *A*
5.	$A=\int\limits_{1}^{4}\frac{7}{254}x^2\sqrt{x}dx$	Знайти *A*	15.	$A=\int\limits_{1}^{8}\frac{5}{93}\sqrt[3]{x^2}dx$	Знайти *A*
6.	$A=\int\limits_{-27}^{8}\frac{1}{165}\sqrt[3]{x^2}dx$	Знайти *A*	16.	$A=\int\limits_{9}^{36}\frac{1}{21}\left(1-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$	Знайти *A*
7.	$A=\int\limits_{10}^{78}\frac{dx}{\sqrt[4]{(8x+1)^3}}$	Знайти *A*	17.	$A=\int\limits_{4}^{9}\frac{1}{40}\left(3\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$	Знайти *A*
8.	$A=\int\limits_{1}^{16}\frac{5}{124}\sqrt[4]{x}dx$	Знайти *A*	18.	$A=\int\limits_{3}^{6}\frac{2dx}{\sqrt{8x+1}}dx$	Знайти *A*
9.	$A=\int\limits_{12}^{13}\frac{dx}{\sqrt{6x+3}}$	Знайти *A*	19.	$A=\int\limits_{4}^{9}\frac{1}{36}\left(3\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$	Знайти *A*
10.	$A=\int\limits_{4}^{49}\frac{1}{5}\left(1-\frac{4}{\sqrt{x}}\right)$	Знайти *A*	20.	$A=\int\limits_{-1}^{3}\frac{3}{26}\sqrt{2x+3}dx$	Знайти *A*

Завдання № 5

Заміна змінної у визначеному інтегралі

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$A=\int\limits_0^3 \frac{15}{116} x\sqrt{1+x}dx$	Знайти A
2.	$A=\int\limits_0^4 \frac{3x}{10\sqrt{1+2x}}dx$	Знайти A
3.	$A=\int\limits_1^5 \frac{6xdx}{17\sqrt{4x+5}}dx$	Знайти A
4.	$A=\int\limits_0^{-3} \frac{15}{116} x\sqrt{1-x}dx$	Знайти A
5.	$A=\int\limits_0^3 \frac{3x}{8\sqrt{1+x}}dx$	Знайти A
6.	$A=\int\limits_0^{-3} \frac{3x}{8\sqrt{1-x}}dx$	Знайти A
7.	$A=\int\limits_1^{e^3} \frac{dx}{2x\sqrt{1+\ln x}}$	Знайти A
8.	$A=\int\limits_0^5 \frac{xdx}{4\sqrt{1+3x}}$	Знайти A
9.	$A=\int\limits_0^1 \frac{135}{116} x\sqrt{1+3x}dx$	Знайти A
10.	$A=\int\limits_e^{e^2} \frac{2dx}{x\ln^2 x}$	Знайти A

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$A=\int\limits_3^8 \frac{3xdx}{32\sqrt{1+x}}$	Знайти A
12.	$A=\int\limits_{-1}^1 \frac{6xdx}{\sqrt{5-4x}}$	Знайти A
13.	$A=\int\limits_2^5 \frac{3xdx}{8\sqrt{x-1}}$	Знайти A
14.	$A=\int\limits_0^5 \frac{3xdx}{14\sqrt{x+4}}$	Знайти A
15.	$A=\int\limits_0^{-3} \frac{15}{94} x\sqrt{x+4}dx$	Знайти A
16.	$A=\int\limits_{-1}^0 \frac{10xdx}{3\sqrt[3]{2x+1}}$	Знайти A
17.	$A=\int\limits_0^{-1} \frac{135}{94} x\sqrt{3x+4}dx$	Знайти A
18.	$A=\int\limits_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1}dx$	Знайти A
19.	$A=\int\limits_{\ln 5}^{\ln 12} \frac{dx}{\sqrt{e^x+4}}$	Знайти A
20.	$A=\int\limits_{\frac{2}{3}}^{\frac{7}{3}} \frac{27xdx}{26\sqrt{2+3x}}dx$	Знайти A

Завдання № 6

Геометричний зміст визначеного інтеграла

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$A=\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
2.	$A=\int_{0}^{6}\sqrt{6x-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
3.	$A=\int_{-3}^{3}\sqrt{9-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
4.	$A=\int_{0}^{2}\sqrt{4x-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
5.	$A=\int_{0}^{2}\sqrt{4-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
6.	$A=\int_{-3}^{0}\sqrt{-x^2-6x}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
7.	$A=\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{2-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
8.	$A=\int_{4}^{8}\sqrt{8x-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
9.	$A=\int_{-\sqrt{10}}^{\sqrt{10}}\sqrt{10-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
10.	$A=\int_{-5}^{0}\sqrt{25-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
11.	$A=\int_{1}^{5}\sqrt{6x-x^2-5}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
12.	$A=\int_{-5}^{1}\sqrt{5-4x-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
13.	$A=\int_{0}^{\sqrt{15}}\sqrt{15-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
14.	$A=\int_{-4}^{2}\sqrt{8-2x-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
15.	$A=\int_{0}^{4}\sqrt{16-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
16.	$A=\int_{-\sqrt{7}}^{\sqrt{7}}\sqrt{7-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
17.	$A=\int_{-2\sqrt{2}}^{0}\sqrt{8-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
18.	$A=\int_{-7}^{-3}\sqrt{7-6x-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
19.	$A=\int_{-5}^{5}\sqrt{25-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл
20.	$A=\int_{-2\sqrt{5}}^{2\sqrt{5}}\sqrt{20-x^2}dx$	Знайти *A*, не обчислюючи інтеграл

Завдання № 7

Застосування визначеного інтеграла до знаходження площ плоских фігур

№	*Умова*	*Що зробити*	№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y = x$; $y = 3x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	11.	$y = 3x$; $y = 3{,}5x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
2.	$y = 0{,}5x$; $y = 2{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	12.	$y = 3{,}5x$; $y = 4x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
3.	$y = 2x$; $y = 4x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	13.	$y = 4x$; $y = 4{,}5x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
4.	$y = 1{,}5x$; $y = 3{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	14.	$y = x$; $y = 2x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
5.	$y = 2{,}5x$; $y = 4{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	15.	$y = 2x$; $y = 3x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
6.	$y = 0{,}5x$; $y = x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	16.	$y = 3x$; $y = 4x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
7.	$y = x$; $y = 1{,}5x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	17.	$y = 0{,}5x$; $y = 1{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
8.	$y = 1{,}5x$; $y = 2x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	18.	$y = 1{,}5x$; $y = 2{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
9.	$y = 2x$; $y = 2{,}5x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	19.	$y = 2{,}5x$; $y = 3{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S
10.	$y = 2{,}5x$; $y = 3x$; $x = 2-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S	20.	$y = 3{,}5x$; $y = 4{,}5x$; $x = 1-$ *рівняння сторін трикутника*; $S -$ *його площа*	Знайти S

Завдання № 8

Застосування визначеного інтеграла до знаходження площ плоских фігур

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Область обмежена лініями: $y=3x^2$, $y=3$; S – *її площа*	Знайти S
2.	Область обмежена лініями: $y=3x^2+1$, $y=4$; S – *її площа*	Знайти S
3.	Область обмежена лініями: $y=3x^2-1$; $y=2$; S – *її площа*	Знайти S
4.	Область обмежена лініями: $y=-3x^2+3$; $y=0$; S – *її площа*	Знайти S
5.	Область обмежена лініями: $y=-3x^2+1$; $y=-2$ S – *її площа*	Знайти S
6.	Область обмежена лініями: $y=-3x^2+2$; $y=-1$; S – *її площа*	Знайти S
7.	Область обмежена лініями: $y=3x^2-3$; $y=0$; S – *її площа*	Знайти S
8.	Область обмежена лініями: $y=3x^2$; $y=0$; $x=2$; S – *її площа*	Знайти S
9.	Область обмежена лініями: $y=3x^2+1$; $y=0$; $x=0$; $x=1$; S – *її площа*	Знайти S
10.	Область обмежена лініями: $y=3x^2+2$; $y=0$; $x=0$; $x=1$; S – *її площа*	Знайти S

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Область обмежена лініями: $y=3x^2+3$; $y=0$; $x=0$; $x=1$; S – *її площа*	Знайти S
12.	Область обмежена лініями: $y=\frac{1}{x}$; $y=0$; $x=1$; $x=e$; S – *її площа*	Знайти S
13.	Область обмежена лініями: $y=3x^2-6x$; $y=0$; S – *її площа*	Знайти S
14.	Область обмежена лініями: $y=-3x^2+6x$; $y=0$; S – *її площа*	Знайти S
15.	Область обмежена лініями: $y=\frac{1}{4}x^3$; $y=0$; $x=2$; S – *її площа*	Знайти S
16.	Область обмежена лініями: $y=(x-1)^2$; $y=1$; S – *її площа*	Знайти S
17.	Область обмежена лініями: $y=(x+1)^2$; $y=1$; S – *її площа*	Знайти S
18.	Область обмежена лініями: $y=(x-2)^2$; $y=4$; S – *її площа*	Знайти S
19.	Область обмежена лініями: $y=(x+2)^2$; $y=4$; S – *її площа*	Знайти S
20.	Область обмежена лініями: $y=\frac{1}{x}$; $y=0$; $x=e$; $x=e^3$ S – *її площа*	Знайти S

Завдання № 9

Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуг плоских кривих

№	*Задано*	*Що зробити*
1.	$y=\frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої між точками з абсцисами $x_1=2$ і $x_2=8$
2.	$y=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої, абсциси кінців якої $x_1=3$ і $x_2=8$
3.	$y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}\ln x$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої від $x_1=1$ до $x_2=e$
4.	$x=t-\sin t$, $y=1-\cos t$ − параметричні рівняння циклоїди	Знайти довжину арки циклоїди від $t_1=0$ до $t_2=2\pi$
5.	$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{2}{3}}$, − рівняння астроїди	Знайти довжину дуги астроїди між точками з абсцисами $x_1=0$ і $x_2=2$
6.	$y=\frac{2}{3}\sqrt{(x-1)^3}$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої між точками з абсцисами $x_1=1$ і $x_2=9$
7.	$y=\frac{4}{3}x$ − рівняння прямої	Знайти довжину відрізка прямої між точками з абсцисами $x_1=2$ і $x_2=5$
8.	$x=\cos^3 t,\ y=\sin^3 t$ − параметричні рівняння астроїди	Знайти довжину дуги астроїди від $t_1=0$ до $t_2=\frac{\pi}{2}$
9.	$y=\ln x$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої між точками з абсцисами $x_1=\sqrt{3}$ і $x_2=\sqrt{8}$
10.	$y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2}$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої між точками з абсцисами $x_1=1$ і $x_2=2$

№	*Задано*	*Що зробити*
11.	$y^2 = (x-1)^3$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої від точки $A(2;-1)$ до точки $B(5;-8)$
12.	$y = \sqrt{1-x^2}$ − рівняння півкола	Знайти довжину дуги півкола від точки $A(0;1)$ до точки $B(1;0)$
13.	$y = \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$ − рівняння ланцюгової лінії	Знайти довжину дуги лінії, кінці якої мають абсциси $x_1 = 0$ і $x_2 = 1$
14.	$y = e^x$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої між точками з абсцисами $x_1 = \ln\sqrt{3}$ і $x_2 = \ln\sqrt{15}$
15.	$x = 2\cos t,\ y = 2\sin t$ − параметричні рівняння кола	Знайти довжину чверті кола від $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$
16.	$y^2 = x^3$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої від точки $A(0;0)$ до точки $B(4;8)$
17.	$y^2 = (x-1)^3$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої від точки $A(1;0)$ до точки $B(6;\sqrt{125})$
18.	$x = 4\cos^3 t,\ y = 4\sin^3 t$ − параметричні рівняння астроїди	Знайти довжину дуги астроїди від $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$
19.	$x = 3\cos t,\ y = 3\sin t$ − параметричні рівняння кола	Знайти довжину чверті кола від $t_1 = \frac{\pi}{2}$ до $t_2 = \pi$
20.	$y = \sqrt{x^3}$ − рівняння кривої	Знайти довжину дуги кривої, що відтинається прямою $x = 5$

Завдання № 10

Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ поверхонь обертання

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Одна арка циклоїди $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ $(0 \le t \le 2\pi)$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
2.	Півколо $y = \sqrt{4 - x^2}$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні кулі
3.	Дуга астроїди $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ $\left(0 \le t \le \frac{\pi}{2}\right)$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
4.	Дуга кола $x^2 + y^2 = 4$ $(y > 0)$ між точками з абсцисами $x_1 = -1$ і $x_2 = 1$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
5.	Дуга кривої $y = \frac{x^3}{3}$ між точками з абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = 2$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
6.	Відрізок прямої $y = 3x$ між точками з абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = 2$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
7.	Дуга кривої $y = \frac{1}{2}\sqrt{4x - 1}$ між точками з абсцисами $x_1 = 1$ і $x_2 = 9$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
8.	Дуга ланцюгової лінії $y = \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$ між точками з абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = 1$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
9.	Дуга кривої $3y = x^3$ між точками з абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = 1$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
10.	Відрізок прямої $x + y = 2$, який знаходиться між осями координат, обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Дуга кривої $y = 2\sqrt{x}$ між точками з абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = 3$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
12.	Відрізок прямої $y = 2x$ між точками з абсцисами $x_1 = 1$ і $x_2 = 4$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
13.	Дуга кривої $y = \sqrt{4 + x}$ між точками з абсцисами $x_1 = 2$ і $x_2 = 8$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
14.	Арка циклоїди $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$ $(0 \le t \le 2\pi)$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
15.	Дуга кола $x^2 + y^2 = 9$ $(y > 0)$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
16.	Дуга астроїди $x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ $\left(0 \le t \le \frac{\pi}{2}\right)$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
17.	Відрізок прямої $x + y = 4$ між точками з абсцисами $x_1 = 1$ і $x_2 = 3$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
18.	Відрізок прямої $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$, що знаходиться між осями координат, обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
19.	Дуга кривої $y^2 = x + 1$ $(y > 0)$ між точками з абсцисами $x_1 = 1$ і $x_2 = 5$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання
20.	Дуга кривої $y = x^3$ між точками з абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = \frac{2}{3}$ обертається навколо осі Ox	Знайти площу S поверхні обертання

Завдання № 11

Застосування визначеного інтеграла до обчислення об’ємів тіл обертання

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Фігура, яка обмежена параболою $y = x^2$, віссю Oy, прямими $y = 0$ і $y = 1$, обертається навколо осі Oy	Знайти об’єм v_y тіла обертання
2.	Фігура, яка обмежена однією півхвилею синусоїди $y = \sin x$ $(0 \le x \le \pi)$ та віссю Ox, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_x тіла обертання
3.	Фігура, яка обмежена лініями $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$, $y = 3$, $y = 0$, $x = 0$, обертається навколо осі Oy	Знайти об’єм v_y тіла обертання
4.	Фігура, яка обмежена кривою $y = \sqrt{(x+4)^3}$ та віссю Oy, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_x тіла обертання
5.	Фігура, яка обмежена параболою $y = 2x - x^2$ та віссю Ox, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_x тіла обертання
6.	Фігура, яка обмежена еліпсом $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$, та віссю Ox, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_x тіла обертання
7.	Фігура, яка обмежена еліпсом $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, та віссю Oy, обертається навколо осі Oy	Знайти об’єм v_y тіла обертання
8.	Фігура, яка обмежена лініями $y = 2\sqrt{\frac{x}{3}}$, $x = 3$ та віссю Ox, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_x тіла обертання
9.	Фігура, яка обмежена лініями $y = e^x$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_x тіла обертання
10.	Фігура, яка обмежена лініями $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, обертається навколо осі Ox	Знайти об’єм v_y тіла обертання

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Деталь має форму тіла обертання. Її осьовий переріз має форму фігури, яка обмежена лініями $y = x^2 - 4$ та $y = 4 - x^2$	Знайти об'єм цієї деталі
12.	Фігура, яка обмежена ланцюговою лінією $y = \frac{1}{2}\left(e^x + e^{-x}\right)$ та прямими $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$, обертається навколо осі Ox	Знайти об'єм v_x тіла обертання
13.	Фігура, яка обмежена однією аркою циклоїди $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ $(0 \le t \le 2\pi)$ та віссю Ox, обертається навколо осі Ox	Знайти об'єм v_x тіла обертання
14.	Фігура, яка обмежена кубічною параболою $y = x^3$, віссю Oy та прямою $y = 8$, обертається навколо осі Oy	Знайти об'єм v_y тіла обертання
15.	Деталь має форму тіла обертання. Її осьовий переріз має форму фігури, яка обмежена лініями $y = x^2 - 3$ та $y = 3 - x^2$	Знайти об'єм цієї деталі
16.	Фігура, яка обмежена еліпсом $x = 2\cos t$, $y = 5\sin t$ $\left(-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}\right)$ та віссю Oy, обертається навколо осі Oy	Знайти об'єм v_y тіла обертання
17.	Фігура, яка обмежена кривою $y^2 = (x-1)^3$, прямими $y = 0$ і $x = 2$, обертається навколо осі Ox	Знайти об'єм v_x тіла обертання
18.	Фігура, яка обмежена параболою $y = x - x^2$ та віссю Ox, обертається навколо осі Ox	Знайти об'єм v_x тіла обертання
19.	Фігура, яка обмежена кривою $x = 3\cos^2 t$, $y = 4\sin^2 t$ $\left(0 \le t \le \frac{\pi}{2}\right)$ та осями координат, обертається навколо осі Oy	Знайти об'єм v_y тіла обертання
20.	Фігура, яка обмежена кривою $y^3 = x^2$, віссю Oy та прямою $y = 1$, обертається навколо осі Oy	Знайти об'єм v_y тіла обертання

Завдання № 12

Обчислення роботи змінної сили

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Сила в 1Н розтягує пружину на 1см	Знайти роботу, щоб розтягнути пружину на 6см
2.	При стискуванні пружини на 0,02м виконується робота в 16Дж. Виконано роботу в 100Дж	Знайти довжину, на яку стиснуто пружину при цьому
3.	При стискуванні пружини на 0,05м виконується робота в 25Дж	Знайти роботу, щоб стиснути пружину на 0,1м
4.	Сила в 180Н розтягує пружину на 2см. Початкова довжина пружини 20см	Знайти роботу, щоб розтягнути пружину до 25см
5.	При стискуванні пружини на 5см виконується робота в 25Дж. Виконано роботу в 100Дж	Знайти довжину, на яку стиснуто пружину при цьому
6.	При стискуванні пружини на 4см виконується робота в 20Дж	Знайти роботу, щоб стиснути пружину на 8см
7.	Сила в 60Н розтягує пружину на 0,02м	Знайти роботу, щоб розтягнути пружину на 0,1м
8.	При стискуванні пружини на 0,04м виконується робота в 20Дж. Виконано роботу в 80Дж	Знайти довжину, на яку стиснуто пружину при цьому
9.	Для стискування пружини на 0,02м необхідна сила в 10Н	Знайти роботу при стискуванні пружини на 0,05м
10.	Сила в 60Н розтягує пружину на 4см. Початкова довжина пружини 30см	Знайти роботу, щоб розтягнути пружину до 31см
11.	При стискуванні пружини на 10см виконується робота в 100Дж	Знайти роботу, щоб стиснути пружину на 5см
12.	Вантаж масою 3кг розтягує пружину на 0,04м	Знайти роботу, яку він виконує при цьому
13.	При стискуванні пружини на 4см виконується робота в 8Дж. Виконано роботу в 1Дж	Знайти довжину, на яку стиснуто пружину при цьому
14.	Сила в 6Н розтягує пружину на 2м. Початкова довжина пружини 12см	Знайти роботу, щоб розтягнути пружину до 16см
15.	При гармонічному коливальному русі по осі абсцис біля початку координат швидкість визначається формулою $\frac{dx}{dt}=\frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+\varphi_0\right)$ (t - час, T – період коливання, φ_0 - початкова фаза)	Знайти положення точки в момент часу t_2, якщо відомо, що в момент t_1 вона знаходилась в точці $x = x_1$
16.	Вантаж масою 5кг розтягує пружину на 0,25м	Знайти роботу, яку він виконує при цьому
17.	При стискуванні пружини на 0,05м виконується робота в 30Дж	Знайти роботу при стискуванні пружини на 0,1м
18.	При стискуванні пружини на 0,3м виконується робота в 15Дж. Виконано роботу в 144Дж	Знайти довжину, на яку стиснуто пружину при цьому
19.	Вантаж масою 10кг розтягує пружину на 0,1м	Знайти роботу, яку він при цьому виконує
20.	Сила в 4Н розтягує пружину на 0,08м. Початкова довжина пружини 10см	Знайти роботу, щоб розтягнути пружину до 15см

Завдання № 13

Застосування визначеного інтеграла до задач механіки

№	*Задано*	*Що зробити*
1.	Однорідний трикутник, обмежений прямими $x+y=3$, $x=0$, $y=0$. M_x і M_y його статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цього трикутника x_c і y_c
2.	Дугу однорідної півкола $x^2+y^2=4$ $(y \geq 0)$. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цього півкола x_c і y_c
3.	Дугу однорідної астроїди $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{2}{3}}$, яка лежить в першому квадранті. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цієї дуги астроїди x_c і y_c
4.	Відрізок однорідної прямої $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$, що розміщений між осями координат. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y
5.	Однорідну фігуру, яка обмежена синусоїдою $y=\sin x$ і відрізком осі Ox від точки $x=0$ до точки $x=\pi$. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
6.	Однорідну фігуру, яка обмежена еліпсом $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ і осями координат $(x \geq 0,\ y \geq 0)$	Знайти координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
7.	Дугу однорідної ланцюгової лінії $y=\frac{1}{2}\left(e^x+e^{-x}\right)$ від $x=-1$ до $x=1$. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y
8.	Однорідну фігуру, обмежену лініями $y=x$, $y=x^2-2x$	Знайти координати центру маси цієї фігури x_c і y_c
9.	Однорідну фігуру, яка обмежена першою аркою циклоїди $x=t-\sin t$, $y=1-\cos t$ і віссю Ox $(0 \leq t \leq 2\pi)$	Знайти координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
10.	Однорідну фігуру, яка обмежена еліпсом $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ і осями координат $(x \geq 0,\ y \geq 0)$. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Відрізок однорідної прямої $2x+3y-6=0$, що розміщений між осями координат. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y
12.	Однорідну фігуру, яка обмежена косинусоїдою і відрізком осі Ox від точки $x=-\dfrac{\pi}{2}$ до точки $x=\dfrac{\pi}{2}$. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy.	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
13.	Чверть однорідного круга $x^2+y^2\le 9$, що розміщений в першому квадранті. M_x і M_y його статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цього круга x_c і y_c
14.	Однорідний трикутник, обмежений прямими $y=2-x$, $x=0$, $y=0$. M_x і M_y його статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти M_x і M_y та координати центру тяжіння цього трикутника x_c і y_c
15.	Однорідну фігуру, яка обмежена дугою параболи $y=4\sqrt{x}$, віссю Ox і прямою $x=4$. M_x і M_y її статичні моменти відносно координатних осей Ox і Oy	Знайти координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
16.	Першу арку однорідної циклоїди $x=3(t-\sin t)$, $y=3(t-\cos t)$ $(0\le t\le 2\pi)$	Знайти координати центру тяжіння цієї арки x_c і y_c
17.	Однорідну фігуру, яка обмежена півколом $y=\sqrt{9-x^2}$ і віссю Ox.	Знайти координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
18.	Однорідну фігуру, яка обмежена кривою $4y^2=x^3$ і прямою $x=4$ і віссю Ox	Знайти координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c
19.	Дугу однорідної астроїди $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=3^{\frac{2}{3}}$, що розміщена в другому квадранті	Знайти координати центру тяжіння цієї дуги x_c і y_c
20.	Однорідну фігуру, яка обмежена еліпсом $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ та осями координат і лежить у другому квадранті	Знайти координати центру тяжіння цієї фігури x_c і y_c

Завдання № 14

Застосування визначеного інтеграла до задач фізики

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Точка рухається вздовж прямої зі швидкістю $v(t)=\left(2+\frac{1}{\sqrt{t+2}}\right)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за проміжок часу $[2;7](с)$. Яка середня швидкість точки?
2.	Точка рухається вздовж прямої зі швидкістю $v(t)=\left(4-\frac{2}{\sqrt{t-1}}\right)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за проміжок часу $[2;5](с)$. Яка середня швидкість точки?
3.	Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t)=(4t-1)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений тілом за проміжок часу $[1;3](с)$. Яка середня швидкість точки?
4.	Точка рухається по прямій зі швидкістю $v(t)=5(t+1)^{\frac{2}{3}}\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за $7с$ від початку руху. Яка середня швидкість точки?
5.	Точка рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t)=(2t-6)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за $8с$ від початку руху. Яка середня швидкість точки?
6.	Точка рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t)=(2t+4)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за $2с$ від початку руху. Яка середня швидкість точки?
7.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t)=\left(3t^2+2t+1\right)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти пройдений точкою від початку руху $t=0$ до $t=10\,с$. Яка середня швидкість точки?
8.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t)=\left(6t^2+5\right)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти пройдений точкою від початку руху $t=0$ до $t=5\,с$. Яка середня швидкість точки?
9.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t)=\left(6t-t^2\right)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою від початку руху до зупинки. Яка середня швидкість точки?
10.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t)=\left(4t-t^2\right)\,{}^{м}\!/_{с}$.	Знайти шлях, пройдений точкою від початку руху до зупинки. Яка середня швидкість точки?

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(12t - 3t^2\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти шлях, пройдений точкою від початку руху до зупинки. Яка середня швидкість точки?
12.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(12t - 2t^2\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти шлях, пройдений точкою від початку руху до зупинки. Яка середня швидкість точки?
13.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(18t - 3t^2\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти пройдений точкою від початку руху $t = 0$ до $t = 3c$. Яка середня швидкість точки?
14.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(9t^2 + 2t\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти пройдений точкою від початку руху $t = 0$ до $t = 4c$. Яка середня швидкість точки?
15.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(t^2 - 4t + 10\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти пройдений точкою від початку руху $t = 0$ до $t = 3c$. Яка середня швидкість точки?
16.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = t(5 - t) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти шлях, пройдений точкою від початку руху до зупинки. Яка середня швидкість точки?
17.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(4\sqrt[3]{t+1}\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за $7c$ від початку руху. Яка середня швидкість точки?
18.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = (3 - t)t {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти шлях, пройдений точкою від початку руху до зупинки. Яка середня швидкість точки?
19.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3+t}}\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти шлях, пройдений точкою за проміжок часу $[1;6](c)$. Яка середня швидкість точки?
20.	Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v(t) = \left(3t^2 - 2t\right) {}^{м}\!/_{c}$.	Знайти пройдений точкою від початку руху $t = 0$ до $t = 4c$. Яка середня швидкість точки?

Завдання № 15

Застосування визначеного інтеграла до задач фізики

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=3x^2$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $[0;3](м)$
2.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=8x+1$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $50см$
3.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=2x+1$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $[0;2](м)$
4.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\frac{2}{x}$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $[1;e](м)$
5.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=32x+2$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $25см$
6.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\cos x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $\left[0;\frac{\pi}{2}\right](м)$
7.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=3x^2+1$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $200см$
8.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\sin x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $\left[0;\frac{\pi}{2}\right](м)$
9.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=64x^3+2$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $50см$
10.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\frac{1}{x}$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $[e;e^2](м)$

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=2\cos 2x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $\left[0;\frac{\pi}{4}\right](м)$
12.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=2(x+1)$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $100см$
13.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=2\sin 2x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $\left[0;\frac{\pi}{4}\right](м)$
14.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=2(2-x)$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $100см$
15.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\cos x+\sin x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $\left[0;\frac{\pi}{2}\right](м)$
16.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=12x^2+\frac{10}{9}x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $75см$
17.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\cos 2x+\sin 2x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $\left[0;\frac{\pi}{4}\right](м)$
18.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=3\sqrt{x}+1$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $4м$
19.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+32x$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня, якщо його довжина дорівнює $25см$
20.	Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом $\rho(x)=2x+1$ (ρ вимірюється в $кг/м$)	Знайти масу стрижня на відрізку $[0;1](м)$

Завдання № 16

3.2 Невласні інтеграли

Невласний інтеграл I роду

№	*Умова*	*Що зробити*	№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$A=\int_e^{\infty}\frac{dx}{x\ln^2 x}$	Знайти A	11.	$A=\int_0^{\infty}3x^2e^{-x^3}dx$	Знайти A
2.	$A=\int_0^{\infty}3e^{-3x}dx$	Знайти A	12.	$A=\int_0^{\infty}4e^{-4x}dx$	Знайти A
3.	$A=\int_0^{\infty}2xe^{-x^2}dx$	Знайти A	13.	$A=\int_0^{\infty}\frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}dx$	Знайти A
4.	$A=\int_e^{\infty}\frac{2dx}{x\ln^3 x}$	Знайти A	14.	$A=\int_0^{\infty}\frac{2xdx}{\left(x^2+2\right)^2}$	Знайти A
5.	$A=\int_0^{\infty}\frac{dx}{\left(x+1\right)^2}$	Знайти A	15.	$A=\int_0^{\infty}\frac{3x^2dx}{\left(x^3+1\right)^2}$	Знайти A
6.	$A=\int_0^{\infty}2e^{-2x}dx$	Знайти A	16.	$A=\int_0^{\infty}5e^{-5x}dx$	Знайти A
7.	$A=\int_0^{\infty}\frac{2xdx}{\left(x^2+1\right)^2}$	Знайти A	17.	$A=\int_0^{\infty}\frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}dx$	Знайти A
8.	$A=\int_0^{\infty}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx$	Знайти A	18.	$A=\int_0^{\infty}\frac{3x^2dx}{\left(x^3+2\right)^2}$	Знайти A
9.	$A=\int_e^{\infty}\frac{3dx}{x\ln^4 x}$	Знайти A	19.	$A=\int_e^{\infty}\frac{dx}{2x\sqrt{\ln^3 x}}$	Знайти A
10.	$A=\int_0^{\infty}\frac{2dx}{\left(x+2\right)^3}$	Знайти A	20.	$A=\int_0^{\infty}\frac{3dx}{\left(x+1\right)^4}$	Знайти A

Завдання № 17

Невласний інтеграл II роду

№	Умова	Що зробити	№	Умова	Що зробити
1.	$A=\int_0^1\frac{2xdx}{\sqrt{1-x^2}}$	Знайти *A*	11.	$A=\int_1^2\frac{2xdx}{\left(x^2-1\right)^3}$	Знайти *A*
2.	$A=\int_1^{e^2}\frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	Знайти *A*	12.	$A=\int_0^{\frac{1}{4}}\frac{8dx}{\sqrt[3]{1-4x}}$	Знайти *A*
3.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{4}}ctgxdx$	Знайти *A*	13.	$A=\int_1^5\frac{3x^2dx}{\sqrt{x^3-1}}$	Знайти *A*
4.	$A=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{(2x-1)^2}$	Знайти *A*	14.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}dx$	Знайти *A*
5.	$A=\int_0^{\frac{1}{e}}\frac{dx}{x\ln^2 x}$	Знайти *A*	15.	$A=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}tgxdx$	Знайти *A*
6.	$A=\int_1^2\frac{dx}{x\ln x}$	Знайти *A*	16.	$A=\int_2^3\frac{dx}{x^2-6x+8}$	Знайти *A*
7.	$A=\int_0^3\frac{dx}{(x-1)^2}$	Знайти *A*	17.	$A=\int_1^2\frac{3xdx}{\sqrt{x-1}}$	Знайти *A*
8.	$A=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}dx$	Знайти *A*	18.	$A=\int_{-\frac{1}{2}}^{1}\frac{dx}{\sqrt{1+2x}}$	Знайти *A*
9.	$A=\int_0^1\frac{5x^4dx}{\sqrt{1-x^5}}$	Знайти *A*	19.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}dx$	Знайти *A*
10.	$A=\int_1^e\frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	Знайти *A*	20.	$A=\int_0^{\ln 2}\frac{dx}{e^x-e^{-x}}$	Знайти *A*

Завдання № 18

Невласний інтеграл II роду

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$A=\int_0^3 \frac{dx}{x^2-4x+3}$	Знайти *A*
2.	$A=\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$	Знайти *A*
3.	$A=\int_0^1 \frac{10dx}{\sqrt[3]{x}}$	Знайти *A*
4.	$A=\int_2^6 \frac{dx}{x^2-7x+10}$	Знайти *A*
5.	$A=\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	Знайти *A*
6.	$A=\int_0^2 \frac{dx}{100x^3}$	Знайти *A*
7.	$A=\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-\frac{1}{4}x}}$	Знайти *A*
8.	$A=\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$	Знайти *A*
9.	$A=\int_1^2 \frac{xdx}{\left(x^2-1\right)^2}$	Знайти *A*
10.	$A=\int_{-2}^0 \frac{8dx}{9\sqrt[9]{1+\frac{1}{2}x}}$	Знайти *A*

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$A=\int_1^e \frac{dx}{x\ln x}$	Знайти *A*
12.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{4}} ctgxdx$	Знайти *A*
13.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}} tgxdx$	Знайти *A*
14.	$A=\int_3^4 \frac{dx}{x^2-6x+8}$	Знайти *A*
15.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin xdx}{\sqrt{\cos x}}$	Знайти *A*
16.	$A=\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{\left(x^2-1\right)^3}}$	Знайти *A*
17.	$A=\int_3^7 \frac{3xdx}{\sqrt{x-3}}$	Знайти *A*
18.	$A=\int_{-1}^0 \frac{xdx}{(1+x)^2}$	Знайти *A*
19.	$A=\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$	Знайти *A*
20.	$A=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx$	Знайти *A*

Завдання № 19

Диференціальні рівняння І порядку і їх частинний розв'язок

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y' + by = -\sin x + 2\cos x$, $y = \cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
2.	$y' + by = \cos x + 3\sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
3.	$y' + by = -2\sin x + 6\cos x$, $y = 2\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
4.	$y' + by = -3\sin x + 6\cos x$, $y = 3\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
5.	$y' + by = 2\cos x + 4\sin x$, $y = 2\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
6.	$y' + by = \cos x + 4\sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
7.	$y' + by = \cos x + \sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
8.	$y' + by = -\sin x + \cos x$, $y = \cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
9.	$y' + by = 3\sin x + 6\cos x$, $y = -3\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
10.	$y' + by = 2\cos x + \sin x$, $y = 2\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
11.	$y' + by = 2\sin x - 6\cos x$, $y = -2\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
12.	$y' + by = 2\cos x - 4\sin x$, $y = 2\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
13.	$y' + by = \cos x - 4\sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
14.	$y' + by = 2\sin x - 4\cos x$, $y = -2\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
15.	$y' + by = 4\sin x + \cos x$, $y = -4\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
16.	$y' + by = 3\cos x - \sin x$, $y = 3\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
17.	$y' + by = 2\sin x - \cos x$, $y = -2\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
18.	$y' + by = 2\sin x - 3\cos x$, $y = -2\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b
19.	$y' + by = -\cos x + 5\sin x$, $y = -\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти b
20.	$y' + by = -2\sin x + \cos x$, $y = 2\cos x$ – частинний розв'язок	Знайти b

Завдання № 20

Диференціальні рівняння I порядку і їх частинний розв'язок

№	*Умова*	*Що зробити*	№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y' + by = 2$, $y = e^{-2x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	11.	$y' + by = -2$, $y = e^{2x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
2.	$y' + by = 3$, $y = e^{-3x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	12.	$y' + by = -3$, $y = e^{3x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
3.	$y' + by = 4$, $y = e^{-5x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	13.	$y' + by = -4$, $y = e^{4x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
4.	$y' + by = 5$, $y = e^{-5x}$ – частинний розв'язок	Знайти b	14.	$y' + by = -5$, $y = e^{5x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
5.	$y' + by = 6$, $y = e^{-6x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	15.	$y' + by = -6$, $y = e^{6x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
6.	$y' + by = 7$, $y = e^{-7x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	16.	$y' + by = -7$, $y = e^{7x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
7.	$y' + by = 8$, $y = e^{-8x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	17.	$y' + by = -8$, $y = e^{8x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
8.	$y' + by = 1$, $y = e^{-x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	18.	$y' + by = -9$, $y = e^{9x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
9.	$y' + by = 9$, $y = e^{-9x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	19.	$y' + by = 10$, $y = e^{-10x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b
10.	$y' + by = -1$, $y = e^{x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b	20.	$y' + by = -10$, $y = e^{10x} + 1$ – частинний розв'язок	Знайти b

Завдання № 21

Диференціальні рівняння II порядку і їх частинний розв'язок

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y'' + ay = 2\sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти a
2.	$y'' + ay = 3\sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти a
3.	$y'' + ay = 2\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
4.	$y'' + ay = -\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
5.	$y'' + ay = 10\sin x$, $y = -\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти a
6.	$y'' + ay = -5\sin x$, $y = \sin x$ – частинний розв'язок	Знайти a
7.	$y'' + ay = 3\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
8.	$y'' + ay = 3\cos 2x$, $y = -\cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
9.	$y'' + ay = -3\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
10.	$y'' + ay = 3\sin x$, $y = -\sin x$ – частинний розв'язок	Знайти a

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$y'' + ay = \sin 3x$, $y = \sin 3x$ – частинний розв'язок	Знайти a
12.	$y'' + ay = -2\sin 3x$, $y = \sin 3x$ – частинний розв'язок	Знайти a
13.	$y'' + ay = 5\sin 2x$, $y = \sin 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
14.	$y'' + ay = 5\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
15.	$y'' + ay = 2\sin 3x$, $y = \sin 3x$ – частинний розв'язок	Знайти a
16.	$y'' + ay = 4\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
17.	$y'' + ay = -6\cos 2x$, $y = \cos 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
18.	$y'' + ay = 6\sin 2x$, $y = \sin 2x$ – частинний розв'язок	Знайти a
19.	$y'' + ay = -5\cos 3x$, $y = \cos 3x$ – частинний розв'язок	Знайти a
20.	$y'' + ay = 3\sin 3x$, $y = \sin 3x$ – частинний розв'язок	Знайти a

3.3 Диференціальні рівняння

Завдання № 22

Задача Коші для диференціальних рівнянь з відокремленими змінними

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$2dy = \left(6x^2 - x - 10\right)dx$, $y(4) = 5$	Знайти $y(x)$
2.	$dy = \dfrac{1-x}{x^4}dx$, $y(1) = \dfrac{1}{3}$	Знайти $y(x)$
3.	$dy = (1 + x + \cos 2x)dx$, $y(0) = 1$	Знайти $y(x)$
4.	$\sqrt{x+3}dx = dy$, $y(1) = 3$	Знайти $y(x)$
5.	$dy - (2-x)^3 dx = 0$, $y(3) = 0{,}16$	Знайти $y(x)$
6.	$dy - \dfrac{1}{3\sqrt{x}}dx = 0$, $y(9) = 10$	Знайти $y(x)$
7.	$dy - (\sin x + \cos x)dx = 0$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$	Знайти $y(x)$
8.	$\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}dx - dy = 0$, $y(8) = 7$	Знайти $y(x)$
9.	$\dfrac{y'}{y} = \dfrac{12x^2}{2x^3 - 1}$, $y(1) = 1$	Знайти $y(x)$
10.	$\dfrac{1+x}{x^3}dx - dy = 0$, $y(-1) = \dfrac{3}{4}$	Знайти $y(x)$

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$dy - (\sin x - \cos x)dx = 0$, $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$	Знайти $y(x)$
12.	$2yy' = \cos x$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$	Знайти $\varphi(x, y) = 0$
13.	$ydy - x\sqrt[3]{3x^2 + 8dx} = 0$, $y(0) = 2$	Знайти $\varphi(x, y) = 0$
14.	$2ydy + \sin xdx = 0$, $y(0) = 1$	Знайти $\varphi(x, y) = 0$
15.	$dy - \dfrac{1-x}{x^2}dx = 0$, $y(1) = 1$	Знайти $y(x)$
16.	$yy' = 3x\sqrt{x^2 - 1}$, $y(1) = 2$	Знайти $\varphi(x, y) = 0$
17.	$\dfrac{y'}{y} = \dfrac{16x^3}{2x^4 + 1}$, $y(0) = 1$	Знайти $y(x)$
18.	$dy - \left(3 - 2e^{2x} + 3x^2\right)dx = 0$, $y(0) = -1$	Знайти $y(x)$
19.	$\dfrac{dy}{1+y^2} - \dfrac{1}{\cos^2 x}dx = 0$, $y(0) = 0$	Знайти $\varphi(x, y) = 0$
20.	$2e^{2y}dy + \dfrac{dy}{\sin^2 x} = 0$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$	Знайти $\varphi(x, y) = 0$

Завдання № 23

Диференціальні рівняння І порядку з відокремлюваними змінними

№	*Умова*	*Що зробити*	№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$xydx+(x+1)dy=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	11.	$y'+\dfrac{x}{x^2+1}y=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
2.	$xdx-\sqrt{1-x^2}\,dy=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	12.	$y^2dx=(2y-1)xdy$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
3.	$x(y^2-1)dx+(x^2-1)dy=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	13.	$xy'=y$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
4.	$x^2y'=1+\cos 2y$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	14.	$x^2dy=y^2\ln xdx$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
5.	$(x^2-1)y'=2xy^2$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	15.	$xy'=-y$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
6.	$dx-\sqrt{1-x^2}\,dy=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	16.	$ydx=(\ln y+1)dy$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
7.	$xyy'=1-x^2$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	17.	$y'=-\dfrac{2}{x-1}y$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
8.	$y'=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+1}}$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	18.	$xydy-2y^2dx=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
9.	$y'=-\dfrac{1}{y}$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	19.	$y'+\dfrac{y}{x^2+1}=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
10.	$x(1-y^2)dy=(y+y^3)dx$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$	20.	$(x^2y-x^2)dy-(xy^2+y^2)dx=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$

Завдання № 24

Задача Коші для диференціального рівняння з відокремлюваними змінними

№	Умова	Що зробити
1.	$\frac{1}{y}dx+\frac{1}{x}dy=0$, $y(1)=3$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
2.	$e^{y}dx+e^{x}dy=0$, $y(0)=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
3.	$y^2dx+x^2dy=0$, $y(1)=1$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
4.	$ydx+xdy=0$, $y(1)=1$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
5.	$\frac{1}{y-1}dx+\frac{1}{x+1}dy=0$, $y(2)=2$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
6.	$e^{-(y+1)}dx+e^{-(x-1)}dy=0$, $y(1)=-1$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
7.	$y^3dx-x^2dy=0$, $y(1)=\frac{1}{2}$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
8.	$y^2dx-x^3dy=0$, $y\left(\frac{1}{2}\right)=1$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
9.	$e^{-y}dx+e^{x}dy=0$, $y(0)=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
10.	$e^{y}dx+e^{-x}dy=0$, $y(0)=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c

№	Умова	Що зробити
11.	$e^{-y}dx+e^{-x}dy=0$, $y(0)=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
12.	$\frac{3}{y}dx+\frac{2}{x^2}dy=0$, $y(1)=1$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
13.	$3e^{-2y}dx+2e^{-2x}dy=0$, $y(0)=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
14.	$\sin^2 xdy-2\cos^2 2ydx=0$, $y\left(\frac{\pi}{8}\right)=0$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
15.	$\frac{1}{x}dy-2\cos^2 ydx=0$, $y(0)=\frac{\pi}{4}$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
16.	$2\sin^2 ydx-\frac{1}{x}dy=0$, $y(0)=\frac{\pi}{4}$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
17.	$\cos^2 ydx-e^{-x}dy=0$, $y(0)=\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
18.	$2\cos^2 ydx-\frac{1}{x}dy=0$, $y(1)=\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
19.	$3\sin^2 ydx-\frac{1}{x^3}dy=0$, $y(1)=\frac{\pi}{4}$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c
20.	$\frac{1}{x^2}dy+ydx=0$, $y(3)=1$ $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти c

Завдання № 25

Диференціальні рівняння І порядку. Задача Коші

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y' = -4y,\ y(0) = 2$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
2.	$y' = 4y,\ y(0) = -2$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
3.	$y' = 3y,\ y(0) = 4$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
4.	$y' = -3y,\ y(0) = -4$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
5.	$y' = 7y,\ y(0) = 2$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
6.	$y' = -7y,\ y(0)3$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
7.	$y' = 5y,\ y(0) = -1$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
8.	$y' = -5y,\ y(0) = -3$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
9.	$y' = -2y,\ y(0) = 1$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
10.	$y' = 2y,\ y(0) = 5$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$y' = y,\ y(0) = -5$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
12.	$y' = -y,\ y(0) = 3$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
13.	$y' = 8y,\ y(0) = -2$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
14.	$y' = -8y,\ y(0) = 3$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
15.	$y' = 9y,\ y(0) = -4$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
16.	$y' = -9y,\ y(0) = 4$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
17.	$y' = -10y,\ y(0) = 2$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
18.	$y' = 10y,\ y(0) = -2$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
19.	$y' = 6y,\ y(0) = -3$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C
20.	$y' = -6y,\ y(0) = 3$ $y = \varphi(x,c) - \text{загальний розв'язок}$	Знайти C

Завдання № 26

Диференціальні рівняння. Однорідні диференціальні рівняння І порядку

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$xy^2dy = \left(x^3 + y^3\right)dx$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
2.	$xdy - (x + y)dx$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
3.	$xy' = x^{e^{\frac{y}{x}}} + y$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
4.	$\dfrac{dx}{y + x} = \dfrac{dy}{y - x}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
5.	$y' = \dfrac{x - y}{x - 2y}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
6.	$y' = \dfrac{2xy}{x^2 - y^2}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
7.	$y' = \dfrac{x - y}{x + y}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
8.	$xy' = x\sin\dfrac{y}{x} + y$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
9.	$\left(x^2 + y^2\right)dx + xydy = 0$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
10.	$xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y + x$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$y' = \dfrac{y}{x} + tg\,\dfrac{y}{x}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
12.	$(x - y)ydx + x^2dy = 0$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
13.	$\left(y^2 - x^2\right)dx = 2xydy$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
14.	$y' = -\dfrac{x + y}{x + 2y}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
15.	$y' = \dfrac{y^2}{xy - x^2}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
16.	$y' = \dfrac{x^2 + y^2}{xy}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
17.	$\left(2y^2 - x^2\right)dx = xydy$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
18.	$xy' = y + x\cos^2\dfrac{y}{x}$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
19.	$x^2dy = \left(y^2 - xy + x^2\right)dx$ $y = \varphi(x, y, c) = 0$ - загальний розв'язок	Знайти ϕ
20.	$(4x - 3y)dx + (2y - 3x)dx$ $\phi(x, y, c) = 0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ

Завдання № 27

Диференціальні рівняння I порядку в повних диференціалах

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$\left(\frac{1}{y}+x\right)dx-\frac{x}{y^2}dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
2.	$\frac{2x}{y^3}dx+\frac{y^2-3x^2}{y^4}dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
3.	$(x^2+y)dx+(x-2y)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
4.	$(y-3x^2)dx-(4y-x)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
5.	$(y^3-x)y'=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
6.	$2(3xy^2+2x^3)dx+3(2x^2y+y^2)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
7.	$\frac{xdx+(2x+y)dy}{(x+y)^2}=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
8.	$\left(\frac{1}{x^2}+\frac{3y^2}{x^4}\right)dx=\frac{2y}{x^3}dy$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
9.	$\frac{x^2dy-y^2dx}{(x-y)^2}=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
10.	$xdx+ydy=\frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$e^{-y}dx+\left(1-xe^{-y}\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
12.	$\left(2x^3-xy^2\right)dx+\left(2y^3-x^2y\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
13.	$e^{y}dx+\left(xe^{y}-2y\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
14.	$\left(x^2+y^2+y\right)dx+\left(2xy+x+e^{y}\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
15.	$(xy+\sin y)dx+\left(\frac{1}{2}x^2+x\cos y\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
16.	$(x+\sin y)dx+(x\cos y+\sin y)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
17.	$ye^{x}dx+\left(y+e^{x}\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
18.	$\left(y^3-x\right)dy=ydx$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
19.	$(2x+y)dx+(x+2y)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ
20.	$\left(e^{x}\sin y+x\right)dx+\left(e^{x}\cos y+y\right)dy=0$, $\phi(x,y,c)=0$ - загальний інтеграл	Знайти ϕ

Завдання № 28

Задача Коші для лінійних диференціальних рівнянь I порядку

№	Умова	Що зробити	№	Умова	Що зробити
1.	$y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$, $y(0) = 1$	Знайти $y(x)$	11.	$x^2 y' + 2xy = \ln x$, $y(1) = -1$	Знайти $y(x)$
2.	$y' - 2 \cdot \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$	Знайти $y(x)$	12.	$y' + y = x - 1$, $y(0) = -1$	Знайти $y(x)$
3.	$\cos x y' + y \sin x = 1$, $y(0) = 1$	Знайти $y(x)$	13.	$xy' - 3y = x^2$, $y(1) = 0$	Знайти $y(x)$
4.	$y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$, $y(0) = 1$	Знайти $y(x)$	14.	$xy' + y = \sin x$, $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$	Знайти $y(x)$
5.	$y' - \frac{2}{x} y = x^2 e^x$, $y(0) = 1$	Знайти $y(x)$	15.	$y' + 2xy = 2x$, $y(0) = 2$	Знайти $y(x)$
6.	$y' + \frac{3}{x} y = \frac{2}{x^3}$, $y(1) = 3$	Знайти $y(x)$	16.	$xy' - y = x^2 \cos x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$	Знайти $y(x)$
7.	$y' + y - e^{-x} = 0$, $y(0) = 2$	Знайти $y(x)$	17.	$y' - y = e^x$, $y(0) = 0$	Знайти $y(x)$
8.	$y' + \frac{1-2x}{x^2} y - 1 = 0$, $y(1) = 0$	Знайти $y(x)$	18.	$y' - \frac{y}{x} = xe^x$, $y(0) = 0$	Знайти $y(x)$
9.	$y' + \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 1$	Знайти $y(x)$	19.	$y' - \frac{y}{x} = xtgx$, $y(0) = 0$	Знайти $y(x)$
10.	$(x^2+1) y' + xy = x(x^2+1)$, $y(0) = \frac{2}{3}$	Знайти $y(x)$	20.	$y' + y = e^{-x} \sin x$, $y(0) = -1$	Знайти $y(x)$

Завдання № 29
Рівняння Бернуллі

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$\frac{dy}{dx}+xy=x^3y^3$, $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
2.	$\frac{dy}{dx}+2e^x y=2e^x\sqrt{y}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
3.	$\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x}y=y^2\ln x$, $y(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
4.	$x\frac{dy}{dx}-\frac{1}{2}y=\frac{x^3}{2}y^{-1}$, $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
5.	$x\frac{dy}{dx}-y=xy^2$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
6.	$x\frac{dy}{dx}+y=y^2\ln x$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
7.	$\frac{dy}{dx}+4xy=2xe^{-x^2}\sqrt{y}$, $\phi(x,y,c)=0$ – загальний інтеграл рівняння	Знайти $\phi(x,y,c)$
8.	$\frac{dy}{dx}-7y=e^{3x}y^2$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
9.	$\frac{dy}{dx}-\frac{y}{x-3}=\frac{y^2}{x-3}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
10.	$x\frac{dy}{dx}+y-y^2=0$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$\frac{dy}{dx}+3y=e^{2x}y^2$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
12.	$x\frac{dy}{dx}-y=2\sqrt{xy}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
13.	$\frac{dy}{dx}-y=xe^{2x}\frac{1}{y}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
14.	$\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x}y=-y^2$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
15.	$x\frac{dy}{dx}-4y=2x^2\sqrt{y}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
16.	$\frac{dy}{dx}+2y=e^x y^2$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
17.	$\frac{dy}{dx}-\frac{y}{x}=-2y^2$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
18.	$\frac{dy}{dx}-\frac{y}{x}=-\frac{x^3}{y}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
19.	$x\frac{dy}{dx}-y=2\sqrt{x^5y}$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$
20.	$\frac{dy}{dx}-xy=-e^{-x^2}y^3$, $y=\varphi(x,c)$ – загальний розв'язок рівняння	Знайти $\varphi(x,c)$

Завдання № 30

Диференціальні рівняння, які допускають зниження порядку

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$xy''\ln x = y'$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
2.	$y'' - \dfrac{y'}{x} = xe^x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
3.	$yy'' - 2(y')^2 = 0$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
4.	$y'' = 4y$, $\phi(x,y,C_1,C_2)=0$ – загальний інтеграл	Знайти $\phi(x,y,C_1,C_2)$
5.	$y'' = \dfrac{2}{y^3}$, $\phi(x,y,C_1,C_2)=0$ – загальний інтеграл	Знайти $\phi(x,y,C_1,C_2)$
6.	$xy'' - y' = x^2e^x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
7.	$yy'' = (y')^2 + (y')^3$, $\phi(x,y,C_1,C_2)=0$ – загальний інтеграл	Знайти $\phi(x,y,C_1,C_2)$
8.	$y'' + y'tgx = \sin 2x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
9.	$y'' = \dfrac{1}{2y}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
10.	$y'' + \dfrac{1}{x}y' = \dfrac{1}{x^2}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
11.	$xy'' = y'$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
12.	$yy'' + (y')^2 = 0$, $\phi(x,y,C_1,C_2)=0$ – загальний інтеграл	Знайти $\phi(x,y,C_1,C_2)$
13.	$1 + (y')^2 = 2yy''$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
14.	$xy'' - y' = x^2$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
15.	$y''tgx = y' + 1$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
16.	$xy'' + y' = 0$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
17.	$2yy'' = (y')^2$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
18.	$y''(1+y) = 2(y')^2$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
19.	$(1+x^2)y'' = 2xy'$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
20.	$2xy'y'' = (y')^2 + 1$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$

Завдання № 31

Лінійні однорідні диференціальні рівняння ІІ порядку зі сталими коефіцієнтами

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y'' = 9y$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
2.	$y'' + y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
3.	$y'' - 2y' = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
4.	$y'' + 12y = 7y'$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
5.	$y'' + 4y' + 4y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
6.	$y'' + 2y' + 10y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
7.	$y'' + 3y' - 2y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
8.	$4y'' - 12y' + 9y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
9.	$y'' + y' + y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
10.	$y'' + 2y' + 5y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
11.	$y'' + 9y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
12.	$y'' + 6y' + 9y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
13.	$y'' - 6y' + 25y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
14.	$y'' - 12y' + 36y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
15.	$y'' - 11y' + 24y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
16.	$y'' - 4y' + 20y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
17.	$y'' + 5y' + 6y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
18.	$y'' - 4y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
19.	$y'' - 8y' + 16y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$
20.	$y'' + 10y' + 34y = 0$, $y = \varphi(x, C_1, C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x, C_1, C_2)$

Завдання № 32

Лінійні однорідні диференціальні рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами. Задача Коші

№	*Умова*	*Що зробити*	№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y''+2y'+5y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	11.	$y''+12y'+36y=0$, $y(0)=y'(0)=1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
2.	$y''+9y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=3$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	12.	$y''-3y'+2y=0$, $y(0)=2$, $y'(0)=3$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
3.	$y''-4y'=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=2$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	13.	$y''-6y'+10y=0$, $y(0)=y'(0)=1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
4.	$4y''+4y'+y=0$, $y(0)=2$, $y'(0)=1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	14.	$y''+4y=0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
5.	$y''+12y'+37y=0$, $y(0)=\frac{1}{6}$, $y'(0)=0$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	15.	$y''+5y'=0$, $y(0)=2$, $y'(0)=-5$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
6.	$y''-10y'+16y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=-6$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	16.	$y''+8y'+25y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=-1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
7.	$y''+2y'+17y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=3$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	17.	$y''-9y'+20y=0$, $y(0)=2$, $y'(0)=9$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
8.	$y''+10y'+29y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=-8$, $y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	18.	$y''+36y=0$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right)=-1$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right)=-6$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
9.	$y''+y'=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	19.	$y''+6y'+13y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=-1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
10.	$y''-2y'+5y=0$, $y(0)=-1$, $y'(0)=1$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$	20.	$y''+16y=0$, $y\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$, $y'\left(\frac{\pi}{8}\right)=-4$, $y=y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$

Завдання № 33
Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами

№	Умова	Що зробити
1.	$y''+y'-2y=8\sin 2x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
2.	$y''-7y'+12y=x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
3.	$y''+4y=2\sin 2x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
4.	$y''-4y=x+1$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
5.	$y''+9y=6e^{3x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
6.	$y''-3y'=2-6x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
7.	$y''-y=5x+2$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
8.	$y''+6y'+5y=e^{2x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
9.	$y''-6y'+9y=e^{x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
10.	$y''-3y'+2y=2\sin x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$

№	Умова	Що зробити
11.	$y''-y'-2y=e^{x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
12.	$y''+25y=\cos 5x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
13.	$y''-y'-2y=e^{-2x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
14.	$y''-2y'+2y=x^2$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
15.	$y''+y=5\sin 2x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
16.	$2y''-y'-y=4xe^{2x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
17.	$y''+y'+y=3e^{2x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
18.	$y''-2y'+y=4e^{x}$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
19.	$y''+2y'+5y=2\cos x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$
20.	$y''+4y'+3y=x$, $y=\varphi(x,C_1,C_2)$ – загальний розв'язок	Знайти $\varphi(x,C_1,C_2)$

Завдання № 34

Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y'' - y' = 2(1-x)$, $y(0) = y'(0) = 1$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
2.	$y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 9$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
3.	$y'' + 16y = 32e^{4x}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
4.	$y'' + y = -\sin 2x$, $y(\pi) = y'(\pi) = 1$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
5.	$y'' + 3y' + 2y = 2x^2 - 4x - 17$, $y(0) = y'(0) = 1$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
6.	$y'' - 9y' + 18y = 26\cos x - 8\sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
7.	$y'' + 4y = e^{-2x}$, $y(0) = y'(0) = 0$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
8.	$y'' - 4y' + 13y = 3\cos 3x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
9.	$y'' - 3y' + 2y = x^2 - x + 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
10.	$y'' - 3y' + 2y = 10e^{x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
11.	$y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
12.	$y'' - y' = 5x^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
13.	$y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
14.	$y'' - 3y' + 2y = -\sin x + 7\cos x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 7$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
15.	$y'' + 2y' + y = e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
16.	$y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1$, $y(0) = y'(0) = 2$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
17.	$y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$, $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{1}{27}$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
18.	$y'' - 2y' + 5y = xe^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
19.	$y'' - 4y' = 6x^2 + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$
20.	$y'' + 4y' - 2y = 8\sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$, $y = y(x)$ – частинний розв'язок	Знайти $y(x)$

Завдання № 35

Задача Коші для диференціальних рівнянь другого порядку

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	$y'' = \frac{1}{x^2}$, $x_0 = e$, $y(1) = 0$, $y'(1) = -1$	Знайти $y(x_0)$
2.	$y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x_0 = \pi$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$	Знайти $y(x_0)$
3.	$y'' = \frac{1}{\sin^2 x}$, $x_0 = \frac{3\pi}{2}$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$	Знайти $y(x_0)$
4.	$y'' = -\frac{2}{x^3}$, $x_0 = \frac{1}{2}$, $y(1) = -1$, $y'(1) = 1$	Знайти $y(x_0)$
5.	$y'' = 4\cos 2x$, $x_0 = \pi$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$	Знайти $y(x_0)$
6.	$y'' = 4\sin 2x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $y(\pi) = 0$, $y'(\pi) = -2$	Знайти $y(x_0)$
7.	$y'' = \cos x$, $x_0 = \pi$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$	Знайти $y(x_0)$
8.	$y'' = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$	Знайти $y(x_0)$
9.	$y'' = 4e^{2x}$, $x_0 = \ln 2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$	Знайти $y(x_0)$
10.	$y'' = \frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x}$, $x_0 = \ln 4$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{1}{2}$	Знайти $y(x_0)$

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	$y'' = e^{-x}$, $x_0 = \ln 2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$	Знайти $y(x_0)$
12.	$y'' = \frac{8}{(x+2)^3}$, $x_0 = 2$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$	Знайти $y(x_0)$
13.	$y'' = 4e^{-2x}$, $x_0 = \ln 2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$	Знайти $y(x_0)$
14.	$y'' = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}x}$, $x_0 = \ln 4$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -\frac{1}{2}$	Знайти $y(x_0)$
15.	$y'' = 6x$, $x_0 = 2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 3$	Знайти $y(x_0)$
16.	$y'' = -\frac{2}{(x+1)^3}$, $x_0 = 1$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$	Знайти $y(x_0)$
17.	$y'' = 6(x+2)$, $x_0 = 0$, $y(-2) = 0$, $y'(-2) = 0$	Знайти $y(x_0)$
18.	$y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$, $x_0 = 2$, $y(0) = -1$, $y'(0) = -1$	Знайти $y(x_0)$
19.	$y'' = \frac{1}{4}\cos\frac{1}{2}x$, $x_0 = 2\pi$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$	Знайти $y(x_0)$
20.	$y'' = \frac{1}{4}\sin\frac{1}{2}x$, $x_0 = 3\pi$, $y(\pi) = -1$, $y'(\pi) = 0$	Знайти $y(x_0)$

Завдання № 36

Застосування диференціальних рівнянь до розв'язання задач геометрії та фізики

№	*Умова*	*Що зробити*
1.	Кутовий коефіцієнт дотичної в будь-якій точці кривої дорівнює подвійній ординаті точки дотику.	*Знайти:* *а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(2;5)$
2.	Швидкість охолодження тіла в повітрі пропорціональна різниці між температурою тіла і температурою повітря, яка стала і дорівнює 20^0. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k.	*Знайти: а) залежність температури тіла* T *від часу* t*;* *б) залежність температури тіла* T *від часу* t*, якщо за 10хв. температура тіла знизилась від* 100^0 *до* 60^0
3.	Точка перетину будь-якої дотичної до кривої з віссю абсцис має абсцису, що дорівнює $\frac{3}{4}$ абсциси точки дотику.	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(2;16)$
4.	Швидкість знецінювання устаткування внаслідок його зносу в кожний момент часу пропорціональна його фактичній вартості, коефіцієнт пропорціональності дорівнює k.	*Знайти: а) залежність вартості устаткування* ***A*** *від часу* t*;* *б) вартість устаткування через 2 роки, якщо його початкова вартість дорівнювала* A_0
5.	Кутовий коефіцієнт дотичної в будь-якій точці кривої в три рази більше кутового коефіцієнта прямої, що з'єднує цю точку з початком координат	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(1;2)$
6.	Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю, що пропорційна квадрату часу. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k.	*Знайти: а) залежність між пройденим шляхом* S *і часом* t*;* *б) залежність між пройденим шляхом і часом, якщо* $t=0$, $S=S_0$
7.	Кутовий коефіцієнт дотичної в будь-якій точці кривої в два рази менше кутового коефіцієнта радіуса-вектора точки дотику.	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(4;3)$
8.	Тіло рухається прямолінійно з прискоренням, яке пропорціонально добутку швидкості на час. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k.	*Знайти: а) залежність між швидкістю* v *і часом* t*;* *б) залежність між швидкістю і часом, якщо при* $t=0$, $v=v_0$
9.	Кутовий коефіцієнт дотичної в будь-якій точці кривої дорівнює квадрату ординати точки дотику.	*Знайти:* *а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(3;4)$
10.	Швидкість розпаду радію пропорціональна його кількості в даний момент часу. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k. Для радія експериментально встановлено, що $k=0{,}000436$ (одиниця вимірювання часу – рік) Врахувати, що маса радію з часом зменшується	*Знайти: а) закон зміни маси радію* m *залежно від часу* t*;* *б) закон зміни маси радію, якщо в момент часу* $t=t_0$ *маса радію* m_0

№	*Умова*	*Що зробити*
11.	Довжина відрізку, який дотичний в будь-якій точці кривої відтинає на осі Oy, дорівнює відстані від точки дотику до початку координат	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(1;0)$
12.	Матеріальна точка маси m рухається прямолінійно під дією сили F, прямо пропорціональна часу t від початку руху і обернено пропорціонально швидкості руху v. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k. (Згідно закону Ньютона $F=m\dfrac{dv}{dt}$, де $\dfrac{dv}{dt}$ - прискорення)	*Знайти: а) залежність між швидкістю* v *і часом* t*;* *б) залежність між швидкістю і часом* t*, якщо при* $t=0$, $v=0$
13.	Кутовий коефіцієнт дотичної в будь-якій точці кривої дорівнює потрійній ординаті цієї точки.	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, якщо вона проходить через точку* $(0;-2)$
14.	Тіло рухається прямолінійно з прискоренням, що пропорціональне добутку швидкості v на час t. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k; $\dfrac{dv}{dt}$ - прискорення.	*Знайти: а) залежність між швидкістю* v *і часом* t*;* *б) залежність між швидкістю і часом, якщо при* $t=0$, $v=v_0$
15.	Кутовий коефіцієнт дотичної, в будь-якій точці кривої в три рази більше кутового коефіцієнта прямої, яка з'єднує цю точку з початком координат.	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, яка проходить через точку* $(1;1)$
16.	Контур складається з електрорушійної сили E_0, опору R та індуктивності L до E_0, L, R - сталі (Згадати закон Ома – динамічну модель задачі)	*Знайти: а) залежність сили струну* I *від часу* t *в цьому контурі (кінематичну модель задачі);* *б) залежність між силою струму і часом* t*, якщо при* $t=0$ $I=0$
17.	Кутовий коефіцієнт дотичної, в будь-якій точці кривої дорівнює ординаті цієї точки, збільшеної на три одиниці.	*Знайти: а) сім'ю* $y=\varphi(x,c)$ *таких кривих;* *б) криву* $y=f(x)$*, що проходить через точку* $(0;-2)$
18.	Прискорення локомотиву прямо пропорціональне силі тяги $F=b-kv$, де v - *швидкість локомотиву,* b,k - сталі величини, і обернено пропорціональне його масі m. Початкова швидкість локомотиву v_0, коефіцієнт пропорціональності 1.	*Знайти: а) силу тяги локомотиву* F *в залежності від часу* t*;* *б) силу тяги локомотиву, якщо при* $t=0$, $F=F_0=b-kv_0$.
19.	Точка перетину будь-якої дотичної до кривої з віссю абсцис має абсцису, яка вдвоє менше абсциси точки дотику	*Знайти: а) сім'ю кривих* $y=\varphi(x,c)$*, які мають таку властивість;* *б) криву* $y=f(x)$ *цієї сім'ї, що проходить через точку* $(2;4)$
20.	Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю, що прямо пропорціональна корню квадратному із часу. Коефіцієнт пропорціональності дорівнює k.	*Знайти: а) залежність між пройденим шляхом* S *і часом* t*;* *б) залежність між пройденим шляхом і часом, якщо при* $t=0$ $S=S_0$

4. ВІДПОВІДІ НА ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

4.1 Визначений інтеграл

Завдання 1

1. -5; 2. 2; 3. 0; 4. -2; 5. -3; 6. 0; 7. 4; 8. 0; 9. -1; 10. 7; 11. 4; 12. -8; 13. -3; 14. 0; 15. -2; 16. 5; 17. 0; 18. 0; 19. 3; 20. -1.

Завдання 2

1. 3; 2. 60; 3. 2; 4. 3; 5. 3; 6. 28; 7. 0; 8. 62; 9. 1; 10. 127; 11. $\sqrt{3}$; 12. 2; 13. -3; 14. 2; 15. $\sqrt{3}$; 16. 0; 17. -1; 18. π; 19. 1; 20. 14.

Завдання 3

1. 2; 2. $+\sqrt{2}$; 3. ± 1; 4. 2; 5. -2; 6. 4; 7. 8; 8. 3; 9. 2; 10. 2; 11. $\sqrt{3}$; 12. $\sqrt{5}$; 13. 4; 14. 5; 15. 2; 16. 9; 17. 4; 18. $-\sqrt{3}$; 19. $-\sqrt{5}$; 20. +1.

Завдання 4

1. 1; 2. 1; 3. 1; 4. 100; 5. 1; 6. 1; 7. 1; 8. 1; 9. 1; 10. 1; 11. 1; 12. 1; 13. 2; 14. 1; 15. 1; 16. 1; 17. 1; 18. 1; 19. 1; 20. 1.

Завдання 5

1. 1; 2. 1; 3. 1; 4. 1; 5. 1; 6. 1; 7. 1; 8. 1; 9. 1; 10. 1; 11. 1; 12. 1; 13. 1; 14. 1; 15. 1; 16. 1; 17. 1; 18. $2-\frac{\pi}{2}$; 19. $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$; 20. 1.

Завдання 6

1. $0{,}5\pi$; 2. $4{,}5\pi$; 3. $4{,}5\pi$; 4. π; 5. π; 6. $2{,}25\pi$; 7. $0{,}5\pi$; 8. 4π; 9. 5π; 10. $6{,}25\pi$; 11. 2π; 12. $4{,}5\pi$; 13. $3{,}75\pi$; 14. $4{,}5\pi$; 15. 4π; 16. $3{,}5\pi$; 17. 2π; 18. 4π; 19. $12{,}5\pi$; 20. 10π.

Завдання 7

1. 1; 2. 1; 3. 1; 4. 1; 5. 1; 6. 1; 7. 1; 8. 1; 9. 1; 10. 1; 11. 1; 12. 1; 13. 1; 14. 2; 15. 2; 16. 2; 17. 0,5; 18. 0,5; 19. 0,5; 20. 0,5.

Завдання 8

1. 4; 2. 4; 3. 4; 4. 4; 5. 4; 6. 4; 7. 4; 8. 8; 9. 2; 10. 3; 11. 4; 12. 1; 13. 4; 14. 4; 15. 1; 16. $\frac{4}{3}$; 17. $\frac{4}{3}$; 18. 16; 19. 16; 20. 2.

Завдання 9

1. $\frac{56}{3}$; 2. $\frac{38}{3}$; 3. $\frac{e^2+1}{4}$; 4. 8; 5. 3; 6. $\frac{56}{3}$; 7. 5; 8. $\frac{3}{2}$; 9. $1+\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$;

10. $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\ln 2$; 11. $\frac{\left(80\sqrt{10}-13\sqrt{13}\right)}{27}$; 12. $\frac{\pi}{2}$; 13. $\frac{e+e^{-1}}{2}=sh1$; 14. $1+\frac{1}{2}\ln\frac{9}{5}$;
15. π; 16. $\frac{8}{27}\left(10\sqrt{10}-1\right)$; 17. $\frac{335}{27}$; 18. 6; 19. $1{,}5\pi$; 20. $\frac{343}{27}$.

Завдання 10

1. $\frac{64}{3}\pi$; 2. 16π; 3. $\frac{6}{5}\pi$; 4. 8π; 5. $\frac{\pi}{9}\left(17\sqrt{17}-1\right)$; 6. $12\pi\sqrt{10}$; 7. $\frac{104}{3}\pi$; 8. $\frac{\pi}{4}\left(e^2-e^{-2}+4\right)$; 9. $\frac{\pi}{9}\left(2\sqrt{2}-1\right)$; 10. $4\sqrt{2}\pi$; 11. $\frac{56}{3}\pi$; 12. $30\pi\sqrt{5}$; 13. $\frac{109}{3}\pi$;
14. $\frac{256}{3}\pi$; 15. 36π; 16. $\frac{24}{5}\pi$; 17. $8\pi\sqrt{2}$; 18. 20π; 19. $\frac{49}{3}\pi$; 20. $\frac{98}{729}\pi$.

Завдання 11

1. $\frac{\pi}{2}$; 2. $\frac{\pi^2}{2}$; 3. 16π; 4. 64π; 5. $\frac{16}{15}\pi$; 6. $\frac{16}{3}\pi$; 7. 24π; 8. 6π; 9. $\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$;
10. $\frac{512}{15}\pi$; 11. $\frac{104}{5}\pi$; 12. $\left(\frac{1}{8}\left(e^4-e^{-4}\right)+1\right)\pi$; 13. $5\pi^2$; 14. $19{,}2\pi$; 15. $\frac{48\sqrt{3}}{5}\pi$; 16. $\frac{80}{3}\pi$; 17. $\frac{\pi}{4}$; 18. $\frac{\pi}{30}$; 19. 12π; 20. $\frac{\pi}{4}$.

Завдання 12

1. 0,18Дж; 2. 0,05Дж; 3. 100Дж; 4. 11,25Дж; 5. 0,1м; 6. 80Дж; 7. 15Дж;
8. 0,08м; 9. 0,625Дж; 10. 0,075Дж; 11. 25Дж; 12. ≈0,6Дж; 13. 10см; 14. 0,002Дж; 15. $x_2=x_1+\sin\left(\frac{2\pi t^2}{T}+\varphi_0\right)-\sin\left(\frac{2\pi t_1}{T}+\varphi_0\right)$; 16. ≈6,25Дж; 17. 6Дж;
18. ≈2,4м; 19. ≈5Дж; 20. 0,0625Дж.

Завдання 13.

1. $M_x=M_y=\frac{9}{2}$; $x_c=y_c=1$; 2. $M_x=8,\ M_y=0$; $x_c=0,\ y_c=\frac{4}{\pi}$;
3. $M_x=M_y=\frac{12}{5}$; $x_c=y_c=\frac{4}{5}$; 4. $M_x=10,\ M_y=\frac{15}{2}$; 5. $M_x=\frac{\pi}{4},\ M_y=\pi$; $x_c=\frac{\pi}{2},\ y_c=\frac{\pi}{8}$; 6. $x_c=\frac{8}{3\pi},\ y_c=\frac{4}{\pi}$; 7. $M_x=\frac{1}{4}\left(e^2-e^{-2}+4\right),\ M_y=0$;
8. $x_c=\frac{3}{2}, y_c=\frac{3}{5}$; 9. $x_c=\pi,\ y_c=\frac{5}{6}$; 10. $M_x=4,\ M_y=6$; 11. $M_x=\sqrt{13},\ M_y=\frac{3}{2}\sqrt{13}$;

12. $M_x=\frac{\pi}{4},\ M_y=0;\ x_c=0,\ y_c=\frac{\pi}{8};$ 13. $M_x=M_y=9;\ x_c=y_c=\frac{4}{\pi};$ 14. $M_x=M_y=\frac{4}{3};\ x_c=y_c=\frac{2}{3};$ 15. $x_c=\frac{12}{5},\ y_c=3;$ 16. $x_c=3\pi,\ y_c=4;$ 17. $x_c=0,\ y_c=\frac{4}{\pi};$ 18. $x_c=\frac{20}{7},\ y_c=\frac{5}{4};$ 19. $x_c=y_c=-\frac{6}{5};$ 20. $x_c=-\frac{16}{3\pi},\ y_c=\frac{4}{\pi}.$

Завдання 14.

1. $12м,\ 2{,}4 \, м/с$; 2. ; $12м,\ 2{,}67 \, м/с$; 3. $14м,\ 7 \, м/с$; 4. $93м,\ 13{,}3 \, м/с$; 5. $16м,\ 2 \, м/с$; 6. $12м,\ 6 \, м/с$; 7. $1110м,\ 111 \, м/с$; 8. $275м,\ 55 \, м/с$; 9. $36м,\ 6 \, м/с$; 10. $10м67см,\ 2{,}67 \, м/с$; 11. $32м,\ 8 \, м/с$; 12. $72м,\ 12 \, м/с$; 13. $54м,\ 18 \, м/с$; 14. $208м,\ 52 \, м/с$; 15. $33м,\ 11 \, м/с$; 16. $20м83см,\ 4{,}16 \, м/с$; 17. $45м,\ 6{,}43 \, м/с$; 18. $4м50см,\ 1{,}5 \, м/с$; 19. $7м,\ 1{,}4 \, м/с$; 20. $48м,\ 12 \, м/с$.

Завдання 15.

1. 27кг; 2. ; 1,5кг; 3. 6кг; 4. 2кг; 5. 1,5кг; 6. 1кг; 7. 10кг; 8. 1кг; 9. 2кг; 10. 1кг; 11. 1кг; 12. 3кг; 13. 1кг; 14. 3кг; 15. 2кг; 16. 2кг; 17. 1кг; 18. 20кг; 19. 2кг; 20. 2кг.

4.2 Невласні інтеграли

Завдання 16.

1. 1; 2. 1; 3. 1; 4. 1; 5. 1; 6. 1; 7. 1; 8. 1; 9. 1; 10. $\frac{1}{4}$; 11. 1; 12. 1; 13. 1; 14. $\frac{1}{2}$; 15. 1; 16. 1; 17. 1; 18. $\frac{1}{2}$; 19. 1; 20. 1.

Завдання 17.

1. 2; 2. $2\sqrt{2}$; 3. ∞; 4. ∞; 5. 1; 6. ∞; 7. ∞; 8. 3; 9. 2; 10. 2; 11. ∞; 12. 3; 13. $2\sqrt{124}$; 14. 2; 15. ∞; 16. ∞; 17. 8; 18. $\sqrt{3}$; 19. 2; 20. ∞.

Завдання 18.

1. ∞; 2. 1; 3. 15; 4. ∞; 5. 2; 6. ∞; 7. 6; 8. ∞; 9. ∞; 10. 2; 11. ∞; 12. $-\infty$; 13. $-\infty$; 14. ∞; 15. 2; 16. ∞; 17. 52; 18. ∞; 19. 3; 20. ∞.

Завдання 19.

1. 2; 2. 3; 3. 3; 4. 2; 5. 2; 6. 4; 7. 1; 8. 1; 9. -2; 10. $\frac{1}{2}$; 11. 3; 12. -2; 13. -4; 14. 2; 15. $-\frac{1}{4}$; 16. $-\frac{1}{3}$; 17. $\frac{1}{2}$; 18. $\frac{3}{2}$; 19. -5; 20. $\frac{1}{2}$.

Завдання 20.

1. 2; 2. 3; 3. 4; 4. 5; 5. 6; 6. 7; 7. 8; 8. 1; 9. 9; 10. -1; 11. -2; 12. -3; 13. -4; 14. -5; 15. -6; 16. -7; 17. -8; 18. -9; 19. 10; 20. -10.

Завдання 21.

1. 3; 2. -2; 3. 6; 4. 3; 5. -9; 6. -4; 7. 7; 8. 1; 9. 1; 10. 2; 11. 10; 12. 7; 13. 9; 14. 9; 15. 11; 16. 8; 17. -2; 18. 10; 19. 4; 20. 12.

4.3 Диференціальні рівняння

Завдання 22.

1. $x^3-\frac{x^2}{4}-5x-35$; 2. $\frac{1}{6}-\frac{1}{3x^3}+\frac{1}{2x^2}$; 3. $x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}\sin 2x+1$;
4. $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{(x+3)^3}-7\right)$; 5. $0{,}41-\frac{1}{4}(2-x)^4$; 6. $\frac{2}{3}\sqrt{x}+8$; 7. $1-\cos x+\sin x$;
8. $1+3\sqrt[3]{x}$; 9. $\left(2x^3-1\right)^2$; 10. $\frac{1}{4}-\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{x}$; 11. $\sqrt{2}-\cos x-\sin x$;
12. $y^2-\sin x=0$; 13. $y^2-\frac{1}{4}\sqrt[3]{\left(3x^2+8\right)^4}=0$; 14. $y^2-\cos x=0$;
15. $2-\frac{1}{x}-\ln|x|$; 16. $2\sqrt{\left(x^2-1\right)}+4-y^2=0$; 17. $\left(2x^4+1\right)^2$; 18. $3x-e^{2x}+x^3$;
19. $arctgy-tgx=0$; 20. $e^{2y}-ctgx-1=0$.

Завдання 23.

1. $ye^x-c(x+1)=0$; 2. $c+\sqrt{1-x^2}+y=0$; 3. $\left(x^2-1\right)(y-1)-c(y+1)=0$;
4. $\frac{1}{2}tgy+\frac{1}{x}-c=0$; 5. $c+\ln\left|x^2-1\right|+\frac{1}{y}=0$; 6. $c-\arcsin x+y=0$;
7. $x^2+y^2-2\ln x-c=0$; 8. $y-c\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$; 9. $y^2+2x-c=0$;
10. $\frac{y}{1+y^2}-cx=0$; 11. $y-\frac{c}{\sqrt{1+x^2}}=0$; 12. $x-cy^2e^{\frac{1}{y}}=0$; 13. $y-cx=0$; 14. $-\frac{1}{y}+\frac{1}{x}\ln x+\frac{1}{x}-c=0$; 15. $y-\frac{c}{x}=0$; 16. $\frac{1}{2}\ln^2 y+\ln y-x+c=0$;
17. $y-\frac{c}{(x-1)^2}=0$; 18. $y-cx^2=0$; 19. $y-ce^{arctgx}=0$; 20. $\ln\left|\frac{y}{x}\right|+\frac{x+y}{xy}-c=0$.

Завдання 24.

1. 5; 2. -2; 3. -2; 4. 1; 5. 4; 6. 2; 7. 1; 8. -1; 9. 0; 10. 0; 11. 2; 12. 2; 13. 2; 14. 1; 15. 1; 16. 1; 17. 0; 18. 0; 19. 2; 20. 9.

Завдання 25.

1. 2; 2. -2; 3. 4; 4. -4; 5. 2; 6. 8; 7. -1; 8. -3; 9. 1; 10. 5; 11. -5; 12. 3; 13. -2; 14. 3; 15. -4; 16. 4; 17. 2; 18. -2; 19. -3; 20. 3.

Завдання 26.

1. $e^{\frac{y^3}{x^3}} - cx^3 = 0$; 2. $e^{\frac{y}{x}} - cx = 0$; 3. $\ln|x| + e^{-\frac{y}{x}} - c - 0$;

4. $\ln\sqrt{x^2+y^2} + arctg\dfrac{y}{x} - c = 0$; 5. $x^2 - 2xy + 2y^2 - c = 0$; 6. $x^2 + y^2 - cy = 0$;

7. $x^2 - 2xy - y^2 = c$; 8. $tg\dfrac{y}{2x} = cx$; 9. $\dfrac{1}{x^2+2y^2} - cx^2 = 0$;

10. $e^{\frac{y}{x}} - cx\left(e^{\frac{y}{x}} + 1\right) = 0$; 11. $\sin\dfrac{y}{x} - cx = 0$; 12. $cx^2 + \dfrac{2x-y}{y} = 0$;

13. $x^2 + y^2 - cx = 0$; 14. $2y^2 + 2xy + x^2 - c = 0$; 15. $cy - e^{\frac{y}{x}} = 0$;

16. $e^{\frac{y^2}{2x^2}} - cx = 0$; 17. $y^2 - x^2 - cx^4 = 0$; 18. $e^{tg\frac{y}{x}} - cx = 0$; 19. $e^{\frac{x}{x-y}} - cx = 0$;

20. $y^2 - 3xy + 2x^2 - c = 0$.

Завдання 27.

1. $\dfrac{x}{y} + \dfrac{x^2}{2} + c = 0$; 2. $\dfrac{x^2}{y^3} - \dfrac{1}{y} = c$; 3. $\dfrac{x^3}{3} + yx - y^2 = c$;

4. $2y^2 - xy + x^3 = c$; 5. $y^4 - 4xy = c$; 6. $x^4 + 3x^2y^2 + y^3 = c$;

7. $\ln|x+y| - \dfrac{x}{x+y} = c$; 8. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{y^2}{x^3} = c$; 9. $\dfrac{xy}{x-y} = c$;

10. $x^2 + y^2 - 2arctg\dfrac{x}{y} = c$; 11. $xe^{-y} + y = c$; 12. $x^4 - x^2y^2 + y^4 = c$;

13. $xe^y - y^2 = c$; 14. $\dfrac{1}{3}x^3 + y^2x + xy + e^y = c$; 15. $\dfrac{1}{2}x^2y + x\sin y = c$;

16. $\dfrac{1}{2}x^2 + x\sin y - \cos y = c$; 17. $ye^x + \dfrac{1}{2}y^2 = c$; 18. $yx - \dfrac{1}{4}y^4 = c$;

19. $x^2 + xy + y^2 = c$; 20. $x^2 + y^2 + 2e^x\sin y = c$.

Завдання 28.

1. $y(x)=\frac{1}{2}\left[(x+1)^4+(x+1)^2\right]$; 2. $y(x)=x^2-x-\frac{1}{2}$; 3. $y(x)=\sin x+\cos x$;

4. $y(x)=\sin x-1+2e^{-\sin x}$; 5. $y(x)=x^2e^x$; 6. $y(x)=\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}$;

7. $y(x)=e^{-x}(x+2)$; 8. $y(x)=x^2$; 9. $y(x)=\frac{1}{4}\left(x^3+\frac{3}{x}\right)$;

10. $y(x)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}+x^2+1\right)$; 11. $y(x)=\frac{1}{x}(\ln x-1)$; 12. $y(x)=x-2+e^{-x}$;

13. $y(x)=x^3-x^2$; 14. $y(x)=-\frac{1}{x}(1+\cos x)$; 15. $y(x)=1+e^{-x^2}$;

16. $y(x)=x\sin x$; 17. $y(x)=xe^x$; 18. $y(x)=xe^x$; 19. $y(x)=-x\ln|\cos x|$;

20. $y(x)=-\cos xe^{-x}$.

Завдання 29.

1. $\frac{1}{y^2}=x^2+1+ce^{x^2}$; 2. $\left(e^{e^x}+c\right)e^{-2e^x}$; 3. $-\frac{2}{x\left(c+\ln^2 x\right)}$; 4. $y^2=\frac{x^3}{2}+cx$; 5. $\frac{2x}{x^2+c}$; 6. $\frac{1}{cx+\ln x+1}$; 7. $y^2=e^{-2x^2}\left(c+\frac{x^2}{2}\right)^2$; 8. $-\frac{10e^{7x}}{e^{10x}+c}$; 9. $-\frac{x-3}{x+c}$;

10. $\frac{1}{1-cx}$; 11. $\frac{1}{e^{2x}-ce^{3x}}$; 12. $(c-\ln x)^2x$; 13. $e^x\sqrt{x^2+c}$; 14. $\frac{1}{x(c+\ln x)}$;

15. $\frac{1}{4}x^4(c-\ln x)^2$; 16. $\frac{1}{e^x+ce^{2x}}$; 17. $\frac{x}{x^2+c}$; 18. $x\sqrt{c-x^2}$; 19. $x\left(\frac{x^2}{2}+c\right)^2$;

20. $x\frac{e^{\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2(x+c)}}$.

Завдання 30.

1. $c_1x(\ln x-1)+c_2$; 2. $xe^x-e^x+c_1\frac{x^2}{2}+c_2$; 3. $-\frac{1}{c_1x+c_2}$; 4. $-2x+\ln\left|2y+\sqrt{4y^2+c_1}\right|+c_2$; 5. $\frac{1}{c_1}\sqrt{c_1y^2-2}-x-c_2=0$; 6. $e^x(x-1)+c_1x^2+c_2$;

7. $y+c_1\ln x-x-c_2=0$; 8. $c_2+c_1\sin x-x-\frac{1}{2}\sin 2x$; 9. $\frac{2}{3}(x+c_2)^{\frac{3}{2}}+c_1$;

10. $\frac{1}{2}\ln^2 x + c_1 \ln x + c_2$; 11. $c_1 x^2 + c_2$; 12. $y^2 - c_1 x_1 - c_2 = 0$; 13. $\frac{c_1}{4}(x + c_2)^2 + \frac{1}{c_1}$;

14. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{c_1}{2}x^2 + c_2$; 15. $c_2 - c_1 \cos x - x$; 16. $c_1 \ln|x| + c_2$; 17. $(c_1 x + c_2)^2$; 18. $-\left(\frac{1}{c_1 x + c_2} + 1\right)$; 19. $c_1\left(x + \frac{x^2}{2}\right) + c_2$; 20. $\frac{2}{3c_1}\sqrt{(c_1 x - 1)^3} + c_2$.

Завдання 31.

1. $c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x}$; 2. $c_1 \cos x + c_2 \sin x$; 3. $c_1 + c_2 e^{2x}$;
4. $c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x}$; 5. $(c_1 + c_2 x)e^{-2x}$; 6. $e^{-x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$;
7. $c_1 e^{\frac{-3+\sqrt{17}}{2}x} + c_2 e^{\frac{-3-\sqrt{7}}{2}x}$; 8. $(c_1 + c_2 x)e^{\frac{3}{2}x}$; 9. $e^{-\frac{1}{2}} \cdot x\left(c_1 \cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_2 \sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$;
10. $e^{-x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x)$; 11. $c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x$; 12. $e^{-3x}(c_1 + c_2 x)$;
13. $e^{3x}(c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x)$; 14. $e^{6x}(c_1 + c_2 x)$; 15. $c_1 e^{3x} + c_2 e^{8}$;
16. $e^{2x}(c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x)$; 17. $c_1 e^{-3x} + c_2 e^{-2x}$; 18. $c_1 + c_2 e^{4x}$;
19. $c_1 e^{4x} + c_2 x e^{4x}$; 20. $e^{-5x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$.

Завдання 32.

1. $\frac{1}{2}e^{-x}\sin 2x$; 2. $\sin 3x$; 3. $\frac{1}{2}(1 + e^{4x})$; 4. $2e^{-\frac{1}{2}x}(1 - x)$; 5. $e^{-6x}\left(\frac{1}{6}\cos x + \sin x\right)$;
6. $e^{8x} - e^{2x}$; 7. $e^{-x}(\cos 4x + \sin 4x)$; 8. $e^{-5x}(2\cos 2x + \sin 2x)$; 9. $1 - e^{-x}$;
10. $e^{x}(\sin 2x - \cos 2x)$; 11. $e^{6x}(1 - 5x)$; 12. $e^{2x} + e^{x}$; 13. $e^{3x}(\cos x - 2\sin x)$;
14. $\cos 2x + \sin 2x$; 15. $1 + e^{-5x}$; 16. $e^{-4x}(\cos 3x + \sin 3x)$; 17. $e^{4x} + e^{5x}$;
18. $\sin 6x + \cos 6x$; 19. $e^{-3x}(\cos 2x + \sin 2x)$; 20. $\cos 4x + \sin 4x$.

Завдання 33.

1. $c_1 e^{x} + c_2 e^{-2x} - \frac{1}{5}(6\sin 2x + 2\cos 2x)$; 2. $c_1 e^{3x} + c_2 e^{4x} + \frac{12x + 7}{144}$;

3. $c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x - \frac{x}{2}\cos 2x$; 4. $c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} - \frac{x+1}{4}$; 5. $c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x + \frac{1}{3}e^{3x}$; 6. $c_1 + c_2 e^{3x} + x^2$; 7. $c_1 e^{x} + c_2 e^{-x} - 5x - 2$;

8. $c_1 e^{-x} + c_2 e^{-5x} + \frac{1}{21}e^{2x}$; 9. $c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x} + \frac{1}{4}e^{x}$; 10. $c_1 e^{x} + c_2 e^{2x} + \frac{3}{5}\cos x + \frac{1}{5}\sin x$;

11. $c_1e^{2x}+c_2e^{-x}-\frac{1}{2}e^x$; 12. $c_1\cos 5x+c_2\sin 5x+\frac{1}{10}\sin 5x$; 13. $c_1e^{-x}+c_2e^{2x}+\frac{1}{4}e^{-2x}$;

14. $e^x(c_1\cos x+c_2\sin x)+\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2}$; 15. $c_1\cos x+c_2\sin x-\frac{5}{3}\sin 2x$; 16. $c_1e^x+c_2e^{-\frac{x}{2}}+4\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{7}\right)$; 17. $e^{-\frac{1}{2}x}\left(c_1\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+c_2\sin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{3}{7}e^{2x}$;

18. $e^x(c_1+c_2x)+2x^2e^x$; 19. $e^{-x}(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)+\frac{2}{5}\cos x+\frac{1}{5}\sin x$;

20. $c_1e^{-3x}+c_2e^{-x}+\frac{1}{3}x-\frac{4}{9}$.

Завдання 34.

1. $1+e^x+x^2$; 2. $\frac{11}{4}e^{3x}+\frac{1}{8}e^x+\frac{1}{8}e^{5x}$; 3. $\cos 4x-\sin 4x+e^{4x}$;

4. $\cos x-\frac{1}{3}\sin x+\frac{1}{3}\sin 2x$; 5. $8e^{-x}-8e^{-2x}+x^2-7x+1$;

6. $-3e^{3x}+2e^{6x}+\cos x-\sin x$; 7. $-\frac{1}{8}\cos 2x+\frac{1}{8}\sin 2x+\frac{1}{8}e^{-2x}$;

8. $e^x\left(\frac{35}{32}\cos 3x-\frac{1}{12}\sin 3x\right)-\frac{3}{32}\cdot\cos 3x-\frac{9}{32}\sin 3x$;

9. $-3e^x+\frac{5}{2}e^{2x}+\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$; 10. $-\frac{11}{10}e^x+\frac{11}{10}e^{2x}-\frac{1}{10}xe^x$;

11. $-4e^{3x}+16xe^{3x}+x^2-3x+3$; 12. $1-5x^2-\frac{5}{3}x^3$; 13. $e^{3x}(2\cos 4x-3\sin 4x)+\sin 4x$;

14. $-6e^x+\frac{38}{5}e^{2x}+\frac{2}{5}\cos x-\frac{11}{5}\sin x$; 15. $\frac{8}{9}e^{-x}+\frac{11}{3}xe^{-x}+\frac{1}{9}e^{2x}$;

16. $\frac{9}{4}-\frac{1}{4}e^{-2x}+x^3-x^2+\frac{3}{2}x$; 17. $\frac{79}{81}e^{2x}-\frac{158}{81}xe^{2x}+\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{27}x+\frac{29}{81}$;

18. $e^x\left(\frac{27}{25}\cos 2x-\frac{9}{25}\sin 2x\right)-\left(\frac{1}{5}x+\frac{2}{25}\right)e^{2x}$; 19. $-\frac{1}{37}e^{-6x}+\frac{1}{5}e^{2x}-\frac{32}{185}\cos x-\frac{104}{185}\sin x$;

20. $\frac{73}{64}+\frac{55}{64}e^{4x}-\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{8}x^2-\frac{7}{6}x$.

Завдання 35.

1. -1; 2. 0; 3. 0; 4. -2; 5. 1; 6. -1; 7. 1; 8. -1; 9. 4; 10. 2; 11. $\frac{1}{2}$; 12. 1; 13. $\frac{1}{4}$;

14. $\frac{1}{2}$; 15. 8; 16. $-\frac{1}{2}$; 17. 8; 18. 1; 19. 1; 20. 1.

Завдання 36.

1. $y=ce^{2x}$, $y=5e^{2(x-2)}$; 2. $T(t)=20+cl^{kt}$, $T(t)=20+80l^{-0,1t\ln 2}$, $20+80l^{-0,1t\ln 2}$;
3. $y=cx^4$, $y=x^4$; 4. $A(t)=ce^{-kt}$, $A=A_0l^{-2k}$; 5. $y=cx^3$, $y=2x^3$;
6. $S(t)=\frac{kt^3}{3}+c$, $S(t)=\frac{kt^3}{3}+S_0$; 7. $y^2=cx$, $y^2=\frac{9}{4}x$; 8. $v=ce^{\frac{kt^2}{2}}$, $v=v_0e^{\frac{kt^2}{2}}$;
9. $y=-\frac{1}{x+c}$, $y=\frac{4}{13-4x}$; 10. $m(t)=ce^{-kt}$, $m(t)=m_0e^{-k(t-t_0)}$;
11. $y=\frac{c^2-x^2}{2c}$, $y=\frac{1}{2}(1-x^2)$; 12. $v=\sqrt{\frac{k}{m}t^2+c}$, $v=\sqrt{\frac{k}{m}t}$;
13. $y=cl^{3x}$, $y=-2l^{3x}$; 14. $v=ce^{k\frac{t^2}{2}}$, $v=v_0e^{k\frac{t^2}{2}}$; 15. $y=cx^3$, $y=x^3$;
16. $I(t)=ce^{-\frac{R}{L}t}+\frac{E_0}{R}$, $I(t)=\frac{E_0}{R}\left(1-l^{-\frac{R}{L}t}\right)$; 17. $y=cl^x-3$, $y=l^x-3$;
18. $F=cl^{-\frac{k}{m}t}$, $F=F_0l^{-\frac{k}{m}t}$; 19. $y=cx^2$, $y=x^2$; 20. $S(t)=\frac{2k}{3}\sqrt{t^3}+c$,
$S(t)=\frac{2k}{3}\sqrt{t^3}+S_0$.

5. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вища математика: Підручник: у 2 кн. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 1. Основні розділи / За ред. Г.Л. Кулініча. – 400с.
2. Вища математика: Підручник: у 2 кн. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К.: Либідь, 2003. – Кн. 2. Основні розділи / За ред. Г.Л. Кулініча. – 426с.
3. Вища математика у вправах і задачах: Посібник / В.Г. Гула, М.С. Синєкоп та ін.; ХДУХТ – Харків, 2007.
4. Данко Е.П., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах – М.: Высш. шк., 1980. – Ч. 1, 2.
5. Рябушко А.П., Бархатов В.В. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике (в 3-х ч.) – М: Высшая шк., 1991.

Навчальне видання

Укладачі: **Кравченко** Лідія Кузьмівна
Соколовська Олена Георгіївна
Торяник Дмитро Олександрович

ВИЩА МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ
для самостійної роботи студентів
Модуль № 4: «Визначений інтеграл», «Невласні інтеграли»
«Диференціальні рівняння»

Напрям підготовки: 6.050502 “Інженерна механіка”

Підп. до друку , формат . Папір газ. Друк. офс. Умов. друк. арк.
обл.-вид. арк. Умовн. фарб.-відб. Тир. прим. Зам № .

Харківський державний університет харчування та торгівлі.
61051, Харків-51, вул. Клочківська, 333.

ДОД ХДУХТ Харків-51, вул. Клочківська, 333.