



**Міністерство освіти і науки  
України**

**ДЕРЖАВНИЙ  
БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**Факультет мехатроніки та інжинірингу**

**Кафедра надійності та міцності машин і споруд  
імені В.Я. Аніловича**

**ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА ТА  
БІОМЕХАНІКА**

**ДЕФОРМАЦІЯ РОЗТЯГУ (СТИСКАННЯ)**

**Методичні вказівки  
до виконання практичних робіт**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої  
освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальності  
163 Біомедична інженерія**

**Харків  
2022**

Міністерство освіти і науки України  
ДЕРЖАВНИЙ БІОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

Факультет мехатроніки та інжинірингу

Кафедра надійності та міцності машин і споруд імені  
В.Я. Аніловича

## **ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА ТА БІОМЕХАНІКА**

### **ДЕФОРМАЦІЯ РОЗТЯГУ (СТИСКАННЯ)**

Методичні вказівки  
до виконання практичних робіт

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
денної та заочної форм навчання зі спеціальності  
**163 Біомедична інженерія**

Затверджено рішенням  
Методичної ради  
ФМІ ДБТУ  
Протокол № 5  
від 20.01. 2022 р.

Харків  
2022

## **УДК 531/534 (075.8)**

Схвалено на засіданні кафедри надійності та міцності машин і споруд імені В.Я. Аніловича  
протокол № 5 від 19 січня 2022 р.

Технічна механіка та біомеханіка: методичні вказівки до виконання практичних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальності 163 Біомедична інженерія. Харків. ДБТУ; уклад.: М.В. Сліпченко, О.М. Шукаєва. – Харків: [б. в.], 2022.–24 с.

Методичні вказівки призначені для підвищення ефективності самостійної роботи студентів у поза аудиторний час і при спілкуванні з викладачем.

Матеріали цих вказівок можуть бути використані викладачами кафедри при проведенні самостійних і контрольних робіт в аудиторії, під час захисту розрахунково-графічних робіт, комплектуванні задач в екзаменаційних білетах.

Розраховані методичні вказівки на студентів вищих навчальних закладів технічних спеціальностей.

### **Рецензенти:**

**О. І. Завгородній**, д-р техн. наук, проф., проф.. фізики та вищої математики Державного біотехнологічного університету.

**О. І. Алфьоров**, д-р техн. наук, доц., проф. кафедри надійності та міцності машин і споруд імені В.Я. Аніловича

**Відповідальний за випуск: М. В. Сліпченко**, к.т.н., доцент, зав.каф.

© Сліпченко М.В., Шукаєва О.М. 2022

© ДБТУ, 2022

# 1. Основи теорії з деформації розтягу

## 1.1. Напруження в тілі при деформації розтягу (стискання)

Деформація розтягу або стискання є найбільш простою та найбільш поширеною з деформацій.

Розтяг бруса (стержня) відбувається в тих випадках, коли на нього діють зовнішні сили, які спрямовані вздовж його осі, що проходить через центр тяжіння перетину бруса (стержня) (рис. 1,а). Все, що відноситься до деформації центрального розтягу буде справедливим і до центрального стискання. Відмінність в цих деформаціях буде тільки при дослідженні руйнування матеріалів та при вивченні деформації тонких стержнів, деформація стискання яких, як правило, супроводжується випинанням, тобто втратою стійкості.

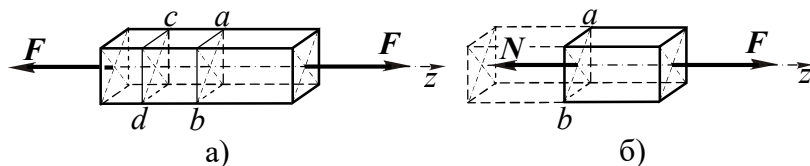


Рис. 1

При деформації розтягу в довільному поперечному перерізі бруса  $ab$  виникає тільки один з шести силових факторів – повздовжня сила  $N$  (рис. 1,б), величину якої можна визначити із суми проєкцій всіх сил на повздовжню вісь бруса  $z$  для однієї з його частин:

$$\sum F_{kz} = F - N = 0; \Rightarrow N = F. \quad (1)$$

Повздовжню силу  $N$  (рис. 1,б) рекомендується спрямовувати від тієї частини бруса, що розглядається. Тоді у випадку її додатного значення будемо мати деформацію розтягу, а при її від'ємному значенні – деформацію стискання.

Таким чином, деформації розтягу і стискання відрізняються тільки знаком: *деформація розтягу – додатна, а деформація стискання – від’ємна.*

Повздовжня сила  $N$  є рівнодіючою напружень, що виникають по поверхні перерізу. Якщо переріз провести перпендикулярно до повздовжньої осі  $z$ , то в кожній точці перерізу будуть мати місце тільки нормальні  $\sigma$  (перпендикулярні площині перерізу) напруження. Відсутність сил перпендикулярних до осі  $z$  дає можливість зробити висновок, що в кожній точці такого перерізу дотичні напруження  $\tau$  будуть дорівнювати нулю.

Для такої деформації *практичними дослідженнями* підтверджується *гіпотеза плоских перерізів* Я. Бернуллі (1654 – 1705), згідно якої *переріз плоский до деформації залишається плоским і після деформації*, тобто поперечні перерізи  $ab$  і  $cd$  (рис. 1,а) під час деформації лише зміщуються вздовж осі  $z$  поступально один відносно другого. Оскільки переріз залишається плоским під час деформації, то можна зробити висновок, що *внутрішні сили пружності рівномірно розподілені по площі перерізу*, тобто  $\sigma = const$ .

Таким чином, *при деформації центрального розтягу або стискання в перерізі, перпендикулярному до осі бруса, будуть мати місце нормальні напруження, величина яких дорівнює:*

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (2)$$

де  $A$  – площа поперечного перерізу бруса (стержня).

Знак напруження визначається знаком повздовжньої сили у перерізі, що розглядається: *деформація розтягу – додатне, деформація стискання – від’ємне.*

## 1.2. Деформації тіла під час розтягу (стискання)

При деформації розтягу довжина  $\ell$  бруса збільшується на  $\Delta \ell = \ell_1 - \ell$ , а розміри поперечного перерізу зменшуються на  $\Delta d = d_1 - d$  (рис. 2,а). При деформації стискання навпаки: довжина – зменшується, а розміри поперечного перерізу – збільшуються (рис. 2,б).

Величина  $\Delta \ell$  називається **абсолютним видовженням бруса**, а величина  $\Delta d$  – **абсолютним поперечним звуженням**. Про ступінь деформації не можна судити по значенням  $\Delta \ell$  та  $\Delta d$ , оскільки вони залежать не тільки від зовнішніх сил, але і від початкових розмірів бруса.

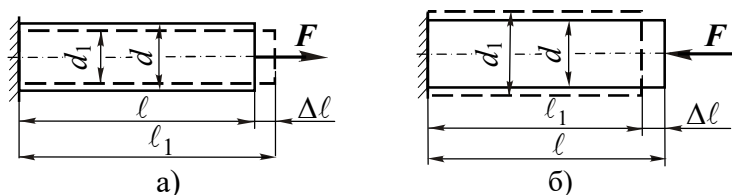


Рис. 2

Відношення абсолютного видовження (скорочення) до довжини бруса називається **відносною повздовжньою деформацією** або **відносним видовженням (скороченням)**:

$$\varepsilon = \Delta \ell / \ell . \quad (4)$$

Відношення абсолютного звуження  $\Delta d$  до початкового розміру поперечного перерізу називається **відносною поперечною деформацією**:

$$\varepsilon' = \Delta d / d . \quad (5)$$

Під час розтягу повздовжнє видовження додатне, а поперечне звуження – від’ємне, а при стисканні – навпаки.

Експериментально доведено, що відносні повздовжня і поперечна деформації пропорційні:

$$|\varepsilon'| = \mu |\varepsilon|, \quad (6)$$

де  $\mu$  – *коефіцієнт поперечної деформації (коефіцієнт Пуассона)*.

У межах пружної деформації коефіцієнт Пуассона для кожного матеріалу має сталі значення (наводиться в довідниках).

Експериментально доведено, що в межах пружної деформації між нормальним напруженням  $\sigma$  і відносною деформацією  $\varepsilon$  існує пряма пропорційна залежність (*закон Гука*):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (7)$$

Коефіцієнт пропорційності  $E$ , сталий для кожного матеріалу, називається *модулем пружності першого роду (модулем пружності при деформації розтягу)*.

Модуль пружності першого роду характеризує *жорсткість* матеріалу, тобто здатність опиратися деформуванню. Модуль пружності має розмірність напруження (*Па*), залежить від матеріалу, визначається експериментально і наводиться в довідниках.

Підставивши в формулу (7) вираз для нормальних напружень (2), отримуємо:

$$\varepsilon = \frac{N}{A \cdot E}, \quad (8)$$

та з урахуванням виразу (4) для відносної деформації:

$$\Delta \ell = \sigma \frac{\ell}{E} = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}. \quad (9)$$

Таким чином, видовження (скорочення) при деформації розтягу (стискання) залежить від величини повздовжньої сили

$N$ , площі поперечного перерізу  $A$  бруса, його довжини  $\ell$  та модуля пружності  $E$  першого роду.

Добуток  $(E \cdot A)$  в знаменнику формул (8) і (9) називається *жорсткістю перерізу* бруса при деформації розтягу (стискання).

### 1.2.1 Особливості деформації біологічних об'єктів під час розтягу (стискання)

При деформаціях тіл часто виявляються в'язко-пружні властивості, які полягають у тому, що напруження залежить не лише від деформації ( $\epsilon$ ), а й від швидкості її зміни з часом, тобто похідної  $\epsilon'$  [5].

*Кісткова тканина* за своїми механічними властивостями близька до дерева, бетону, деяких металів, тобто матеріалів, що використовуються в будівельних роботах. Не розглядаючи будову кісткової тканини, відзначимо, що вона досить складна за конструкцією і являє собою композитний матеріал, що складається з органічних та неорганічних речовин і має анізотропні властивості. У порівнянні зі сталлю, деформація відбувається у значних межах - до 10% при стисненні і до 5% при розтязі. При незначних деформаціях (менших за 2%) кістка поводить себе як "гуківське тіло", для якого залежність  $\sigma=f(\epsilon)$  близька до лінійної. Зауважимо, що кістка краще "працює" на стиснення, ніж на розтяг - межа міцності та розміри деформацій при стисненні майже вдвічі перевищують ті, що спостерігаються при розтязі. [5].

Кісткова тканина - це тканина за своїми механічними властивостями близька до дерева, бетону, деяких металів. Не розглядаючи будову кісткової тканини, можна відзначити, що вона досить складна за конструкцією і являє собою композитний матеріал, який складається з органічних та неорганічних речовин і має анізотропні властивості [6].



Таблиця 1.

Модуль пружності (модуль Юнга)  
деяких матеріалів [9]

Матеріал	Модуль Юнга $E$ , Па
Еластин	$10^5$ - $10^6$
Колаген	$10^7$ - $10^8$
Мембрана еритроцита	$4 \cdot 10^7$
Клітина гладких м'язів	$10^4$
М'яз у стані спокою	$9 \cdot 10^5$
Кістка	$2 \cdot 10^9$
Сухожилля	$1,6 \cdot 10^8$
Нерв	$18,5 \cdot 10^6$
Вена	$8,5 \cdot 10^5$
Артерія	$5 \cdot 10^4$
Деревина	$12 \cdot 10^9$
Гума	$5 \cdot 10^6$
Сталь	$2 \cdot 10^{11}$

З віком відбувається зміна тканини. Такий процес спостерігається і в техніці і називається старінням матеріалу. Але в біології цей процес набагато складніший. Наприклад, вік має істотний вплив на міцність кісткової тканини. У похилому віці стають небезпечнішими кісткові переломи: у кістковій тканині відбуваються зміни хімічного складу і внутрішньої структури, ступеня мінералізації, зменшується кількість зв'язувальної речовини, деяка частина тканини взагалі зникає, і з'являються пори [7]. Відповідно до моделі

[8], за якої волокна кісткової тканини деформуються переважно пружним чином, а решта видів тканини - інакше, встановлено, що міцність кісток на стиску висока: навантажувальна здатність стегнової кістки в поздовжньому напрямі перевищує 45 кН для чоловіків та 39 кН для жінок (наприклад, форму Ейфелевої башти скопійовано з гомілкової кістки людини).

Додатково зазначимо, що зв'язки та сухожилля мають нелінійні властивості (модуль пружності змінюється в міру розтягування апарату), тому для оцінки параметрів матеріалів було запропоновано два коефіцієнти (Butler et. al., 1978), які реєструються за кривою сила-переміщення (крива Ліссажу):

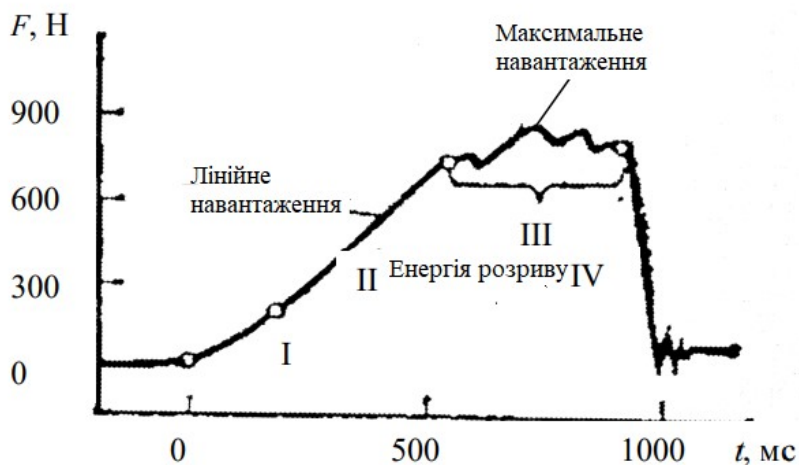


Рис. 3. Залежність сила-час при розтягуванні препарату (передня хрестоподібна зв'язка) зі швидкістю 0,66 % довжини в секунду довжини за секунду (Butler et. al., 1978)

Граничні значення напруги та подовження зв'язок та сухожилля залежить від геометричних розмірів препарату. Чим більший поперечний переріз, тим більша й міцність. Чим зв'язка довша, тим більша здатністю до розтягування вона має.

Зв'язки та сухожилля мають нелінійні властивості (модуль пружності змінюється в міру розтягування апарату), тому для оцінки параметрів матеріалів було запропоновано два коефіцієнти (Butler et. al., 1978), які реєструються за кривою сила-переміщення (крива Ліссажу) [10]:

$$E_E = \frac{l_0 \sqrt{(\Delta F_{p-p})^2 - (\Delta F_0)^2}}{\Delta l_{p-p} \cdot S}, \quad (10)$$

$$E_v = \frac{(\Delta F_0) \cdot l_0}{\Delta l_{p-p} \cdot S}. \quad (11)$$

Ці коефіцієнти характеризують динамічний модуль пружності та динамічний модуль в'язкості.

### 1.3. Розрахунок на міцність при деформації розтягу (стискання)

Руйнування матеріалу обумовлене не стільки величиною внутрішніх силових факторів, що виникають в перерізі тіла, а величиною напружень, що мають місце в найбільш напружених точках цього перерізу. Очевидно, що матеріал не може витримати яких завгодно великих напружень. Тому величина найбільших напружень повинна бути обмежена деякими *допустимими* значеннями, які називають *допустимими напруженнями* і позначають:

- $[\sigma]$  – допустимі нормальні напруження;
- $[\tau]$  – допустимі дотичні напруження.

Допустимі напруження залежать від матеріалу, з якого виготовлений той чи інший елемент конструкції, характеру прикладених навантажень (статичні, динамічні чи повторно-змінні) та умов експлуатації.

Оскільки при деформації розтягу (стискання) в перерізі, що перпендикулярний до осі тіла, мають місце тільки нормальні напруження то умова міцності запишеться наступним чином:

$$|\sigma_{\max}| \leq [\sigma], \quad (12)$$

де  $\sigma_{\max}$  – нормальні напруження в найбільш небезпечному перерізі тіла, тобто в перерізі де напруження мають максимальне значення за модулем.

Якщо матеріал тіла має різні допустимі напруження на розтяг і стискання, то в праву частину нерівності (10) підставляють, в залежності від виду деформації або **допустимі напруження на розтяг**  $[\sigma_+]$ , або **допустимі напруження на стискання**  $[\sigma_-]$ . Допустимі напруження для деяких матеріалів наводяться в довідниках.

У випадку, коли допустимі напруження невідомі, то їх визначають через *небезпечні напруження*:

*небезпечними або граничними напруженнями  $\sigma_H$  називають напруження, при яких зразок з даного матеріалу руйнується або зазнає недопустимої пластичної деформації.*

За небезпечні напруження приймають:

- для пластичних матеріалів – границю текучості:

$$\sigma_H = \sigma_T;$$

- для крихко-пластичних матеріалів – умовну границю текучості, у ряді випадків різну для розтягу та стискання:

$$\sigma_H = \sigma_{0,2} (\sigma_{0,2p} \text{ або } \sigma_{0,2c});$$

- для крихких матеріалів – границю міцності:

$$\sigma_H = \sigma_B (\sigma_{H,p} \text{ або } \sigma_{H,c}).$$

Відношення небезпечного напруження  $\sigma_H$  до *максимальному розрахункового*  $\sigma_{\max}$  називається *коефіцієнтом запасу міцності*  $n$  :

$$n = \frac{\sigma_H}{|\sigma_{\max}|}. \quad (13)$$

При розрахунку елементів конструкції коефіцієнт запасу міцності *задається зарання* та називається *нормативним (допустимим)* і позначається  $[n]$ . Вибір коефіцієнту запасу міцності залежить від матеріалу (крихкий чи пластичний) елемента конструкції, характеру прикладених навантажень (статичні, динамічні чи повторно-змінні) та умов експлуатації.

Міцність елемента конструкції буде забезпеченою, якщо дійсний коефіцієнт запасу міцності буде не нижчий за допустимий, тобто:

$$n \geq [n]. \quad (14)$$

Нерівність (12) виражає *умову міцності елемента конструкції*.

Розділивши небезпечне напруження на нормативний коефіцієнт запасу міцності, дістанемо величину *допустимих напружень*  $[\sigma]$ :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_H}{n}. \quad (15)$$

З урахуванням небезпечних напружень, для допустимого напруження отримаємо:

- для пластичних матеріалів:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]}, \quad (16)$$

причому  $n = 1,4 \dots 2$ ;

- для крихких матеріалів допустимі напруження на розтяг  $[\sigma_+]$  та допустимі напруження на стискання  $[\sigma_-]$  отримують за границями міцності на розтяг  $\sigma_{в.р}$  та на стискання  $\sigma_{в.с}$ :

$$[\sigma_+] = \frac{\sigma_{в.р}}{[n]} \quad \text{и} \quad [\sigma_-] = \frac{\sigma_{в.с}}{[n]}, \quad (17)$$

причому  $[n] = 2,5 \dots 5$ .

Умову міцності (10), з урахуванням виразу (2) для нормальних напружень, у випадку розрахунків на міцність при деформації розтягу (стискання) прийнято записувати у такому вигляді:

$$|\sigma| = \frac{|N|}{A} \leq [\sigma]. \quad (18)$$

В залежності від постанови задачі може бути три виду розрахунків.

1. **Проектний розрахунок** виконується з метою визначення розмірів поперечного перерізу елемента конструкції при відомих навантаженнях та матеріалі (допустимих напруженнях  $[\sigma]$ ). Нерівність (18) розв'язують відносно площі поперечного перерізу  $A$ :

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (19)$$

За відомою площею поперечного перерізу, в залежності від його форми (круг, квадрат і т.д.) знаходять розміри перерізу.

2. **Перевірочний розрахунок** виконують для спроектованої конструкції з метою перевірки її міцності. При перевірочному розрахунку відомою є площа небезпечного перерізу, навантаження та матеріал (допустимі напруження). Перевірочний розрахунок виконується за формулою (16).

3. **Визначення допустимих навантажень** для спроектованого елемента конструкції. Відомими є розміри поперечного перерізу та матеріал (допустимі напруження). Нерівність (18) розв'язують відносно повздовжньої сили  $[N]$ :

$$[N] = [\sigma] \cdot A. \quad (20)$$

## 2. Приклади розв'язування задач на деформацію розтягу (стискання)

### Приклад 1

Однорідна жорстка балка  $AB$  вагою  $G = 1,2 \text{ кН}$  навантажена силою  $F = 8 \text{ кН}$  (рис. 4,а), утримується у горизонтальному положенні циліндричним шарніром  $A$  та ідеальним стержнем  $CD$ .

**Визначити** за умовою міцності діаметр стержня  $CD$ , якщо  $\alpha = 45^\circ$ ,  $[\sigma] = 150 \text{ МПа} = 150 \text{ Н/мм}^2$ .

**Розв'язування.** До балки  $AB$  (рис. 4,б) крім активної сили  $F$  прикладемо силу тяжіння  $G$  (посередині балки).

Для визначення повздовжньої сили в стержні  $CD$ , який працює на розтяг, скористаємося методом перерізів. Перетнемо стержень  $CD$  площиною  $I$  і відкинемо його верхню частину разом з шарніром  $D$ . Замінімо дію відкинутої частини стержня на залишену повздовжньою силою  $N$ . Система сил, що діє на балку, включаючи і реакцію

в шарнірі  $A$  (яка не показана на рис. 4,б) належить до довільної плоскої системи сил.

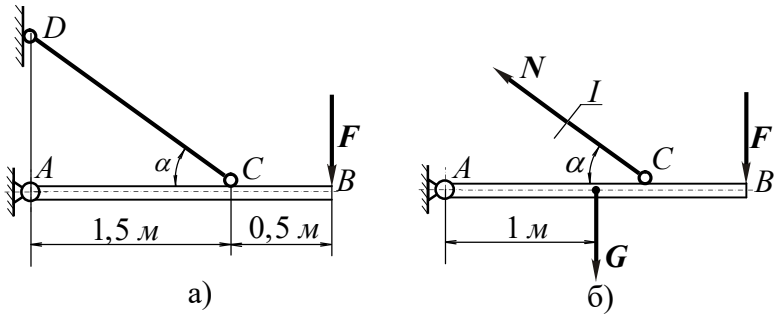


Рис. 4

Для визначення величини сили  $N$  складемо рівняння моментів відносно точки  $A$  всіх сил, що діють на балку:

$$\sum m_A(F_k) = -G \frac{AB}{2} + N \cdot AC \cdot \sin \alpha - F \cdot AB = 0.$$

Звідки:

$$N = \frac{0,5 \cdot G \cdot AB + F \cdot AB}{AC \cdot \sin \alpha} = \frac{1,2 \cdot 1 + 8 \cdot 2}{1,5 \cdot \sin 45^\circ} = 16,2 \text{ кН}.$$

Запишемо умову міцності для деформації розтягу стержня  $CD$ :

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

Звідки для площі  $A$  поперечного перерізу стержня отримаємо:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]} = \frac{16,2 \cdot 10^3}{150} = 108 \text{ мм}^2.$$

Враховуючи, що площа круга дорівнює  $A = \pi d^2/4$ , то:



$$d \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 108}{3,14}} = 11,8 \text{ мм.}$$

Округливши значення діаметра до стандартного, приймаємо:  $d = 12 \text{ мм}$ .

**Відповідь:**  $d = 12 \text{ мм}$ .

## Приклад 2

**Визначити** допустиме навантаження  $[F]$  для системи двох стержнів, які виготовлені з дюралевих труб однакового поперечного перерізу (рис. 5,а). Допустиме напруження для матеріалу труб  $[\sigma] = 100 \text{ МПа} = 100 \text{ Н/мм}^2$ .

**Розв'язання.** Користуючись методом перерізів, перетнемо стержні площинами  $I$  і  $II$ , відкинемо верхні частини стержнів та замінимо їх дію на вузол  $B$  повздовжніми силами  $N_1$  і  $N_2$ . Вузол  $B$  знаходиться в рівновазі під дією заданої сили  $F$  та повздовжніх сил  $N_1$  і  $N_2$ , які утворюють збіжну систему сил (рис.5,б).

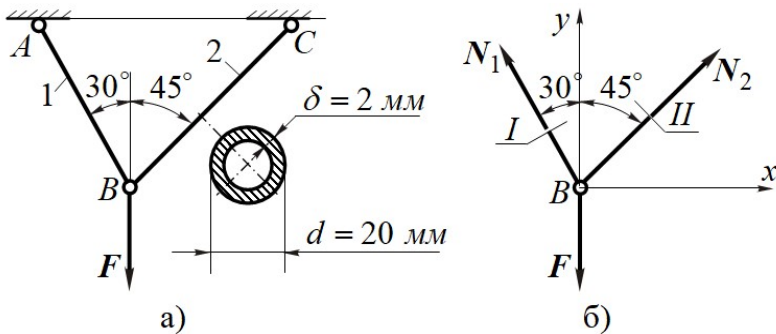


Рис. 5

Складемо рівняння рівноваги сил в проекціях на осі декартової системи координат:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= N_2 \cos 45^\circ - N_1 \cos 60^\circ = 0; \\ \sum F_{ky} &= N_2 \cos 45^\circ + N_1 \cos 30^\circ - F = 0.\end{aligned}\quad (1)$$

Розв'язуючи систему (1) визначаємо невідомі повздовжні сили, що виникають в стержнях:

$$\begin{aligned}N_1 &= 0,732 F; \\ N_2 &= 0,518 F.\end{aligned}$$

Стержень 1 є більш навантаженим. Із умови міцності стержня при деформації розтягу:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \leq [\sigma]$$

визначимо допустиму реакцію  $[N_1]$ :

$$[N_1] = [\sigma] \cdot A_1 = 100 \cdot 113 = 11300 \text{ Н} = 11,3 \text{ кН},$$

де  $A_1$  – площа поперечного (кільцевого) перерізу стержня,

$$A_1 = \pi(d - \delta)\delta = 3,14 \cdot (20 - 2) \cdot 2 = 113 \text{ мм}^2.$$

Тоді допустиме навантаження  $[F]$  складе:

$$[F] = \frac{[N_1]}{0,732} = \frac{11,3}{0,732} = 15,4 \text{ кН}.$$

Напруження в 2 стержні при цьому дорівнює:

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,518F}{A_1} = \frac{0,518 \cdot 15400}{113} = 70,7 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = \\ &= 70,7 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Стержень 2 недовантажений. Напруження в ньому на 30% нижче чим допустиме. Таким чином, для стержня 2 можна обрати трубу меншого діаметра.

**Відповідь:**  $[F] = 15,4 \text{ кН}$ .

### Приклад 3

**Перевірити** міцність ступінчастої чавунної колони (рис. 6,а), навантаженої вертикальними силами  $F_1 = 10 \text{ кН}$  і  $F_2 = 16 \text{ кН}$ . Площі поперечних перерізів тонкої та товстої частин колони відповідно дорівнюють:  $A_1 = 80 \text{ мм}^2$  і  $A_2 = 150 \text{ мм}^2$ . При перевірці міцності колони прийняти:  $\sigma_{в.р} = 150 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{в.с} = 650 \text{ МПа}$ ; нормативний коефіцієнт запасу міцності  $[n] = 4$ .

**Розв'язування.** Будуємо епюри повздовжніх сил  $N$  (рис. 6,б) та нормальних напружень  $\sigma$  (рис. 6,в) по висоті колони.

Повздовжні сили та напруження в перерізах  $I$ ,  $II$  і  $III$  колони складуть:

$$N_I = N_{II} = -F_1 = -10 \text{ кН};$$

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_I} = \frac{-F_1}{A_1} = -\frac{10000}{80} = -125 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = -125 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_{II}} = \frac{-F_1}{A_2} = -\frac{10000}{150} = -66,7 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = -66,7 \text{ МПа};$$

$$N_{III} = -F_1 + F_2 = -10 + 16 = 6 \text{ кН};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_{III}} = \frac{F_2 - F_1}{A_2} = \frac{6000}{150} = 40 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 40 \text{ МПа}.$$

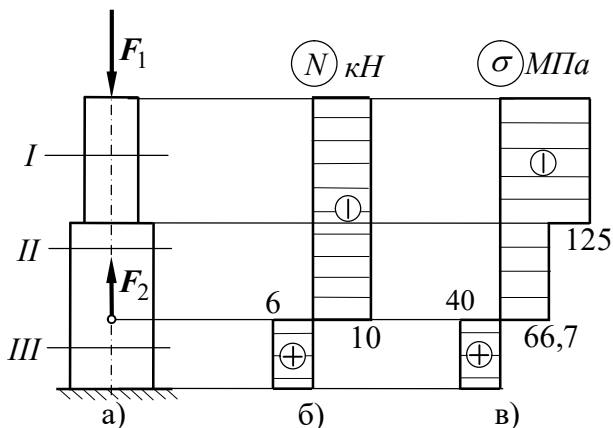


Рис. 6

При визначенні повздовжньої сили розглядається та частина колони, що знаходиться над перерізом.

Оскільки матеріал колони крихкий і має різну міцність на розтяг та стискання, то перевірку міцності необхідно зробити для розтягнутої та стиснутої частин, незважаючи на те, що в перерізі *I* напруження значно більші за абсолютною величиною ніж в перерізі *III*.

Визначимо допустимі напруження на розтяг та на стискання для матеріалу колони:

$$[\sigma_+] = \frac{\sigma_{в.р}}{[n]} = \frac{150}{4} = 37,5 \text{ МПа};$$

$$[\sigma_-] = \frac{\sigma_{в.с}}{[n]} = \frac{650}{4} = 162,5 \text{ МПа}.$$

Оскільки для перерізу *I* (деформація стискання):

$$|\sigma_I| = 125 \text{ МПа} < [\sigma_-] = 162,5 \text{ МПа},$$

то міцність в цій частині забезпечена.

Для перерізу III (деформація розтягу):

$$\sigma_{III} = 40 \text{ МПа} > [\sigma_+] = 37,5 \text{ МПа},$$

тобто в перерізі III міцність не забезпечена.

**Відповідь:**

1. Міцність колони не забезпечена, оскільки на одній з ділянок (переріз III) напруження більші за допустимі;
2. В перерізі II напруження значно нижчі за допустимі. Коефіцієнт запасу міцності на цій ділянці складає:

$$n = \frac{\sigma_{в.с}}{|\sigma_{II}|} = \frac{650}{66,7} = 9,75,$$

що значно більше за нормативний  $[n] = 4$ .

### 3. Задачі для самостійного розв'язування

#### Задача 1

Тіло вагою  $G = 500 \text{ Н}$  підвішене за допомогою розтяжки з проволочки  $BAC$  (рис. 7).

**Визначити** діаметр проволочки  $d$ , якщо:  $AD = 1 \text{ м}$ ;  $BD = DC = 10 \text{ м}$ ;  $[\sigma] = 200 \text{ МПа}$ .

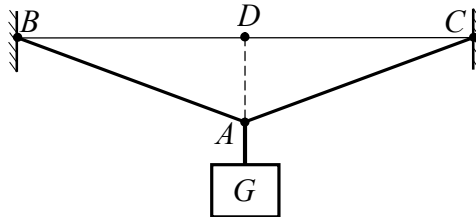


Рис. 7

## Задача 2

Абсолютно жорстка кран-балка  $AB$  (рис. 8) закріплена горизонтально за допомогою шарніра в точці  $A$  і за допомогою тяги  $BC$  квадратного перерізу (сторона квадрата  $a = 20 \text{ мм}$ ) в точці  $B$ .

Допустиме напруження на розтяг для сталевих елементів кран-балки  $[\sigma] = 250 \text{ МПа}$ .

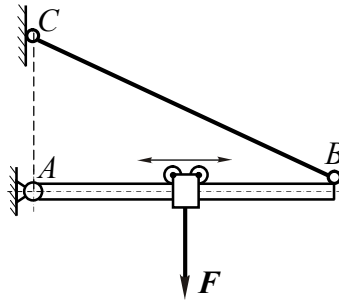


Рис. 8

**Визначити** допустиме навантаження  $[F]$ , яке можна прикласти до талі, що горизонтально рухається по кран-балці, якщо:  $AB = 2 \text{ м}$ ;  $AC = 1 \text{ м}$ .

## Задача 3

**Перевірити** міцність ступінчастої колони (рис. 8), що складається з двох частин: бетонної – нижньої і сталеві – верхньої. Навантажена колона вертикальною силою  $F = 4000 \text{ кН}$ . Нижня частина має квадратний переріз зі стороною  $a = 1 \text{ м}$ , а верхня являє собою трубу зі зовнішнім діаметром  $D = 0,3 \text{ м}$  і внутрішнім –  $d = 0,2 \text{ м}$ . При перевірці міцності колони прийняти: для сталі  $\sigma_T = 420 \text{ МПа}$ , для бетону на стискання  $\sigma_{в.с} = 9 \text{ МПа}$ ; нормативний коефіцієнт запасу міцності  $[n] = 3$ .

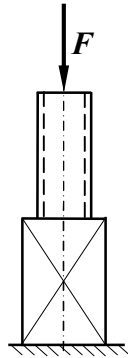


Рис. 8

#### Задача 4

Стріла  $AC$  портового крану (рис. 9) в заданому положенні утримується тросом  $AB$ , площа поперечного перерізу якого складає  $A = 500 \text{ мм}^2$ . Допустимі напруження для матеріалу троса дорівнюють  $[\sigma] = 40 \text{ МПа}$ .

**Визначити** вагу вантажу  $P$ , що може підняти кран.

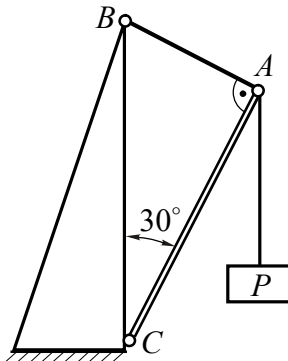


Рис. 9

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бурлака В.В., Кучеренко С.І., Мазоренко Д.І., Тіщенко Л.М. Прикладная механика. Часть 2. Основы расчетов на прочность. Харьков, 2011. 300 с.
2. Соппротивление материалов. Под ред. Г.С. Писаренко. К. : Вища школа., 1973,- 670 с.
3. Прикладная механика. Под ред. К.И. Заблонского. К. : Вища школа, 1984. 280 с.
4. Бурлака В.В., Сліпченко М.В., Малець О.М. Технічна механіка. Частина 1.Основи розрахунків на міцність. Посібник для практичних занять. Харків,2017.131с.
5. Медична та біологічна фізика: підручник для студ. Вищих мед. (фарм.) навч. заклад. Під. ред. О.В. Чалого Вінниця: Нова книга, 2013. 528.
6. Марри Р., Греннер Д., Мейес П., Родузлл В. Биохимия человека; пер. с англ. М.: Мир, 1993. Т. 1. 384 с.
7. Антонюк В.С., Бондаренко М.О., Ващенко В.А. та ін. Біофізика і біомеханіка: підручник. К.: НТУУ «КПІ», 2012. 344 с.
8. Регирер С. А. Лекции по биологической механике. М.: Изд-во МГУ, 1980. 144 с.
9. Дубровский В.И., Федорова В.Н. Биомеханика: учеб. для сред. и высш. учеб. заведений. Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. 672 с.
10. Мудров М.Ю. Биомеханика : учеб.-метод. комплекс для студентов специальности 1-03 02 01 «Физическая культура». Новополок: ПГУ, 2010. 184 с.
11. Прикладна механіка. Методичні вказівки для самостійної роботи студентів за розділом: „Основи розрахунку на міцність”. Заняття І. Деформація розтягу; Харків. нац. техн. у-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка ; уклад.: В.В. Бурлака, М.В. Сліпченко, О.М. Малець. . – Харків : [б. в.], 2017.–20с.



Навчальне видання

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА ТА БІОМЕХАНІКА

ДЕФОРМАЦІЯ РОЗТЯГУ (СТИСКАННЯ)

Методичні вказівки  
до виконання практичних робіт

Укладачі

**СЛІПЧЕНКО** Максим Володимирович  
**ШУКАЄВА** Ольга Миколаївна

Формат 60x84\16. Гарнітура Times New Roman  
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 1,5

Наклад 30 пр.

Державний біотехнологічний університет  
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44