НАБЛИЖЕНИЙ РОЗРАХУНОК ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ПРУЖНО НЕЛІНІЙНОГО ОСЦИЛЯТОРА З СУХИМ ТЕРТЯМ

Ольшанський В.П., д.ф.-м.н., проф., Бурлака В.В., к.т.н., доц., Сліпченко М.В., к.т.н., доц.

(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)

Мета досліджень. Вільні коливання лінійних і нелінійних механічних систем з сухим тертям мають обмежену кількість розмахів, що спостерігається на практиці. Тому моделі коливань осциляторів з сухим тертям часто використовують в інженерних розрахунках, сподіваючись на їх адекватність. Вони досить прості у випадку систем лінійними характеристиками жорсткості. Розрахунок послідовності амплітуд розмахів вдається провести і не розв'язуючи диференціальних рівнянь руху, бо їх спадання відбувається за законом арифметичної прогресії. Закономірності зміни амплітуд ускладнюються при нелінійних характеристиках пружності коливальних систем. Тому вивчення їх потребує окремої уваги. Метою досліджень є побудова формул для розрахунку амплітуд розмахів нелінійно пружних осциляторів, при їх вільних коливаннях, спричинених початковим відхиленням від положення рівноваги.

Основні матеріали досліджень

Методом енергетичного балансу виведено рекурентні співвідношення для розрахунку послідовності спадаючих амплітуд розмахів дисипативного осцилятора з сухим тертям Кулона. Розглянуто різні варіанти нелінійної пружності коливальної системи. Виділено випадки, коли виведені рекурентні співвідношення мають замкнені аналітичні розв'язки і побудовано їх.

Випадок степенево-нелінійної пружності. Для нього вільні коливання описуються диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + c|x|^{\nu}\,\mathrm{sign}(x) + F_T \cdot \mathrm{sign}(\dot{x}) = 0, \qquad (1)$$

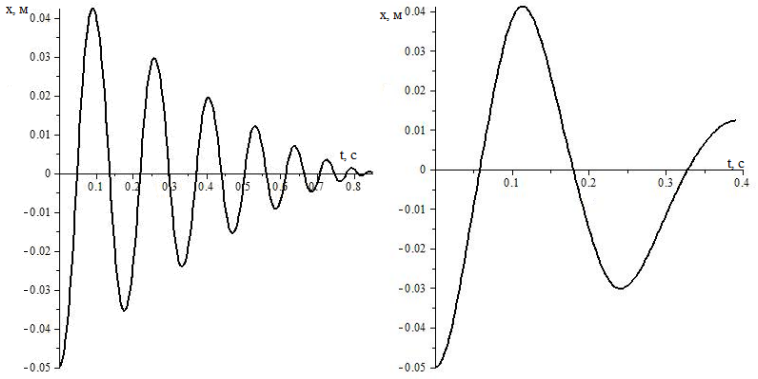
з початковими умовами:

$$x(0) = -a_0;\ \dot{x}(0) = 0. \qquad (2)$$

В (1), (2) m – маса осцилятора; c – коефіцієнт пружності; $\nu > 0$ – показник нелінійності; F_T – сила сухого тертя; $x(t)$ – переміщення осцилятора; t – час; крапка над x означає похідну по t; a_0 – початкове відхилення осцилятора від положення рівноваги

$x = 0$.

Проведено порівняння числових результатів, до яких призводять такі розв'язки та комп'ютерне інтегрування диференціального рівняння руху.



а) б)

Рис. 1. Графік коливань, одержаний числовим комп'ютерним інтегруванням при: а) $\nu = 1/3$; б) $\nu = 2$

Показано повну узгодженість результатів, одержаних різними способами. Запропоновано компактні формули для розрахунку ширини зони застою при різних нелінійностях. Викладений спосіб розрахунку простий в реалізації , бо не потребує розв'язування нелінійного диференціального рівняння вільних коливань осцилятора. При виведенні рекурентних співвідношень задіяно точний аналітичний розв'язок кубічного рівняння, запропонованого Кардано.

Висновки. Проведене дослідження підтвердило, що метод енергетичного балансу дає можливість точно обчислювати амплітуди вільних затухаючих коливань степенево-нелінійного осцилятора, спричинені сухим тертям Кулона., без побудови розв'язку диференціального рівняння його руху. Виявлено варіанти нелінійностей, коли розрахунок зводиться до використання явних рекурентних співвідношень, пов'язаних з розв'язками квадратного та кубічного рівнянь. У випадку довільного показника нелінійності розрахунок амплітуд доводиться проводити методом ітерацій.