



Міністерство освіти і науки України

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
імені ПЕТРА ВАСИЛЕНКА**

**Навчально-науковий інститут
переробних і харчових виробництв**

Кафедра фізики і теоретичної механіки

ФІЗИКА

**МЕХАНІКА ПОСТУПАЛЬНОГО
Методичні вказівки
до виконання самостійної роботи**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої
освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
181 Харчові технології,
133 Галузеве машинобудування**

**Харків
2021**

Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
імені ПЕТРА ВАСИЛЕНКА

Навчально-науковий інститут переробних і харчових
виробництв

Кафедра фізики і теоретичної механіки

ФІЗИКА

МЕХАНІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

Методичні вказівки
до виконання самостійних робіт

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
181 Харчові технології,
133 Галузеве машинобудування

Затверджено рішенням
Науково-методичної ради
ННІ ПХВ ХНТУСГ
Протокол №
від . . . 2021 р.

Харків
2021

УДК 531.1: 531.3

Схвалено на засіданні кафедри фізики і теоретичної механіки
протокол № від 2021 р.

Фізика. Механіка поступального руху: методичні вказівки до виконання самостійних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей 133 Галузеве машинобудування, 181 Харчові технології; Харків. нац. техн. у-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка; уклад.: М. В. Сліпченко. – Харків : [б. в.], 2021.– 40 с.

Методичні вказівки призначені для отримання навичок самостійної роботи з навчальної дисципліни «Фізика».

В роботі наведені приклади задач з механіки поступального руху, а також запропоновані задачі для самостійного розв'язку. Підібрані задачі дають студентам можливість не тільки набути навичок з фізики, але й безпосередньо розглядають моделі первинної обробки зерна на прикладі задач з фізики.

Методичні вказівки призначені для студентів вищих навчальних закладів технічних спеціальностей.

Рецензенти:

О. І. Завгородній, д-р техн. наук, проф., зав. кафедри вищої математики Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка

Т. В. Гавриш, канд. техн. наук, доц., завідувачка кафедри технологій переробних і харчових виробництв Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка

Відповідальний за випуск: М. В. Сліпченко, канд. техн. наук, доцент

УДК 531.1: 531.3

© Сліпченко М. В., 2021

© ХНТУСГ, 2021

МЕХАНІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

ОСНОВНІ ФОРМУЛИ

Середня швидкість	$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$
Миттєва швидкість (векторний спосіб означення руху)	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
Миттєва швидкість (координатний спосіб означення руху)	$v_x = \frac{dx}{dt}$
Миттєва швидкість (природний спосіб означення руху)	$v = \frac{dS}{dt}$
Середнє прискорення	$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
Миттєве прискорення (векторний спосіб означення руху)	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
Миттєве прискорення (координатний спосіб означення руху)	$a_x = \frac{dv_x}{dt}$
Дотичне (тангенціальне) прискорення	$a_\tau = \frac{dv}{dt}$
Нормальне прискорення	$a_n = \frac{v^2}{\rho}$
Біномральне прискорення	$a_b = 0$
Повне прискорення	$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$
Модуль повного прискорення	$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2};$ $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Кінематичні рівняння рівнозмінного поступального руху	$v = v_0 + at ;$ $S = x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$
Другий закон Ньютона	$\vec{F} = m\vec{a}$
Другий закон Ньютона в імпульсній формі	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
Імпульс (кількість руху)	$\vec{p} = m\vec{v}$
Закон збереження імпульсу (для замкнутої системи)	$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$
Сила тертя	$F_{TP} = \mu \cdot N$
Сила пружності	$F = -k \cdot x$
Сила тяжіння	$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
Закон всесвітнього тяжіння	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
Робота сили на ділянці	$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_s \cos \alpha ds$
Робота сили тяжіння	$A(\vec{G}) = \pm Gh$
Потужність	$N = \frac{A}{t}$
Кінетична енергія тіла, що рухається поступально	$W_k = \frac{mv^2}{2}$
Потенціальна енергія тіла відносно поверхні Землі	$W_n = mgh$
Повна механічна енергія тіла	$W = W_k + W_n$
Закон збереження механічної енергії (для консервативної системи)	$W = W_k + W_n = const$

ЗАДАЧА 1

Методичні вказівки

Якщо відоме рівняння руху тіла, то значення миттєвої швидкості v визначається як перша похідна шляху за часом:

$$v = \frac{dS}{dt}. \quad (1)$$

Часто користуються скалярною величиною середньої швидкості $\langle v \rangle$, яка визначається відношенням пройденого шляху ΔS до часу проходження Δt :

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_1 - S_0}{t_1 - t_0}. \quad (2)$$

Величину, що визначається відношенням зміни швидкості Δv до часу Δt , за який ця зміна відбулась, називають середнім прискоренням:

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}, \quad (3)$$

де v_1 та v_0 – миттєві швидкості в момент часу t_1 та t_0 відповідно.

Значення миттєвого прискорення a визначається як перша похідна швидкості за часом:

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad (4)$$

або з урахуванням (1), як друга похідна шляху за часом:

$$a = \frac{d^2 S}{dt^2}. \quad (5)$$

Імпульс p тіла масою m , що рухається зі швидкістю v ,

$$p = mv. \quad (6)$$

Кінетична енергія тіла масою m , що рухається поступально зі швидкістю v ,

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (7)$$

Силу F , що діє на тіло в момент часу t_0 , знайдемо з рівняння другого закону Ньютона:

$$F = ma. \quad (8)$$

Приклад

Вантаж (рис. 1) рухається по конвеєру відповідно до рівняння $S = A - Bt + Ct^2 + Dt^4$, де S – шлях в метрах, t – час у секундах, A та B – сталі величини, $C = 0,12 \text{ м/с}^2$, $D = 0,01 \text{ м/с}^4$. Визначити: через який час t_1 після початку руху тіло матиме прискорення $a = 2 \text{ м/с}^2$; середнє прискорення $\langle a \rangle$ за цей проміжок часу Δt , а також шлях S , яке здолає вантаж за цей час. Відлік часу проводити від моменту $t_0 = 0$.

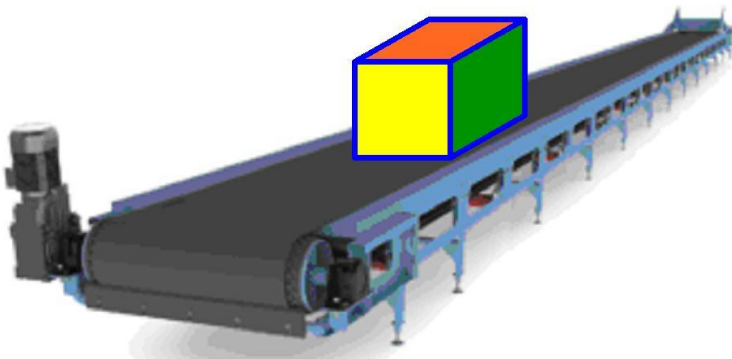


Рис. 1. Вантаж на конвеєрі

Дано:

$$S = A - Bt + Ct^2 + Dt^4;$$

$$A = \text{const}$$

$$B = \text{const}$$

$$C = 0,12 \text{ м/с}^2;$$

$$D = 0,01 \text{ м/с}^4;$$

$$a = 2 \text{ м/с}^2.$$

t_1 - ?; $\langle a \rangle$ - ?; $S(t_1)$?

Розв'язання:

Розглянемо рух вантажу як рух матеріальної точки.

Миттєве прискорення a визначимо як другу похідну шляху за часом:

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} = \frac{d^2(A - Bt + Ct^2 + Dt^4)}{dt^2} = \\ &= \frac{d(-B + 2Ct + 4Dt^3)}{dt} = 2C + 12Dt^2, \end{aligned} \quad (1)$$

Так як для заданого в задачі моменту часу прискорення дорівнює 2 м/с^2 , то з рівняння (1) маємо:

$$2C + 12Dt_1^2 = 2 \quad (2)$$

звідки

$$t_1 = \pm \sqrt{\frac{2-2C}{12D}} = \pm \sqrt{\frac{2-2 \cdot 0,12}{12 \cdot 0,01}} \approx \pm 3,83 \text{ с.} \quad (3)$$

Так як час не може бути від'ємною величиною, то остаточно маємо $t_1 = 3,83 \text{ с.}$

Для обчислення середнього прискорення скористуємось його визначенням, тоді:

$$\langle a \rangle = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}, \quad (4)$$

де v_1 і v_0 – миттєві швидкості в момент часу t_1 та t_0 відповідно.

Для того, щоб обчислити середнє прискорення за формулою (4) необхідно спочатку обчислити значення v_1 і v_0 . Для цього спочатку знайдемо залежність для швидкості в будь-який момент часу:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d^2(A - Bt + Ct^2 + Dt^4)}{dt^2} = -B + 2Ct + 4Dt^3, \quad (4)$$

а потім, підставивши в отриману залежність (4) відповідні момент часу, отримаємо значення швидкості для цих значень:

$$\begin{aligned} v(t_1) &= v(3,83) = -B + 2 \cdot 0,12 \cdot 3,83 + 4 \cdot 0,01 \cdot 3,83^3 = \\ &= -B + 3,17 \text{ м/с;} \end{aligned} \quad (5)$$

$$v(t_0) = v(0) = -B + 2 \cdot 0,12 \cdot 0 + 4 \cdot 0,01 \cdot 0^3 = -B \text{ м/с.} \quad (6)$$

Обчислюємо середнє прискорення:

$$\langle a \rangle = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{-B + 3,17 - (-B)}{3,83 - 0} \approx 0,83 \text{ м/с}^2. \quad (7)$$

Для визначення шляху, що пройшов вантаж по конвеєру підставимо у рівняння руху, час t_1 :

$$\begin{aligned} S(t_1) &= S(3,83) = A - Bt + Ct^2 + Dt^4 = \\ &= A - B \cdot 3,83 + 0,12 \cdot 3,83^2 + 0,01 \cdot 3,83^4 \approx \\ &\approx A - 3,83B + 3,91 \text{ м.} \end{aligned} \quad (8)$$

Так як значення сталих A та B з наведених умов встановити неможливо, то залишаємо значення шляху в загальному вигляді.

$$\begin{aligned} \text{Відповідь:} \quad t_1 &= 3,83 \quad \text{с;} & \langle a \rangle &\approx 0,83 \quad \text{м/с}^2; \\ S &\approx A - 3,83B + 3,91 \text{ м.} \end{aligned}$$

ЗАДАЧА ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗКУ

Вантаж (рис. 1) рухається по конвеєру відповідно до рівняння $S = f(t)$ де S – шлях в метрах, t – час у секундах.

Параметри задачі:

1. Середня швидкість тіла $\langle v \rangle$.
2. Середнє прискорення тіла $\langle a \rangle$.
3. Швидкість тіла v в момент часу t_1 .
4. Прискорення тіла a в момент часу t_1 .
5. Імпульс p тіла в момент часу t_1 .
6. Сила F , що діє на тіло в момент часу t_1 .
7. Кінетична енергія W тіла в момент часу t_1 .
8. Маса тіла m .

За даними, наведеними в таблиці 1, згідно з варіантом, знайти величини, відмічені значком (?). Номер варіанту обрати у відповідності до номеру студента в списку групи.

Таблиця 1.

№ вар.	$S = f(t)$	A м	B $\frac{м}{с}$	C $\frac{м}{с^2}$	D $\frac{м}{с^3}$	m кг	F Н	p $\frac{кг \cdot м}{с}$	W Дж	t_0 с	t_1 с	$\langle v \rangle$ $\frac{м}{с}$	$\langle a \rangle$ $\frac{м}{с^2}$	v $\frac{м}{с}$	a $\frac{м}{с^2}$
1	$S=A-Bt+2Ct^2-Dt^3$		2	5	1	?	8			1	2	?		?	
2	$S=Bt+3Ct^2$		1	2,5		1		?		0	2		?		?
3	$S=2Ct^2-Dt^3$			4	1	2			?	0	1	?			?
4	$S=3Dt^3$				3		?	81		1	4		?	?	
5	$S=2B+Asin(\pi/4 \cdot t)$	2				1		?		0	1	?			?
6	$S=A+2Ct^2+Dt^3$			1	0,5		15		?	1	4	?			?
7	$S=A+Bt+Ct^2+Dt^3$		1	3	2	5	?			0	1	?		?	
8	$S=A+Bt+4Ct^2$		-2	0,5		?		3		0	4		?		?
9	$S=3Bt-Dt^3+4$		2		-1	6			?	0	2		?		?

Продовження таблиці 1.

10	$S=A \sin \pi$	5				2	?			1/6	1/3	?	?	
11	$S=A - Bt + 2Ct^2$		3	2				?	9	1	2	?	?	
12	$S=A - Ct^2 + 2Dt^3$			5	2	7			?	2	4		?	?
13	$S=B + A \sin \pi$	6				8	?			1	2	?	?	
14	$S=2A + Dt^3$				2			?	36	1	3		?	?
15	$S=Bt - Dt^3 + 3$		1		0,2	1			?	0	1	?	?	
16	$S=A - Bt + Ct^2$		2	1				?	6		0	3	?	?
17	$S=A \cos (\pi/2 \cdot t)$	2				1		?		0	1	?		?
18	$S=A + Bt + Ct^2$		2	1			4		?	0	1		?	?
19	$S=Bt + Ct^2 + 3$		1	2			?		36	0	4	?	?	
20	$S=Bt + Dt^3$		3		1	4		?		0	1		?	?
21	$S=A - Ct^2 + Dt^3$			2	1	?	7		?	1	3	?		
22	$S=A - Dt^3$					-2		?	1,8		0	2	?	?
23	$S=A \sin (\pi/6 \cdot t)$	2				1		?		0	1		?	?
24	$S=A - Bt + Dt^3$		3		2	?	12		?	0	1	?		
25	$S=A + Ct^2$			5			?		640	1	3		?	?
26	$S=Bt + Dt^3$		-3		5	6	?	?		1	3	?		
27	$S=A - Bt + Ct^2 - Dt^3$		2	5	1			2	?	1	2		?	?
28	$S=A \cos (\pi/4 \cdot t)$	8				2	?			1	3	?	?	
29	$S=A + Bt - Ct^2 + Dt^3$		4	3	1	5		?		0	1		?	?
30	$S=A - Bt + Dt^3$		1		2	?	24		?	0	1	?		

ЗАДАЧА 2

Для транспортування сипучих матеріалів застосовують пневмотранспортери нагнітаючої, всмоктувальної чи нагнітаючо-всмоктувальної дії. Рух сипкого матеріалу (зерно, мука) здійснюється за рахунок надмірного чи розрідженого тиску, що створюється вентилятором. Рух матеріалу по рукавам, трубам та з'єднанням в деякому наближенні можна розглянути як рух матеріальної точки.



Рис. 2 – Пневмотранспортер

Нехай зернина рухається по ділянці рукава радіусом $R=2$ м (рис. 3).



Рис. 3 – до умов задачі 2

Шлях в метрах, який проходить зернина по траєкторії (рукаву), в будь який момент часу визначається рівнянням:

$$S = 3,5t^3.$$

Визначити величину прискорення точки і кут α , який утворюють між собою вектори швидкості і прискорення в момент часу, коли величина швидкості дорівнює 5 м/с.

Розв'язок.

Розглянемо рух зернини як рух матеріальної точки. Траєкторією руху є чверть кола. Початок відліку, тобто точку O , встановимо у місці початку рукава. Так як рух точки відбувається по всмоктувальному рукаву від забірної частини до вентилятора, то на траєкторії додатній напрям виберемо проти ходу годинникової стрілки. Точку M зобразимо у довільному положенні на вказаній траєкторії (рис. 5).

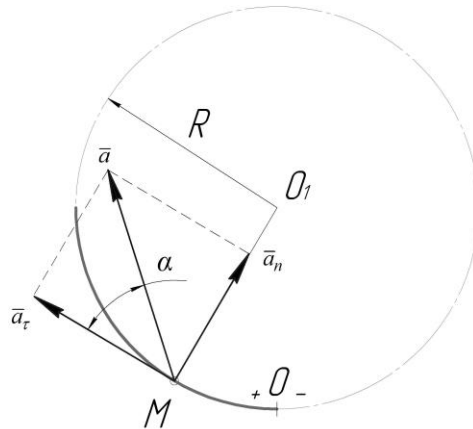


Рис.5. Розрахункова схема

Швидкість \bar{V} направимо за дотичною до кола, нормальне прискорення \bar{a}_n – до центру кола, а дотичне \bar{a}_τ – за швидкістю, приймаючи, що воно додатне.

Кут α між векторами швидкості \bar{V} і повного прискорення \bar{a} буде дорівнювати:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_n}{a_\tau}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{a_n}{a_\tau}.$$

Знайдемо величину повного прискорення:

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{5^2}{2} = 12,5 \text{ м/с}.$$

Функціональні залежності для швидкості та дотичного прискорення знайдемо за рівнянням руху точки:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(3,5t^3) = 10,5t^2;$$

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(10,5t^2) = 21t.$$

Оскільки для обчислення дотичного прискорення треба знайти час, коли швидкість буде дорівнювати 5 м/с, то з першого рівняння отримуємо:

$$t = \sqrt{\frac{V}{10,5}} = \sqrt{\frac{5}{10,5}} = 0,69 \text{ с}.$$

Величина дотичного прискорення:

$$a_\tau = 21t = 21 \cdot 0,69 = 14,49 \text{ м/с}.$$

Тоді:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{12,5}{21} = 0,595; \quad \alpha = \operatorname{arctg}(0,595) = 30,75^\circ = 30^\circ 45'.$$

Повне прискорення точки:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{12,5^2 + 21^2} = 24,4 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $a = 24,4 \text{ м/с}$; $\operatorname{tg} \alpha = 30^\circ 45'$.

ЗАДАЧА ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗКУ

Зернина рухається на ділянці AB з'єднуючої арматури пневмотранспортеру (рис. 6). На цій ділянці згин арматури являє собою сектор кола, радіусом R (радіус кривизни траєкторії $\rho = R$). Закон руху зернини по траєкторії AB : $S = f(t)$, де t – д секундах; S – в метрах.



Рис. 6 – Пневмотранспортер з криволінійною ділянкою AB

Визначити величини помічені знаком питання в табл. 2.

Параметри задачі:

1. Середня швидкість тіла $\langle v \rangle$.
2. Середнє прискорення тіла $\langle a \rangle$.
3. Нормальне прискорення a_n .
4. Дотичне (тангенціальне) прискорення a_τ .
5. Миттєве прискорення a .
6. Швидкість тіла v в момент часу t_1 .
7. Імпульс p тіла в момент часу t_1 .
8. Сила F , що діє на тіло в момент часу t_1 .
9. Кінетична енергія W тіла в момент часу t_1 .
10. Маса тіла m .

Таблиця 2

№ вар.	$S = f(t)$	R М	A М	B $\frac{М}{с}$	C $\frac{М}{с^2}$	D $\frac{М}{с^3}$	m кг	F Н	p $\frac{кг \cdot М}{с}$	W Дж	t ₀ с	t ₁ с	$\langle v \rangle$ $\frac{М}{с}$	$\langle a \rangle$ $\frac{М}{с^2}$	v $\frac{М}{с}$	a $\frac{М}{с^2}$
1	$S=A-Bt+Ct^2$	0,5	1	2	5	1	?	8			0	1	?		?	?
2	$S=Bt + Ct^2$	0,7		1	2,5		1		?		0	0,5		?		?
3	$S=Ct^2 - Dt^3$	0,9			4	1	2			+	0	1	?			?
4	$S=Dt^3$	1				3		?	81		0	2		?	?	?
5	$S=B+Asin(\pi/4 \cdot t)$	1,5	2	2			1		?		0	1	?			?
6	$S=A + Ct^2$	1,3	1		1	0,5		15		?	0	2	?			?
7	$S=A+Bt+Ct^2$	1,2	1	1	3	2	5	?			0	1	?		?	?
8	$S=A + Bt + Ct^2$	1,6	1	-2	0,5		?		3		0	3		?		?
9	$S=Bt - Dt^3$	1,8		2		-1	6			?	0	2		?		?
10	$S=A \sin \pi t$	2	5				2	?			0	1/6	?		?	?
11	$S=A - Bt$	0,5	2	3					?	9	0	2	?	?		?
12	$S=A - Ct^2$	0,7	1		5	2	7			?	0	1		?		?
13	$S= A \sin \pi t$	0,9	6				8	?			0	2	?		?	?
14	$S=A + Dt^3$	1	1			2			?	36	0	2		?		?
15	$S=Bt - Dt^3$			1,5		1		0,2	1			?	0	1	?	?

Продовження таблиці 2

16	$S = A + Ct^2$	1,3	1	1			?	6		0	2	?	?	?
17	$S = A \cos(\pi/2 \cdot t)$	1,2	2				1	?		0	1	?		?
18	$S = Bt + Ct^2$	1,6		2	1			4		?	0	1		?
19	$S = 2Bt + Ct^2$	1,8		1	2			?		36	0	2	?	?
20	$S = Bt + Dt^3$	2		3		1	4		?		0	1		?
21	$S = Ct^2 + Dt^3$	0,5			2	1	?	7		?	0	1	?	?
22	$S = A - Dt^3$	0,7		4		-2		?	1,8		0	1	?	?
23	$S = A \sin(\pi/6 \cdot t)$	0,9	2				1		?		0	1		?
24	$S = A - Bt + Dt^3$	1	1	3		2	?	12		?	0	1	?	?
25	$S = A + Ct^2$	1,5	1		5			?		640	0	3		?
26	$S = Bt + Dt^3$	1,3		-	5	6	?	?			0	3	?	?
27	$S = A - Bt + Ct^2$	1,2	1	2	5	1			2	?	0	2		?
28	$S = A \cos(\pi/4 \cdot t)$	1,6	2				2	?			0	0	?	?
29	$S = A + Bt - Ct^2$	1,8	1	4	3	1	5		?		0	1		?
30	$S = - Bt + Dt^3$	2		1		2	?	24		?	0	1	?	?

ЗАДАЧА 3

Методичні вказівки

Розглянемо рух зернини масою m , кинуті під кутом α до горизонту із початковою швидкістю v_0 за допомогою зернокидача (висота з якої починає польот зернина h_0) (рис. 7). Час руху тіла t . Вона падає в причеп вантажівки (чи вантажівку) на відстані ℓ від місця кидання (висота на якій зупиниться зернина визначається товщиною шару вже завантаженого зерна та висотою дна кузова причепа, яку позначимо h_k) та в момент падіння мала швидкість v , яка складає з горизонтом кут φ . В момент часу t_1 тіло знаходилось на висоті h_1 і мало швидкість v_1 , кінетичну енергію W_k , потенціальну енергію W_n та повну енергію W .

Вказаний рух ілюструє рис. 8

Складемо розрахункову схему, що відповідає процесу навантаження на рис. 9.



Рис. 7 – Загальний вигляд зернокидача



Рис. 8 – Рух зерна при завантаженні зернокидачем

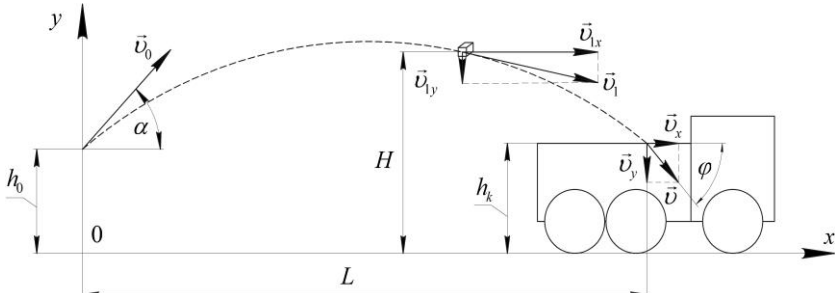


Рис. 9 – Розрахункова схема до задачі 3

Візьмемо прямокутну систему координат xOy з початком в точці 0 (поверхня ґрунту біля зрізу труби розкидача). Вісь x спрямуємо праворуч, а вісь y – вертикально вгору.

Зернина бере участь в двох взаємоперпендикулярних незалежних рухах: горизонтальному (вздовж осі x) і вертикальному (вздовж осі y).

Вздовж осі x рух рівномірний зі швидкістю

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad (1)$$

звідки

$$L = S_x = v_{0x} \cdot t = v_0 \cos \alpha \cdot t. \quad (2)$$

Вздовж осі y тіло рухається зі швидкістю:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t = v_0 \sin \alpha - g \cdot t, \quad (3)$$

тоді:

$$S_y = h_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Для того, щоб знайти час руху (польоту) t порівняємо (4) значенню кінцевої висоти h_k . Отримуємо:

$$h_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = h_k. \quad (5)$$

Для визначення t розв'яжемо (5) як біквдратне рівняння відносно невідомої t за відомою з математики формулою:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad (6)$$

де $b = v_0 \sin \alpha$; $D = b^2 - 4ac = (v_0 \sin \alpha)^2 - 2g \cdot (h_0 - h_k)$; $a = -\frac{g}{2}$.

Звідки:

$$t = \frac{-v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{(v_0 \sin \alpha)^2 - 2g \cdot (h_0 - h_k)}}{-0,5g}. \quad (7)$$

Зауваження: за фізичним змістом час не може бути від'ємною величиною, тому з отриманих значень t обираємо лише додатні.

Швидкість тіла в будь-якій точці напрямлена по дотичній до траєкторії. Розкладемо вектор швидкості на дві складові: горизонтальну \vec{v}_x і вертикальну \vec{v}_y . Отже:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \quad (8)$$

і модуль швидкості дорівнює:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (9)$$

З виразів (1), (3) і (6) знаходимо:

$$v = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - g \cdot t)^2}. \quad (10)$$

Швидкість в точці 1 (рис.9) через t_1 після початку руху

$$v_1 = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - g \cdot t_1)^2}. \quad (11)$$

Так як маса однієї зернини має великі варіаційні відхилення, то в довідниках і при проведенні вимірів

користуються визначенням: середня вага 1000 насінин, яку вимірюють в грамах, позначимо її m_{1000} . Відповідно, щоб обчислити масу зернини (насінини) в кілограмах необхідно використати формулу:

$$m = \frac{m_{1000}}{1000} \cdot 10^{-3} \quad (12)$$

Кінетичну енергію тіла в момент часу t_1 знайдемо як

$$W_k = \frac{m v_1^2}{2}, \quad (13)$$

Визначимо потенціальну енергію W_n тіла на висоті H , над поверхнею ґрунту:

$$H = h_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}. \quad (14)$$

Звідки:

$$W_n = mgH = mg \left(h_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2} \right). \quad (15)$$

Повна механічна енергія тіла дорівнює сумі його потенціальної та кінетичної енергій:

$$W = W_k + W_n. \quad (16)$$

Напрямок швидкості визначається кутом, який вона утворює з віссю x :

$$\cos \varphi = \frac{v_x}{v}. \quad (17)$$

Приклад

Зернину пшениці кинуть зернопультотом (зернокидачем) з висоти $h_0 = 2$ м зі швидкістю $v_0 = 16$ м/с під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Середня маса 1000 зернин пшениці m_{1000} дорівнює 40 г. Знайти кінетичну W_k і потенціальну W_n енергії

зернини пшениці в момент часу $t_1 = 2$ с після початку руху. Обчислити час t знаходження зернини пшениці в повітрі, якщо висота шару зерна h_k в кузові вантажівки (в причепі) дорівнює $h_k = 1$ м. Опором повітря знехтувати.

Дано:

$$m_{1000} = 40 \text{ г};$$

$$h_0 = 2 \text{ м}; h_k = 1 \text{ м}$$

$$v_0 = 16 \text{ м/с};$$

$$t_1 = 2 \text{ с}; \alpha = 30^\circ$$

$$W_k - ?; W_n - ? \quad t ?$$

Розв'язання:

Обчислимо масу 1 насінини:

$$m = \frac{m_{1000}}{1000} \cdot 10^{-3} = \frac{40}{1000} \cdot 10^{-3} = 0,04 \cdot 10^{-3} \text{ кг}. \quad (1)$$

Щоб визначити кінетичну енергію зернини пшениці в заданий момент часу $t_1 = 2$ с, скористаємося формулою:

$$W_k = \frac{mv_1^2}{2}. \quad (2).$$

В формулі (1) невідома швидкість v_1 . Обчислимо її за формулою:

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - g \cdot t_1)^2} = \\ &= \sqrt{(16 \cdot 0,866)^2 + (16 \cdot 0,5 - 9,81 \cdot 2)^2} = \\ &= \sqrt{191,989 + 135,024} = 18,08 \text{ м/с} \end{aligned} \quad (3)$$

Тепер ми маємо змогу обчислити кінетичну енергію:

$$W_k = \frac{m v_1^2}{2} = \frac{0,04 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot 18,08 = 0,3616 \cdot 10^{-3} = 36,16 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

Для визначення потенціальної енергії зернини скористаємося формулою:

$$\begin{aligned} W_n &= mgH = mg \left(h_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \right) = \\ &= 0,04 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \left(2 + 16 \cdot 0,5 \cdot 2 - \frac{9,81 \cdot 2}{2} \right) = \quad (4) \\ &= 0,3924 \cdot 10^{-3} \cdot 8,19 = 3,21 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.} \end{aligned}$$

Для того, щоб обчислити час знаходження зернини в польоті (від зернокидача до кузова вантажівки) скористаємось формулою (з отриманих результатів використаємо тільки додатні):

$$\begin{aligned} t &= \frac{-v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{(v_0 \sin \alpha)^2 - 2g \cdot (h_0 - h_k)}}{-0,5g} = \\ &= \frac{-16 \cdot 0,5 \pm \sqrt{(16 \cdot 0,5)^2 - 2 \cdot 9,81 \cdot (2 - 1)}}{-0,5 \cdot 9,81} = \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 19,62}}{-4,905} = \frac{-8 \pm 6,661}{-4,905} = 2,99 \text{ с.} \end{aligned}$$

Відповідь: $W_k = 36,16 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$; $W_n = 3,21 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$;
 $t = 2,99 \text{ с.}$

ЗАДАЧА ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИРШЕННЯ

Зернину масою m кинута зернопультотом (зернокидачем) з висоти h_0 зі швидкістю v_0 під кутом α до горизонту.

Параметри задачі:

1. Час руху зернини t .

2. Швидкість v_0 , з якою було кинута зернину.
3. Відстань L від місця кидання до місця падіння.
4. Висота h_0 кінця стрічки зернокидача, з якої зернина починає свій рух.
5. Швидкість v , з якою зернина падає в кузов вантажівки.
6. Кут φ , який складає траєкторія зернини з горизонтом у точці його падіння в кузов вантажівки.
7. Кінетична енергія W_k каміння в момент часу t_1 .
8. Потенціальна енергія W_n каміння в момент часу t_1 .
9. Повна енергія W каміння в момент часу t_1 .
10. Висота H , на якій знаходиться зернина над землею в момент часу t_1 .
11. Швидкість v_1 зернини в момент часу t_1 .
12. Висота h_k шару зерна в кузові вантажівки (в причепі) на якій зупиняється рух зернини.
13. Маса 1000 зернин m_{1000} .

За даними, наведеними в таблиці 3, згідно з варіантом, знайти величини, відмічені знаком питання (?).

Таблиця 3.

№ вар.	h_0 м	h_k м	t с	v_0 м/с	L м	v м/с	m_{1000} г	W Дж	v_1 м/с	H м	t_1 с	φ град.	α град.
1	2	0,5	?	15	?		40	?	21		?		25
2	1,5	0,6	?	?	?	7,8	250	?			0,2	?	30
3	?	0,7	?	12	?	?	300	?	?	3			35
4		0,8	?	?	?		1000	?			0,1	?	40
5	?	0,9	?	15	?		200	?			2	60	45
6	2	1	?		?		20	?			1	?	50
7	?	1,1	?	?	?	10	15	?			0,4		55
8	2,5	1,2	?	18	?	?	2	?	10	?			60
9	2,5	1,3	?	14	?		45	?			?		25
10		1,4	?		?		30	?	?	?	1	45	30

Продовження таблиці 3

11	?	1,5	?		?	?	15	?		15			35
12		1,6	?	12	?		150	?	15		?		40
13	2,5	1,7	?	10	?		40	?		?	t/2		45
14	1,5	1,8	?	?	?		900	?	?		1,5	60	50
15	1	1,9	?	10	?	?	300	?			1		55
16	2	2	?	?	?		15	?		?	t/2		60
17		0,5	?	?	?	?	40	?	36	20			25
18		0,6	?	17	?		1100	?			1	?	30
19	3	0,7	?		?	?	40	?			t		35
20	?	0,8	?	15	?		1	?					40
21	?	0,9	?	?	?	20	800	?		?	0,5	45	45
22	1,5	1	?	?	?	25	20	?			1	?	50
23	?	1,1	?		?	?	1200	?	?	3			55
24	?	1,2	?	10	?		40	?	15		?	60	60
25	2	1,3	?	15	?		300	?				?	25
26	3	1,4	?	19	?	?	900	?			0,5		30
27		1,5	?		?	?	45	?	?	?	t/2		35
28		1,6	?	?	?	25	20	?				?	40
29	2,5	1,7	?	25	?		800	?			1		45
30		1,8	?	?	?	?	40	?			?		50

ЗАДАЧА 4

Розглянемо процес поділення насіння за станом поверхні. Насінина будемо вважати матеріальними точками масою m , що починають свій рух по стрічці конвеєра в місці виходу з бункера і одразу отримують швидкість конвеєра. Цю швидкість вважаємо початковою швидкістю руху насінини v_0 . Відмінність між насінинами в їх коефіцієнті тертя μ по поверхні стрічки конвеєра, що і дозволяє робити їх поділ (рис. 10). Стрічка конвеєра рухається зі сталою швидкістю. Нахил між стрічкою та горизонтом складає α . Визначити кут

нахилу α , для можливості поділу насіння за коефіцієнтом тертя.

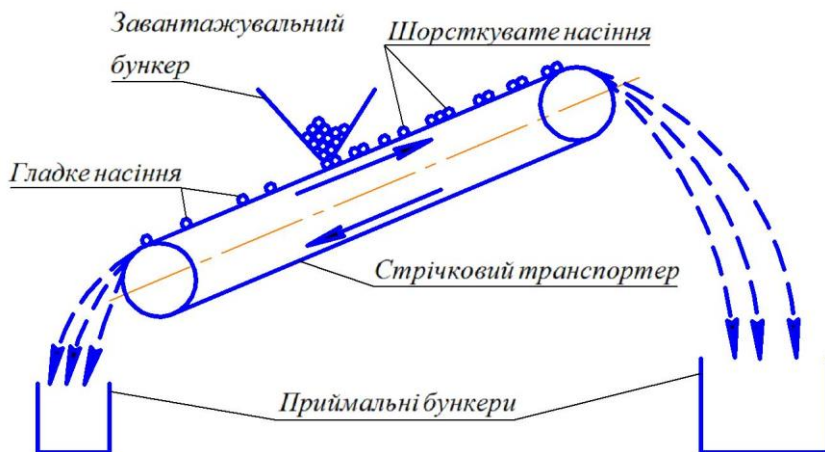


Рис. 10. – Принцип поділення насіння за коефіцієнтом тертя.

Складемо розрахункову схему, що відповідає процесу поділення насіння за коефіцієнтом тертя (рис. 11) та рухові шорсткуватого насіння вгору.

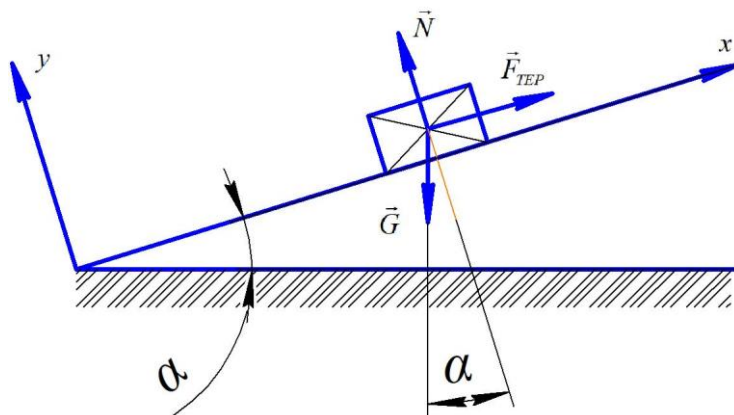


Рис. 11. – Розрахункова схема руху шорсткуватого насіння

Так як для того, щоб насінина не скочувалась по поверхні стрічкового транспортеру необхідно її перебування у стані відносного спокою. Таким чином маємо модель, коли насіння рухається зі сталою швидкістю, тобто зі швидкістю стрічки конвеєра v_0 .

Методичні вказівки

Розв'язок задач з динаміки необхідно починати з того що складають розрахункову схему. Обв'язкою вимогою до схеми є те, що тіло необхідно зобразити не на початку і не наприкінці руху, а у будь-якому проміжному положенні.

Наступним етапом є розстановка сил (активних та реакцій в'язей).

В наведеній задачі на тіло діють три сили: сила тяжіння, нормальна реакція поверхні та сила тертя.

Силу тяжіння при розв'язку інженерних задач спрямовують донизу (в задачах де враховують радіус планети Земля, широту, тощо треба пам'ятати, що сила тяжіння спрямована до центру планети Земля).

Нормальну реакцію поверхні спрямовуємо перпендикулярно до похилою поверхні в бік протилежний тому, в якому поверхня обмежує можливість руху тіла.

Сила тертя за визначенням спрямовується в бік протилежний рухові, по дотичній до поверхні тіл, що стикаються.

В нашому випадку відсутній рух насіння відносно стрічки конвеєра, тому за напрям сили тертя обираємо напрям можливого переміщення насінини. Слід зазначити, що вказана на рис. 11 сила тертя показана коректно, хоча на схемі вона не спрямована по дотичній між тілом і стрічкою. Це пояснюється тим, що рух тіла ми розглядаємо як рух матеріальної точки, а в такому випадку розмірами тіла ми нехтуємо.

Наступним кроком є вибір осей. Дослідник має право зобразити вісі будь-яким чином за власним розсудом,

виконуючи лише умову до їх перпендикулярності. На практиці, для спрощення подальших обчислень рекомендується одну з осей зобразити таким чином, щоб вона співпадала з напрямком руху тіла. Це дасть можливість отримати додатну проекцію прискорення на цю вісь.

Далі записуємо рівняння руху тіла в векторній формі у вигляді Другого закону Ньютона.

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_k. \quad (1)$$

А далі підставляємо в рівняння руху всі сили, що діють в конкретній задачі.

$$m\bar{a} = \bar{G} + \bar{N} + \bar{F}_{TEP}. \quad (2)$$

Слід зазначити, що на цьому етапі в правій частині рівняння завжди сили складаються, тобто для будь-яких випадків маємо знак «+».

Наступним кроком проектуємо складене векторне рівняння на обрані вісі координат.

$$ma_x = -G \sin \alpha + F_{TEP} \quad (3)$$

$$ma_y = -G \cos \alpha + N. \quad (4)$$

Для наведеного прикладу відсутній рух тіла вздовж вісі y , тому $a_y = 0$. Відносно стрічки конвеєра (вісь x) перебуває у стані відносного спокою, а відповідно і $a_x = 0$. Тоді остаточно скалярні рівняння руху для даної задачі мають вигляд:

$$-G \sin \alpha + F_{TEP} = 0; \quad (5)$$

$$-G \cos \alpha + N = 0. \quad (6)$$

Отримані рівняння містять 3 невідомі F_{TEP} , N , α . Для того, щоб система рівнянь мала розв'язок необхідно, щоб кількість невідомих не перевищувала кількості рівнянь, тому додамо рівняння, що виражає залежність сили тертя від величини нормальної реакції:

$$F_{TEP} = \mu \cdot N. \quad (7)$$

Обчислимо нормальну реакцію з скалярного рівняння руху вздовж осі y :

$$N = G \cos \alpha . \quad (8)$$

Тоді:

$$F_{\text{ТЕР}} = \mu \cdot N = \mu \cdot G \cos \alpha . \quad (9)$$

Підставимо отримане значення в рівняння руху вздовж осі x :

$$-G \sin \alpha + \mu \cdot G \cos \alpha = 0 . \quad (10)$$

Поділимо отримане значення на $G \cos \alpha$, отримаємо:

$$-tg \alpha + \mu = 0 ,$$

звідки:

$$tg \alpha = \mu ; \quad (11)$$

$$\alpha = \arctg \mu . \quad (12)$$

Приклад

Насіння соняшника масою m потрапляє на стрічку транспортера. Кут нахилу транспортера до горизонту становить $\alpha = 25^\circ$. Визначити значення коефіцієнта тертя насіння соняшника по стрічці транспортеру при якому відбудеться поділ зернової маси на фракції, обчислити значення сили тертя.

Дано:	
$m_{1000} = 48 \text{ г} ;$	
$\alpha = 25^\circ .$	
$\mu = ? ;$	

Розв'язок

Використаємо розрахункову схему рис. 11 та формули, наведені у методичних вказівках до задачі.

Обчислимо значення коефіцієнту тертя, за значенням якого буде відбуватись поділ насіння:

$$\mu = tg \alpha = tg 25^\circ = 0,466 . \quad (1)$$

Для визначення сили тертя, використаємо її залежність від величини нормальної реакції:

$$F_{\text{ТЕР}} = \mu \cdot N. \quad (2)$$

В наведеній формулі нам не вистачає значення нормальної реакції, яку знайдемо зі скалярного рівняння руху вздовж осі y :

$$N = G \cos \alpha = mg \cos \alpha. \quad (3)$$

Для отримання числових значень обчислимо масу 1 насінини соняшнику (формула наведена у методичних вказівках до задачі 3):

$$m = \frac{m_{1000}}{1000} \cdot 10^{-3} = \frac{48}{1000} \cdot 10^{-3} = 0,048 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 48 \cdot 10^{-6} \text{ кг}. \quad (4)$$

Підставляємо значення в формулу (2) і обчислюємо силу тертя:

$$\begin{aligned} F_{\text{ТЕР}} &= \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cos \alpha = 0,466 \cdot 48 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81 \cdot 0,906 = \\ &= 198,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \end{aligned}$$

Відповідь: $\mu = 0,466$; $F_{\text{ТЕР}} = 198,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$.

ЗАДАЧА ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИРІШЕННЯ

Насіння масою m потрапляє на стрічку транспортера. Кут нахилу транспортера до горизонту становить α . Визначити значення коефіцієнта тертя насіння по стрічці транспортеру при якому відбудеться поділ зернової маси на фракції, обчислити значення сили тертя.

Параметри задачі:

1. Маса частинки m .
2. Маса 1000 зернин m_{1000} .
3. Кут нахилу стрічки транспортера до горизонту α .
4. Коефіцієнт тертя μ .
4. Сила тертя $F_{\text{ТЕР}}$.

Таблиця 4.

№ вар.	m_{1000} г	μ	F_{TEP} Н	№ вар.	m_{1000} г	μ	F_{TEP} Н	№ вар.	m_{1000} г	μ	F_{TEP} Н
1	40	?	?	11	50	?	?	21	45	?	?
2	600	?	?	12	700	?	?	22	650	?	?
3	800	?	?	13	900	?	?	23	850	?	?
4	1000	?	?	14	1100	?	?	24	1050	?	?
5	20	?	?	15	25	?	?	25	18	?	?
6	50	?	?	16	45	?	?	26	40	?	?
7	1200	?	?	17	1300	?	?	27	1000	?	?
8	300	?	?	18	250	?	?	28	200	?	?
9	12	?	?	19	15	?	?	29	10	?	?
10	30	?	?	20	35	?	?	30	25	?	?

ЗАДАЧА 5

Розглянемо поділ зернового матеріалу за аеродинамічними властивостями. Зернину масою m у вертикальній канал, через який знизу до гори рухається повітряний потік зі швидкістю $v_{пл}$ (рис. 12). За умови, що швидкість витання частинки менша за швидкість повітряного потоку такі частинки (легкі домішки) уносяться разом з повітряним потоком, якщо навпаки – падають до низу, а якщо швидкість повітряного потоку дорівнює швидкості витання, то частина «зависає», і відносно каналу вона знаходиться в стані рівноваги.

Таким чином відбувається вилучення легких домішок (поділення аеродинамічними властивостями).

Методичні вказівки

Складемо розрахункову схему (рис 13) частинки, що сила тяжіння та поміщена в повітряний канал. На частинку діють дві сили: сила тяжіння та сила аеродинамічного опору.

Так як частинка рухається в газовому середовищі, то на неї також діє виштовхуюча сила Архімеда, але враховуючи, що густина газового середовища (густина повітря $1,29 \text{ кг/м}^3$) майже на три порядки (у 1000 разів) менша за густину насіння сільськогосподарських культур та домішок, то нею нехтують як величиною більшого порядку малості.



Рис. 12. – Поділення за аеродинамічним коефіцієнтом:
 1 – канал; 2 – осаджувальна камера;
 3 – вентилятор

Величину сили тяжіння частинки обчислимо за формулою:

$$G = mg = \frac{\pi d^3}{6} \rho_s g. \quad (1)$$

де ρ_s – питома (дійсна) густина частинки; d – розрахунковий діаметр частинки; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

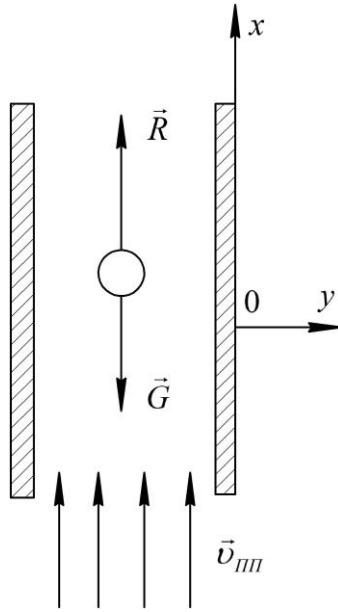


Рис. 13. – Розрахункова схема.

Так як насіння сільськогосподарських культур і домішки дуже рідко мають форму кулі, то для отримання розрахункового діаметру використаємо формулу:

$$d = \sqrt[3]{l \cdot b \cdot h} \quad (2)$$

де l – довжина; b – ширина; h – висота насіння сільськогосподарської культури чи домішки.

Силу аеродинамічного опору обчислимо за формулою:

$$R = kS \frac{\rho v^2}{2}, \quad (3)$$

де k – коефіцієнт аеродинамічного опору, для розрахунків прийmemo $k=0,44$; $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площа міделевого перетину частинки; $\rho = 1,29$ кг/м³ – густина газового середовища (повітря); $v = v_{III} - v_c$ – відносна швидкість частинки в каналі

(швидкість відносно стінки каналу); v_{III} – швидкість повітряного потоку; v_c – швидкість вітання частинки (при $v_{III} > v_c$ частинка рухається вгору, а при $v_{III} < v_c$ – вниз).

Оберемо координатні вісі (рис. 13) і складемо рівняння руху у вигляді Другого закону Ньютона:

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_k. \quad (4)$$

Підставляємо в рівняння руху всі сили, що діють в конкретній задачі.

$$m\bar{a} = \bar{G} + \bar{R}. \quad (5)$$

Спроекуємо складене векторне рівняння на о вісі координат. Так як рух відбувається тільки вздовж осі x , то обмежимося проекцією (5) на цю вісь:

$$ma = R - G = k \frac{\pi d^2}{2} \cdot \frac{\rho v^2}{2} - \frac{\pi d^3}{6} \rho_c g. \quad (6)$$

Для визначення залежності швидкості частинки від координати x врахуємо, що $a = \frac{dv}{dt}$. Тоді:

$$\frac{dv}{dt} = k \frac{\pi d^2}{2m} \cdot \frac{\rho v^2}{2} - \frac{\pi d^3}{6m} \rho_c g. \quad (7)$$

В отриманій залежності відсутня змінна x , тому домножимо і поділемо ліву частину (7) на dx :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = \frac{v dv}{dx} = k \frac{\pi d^2}{2m} \cdot \frac{\rho v^2}{2} - \frac{\pi d^3}{6m} \rho_c g. \quad (8)$$

Розділимо змінні інтегрування та внесемо швидкість під знак диференціалу:

$$\frac{d(v^2)}{2k \frac{\pi d^2}{2m} \cdot \frac{\rho}{2} \left(v^2 - \frac{2d}{3k} \frac{\rho_c g}{\rho} \right)} = dx \quad (8)$$

і проінтегруємо за умови, що в момент часу $t_0 = 0$, $v_0 = 0$:

$$\int_0^v \frac{d(v^2)}{v^2 - \frac{2d}{3k} \frac{\rho_4 g}{\rho}} = \int_0^x \left(k \frac{\pi \rho d^2}{2m} \right) dx \quad (9)$$

Отримаємо:

$$\ln \left| v^2 - \frac{2d}{3k} \frac{\rho_4 g}{\rho} \right| - \ln \left| v_0^2 - \frac{2d}{3k} \frac{\rho_4 g}{\rho} \right| = \left(k \frac{\pi d^2}{2m} \cdot \frac{\rho}{2} \right) x \quad (10)$$

Замінімо різницю логарифмів логарифмом частного:

$$\ln \frac{v^2 - \frac{2d}{3k} \frac{\rho_4 g}{\rho}}{v_0^2 - \frac{2d}{3k} \frac{\rho_4 g}{\rho}} = \left(k \frac{\pi d^2}{2m} \cdot \frac{\rho}{2} \right) x \quad (11)$$

Прологарифмуємо (10):

$$\frac{\left| v^2 - \frac{2d}{3k} \cdot \frac{\rho_4 g}{\rho} \right|}{\left| v_0^2 - \frac{2d}{3k} \cdot \frac{\rho_4 g}{\rho} \right|} = e^{\left(k \frac{\pi d^2 \rho}{2m \cdot 2} \right) x}.$$

Звідки v :

$$v = \sqrt{e^{\left(k \frac{\pi d^2 \rho}{2m \cdot 2} \right) x} \cdot \left| v_0^2 - \frac{2d}{3k} \cdot \frac{\rho_4 g}{\rho} \right| + \frac{2d}{3k} \frac{\rho_4 g}{\rho}}. \quad (12)$$

Зауваження: за фізичною умовою постановки задачі відносна швидкість частинки не може перевищувати швидкості повітряного потоку, тому при обчисленні за складеною спрощеною моделлю необхідно враховувати обмеження $v \leq v_{III}$ при русі частинки вгору.

Кінетична енергія визначається формулою:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенціальна енергія визначається формулою:

$$W_n = mgh = mgx,$$

де висота $h = x$ вираховується з точністю до довільної сталої. Для нашого прикладу в якості точки відліку візьмемо точку O , початок координат, яка збігається з місцем потрапляння частинки в повітряний канал. Відповідно, якщо частинка уноситься повітряним потоком, то $W_n > 0$, якщо рухається вниз – то $W_n < 0$.

Приклад

Визначити відносну швидкість v частинки в момент часу, коли частинка пройшла в повітряному каналі відстань $h = x = 0,5$ м. Визначити кінетичну та потенційну енергію частинки для цього моменту часу. Початкова швидкість частинки $v_0 = 0$ м/с; відносна густина частинки $\rho = 1000$ кг/м³, а її розміри $l = 10$ мм; $b = 3$ мм; $h = 2,5$ мм.

Дано:

$$v_0 = 0 \text{ м/с};$$

$$h = x = 0,5 \text{ м};$$

$$\rho_c = 250 \text{ кг/м}^3;$$

$$l = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$b = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$h = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$v - ? \quad W_k - ? \quad W_n - ?$$

Розв'язок

Обчислимо розрахунковий діаметр частинки:

$$d = \sqrt[3]{l \cdot b \cdot h} = \sqrt[3]{10 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}} = \sqrt[3]{75 \cdot 10^{-9}} = 4,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \quad (1)$$

Обчислимо масу частинки:

$$m = \frac{\pi d^3}{6} \rho_q = \frac{3,14 \cdot (4,22 \cdot 10^{-3})^3}{6} \cdot 250 = 9,83 \cdot 10^{-6} \text{ кг} . \quad (2)$$

Визначимо швидкість частинки в момент часу, коли вона пройде відстань $x = 0,5$ м:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{e^{\left(\frac{k \pi d^2 \rho}{4m}\right)} \cdot \left(v_0^2 - \frac{2d}{3k} \cdot \frac{\rho_q g}{\rho}\right) + \frac{2d}{3k} \cdot \frac{\rho_q g}{\rho}} = \\ &= \sqrt{2,72^{\left(\frac{0,44 \cdot \frac{3,14 \cdot (4,22 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1,29}{4 \cdot 9,83 \cdot 10^{-6}}}\right)} \cdot \left|0^2 - \frac{2 \cdot 4,22 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,44} \cdot \frac{250 \cdot 9,81}{1,29}\right| + \frac{2 \cdot 4,22 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 0,44} \cdot \frac{250 \cdot 9,81}{1,29}} = \\ &= \sqrt{2,72^{0,8} \cdot |(-12,16)| + 12,16} = \sqrt{27,08 + 12,16} = 6,26 \text{ м/с}. \end{aligned} \quad (3)$$

Кінетична енергія частинки для цього моменту часу:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{9,83 \cdot 10^{-6} \cdot 6,26^2}{2} = 192,6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} .$$

Потенційна енергія частинки для цього моменту часу:

$$W_n = mgx = 9,83 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 48,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} .$$

Відповідь: $v = 6,26$ м/с; $W_k = 192,6 \cdot 10^{-6}$ Дж ;

$W_n = 48,2 \cdot 10^{-6}$ Дж .

ЗАДАЧА ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИРІШЕННЯ

Частинка масою m потрапила в вертикальний сепарувальний канал з початковою швидкістю v_0 .

Параметри задачі:

1. Відстань, що пройшла частинка x .
2. Початкова швидкість руху в каналі $v_0 = 0$.
3. Маса частинки m .
4. Довжина, ширина та висота частинки l, b, h .
4. Питома густина частинки ρ_q .
5. Густина повітряного потоку $\rho = 1,29$ кг/м³ .

6. Кінетична енергія W_k частинки в момент часу, коли вона пройшла вертикально відстань x по каналу.
7. Потенціальна енергія W_n частинки в момент часу, коли вона пройшла вертикально відстань x по каналу.
8. Відносна швидкість руху частинки ν .

Таблиця 5.

№ вар.	x м	l мм	b мм	h мм	ρ кг/м ³	ν м/с	W_k Дж	W_n Дж
1	0,3	3	2	1,5	300	?	?	?
2		1,5	1	0,5	50	?		$120 \cdot 10^{-6}$
3	0,4	20	3	2,5	40	?	?	?
4		2	2	1	100	?	?	$60 \cdot 10^{-6}$
5	0,5	2	1	1	200	?	?	?
6		10	2	2	75	?		$80 \cdot 10^{-6}$
7	0,6	4	2	1,5	350	?	?	?
8		3,5	1,5	1	200	?	?	$40 \cdot 10^{-6}$
9	0,8	5	2,5	2	150	?	?	?
10		4,5	3	3	200	?	?	$140 \cdot 10^{-6}$
11	0,3	1	1	0,5	150	?	?	?
12		2	1,2	1,2	250	?	?	$150 \cdot 10^{-6}$
13	0,25	3	2	2	150	?	?	?
14		3	1,5	1,5	300	?	?	$100 \cdot 10^{-6}$
15	0,35	5	4	3	100	?	?	?
16		2,5	2	1,5	150	?		$100 \cdot 10^{-6}$
17	0,4	15	2	2	60	?	?	?
18		8	1,6	1,4	100	?		$180 \cdot 10^{-6}$
19	0,6	4	2	2	250	?	?	?
20		2,5	1,5	1	100	?	?	$50 \cdot 10^{-6}$

Продовження таблиці 5

21	0,8	3	2,5	2	200	?	?	?
22		3,5	3	3	100	?	?	$240 \cdot 10^{-6}$
23	0,3	1	1	0,5	150	?	?	?
24		2	1,2	1,2	250	?	?	$150 \cdot 10^{-6}$
25	0,25	3	2	1,5	75	?	?	?
26		3	2,5	2,5	200	?	?	$100 \cdot 10^{-6}$
27	0,35	8	7	7	150	?	?	?
28		10	2,5	2	125	?		$280 \cdot 10^{-6}$
29	0,6	4	2	1,5	350	?	?	?
30		7,5	6,5	6	200	?	?	$60 \cdot 10^{-6}$

Список використаної літератури

1. Каліберда Л. М., Спольнік О. І. Фізика : навч. посібник. Харків : Міськдрук, 2018. 176 с.
2. Заїка П.М. Теорія сільськогосподарських машин. Том 3, розділ 7. Очистка і сортування насіння. Харків : Око, 2006. 408 с.
3. Теорія сепарування зерна. / В.П. Ольшанський і др. Харків : ХНТУСГ, 2017. 803 с.
4. Динамика виброцетнробежной зерноочистки. / Л.Н. Тищенко и др. Харьков : Міськдрук, 2013. 440 с.

Навчальне видання

ФІЗИКА

МЕХАНІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

Методичні вказівки
до виконання самостійних робіт

Укладач

СЛПЧЕНКО Максим Володимирович

Формат 60x84\16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 2,5

Наклад 30 пр.

Харківський національний технічний університет
сільського господарства імені Петра Василенка
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44