

НАБЛИЖЕНИЙ РОЗРАХУНОК ВІЛЬНИХ ЗАТУХАЮЧИХ КОЛИВАНЬ ОСЦИЛЯТОРА З КОМБІНОВАНИМ ОПОРОМ

Ольшанський В.П., д.ф.-м.н., проф., Бурлака В.В., к.т.н., доц.,
Сліпченко М.В., к.т.н., доц.

*(Харківський національний технічний університет сільського
господарства імені Петра Василенка)*

Метою досліджень є побудова та апробація розрахунками наближених формул для обчислень амплітуд вільних затухаючих коливань осцилятора при спільній дії трьох сил комбінованого опору руху. Для досягнення цієї мети залучено метод енергетичного балансу.

Основні матеріали досліджень

Розглянуто вільні коливання лінійно пружного осцилятора, за наявності сили опору, що включає три складові. Перша складова залежить від квадрату швидкості руху. Це так званий гідродинамічний, або турбулентний опір. Друга складова лінійна, пропорційна швидкості руху, що традиційно називається в'язким опором, а третя складова – це сухе тертя Кулона.

Вільні затухаючі коливання описуємо диференціальним рівнянням з подвійною нелінійністю:

$$m\ddot{x} + k_1\dot{x} + (k_2\dot{x}^2 + k_0)\text{sign}(\dot{x}) + cx = 0, \quad (1)$$

за початкових умов:

$$x(0) = a_0; \dot{x}(0) = 0. \quad (2)$$

В (1), (2): m – маса осцилятора; c – коефіцієнт жорсткості пружини; k_1 – коефіцієнт лінійного в'язкого опору; k_2 – коефіцієнт квадратичного опору; k_0 – сила сухого тертя; $x = x(t)$ – переміщення осцилятора, як функція часу t ; крапка над x означає похідну по t ; a_0 – стартове відхилення осцилятора від положення $x = 0$

Для дослідження вільних коливань системи з одним ступенем вільності використано метод енергетичного балансу. Наближено реалізовано два варіанту цього методу. Перший варіант передбачає побудову та інтегрування диференціального рівняння для обвідної графіка затухаючих коливань, які включають обмежену кількість розмахів, а другий – побудову рекурентних співвідношень між амплітудами розмахів. Показано, що вказані варіанти дають близькі

результати, які узгоджуються з результатами числового інтегрування нелінійного диференціального рівняння руху осцилятора на комп'ютері.

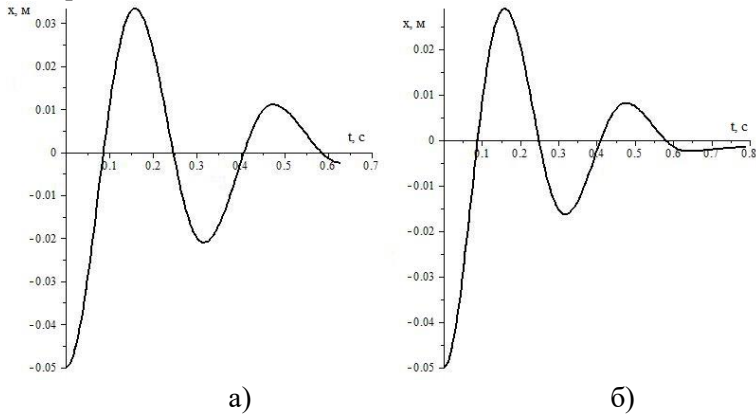


Рис. 1. Графік затухаючих коливань осцилятора при: а)

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_2} > \left(\frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \right)^2 ; \text{ б) } \frac{\lambda_0}{\lambda_2} < \left(\frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \right)^2$$

Розрахункові формули виведені в припущенні, що період коливань дисипативного осцилятора залишається таким як і при відсутності опору. В окремих випадках одержані наближені формули переходять в залежності, що відповідають точним розв'язкам динамічної задачі або узагальнюють відомі теоретичні результати. Наведено приклади розрахунків, що підтверджують ефективність використаного методу дослідження, який не потребує розв'язування нелінійного диференціального рівняння руху. Виведені формули досить прості в числовій реалізації, бо пов'язані з обчисленням значень лише елементарних функцій.

Висновки. В роботі виведено та апробовано компактні наближені формули для обчислень амплітуд вільних затухаючих коливань механічного осцилятора з комбінованим нелінійним опором. Вони узагальнюють відомі залежності в теорії коливань дисипативних осциляторів і дають числові результати, близькі до результатів числового інтегрування нелінійного диференціального рівняння руху осцилятора. Виведені формули зручні до використання, бо пов'язані з обчисленням значень лише елементарних функцій.