Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Харківський державний університет харчування та торгівлі

ФІЗИКА

Частина 2. Електростатика, електродинаміка, електромагнетизм
Методичні вказівки для підготовки до практичних занять
для студентів напряму підготовки 6.050502 «Інженерна механіка»

Харків
2011

Рекомендовано кафедрою енергетики
та фізики, протокол № 14 від 16.05.11 р.

Схвалено науково-методичною комісією
факультету обладнання та технічного
сервісу, протокол № 9 від 23.05.11 р.

Рецензент, канд. техн. наук, доц. О.Г. Терешкін

Зміст

Вступ

Вивчення дисципліни «Фізика» призначено для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 6.050502 «Інженерна механіка».

Мета викладання фізики полягає у створенні передумов для подальшої широкої підготовки студентів у частині технічних дисциплін, володінні фундаментальними поняттями та теоріями класичної та сучасної фізики, формуванні наукового світогляду та сучасного фізичного мислення.

Фізика викладається на 1 та 2 курсах факультету обладнання та технічного сервісу. Курс фізики повинен забезпечити майбутньому інженеру-механіку основу його теоретичної підготовки, яка дозволяє грамотно орієнтуватись у стрімкому потоці наукової і технічної інформації.

Курс фізики разом з курсами вищої математики і теоретичної механіки становить основу теоретичної підготовки інженерів, є фундаментальною базою, без якої неможлива успішна діяльність інженера. Основне завдання полягає у тому, щоб дати студенту сучасні уявлення про фізичні явища та процеси, найважливіші закони, фундаментальні фізичні поняття, теорію, досліди та факти класичної та сучасної фізики, сучасні методи дослідження фізичних явищ.

Студент повинен володіти методами та навичками розв’язання конкретних задач, застосовувати одержані знання для ефективного опанування інших дисциплін і подальшої практичної діяльності, використовувати фізичну апаратуру у відповідності з вимогами метрології.

1. Електростатика

Основні закони та рівняння

Закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Напруженість електричного поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Напруженість поля точкового заряду:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Теорема Гауса для напруженості електростатичного поля:

$$\oint EdS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i .$$

Напруженість створювана площиною з поверхневою густиною заряду σ:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Потенціал точкового заряду:

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Ємність плаского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

S та d – площа пластин та відстань між ними

Ємність сферичного конденсатора:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 rR}{R - r},$$

де r – радіус внутрішньої, а R – зовнішньої сферичної обкладки конденсатора.

Ємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon L}{ln\left(\frac{R}{r}\right)},$$

де L – висота коаксіальних циліндрів, а r та R – їх радіуси.

Ємність системи конденсаторів дорівнює:

при паралельному з'єднанні

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n;$$

при послідовному

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}.$$

Енергія зарядженого відокремленого провідника або конденсатора:

$$W = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{q^2}{2C}.$$

Приклади розв'язання завдань

Приклад 1. Знайти силу F притягання між ядром атома водню та електроном. Радіус атома водню $r=0{,}5\cdot10^{-5}$ м ; заряд ядра дорівнює по модулю і протилежний за знаком заряду електрона.

Розв'язання:

За законом Кулона сила електростатичної взаємодії між двома зарядженими тілами, розміри яких малі порівняно з відстанню між ними, визначається формулою $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}$, де q_1 та q_2 – електричні заряди тіл; ε – відносна діелектрична проникність середовища; $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-11}$ Ф/м – електрична постійна. В умовах даної задачі $q_1=q_2=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл. Підставивши числові значення, одержимо $F=92{,}3\cdot10^{-9}$ Н.

Приклад 2. Два точкових заряди, перебуваючи в повітрі (ε=1) на відстані r_1=20 см один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані r_2 потрібно помістити ці заряди в олії, щоб отримати ту ж силу взаємодії?

Розв'язання:

Відповідно до закону Кулона два точкових заряди в повітрі взаємодіють з силою $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}$ (1), а в олії з силою $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}$ (2). Прирівнявши праві частини рівнянь (1) і (2), знайдемо $r_2=\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\cdot r_1$. Діелектрична проникність повітря $\varepsilon_1=1$, діелектрична проникність олії $\varepsilon_2=5$. Підставивши числові значення, одержимо r_2= 8,94 см.

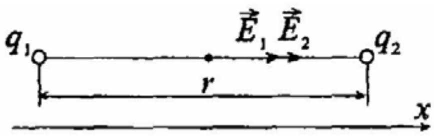
Приклад 3. У скільки разів сила гравітаційного тяжіння між двома протонами менше сили їх електростатичного відштовхування? Заряд протона дорівнює по модулю і протилежний за знаком заряду електрона.

Розв'язання:

Сила гравітаційного тяжіння $F_g = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, де $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\dfrac{Н \cdot м^2}{кг^2}$ – гравітаційна постійна; m_1 і m_2 – маси частинок (для протонів $m = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\,кг$). Сила електростатичного відштовхування у вакуумі $F_k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$. Тоді $\dfrac{F_k}{F_g} = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 G m^2} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$.

Приклад 4. Знайти напруженість Е електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами q_1=8 нКл і q_2=-6 нКл. Відстань між зарядами r = 10 см; ε = 1.

Розв'язання:



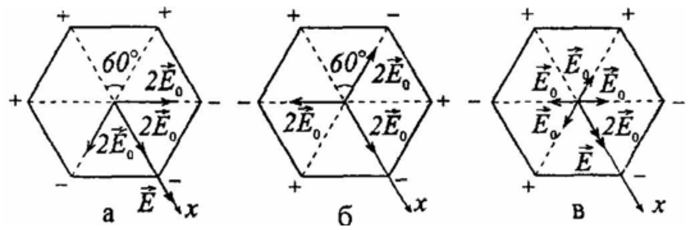
Згідно з принципом суперпозиції $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ або в проекції на вісь х: $E = E_1 + E_2$.

Напруженість електричного поля точкового заряду $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$, де r – відстань від заряду до точки, в якій визначається напруженість. $E_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left(r/2\right)^2} = \dfrac{q_1}{\pi\varepsilon_0 r^2}$; $E_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \left(r/2\right)^2} = \dfrac{q_2}{\pi\varepsilon_0 r^2}$. Сумарна напруженість $E = \dfrac{q_1 + |q_2|}{\pi\varepsilon_0 r^2}$=50,4 кВ / м.

Приклад 5. У вершинах правильного шестикутника розташовані три позитивних і три негативних заряди. Знайти напруженість Е електричного поля в центрі шестикутника при різних комбінаціях в розташуванні цих зарядів. Кожен заряд q=1,5 нКл; сторона шестикутника a=3 см.

Розв'язання:

Напруженість поля електричного заряду $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$. Знайдемо напруженість поля E_0 одного заряду: $E_0 = \dfrac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$ (очевидно, що відстань від зарядів до центру шестикутника дорівнює стороні трикутника а, $E_0 = 15$ кВ/м. Згідно з принципом суперпозиції результуюча напруженість Е знаходиться за правилом векторного додавання $\vec{E} = \sum\limits_{n=1}^{6} \vec{E}_n$, причому $E_1 = E_2 = \ldots = E_6 = E_0$. Розглянемо три варіанти розташування зарядів:



а) У проекції на вісь x: $E = 2E_0 \cos 60^\circ + 2E_0 + 2E_0 \cos 60^\circ = 4E_0 = 60$ кВ/м.

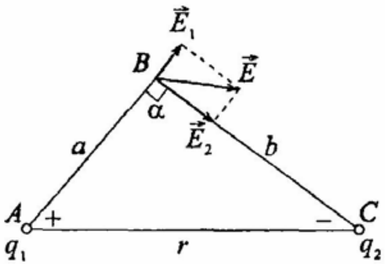
б) У проекції на вісь x: $E = -2E_0 \cos 60^\circ + 2E_0 - 2E_0 \cos 60^\circ = 0$

в) У проекції на вісь x: $E = 2E_0 = 30$ кВ/м.

Приклад 6. Два точкових заряди q_1=7,5 нКл і q_2=-14,7 нКл розташовані на відстані r=5 см. Знайти напруженість Е електричного поля в точці, що знаходиться на відстанях a=3 см від позитивного заряду і b=4 см від негативного заряду.

Розв'язання:

Сторони трикутника ВСА (трикутник єгипетський) a, b і r задовольняють умові $r^2 = a^2 + b^2$, трикутник прямокутний, кут α=90°. Згідно з принципом суперпозиції результуюча напруженість у точці С: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, де E_1 – напруженість, створювана позитивним зарядом q_1, E_2 – напруженість, створювана негативним зарядом q_2.

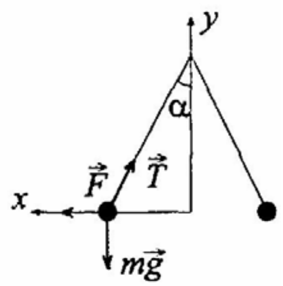


За правилом додавання двох взаємноперпендикулярних векторів у скалярному вигляді $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$. Оскільки, $E_1 = \dfrac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$ а, $E_2 = \dfrac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$, то $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\dfrac{q_1^2}{a^4} + \dfrac{q_2^2}{b^4}} = 112$ кВ/м.

Приклад 7. Дві кульки однакових радіусу і маси підвішені на нитках однакової довжини, так, що їх поверхні стикаються. Який заряд q потрібно повідомити кулькам, щоб сила натягу ниток стала рівною T=98 мН? Відстань від центру кульки до точки підвісу l=10 см; маса кожної кульки m=5 г.

Розв'язання:

Після надання кулькам заряду q, кожна з них відхилиться від вертикалі на кут α і зупиниться в положенні рівноваги. Оскільки умови рівноваги для



обох кульок однакові, розглянемо одну з них. За законом збереження заряду заряд q розподілиться на дві кульки рівномірно. Тоді кожна кулька отримає заряд $q_0 = \dfrac{q}{2}$. На кульку діють три сили: сила Кулона F, сила натягу нитки T і сила тяжіння mg. Умова рівноваги кульки $\vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$ чи в проекціях на вісь x: $F - T\,sin\,\alpha = 0$ (1), на вісь y: $T\,cos\,\alpha - mg = 0$ (2). Відстань між кульками дорівнює $2l\,sin\,\alpha = 0$. Кулонівська сила визначається формулою $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\dfrac{q_0^2}{4l^2\,sin^2\,\alpha}$ (3). Виражаємо величину $sin\,\alpha$. З (2) $cos\,\alpha = \dfrac{mg}{T}$ або $1 - sin^2\,\alpha = \left(\dfrac{mg}{T}\right)^2$, звідки $sin\,\alpha = \sqrt{1 - \left(\dfrac{mg}{T}\right)^2}$ (4). З (1) знайдемо

$F = T\sin\alpha$ (5). Прирівнявши праві частини рівнянь (5) і (3) і розділивши отриманий вираз на $\sin\alpha$, отримаємо $T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{q_0^2}{4l^2 \sin^3\alpha}$. Підставивши в цей вираз рівняння (4), виразимо $q_0 = 4l\sqrt{\pi T\varepsilon\varepsilon_0\left(1-\left(\frac{mg}{T}\right)\right)^3} = 5{,}32 \cdot 10^{-7}$ Кл.

Тоді заряд, наданий обом кулькам, $q = 2q_0 = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Приклад 8. З якою силою F_s на одиницю площі відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно протяжні площини? Поверхнева густина заряду на площинах σ=0,3 мКл/м^2.

Розв'язання:

Напруженість поля нескінченної зарядженої площини $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$. З іншого боку, $E = \frac{F}{q}$, де $q = \sigma S$. Прирівняємо $\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{F}{\sigma S}$, звідси сила, що діє на одиницю площі площині $F_S = \frac{F}{S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ =5,1 Н / м.

Приклад 9. У плоскому горизонтально розташованому конденсаторі заряджена крапелька ртуті знаходиться в рівновазі при напруженості електричного поля Е=60 кВ/м. Заряд краплі $q = 3{,}84 \cdot 10^{-9}$ Кл. Знайти радіус R краплі.

Розв'язання:

На крапельку ртуті в конденсаторі діє електростатична сила F (вгору) і сила тяжіння mg (вниз), які врівноважують одна одну, тобто $\vec{F} + m\vec{g} = 0$ або F=mg. Маса краплі $m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$. Сила $F = Eq$. Тоді $Eq = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$, звідки $r = \sqrt[3]{\frac{3Eq}{4\pi\rho g}}$ = 0,44 мкм.

Приклад 10. Дві кульки з зарядами q_1=6,66 нКл і q_2=13,33 нКл. Знаходяться на відстані r_1=40 см. Яку роботу А треба виконати, щоб зблизити їх до відстані r_2=25 см?

Розв'язання:

Енергія електростатичної взаємодії кульок $W = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$. Для зближення кульок потрібно виконати роботу $A = \Delta W = W_2 - W_1$. Оскільки, $W_1 = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1}$, а $W_2 = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2}$, то робота $A = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$=1,2 мкДж.

Приклад 11. Яка робота А виконується при перенесенні точкового заряду q=20 нКл з нескінченності в точку, що знаходиться на відстані r=1 см від поверхні кулі радіусом R=1 см з поверхневою густиною заряду σ=10 мкКл/м^2?

Розв'язання:

Робота з переміщення точкового заряду q з нескінченності в деяку точку М є потенціалом точки М, отже, $A = \varphi_M = \dfrac{qq_0}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (R + r)}$. Оскільки $q_0 = \sigma 4\pi R^2$, то $A = \dfrac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0 (R + r)}$=113 мкДж.

Приклад 12. Знайти швидкість v електрона, що пройшов різницю потенціалів U, рівну 5 В.

Розв'язання:

Робота по переміщенню електрона з точки 1 в точку 2 дорівнює $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$. З іншого боку, робота А дорівнює приросту його кінетичної енергії $A = \dfrac{mv_2^2}{2} - \dfrac{mv_1^2}{2}$. Якщо $v_1 = 0$, то $A = \dfrac{mv_2^2}{2}$. Тоді

$qU = \frac{mv_2^2}{2}$, звідки $v_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$, де q – заряд, а m маса електрона. $v_2 = 1{,}33 \cdot 10^6$ м/с.

Приклад 13. Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора U=90В. Площа кожної пластини S=60 см^2, її заряд q=1 нКл. На якій відстані d одна від одної знаходяться пластини?

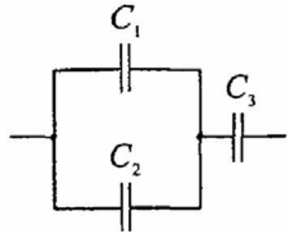
Розв'язання:

Напруженість поля плоского конденсатора $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ (1). З іншого боку, $E = \frac{U}{d}$ (2). Прирівнявши (1) і (2), з урахуванням $\sigma = \frac{q}{S}$, отримаємо $\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{U}{d}$, звідки $d = \frac{U\varepsilon\varepsilon_0 S}{q}$=4,78 мм.

Приклад 14. Кулька радіусом R=2 см заряджається негативно до потенціалу φ=2кВ. Знайти масу m всіх електронів, що складають заряд, наданий кульці.

Розв'язання:

Ємність кульки $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$. Після зарядки $q = C\varphi = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi$. Кількість електронів, що складають цей заряд $N = \frac{q}{e} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi}{e}$, де e заряд електрона. Маса всіх електронів $m = Nm_e = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi}{e} m_e$, де m_e маса електрона. $m = 2{,}5 \cdot 10^{-20}$ кг.



Приклад 15. Знайти ємність C системи конденсаторів, зображеної на малюнку. Ємність кожного конденсатора C=0,5 мкФ.

Розв'язання:

Ємність паралельної ділянки $C_{12} = C_1 + C_2$. Ємність всієї системи конденсаторів знайдемо із співвідношення $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3}$ або $\frac{1}{C} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{(C_1 + C_2)C_3}$. Звідси $C = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} =$ 0,33 мкФ.

Приклад 16. Куля радіусом R=1 м заряджена до потенціалу U=30 кВ. Знайти енергію W зарядженої кулі.

Розв'язання:

Енергія зарядженої кулі $W = \frac{CU^2}{2}$, де ємність кулі $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$. Тоді $W = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 RU^2}{2} = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 RU^2$ =0,05 Дж.

2. Електродинаміка

Основні закони та рівняння

Сила електричного струму:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Густина електричного струму:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Закон Ома для однорідної ділянки електричного контуру:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Опір провідника:

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

де ρ – питомий опір, l – довжина, S – площа поперечного перерізу провідника.

Залежність опору та питомого опору від температури:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t).$$

Опір системи резисторів дорівнює:

при послідовному

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n;$$

при паралельному з’єднанні

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}.$$

Закон Ома для неоднорідної ділянки електричного контуру:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

де R – зовнішній опір, а r –

Закон Джоуля-Ленца:

$$dQ = UIdt = \frac{U^2}{R}dt = I^2Rdt .$$

Перший закон Кірхгофа (правило вузлів):

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 .$$

Другий закон Кірхгофа (правило контурів):

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{j=1}^{k} \varepsilon_j .$$

Закон Фарадея:

$$dm = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot Idt ,$$

де dm – маса речовини, що виділяється на катоді під час електролізу; $F = 9.65 \cdot 10^7$ – постійна Фарадея; A – молярна маса речовини; Z – валентність.

Приклади розв'язання завдань

Приклад 1. Струм I в провіднику змінюється з часом t за рівнянням I=4+2t, де I – в амперах і t – у секундах. Яка кількість електрики q проходить через поперечний переріз провідника за час від t_1=2 с до t_2=6 с? При якому постійному струмі I_0 через поперечний переріз провідника за той же час проходить та ж кількість електрики?

Розв'язання:

За визначенням сила струму $I = \frac{dq}{dt}$, звідси $dq = Idt$.

$q = \int_{t_1}^{t_2} Idt = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t)dt = 4t\Big|_{t_1}^{t_2} + t^2\Big|_{t_1}^{t_2} = 4(t_2 - t_1) + (t_2^2 - t_1^2)$=48 Кл. При постійному струмі $I_0 = \frac{q}{t}$, де $t = t_2 - t_1 = 6 - 2 = 4$ с. Підставляючи числові значення, одержимо I_0=12 А.

Приклад 2. Скільки витків ніхромового дроту діаметром d=1мм необхідно навити на фарфоровий циліндр радіусом r=2,5 см, щоб отримати піч опором R=40 Ом?

Розв'язання:

Опір провідника можна розрахувати за формулою $R = \rho\frac{l}{S}$ (1), де ρ – питомий опір (для ніхрому ρ=100 мкОм·м), l – довжина провідника, S – площа його поперечного перерізу. Довжина одного витка дорівнює $2\pi r$, тоді довжина всього дроту $l = 2\pi rN$ (2), де N – кількість витків. Площа поперечного перерізу $S = \pi\frac{d^2}{4}$ (3). Підставивши (3) і (2) в (1), отримаємо $R = \frac{\rho 8rN}{d^2}$, звідки $N = \frac{Rd^2}{8\rho r}$=200 витків.

Приклад 3. Знайти опір R залізного стрижня діаметром d=1см, якщо маса стрижня m=1 кг.

Розв'язання:

Опір стрижня можна визначити за формулою $R = \rho \frac{l}{S}$ (1), де ρ – питомий опір заліза; l – довжина стрижня; S – площа його поперечного перерізу.

Маса стрижня $m = \rho_{Fe} V$, де ρ_{Fe} – густина заліза; V – об'єм стрижня рівний $V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot l$. Таким чином, $m = \frac{\rho_{Fe} \pi d^2 l}{4}$, звідки довжина стрижня дорівнює $l = \frac{4m}{\rho_{Fe} \pi d^2}$ (2).

Площа поперечного перерізу $S = \pi \frac{d^2}{4}$ (3). Підставляючи (2) та (3) в (1) отримаємо $R = \frac{\rho 16 m}{\rho_{Fe} \pi^2 d^4}$ =1,8 мОм.

Приклад 4. Вольфрамова нитка електричної лампочки при t_1=20°C має опір R_1=35,8 Ом. Яка буде температура нитки лампочки, якщо при включенні в мережу напругою U=120В по нитці йде струм I=0,33 A? Температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}.

Розв'язання:

Залежність опору нитки від температури виражається співвідношенням $R_2 = R_0 \left(1 + \alpha T_2\right)$, де R_0 – опір нитки при температурі 0°С. Звідси $T_2 = \frac{R_2 - R_0}{\alpha R_0}$ (1). За законом Ома $I = \frac{U}{R_2}$, звідки $R_2 = \frac{U}{I}$ (2).

R_0 знайдемо із співвідношення $R_1 = R_0(1+\alpha T_1)$, звідки $R_0 = \dfrac{R_1}{(1+\alpha T_1)}$ (3). Підставляючи (2) та (3) в (1), отримаємо: $T_2 = \dfrac{U(1+\alpha T_1) - R_1 I}{I\alpha R_1}$ =1927 К.

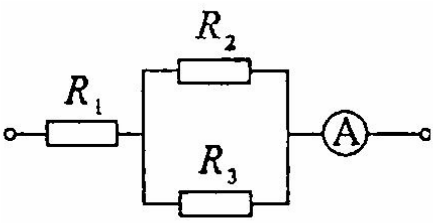
Приклад 5. Знайти падіння потенціалу U на мідному дроті довжиною l=500м і діаметром d=7 мм, якщо струм в ньому I=2А.

Розв'язання:

Струм, який проходе по ділянці однорідного провідника, підкоряється закону Ома $I = \dfrac{U}{R}$, де U – падіння потенціалу на цій ділянці, R – опір ділянки.

Опір дроту $R = \rho\dfrac{l}{S}$, де ρ – питомий опір міді, l – довжина дроту, S – площа його поперечного перерізу. Оскільки $S = \pi\dfrac{d^2}{4}$, то $R = \rho\dfrac{4l}{\pi d^2}$. Згідно закону Ома $U = IR = I\rho\dfrac{4l}{\pi d^2}$. Підставивши числові значення, знайдемо U=5,4В.

Приклад 6. Знайти падіння потенціалу U в опорах R_1=4 Ом, R_2=2 Ом і R_3=4Ом, якщо амперметр показує струм I=3 А. Знайти струми I_1 і I_2 в опорах R_1 і R_2.



Розв'язання:

За законом Ома $I_1 = \dfrac{U_1}{R_1}$, звідки $U_1 = I_1 R_1$=12 В. Повний опір ланцюга, $R = R_1 + R_{23}$ де, $\dfrac{1}{R_{23}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}$ звідки $R_{23} = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \dfrac{8}{6}$ Ом.

Падіння потенціалу на всій ділянці ланцюга $U = U_1 + U_{23}$. При паралельному з'єднанні опорів всі опори знаходяться під однією різницею потенціалу, отже, $U_{23} = U_2 = U_3$. Відповідно до закону Ома $U = I_1 R = I_1(R_1 + R_{23})$, тоді $U_2 = U_3 = U - U_1$. $U_2 = U_3 = I_1(R_1 + R_{23}) - U_1$=4 В. Опір R_1 і еквівалентний опір R_{23} з'єднані послідовно, отже, струми, що протікають через них, рівні $I_1 = I_{23}$, де $I_{23} = I_2 + I_3$, тобто $I_1 = I_2 + I_3$. За законом Ома $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$=2 А, тоді $I_3 = I_1 - I_2$=1 А.

Приклад 7. Е.р.с. елемента ε=6В. При зовнішньому опорі R=1,1 Ом струм в ланцюзі I=3 А. Знайти падіння потенціалу всередині елемента U_r і його опір r.

Розв'язання:

Згідно з другим законом Кірхгофа $U_r + IR = \varepsilon$, звідки $U_r = \varepsilon - IR$=2,7 В. За законом Ома для ділянки кола $I = \frac{U_r}{r}$, звідки $r = \frac{U_r}{I}$=0,9 Ом

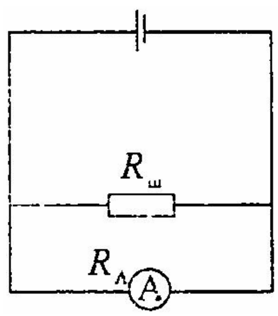
Приклад 8. Елемент, амперметр і деякий опір з'єднані послідовно. Якщо взяти опір з мідного дроту довжиною l=100м і поперечним перерізом S=2 мм^2, то амперметр показує струм I_1=1,43 А. Якщо ж взяти опір з алюмінієвого дроту довжиною l=57,3 м і поперечним перерізом S=1 мм^2, то амперметр показує струм I_2=1 А. Опір амперметра R_A=0,05 Ом. Знайти е.р.с. елемента і його внутрішній опір r.

Розв'язання:

За законом Ома для повного кола $I = \frac{\varepsilon}{r + R_A + R}$, де опір $R = \rho \frac{l}{S}$, ρ – питомий опір, l – довжина дроту, S – площа його поперечного перерізу. Тоді для мідного й алюмінієвого дроту відповідно маємо $I_1 = \dfrac{\varepsilon}{r + R_A + \rho_1 \dfrac{l_1}{S_1}}$ (1) і

$I_2 = \dfrac{\varepsilon}{r + R_A + \rho_2 \dfrac{l_2}{S_2}}$ (2).

Вирішуючи спільно рівняння (1) і (2), отримаємо вираз для внутрішнього опору джерела струму $r = \dfrac{I_2\left(R_A + \rho_2 \dfrac{l_2}{S_2}\right) - I_1\left(R_A + \rho_1 \dfrac{l_1}{S_1}\right)}{I_1 - I_2}$=0,5 Ом. З (1) е.р.с. джерела струму $\varepsilon = I_1\left(r + R_A + \rho_1 \dfrac{l_1}{S_1}\right)$=2В.



Приклад 9. Амперметр з опором R_A=0,18 Ом призначений для вимірювання струмів до I=10 А, шкала його розділена на 100 поділок. Який опір R необхідно взяти і як його включити, щоб цим амперметром можна було вимірювати струм до I_0=100 А? Як зміниться при цьому ціна поділки амперметра?

Розв'язання:

Якщо необхідно виміряти силу струму в n разів більшу, ніж можна виміряти даними амперметром, тобто $\dfrac{I_0}{I} = n = 10$, то слід паралельно підключити шунт з опором $R_ш = \dfrac{R_A}{n-1}$. Таким чином, $R_ш$=0,02 Ом. Ціна поділки без шунта дорівнює 0,1 А, з шунтом 1 А.

Приклад 10. У ланцюг включені послідовно мідний та сталевий дроти однакових довжини та діаметру. Знайти: а) відношення кількостей теплоти, що виділяються в цих дротах, б) відношення падінь напруги на цих дротах.

Розв'язання:

При послідовному включенні по мідному та сталевому дротам тече однаковий струм. Відповідно до закону Джоуля-Ленца на мідному дроті виділиться кількість теплоти $Q_1 = I^2 R_1 t = I^2 \rho_1 \frac{l}{S} t$, а на сталевому дроті – $Q_2 = I^2 R_2 t = I^2 \rho_2 \frac{l}{S} t$. Співвідношення $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$=0,17.

Падіння напруги на мідному дроті $U_1 = IR_1 = I\rho_1 \frac{l}{S}$. Падіння напруги на сталевому дроті $U_2 = IR_2 = I\rho_2 \frac{l}{S}$. Співвідношення $\frac{U_1}{U_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$=0,17.

Приклад 11. Батарея з е.р.с. ε=240 В і внутрішнім опором r=1 Ом замкнута на зовнішній опір R=23 Ом. Знайти повну потужність P_0, корисну потужність P і к.к.д. η батареї.

Розв'язання:

К.к.д. батареї $\eta = \frac{R}{R+r}$=96%. Повна потужність батареї $P = \varepsilon I$, де відповідно до закону Ома, тобто $P_0 = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$=2,4 кВт. Корисна потужність $P = \eta P_0$=2,3 кВт.

Приклад 12. Елемент замикають спочатку на зовнішній опір R_1=2 Ом, а потім на зовнішній опір R_2=0,5 Ом. Знайти е.р.с. ε елемента і його внутрішній опір r, якщо відомо, що в кожному з цих випадків потужність, що виділяється в зовнішньому ланцюзі, однакова і дорівнює P=2,54 Вт

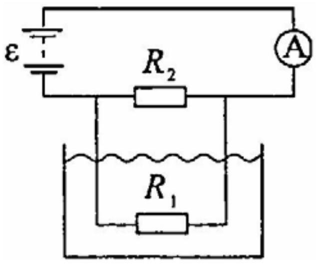
Розв'язання:

Потужність, що виділяється в зовнішньому ланцюзі, дорівнює $P = I^2 R$, де відповідно до закону Ома для повного кола $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$. Звідси $P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$.

За умовою $P=\frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1+r)^2}=\frac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2+r)^2}$ (1), звідси $\frac{(R_1+r)}{\sqrt{R_1}}=\frac{(R_2+r)}{\sqrt{R_2}}$; $\sqrt{R_2}(R_1+r)=\sqrt{R_1}(R_2+r)$; $r\left(\sqrt{R_1}-\sqrt{R_2}\right)=\sqrt{R_2}R_1-\sqrt{R_1}R_2$; $r=\frac{\sqrt{R_2}R_1-\sqrt{R_1}R_2}{\sqrt{R_1}-\sqrt{R_2}}=\sqrt{R_1R_2}$ = 1 Ом. З (1) знайдемо $\varepsilon=\frac{\left(R_1+\sqrt{R_1R_2}\right)\sqrt{P}}{R_1}$=3,4 Ом.

Приклад 13. Калориметр має спіраль опором R_1=60 Ом, яка включена в ланцюг, як показано на малюнку. Опір R_2=30 Ом. Амперметр показує струм I=6 А. На скільки нагрівається маса m=480г води, налитої в калориметр, за час τ=5хв пропускання струму?

Розв'язання:



За час τ на спіралі виділиться кількість теплоти $Q=I_1^2R_1\tau$ (1), де I_1 – струм, що проходить через спіраль. Оскільки спіраль і опір R_2, з'єднані паралельно, то $U_1=U_2=U$, а $I=I_1+I_2$.

Тоді $I_1=\frac{U}{R_1}$, де $U=IR_{12}=I\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$. Звідси знайдемо $I_1=\frac{IR_2}{(R_1+R_2)}$=2А. Виділена кількість тепла пішла на нагрівання води, причому $Q=cm\Delta T$ (2), де c=4,19·10^3 Дж/(кг·К) – питома теплоємність води; ΔT – шукана зміна температури. Прирівнюючи праві частини (1) і (2), отримаємо $I_1^2R_1\tau=cm\Delta T$, звідки $\Delta T=\frac{I_1^2R_1\tau}{cm}$=36К.

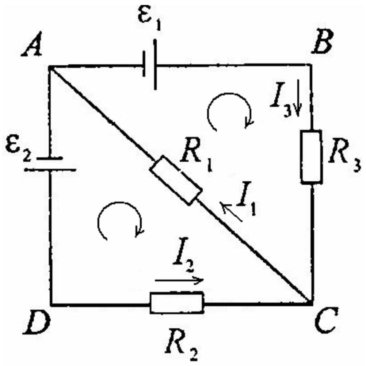
Приклад 14. Нагрівач електричної каструлі має дві однакові секції з опором R=20 Ом кожна. Через який час τ закипить об'єм V=2,2 л води, якщо: а) включена одна секція; б) обидві секції включені послідовно; в) обидві секції включені паралельно? Початкова температура води t_0=16°C, напруга в мережі U=110 В, к.к.д. нагрівача η=85%.

Розв'язання:

а) Потужність нагрівача $P = UI = \frac{U^2}{R}$ (1). За час τ виділиться кількість теплоти $Q = \eta P\tau$ (2), яке піде на нагрівання води до температури кипіння $T_к$, тобто $Q = cV\rho(T_k - T_0)$ (3). Вирішуючи спільно рівняння (1)-(4), отримаємо $\tau = \frac{cV\rho(T_k - T_0)R}{\eta U^2}$=1506с=25хв.

б) При послідовному включенні секцій їхній загальний опір дорівнює 2R. Звідси τ=50 хв.

в) При паралельному з'єднанні секцій їхній загальний опір дорівнює R/2. Звідси τ=12,5 хв.



Приклад 15. Е.р.с. елементів ε_1=2,1 В і ε_2=1,9 В, опори R_1= 45 Ом, R_2= 10 Ом і R_3= 10 Ом. Знайти струми I, у всіх ділянках кола.

Розв'язання:

На малюнку стрілками вказано обраний напрям струмів та обходи контурів.

Для вузла A згідно з першим правилом Кірхгофа маємо $I_1 - I_2 - I_3 = 0$.

Для контурів ABC і ACD згідно другого правила Кірхгофа маємо: $I_1R_1 + I_3R_3 = \varepsilon_1$; $-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_2$.

Таким чином, отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_1R_1 + I_3R_3 = \varepsilon_1 \\ I_1R_1 + I_2R_2 = \varepsilon_2 \end{cases}$$

Підставляючи числові дані:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 45I_1 + 10I_3 = 2{,}1 \\ 45I_1 + 10I_2 = 1{,}9 \end{cases}$$

Вирішуючи цю систему, одержимо I_1=0,04 А, I_2=0.01А, I_3=0,03 А.

Приклад 16. За який час τ при електролізі мідного купоросу маса мідної пластинки (катода) збільшиться на Δm=99 г? (площа пластинки S=25 см^2, густина струму j=200А/м^2). Знайти товщину d шару міді, що утворився на пластинці.

Розв'язання:

Відповідно до першого закону Фарадея $\Delta m = KI\tau$. Молярна маса міді А=64·10^{-3} кг/моль, валентність міді в $CuSO_4$ дорівнює Z=2. Звідси електрохімічний еквівалент $K = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z}$=332,8·10^{-9} кг/Кл, де F − постійна Фарадея дорівнює 94,6$\cdot 10^3$ Кл/моль.

Сила струму $I = jS$.

Тоді, $\Delta m = KjS\tau$ звідки $\tau = \frac{\Delta m}{KjS}$=595с≈10хв.

Об'єм шару міді, що виділився $V = Sd = \frac{\Delta m}{\rho}$, звідси $d = \frac{\Delta m}{\rho S}$=4,6 мкм.

3. Електромагнетизм

Основні закони та рівняння

Закон Біо-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha dl}{r^2},$$

де μ – магнітна проникність речовини; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 12.57 \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна постійна; I – сила струму в ділянці провідника dl; r – відстань від dl до точки, в якій визначається поле; α – кут між dl та r.

Магнітне поле від нескінченого прямолінійного провідника зі струмом:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}.$$

Магнітне поле в центрі кругового контуру зі струмом:

$$B = \mu_0 \mu \cdot \frac{I}{2R},$$

де R – радіус кругового контуру.

Зв'язок між магнітною індукцією $\vec{B}$ та напруженістю магнітного поля $\vec{H}$:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Потік магнітної індукції крізь контур:

$$\Phi = BS \cos \varphi,$$

S – площа поперечного перерізу контуру; φ – кут між нормаллю до площини контуру и напрямком магнітного поля.

Сила Ампера:

$$dF_A = BI \sin \alpha dl.$$

Сила взаємодії двох прямолінійних провідників зі струмом:

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2 I_1 I_2}{R} dl.$$

Сила Лоренца:

$$F_Л = qvB \sin \alpha.$$

Закон Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

ε_i – е.р.с. самоіндукції, L – індуктивність контуру.

Індуктивність соленоїда:

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S ,$$

де l – довжина соленоїда; S – площа його поперечного перерізу; n – кількість витків на одиницю довжини.

Магнітна енергія контуру зі струмом:

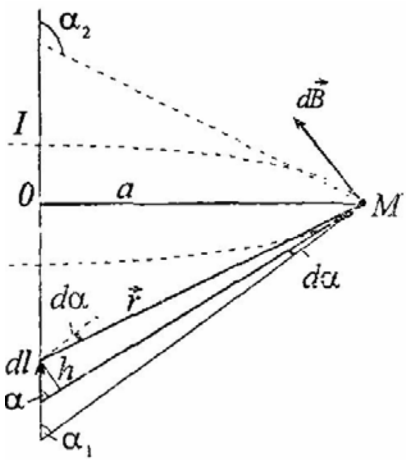
$$W = \frac{LI^2}{2} .$$

Приклади розв'язання завдань

Приклад 1. Знайти напруженість H магнітного поля в точці, яка відступає на відстані $a = 2$ м від нескінченно довгого провідника, по якому тече струм I = 5 A.

Розв'язання:

Виберемо на провіднику зі струмом елемент струму довжиною dl (див. рисунок).



Індукція магнітного поля, що створюється цим елементом в точці M, відповідно до закону Біо-Савара-Лапласа, $d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$.

Вектор $d\vec{B}$ в точці M спрямований від нас у площину креслення. Модуль цього вектора $dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl\, sin\,\alpha}{r^2}$.

Висловимо dl і r через α: $r = \frac{a}{sin\,\alpha}$, а оскільки $\frac{h}{dl} = \frac{rd\alpha}{dl} = sin\,\alpha$, то $dl = \frac{rd\alpha}{sin\,\alpha} = \frac{ad\alpha}{sin^2\,\alpha}$.

Тоді $dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Iad\alpha\, sin\,\alpha\, sin^2\,\alpha}{a^2\, sin^2\,\alpha} = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a} sin\,\alpha d\alpha$.

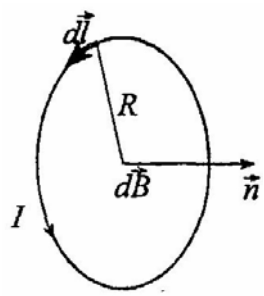
Результуючу індукцію магнітного поля в точці M знайдемо інтегруванням: $B = \int dB = \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a} sin\,\alpha d\alpha$.

Тут α – кут між напрямом струму в провіднику (напрямом вектора $d\vec{l}$) і вектором $\vec{r}$, проведеним від елемента dl у крапку M, в якій визначається індукція магнітного поля. Якщо провідник нескінченно довгий, то $\alpha_1 = 0$, а

$\alpha_2 = \pi$. Тоді результуюча індукція магнітного поля: $B = \int\limits_0^{\pi} \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a} sin\, \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a}$

Оскільки $B = \mu_0 \mu H$, то $H = \frac{B}{\mu_0 \mu} = \frac{I}{2\pi a}$=398мА/м.

Приклад 2. Знайти напруженість Н магнітного поля в центрі кругового дротяного витка радіусом R=1 см, по якому тече струм I=1 А.



Розв'язання:

Кожен елемент струму створює в центрі індукцію, спрямовану вздовж позитивної нормалі до контуру. Тому векторна сума $d\vec{B}$ зводиться до складання їх модулів. За законом Біо-Савара-Лапласа $dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl\, sin\, \alpha}{r^2}$.

Оскільки $\alpha = \pi/2$, тоді $sin(\pi/2) = 1$. Для кругового витка $r = R$.

Таким чином, $dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{R^2}$.

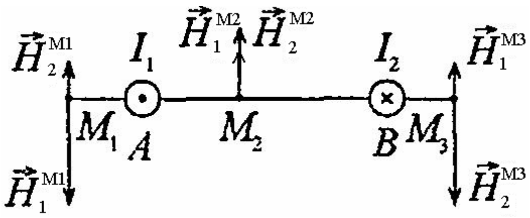
Проінтегруємо цей вираз по всьому контуру: $B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \oint dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$.

Оскільки $B = \mu_0 \mu H$, то $H = \frac{B}{\mu_0 \mu} = \frac{I}{2R}$=50 А/м.

Приклад 3. На рисунку зображені перерізи двох прямолінійних нескінченнодовгих провідників зі струмами. Відстань між провідниками АВ=10см, струми I_1=20 А і I_2=30 А. Знайти напруженості Н магнітного поля , викликаного струмами I_1 і I_2 в точках M_1, M_2 і M_3. Відстані M_1А=2 см, АM_2=4 см і ВM_3=3 см.

Розв'язання:

Згідно з принципом суперпозиції напруженості $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ магнітного поля в точках M_1, M_2 і M_3 складаються з напруженостей створюваних струмами I_1 і I_2.



Таким чином, в точці M_1: $\vec{H}_{M1} = \vec{H}_1^{M1} + \vec{H}_2^{M1}$, модуль вектора сумарної напруженості (при осі координат спрямованій вгору) – $H_{M1} = -H_1^{M1} + H_2^{M1}$ (1);

в точці M_2: $\vec{H}_{M2} = \vec{H}_1^{M2} + \vec{H}_2^{M2}$, модуль вектора сумарної напруженості (при осі координат спрямованій вгору) – $H_{M2} = H_1^{M2} + H_2^{M2}$ (2);

в точці M_3: $\vec{H}_{M3} = \vec{H}_1^{M3} + \vec{H}_2^{M3}$, модуль вектора сумарної напруженості (при осі координат спрямованій вгору) – $H_{M3} = H_1^{M3} - H_2^{M3}$ (3).

Напруженість $H = \dfrac{I}{2\pi a}$, де а – відстань від провідника з струмом до точки, в якій визначається напруженість.

Тоді $H_1^{M1} = \dfrac{I_1}{2\pi(M_1A)}$=159,2 А/м, $H_2^{M1} = \dfrac{I_2}{2\pi(AB + M_1A)}$=39,8 А/м;

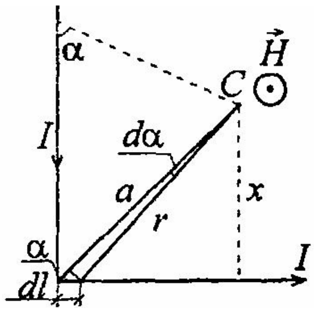
$H_1^{M2} = \dfrac{I_1}{2\pi(AM_2)}$=79,6 А/м, $H_2^{M2} = \dfrac{I_2}{2\pi(AB - AM_2)}$=79,6 А/м;

$H_1^{M3} = \dfrac{I_1}{2\pi(AB + BM_3)}$=24,5 А/м, $H_2^{M3} = \dfrac{I_2}{2\pi(AB + BM_3)}$= 159,2 А/м.

Звідси, з урахуванням (1), (2) та (3) H_{M1}=-119,4 А/м; H_{M2}=159,2 А/м; H_{M3}=134,7 А/м

Приклад 4. Струм I=20 A йде по довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута на відстані від вершини кута a=10 см.

Розв'язання:



Розіб'ємо провідник на вертикальну та горизонтальну ділянки, кожна з яких створює в точці C магнітне поле. Нехай $\vec{H}_1$ – напруженість магнітного поля, створюваного вертикальною ділянкою, $\vec{H}_2$ – горизонтальною. Тоді результуюча напруженість $\vec{H}=\vec{H}_1+\vec{H}_2$. Оскільки вектори $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ спрямовані на нас, то можна записати: $H=H_1+H_2$ (1). За законом Біо-Савара-Лапласа $H_1=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{4}}\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$ (2), $H_2=\int\limits_{\pi/4}^{\pi}\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$ (3). Виразимо величини r і dl через кут α: $dl=\frac{rd\alpha}{\sin\alpha}$; $r=\frac{x}{\sin\alpha}$, де $x=\frac{a}{\sqrt{2}}$, тобто $r=\frac{a}{\sqrt{2}\sin\alpha}$, $dl=\frac{ad\alpha}{\sqrt{2}\sin^2\alpha}$.

Підставимо отримані співвідношення в інтеграл $\int\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$ і обчислимо його: $\int\frac{I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl=\frac{I}{4\pi}\int\frac{2a\sin^3\alpha}{\sqrt{2}a^2\sin^2\alpha}d\alpha=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\int\sin\alpha d\alpha$.

$$H_1=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\int\limits_0^{3\pi/4}\sin\alpha d\alpha=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\cdot(-\cos\alpha)\Big|_0^{3\pi/4}=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\cdot\left(-\cos{}^{3\pi}\!/_4+\cos 0\right)=37{,}9 \text{ А/м}.$$

Аналогічно

$$H_2=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\int\limits_{\pi/4}^{\pi}\sin\alpha d\alpha=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\cdot(-\cos\alpha)\Big|_{\pi/4}^{\pi}=\frac{\sqrt{2}I}{4\pi a}\cdot\left(-\cos\pi+\cos{}^{\pi}\!/_4\right)=39{,}3 \text{ А/м}.$$

Підставивши отримані значення в (1), знайдемо H=77,2 А/м.

Приклад 5. Знайти напруженість Н магнітного поля на осі кругового контуру на відстані a=3см від його площини. Радіус контуру R=4 см, струм в контурі I=2A.

Розв'язання:

Виберемо елемент струму $d\vec{l}$. У точці А він створює поле $d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3}$.

В силу симетрії сумарний вектор $\vec{B}$ спрямований вздовж осі x, а це значить, що для знаходження модуля вектора треба скласти проекції всіх векторів $d\vec{B}$ на вісь Ох. $dB_x = dB\cos\varphi = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl\sin\alpha}{r^2}\cos\varphi$ (кут між $d\vec{l}$ і $\vec{r}$ дорівнює α=π/2, звідси $\sin\alpha = 1$).

Інтегруючи цей вираз по всім $d\vec{l}$, що дає $2\pi R$, і враховуючи, що $\cos\varphi = \frac{R}{r}$, $r = \sqrt{a^2 + R^2}$, отримуємо $B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I\pi R^2}{\left(a^2 + R^2\right)^{3/2}}$.

Оскільки $B = \mu_0 \mu H$, то $H = \frac{IR^2}{2\left(a^2 + R^2\right)^{3/2}}$=12,7 А/м.

Приклад 6. Два прямолінійних довгих паралельних провідника знаходяться на відстані d_1=10 см один від одного. По провідникам в одному напрямку течуть струми I_1=20 A і I_2=30 A. Яку роботу А, необхідно виконати (на одиницю довжини провідників), щоб розсунути ці провідники до відстані d_2=20 см?

Розв'язання:

Відповідно до закону Ампера для паралельних струмів сила, що діє на одиницю довжини кожного з провідників: $F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r}$.

Робота, що витрачається на одиницю довжини провідника, при переміщенні одного провідника зі струмом у магнітному полі, створюваному іншим провідником зі струмом: $A = \int_{d_1}^{d_2} F dr = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dr = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} ln \frac{d_2}{d_1}$.

Підставляючи числові дані, отримаємо А=83·10^{-6} Дж/м.

Приклад 7. Із дроту довжиною l=20см зроблені квадратний і круговий контури. Знайти обертаючі моменти сил M_1 і M_2, що діють на кожний контур, поміщений в однорідне магнітне поле з індукцією В=0,1 Тл. По контурах тече струм І=2 А. Площина кожного контуру складає кут α=45° з напрямом поля.

Розв'язання:

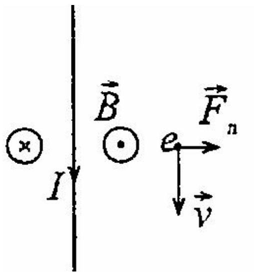
На замкнутий контур зі струмом у магнітному полі діє обертальний момент $M = BIS\, sin\alpha$.

Площа квадратного контуру $S_1 = \left(\frac{l}{4}\right)^2$. Площа кругового контуру, $S_2 = \pi R^2$ де, $R = \frac{l}{2\pi}$ отже, $S_2 = \frac{\pi l^2}{4\pi^2} = \frac{l^2}{4\pi}$. Тоді на квадратний контур діє обертальний момент $M_1 = BI\left(\frac{l}{4}\right)^2 sin\alpha$=3,5$\cdot 10^{-4}$ Н·м. На кругової контур діє обертальний момент $M_1 = BI\frac{l^2}{4\pi} sin\alpha$=4,5$\cdot 10^{-4}$ Н·м.

Приклад 8. Електрон, прискорений різницею потенціалів U=300 В, рухається паралельно прямолінійному довгому дроту на відстані a=4 мм від нього. Яка сила F діє на електрон, якщо по провіднику пустити струм I=5 А?

Розв'язання:

З боку магнітного поля, створюваного провідником зі струмом, на електрон діє сила Лоренцо $\vec{F} = -q\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$. Напрям сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку векторів. У скалярному вигляді $F = qvB\sin\alpha$ (1). Індукція магнітного поля провідника зі струмом дорівнює



$B = \dfrac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}$ (2).

Кінетична енергія електрона, що пройшов різницю потенціалів U, дорівнює $\dfrac{mv^2}{2} = qU$, звідки $v = \sqrt{\dfrac{2qU}{m}}$ (3).

Підставляючи (2) та (3) в (1), отримаємо $F = q\sqrt{\dfrac{2qU}{m}}\dfrac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}\sin\alpha$. Враховуючи, що кут між $\vec{B}$ і $\vec{v}$ дорівнює 90° і підставляючи числові дані, отримаємо F=$4{,}12 \cdot 10^{-16}$ Н.

Приклад 9. Протон і електрон, рухаючись з однаковою швидкістю, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більше радіуса кривизни R_2 траєкторії електрона?

Розв'язання:

З боку магнітного поля на електрон діє сила Лоренцо $\vec{F}_1 = -q[\vec{v}, \vec{B}]$, а на протон діє сила Лоренцо $\vec{F}_2 = q[\vec{v}, \vec{B}]$.

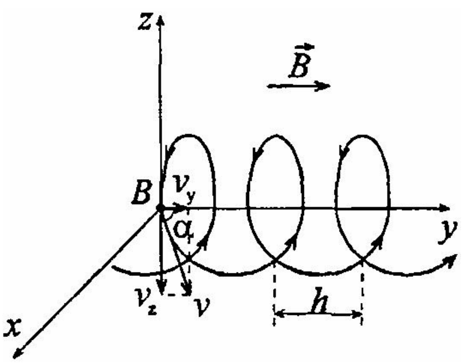
Ці сили рівні за модулем і протилежні за напрямком. У скалярному вигляді $F_1 = F_2 = qvB$. Робота сили Лоренца дорівнює нулю, тому $v = const$ і тангенціальне прискорення $a_\tau = 0$. Частинки рухаються з постійним по модулю нормальним прискоренням $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{qvB}{m}$ (1), яке перпендикулярно швидкості. Радіус кривизни траєкторії часток можна знайти із співвідношення $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ (2).

Прирівнявши (1) і (2), отримаємо $\frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{R}$, звідки $R = \frac{vm}{qB}$. Для протона $R_2 = \frac{vm_p}{qB}$. Для електрона $R_1 = \frac{vm_e}{qB}$. Звідси $\frac{R_2}{R_1} = \frac{m_p}{m_e}$=1840.

Приклад 10. Електрон, прискорений різницею потенціалів U=6 кВ, влітає в однорідне магнітне поле під кутом α=30° до напрямку поля і рухається по гвинтовій траєкторії. Індукція магнітного поля B=13 мТл. Знайти радіус R і крок h гвинтової траєкторії.

Розв'язання:

Розкладемо швидкість електрона, влітаючого в магнітне поле, на два напрямки: уздовж ліній поля – v_y і паралельно їм – v_z. Складемо два рівняння. Сила Лоренца створює доцентрове прискорення, тобто $qv_zB = \frac{mv_z^2}{R}$, звідки $qB = \frac{mv_z}{R}$ (1). Оскільки $\frac{mv^2}{2} = qU$, а з малюнка $v = \frac{v_z}{sin\alpha}$, то $qU = \frac{mv_z^2}{2sin^2\alpha}$ (2).



Розділимо обидві частини рівняння (2) на квадрати обох частин рівняння (1). Отримаємо $\frac{qU}{q^2B^2} = \frac{mv_z^2R^2}{2m^2v_z^2 sin^2\alpha}$; $\frac{U}{qB^2} = \frac{R^2}{2m sin^2\alpha}$ звідки $R = \frac{sin\alpha}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$=1см.

Крок спіралі знайдемо з співвідношень $2\pi R = v_z t$ і $h = v_y t$, звідки $h = 2\pi R\frac{v_y}{v_z}$. Оскільки $\frac{v_y}{v_z} = ctg\alpha$ =1,73, то h=11 см.

Приклад 11. Котушка діаметром D=10 см, що складається з N=500 витків дроту, знаходиться у магнітному полі. Знайти середню е.р.с. самоіндукції $\varepsilon_{сер}$, що виникає в цій котушці, якщо індукція магнітного поля збільшується протягом часу t=0,1 с від 0 до 2 Тл.

Розв'язання:

Згідно закону Фарадея $\varepsilon_{сер} = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, де зміна потоку магнітної індукції через котушку $\Delta \Phi = NS\Delta B$.

Таким чином, $\varepsilon_{сер} = -NS\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$, де $\Delta B = B_2 - B_1$. За умовою $B_1 = 0$, $B_2 = 2$ Тл. Підставляючи числові дані, отримаємо $\varepsilon_{сер}$=78,5 В.

Приклад 12. У магнітному полі, індукція якого B=0,05 Тл, обертається стрижень довжиною l=1 м з кутовою швидкістю ω=20 рад/с. Вісь обертання проходить через кінець стрижня і паралельна магнітному полю. Знайти е.р.с. індукції ε, що виникає на кінцях стрижня.

Розв'язання:

Відповідно до закону Фарадея $\varepsilon = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, де зміна магнітного потоку $\Delta \Phi = B\Delta S \sin\alpha$ або, оскільки α=90°, $\Delta \Phi = B\Delta S$.

За один оборот стрижень перетинає площу $\Delta S = \pi l^2$ за час $\Delta t = t$. Тоді магнітний потік, що перетинається стрижнем за один оборот, $\Delta \Phi = B\pi l^2$, а е.р.с. що виникає на кінцях стрижня $\varepsilon = -\dfrac{B\pi l^2}{t} = -B\pi l^2 \omega$. .

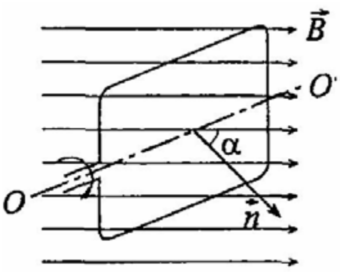
Підставляючи числові дані, отримаємо ε=-0,5 В.

Приклад 13. В однорідному магнітному полі, індукція якого B=0,1 Тл, рівномірно обертається котушка, що складається з N=100 витків дроту.

Частота обертання котушки n=5с$^{-1}$; площа поперечного перерізу котушки S=0,01 м^2. Вісь обертання перпендикулярна до осі котушки і напряму магнітного поля. Знайти максимальну е.р.с. індукції ε_{max} у котушці що обертається.

Розв'язання:

Розглянемо один виток рамки. При рівномірному обертанні навколо осі OO' з кутовою швидкістю ω магнітний потік через його площу буде змінюватися за законом $\Phi = BS\cos\alpha$ (1), де S – площа рамки; α – кут між нормаллю до площини та вектором B.



Вважаючи, що при t=0 α=0, маємо $\alpha = \omega t$.

Індукована у витку е.р.с. індукції $\varepsilon_i = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\left(-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right) = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ (2). Оскільки $\Phi(t) = BS\cos\omega t$, то, диференціюючи цю функцію і враховуючи, що $\dfrac{d(\cos\omega t)}{dt} = -\omega\sin\omega t$, отримаємо $\varepsilon_i = BS\omega\sin\omega t$ (3).

Індукована в N витках е.р.с. буде в N разів більше: $\varepsilon = N\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{max}\sin\omega t$, де ε_{max} – максимальне значення (амплітуда) е.р.с. індукції: $\varepsilon_{max} = NBS\omega$ (4). Таким чином, при рівномірному обертанні рамки в однорідному магнітному полі в ній виникає е.р.с. самоіндукції, що змінюється за синусоїдальним законом. Підставляючи в (4) значення кутової швидкості $\omega = 2\pi n$, де n – частота обертання рамки, отримаємо $\varepsilon_{max} = 2\pi nNBS$=3,14 В.

Приклад 14. Котушка довжиною l=20 см має N=400 витків. Площа поперечного перерізу котушки S=9см^2. Знайти індуктивність котушки L_1. Яка буде індуктивність котушки L_2, якщо всередину котушки введений залізний сердечник? Магнітна проникність матеріалу сердечника μ=400.

Розв'язання:

Індуктивність котушки визначається виразом $L=\mu\mu_0\dfrac{N^2S}{l}$. Враховуючи, що магнітна проникність повітря μ=1, одержимо L_1=0,9$\cdot 10^{-3}$ Гн; L_2=0,36 Гн.

Приклад 15. Соленоїд довжиною l=50 см і площею поперечного перерізу S=2см^2 має індуктивність L=0,2 мкГн. При якому струмі I об'ємна густина енергії магнітного поля всередині соленоїда W_0=1 мДж/м^3?

Розв'язання:

Густина енергії магнітного поля всередині соленоїда визначається за формулою $W_0=\dfrac{B^2}{2\mu\mu_0}$ (1).

Індукція магнітного поля всередині соленоїда дорівнює $B=\dfrac{\mu\mu_0 NI}{l}$ (2). Число витків N можна знайти з виразу для індуктивності соленоїда: $L=\mu\mu_0\dfrac{N^2S}{l}$, звідки $N=\sqrt{\dfrac{lL}{\mu\mu_0 S}}$ (3). Підставляючи (3) в (2), отримаємо $B=I\sqrt{\dfrac{\mu\mu_0 L}{Sl}}$.

Тоді з (1) $W_0=\dfrac{I^2L}{2lS}$, звідки $I=\sqrt{\dfrac{2W_0 lS}{L}}$=1А.

Список літератури

1. Погожих М.І., Фощан А.Л., Цуркан М.М. Фізика і фізичні методи дослідження сировини та матеріалів: Навчальний посібник. – Харків: ХДУХТ, 2008 р. – 279 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – 11-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учебное пособие: для вузов. В 5 томах. Т.3. Электромагнетизм. – 4-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2005г. – 560 с.
4. Трофимова Т.И. Справочник по физике для студентов и абитуриентов / Т.И. Трофимова. – М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2001. – 399 с.

Навчально-методичне видання

Укладачі:

ЦУРКАН Микола Михайлович

ПАК Андрій Олегович

ПАВЛЮК Ігор Миколайович

ФІЗИКА

Частина 2. Електростатика, електродинаміка, електромагнетизм

Методичні вказівки для підготовки до практичних занять

для студентів напряму підготовки 6.050502 «Інженерна механіка»

Підп. до др. 05.07.2011 Формат 60х84 1/16
Папір газет. Друк офс. Ум. друк арк. 2,5 Обл.-вид. арк. 2,2
Тираж 50 прим. Зам.

Видавець та виготовлювач
Харківський державний університет харчування та торгівлі
вул. Клочківська 333, Харків, 61051
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК№2319 від 19.10.2005 р.