



Міністерство освіти і науки України

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
імені ПЕТРА ВАСИЛЕНКА**

**Навчально-науковий інститут
переробних і харчових виробництв**

Кафедра фізики і теоретичної механіки

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

**СТАТИКА.
ДОВІЛЬНА ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ**

**Методичні вказівки
до виконання практичних робіт**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої
освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей
133 Галузеве машинобудування
208 Агроінженерія
274 Автомобільний транспорт**

**Харків
2021**

Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА
імені ПЕТРА ВАСИЛЕНКА

Навчально-науковий інститут переробних і харчових
виробництв

Кафедра фізики і теоретичної механіки

**ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА
СТАТИКА.
ДОВІЛЬНА ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ**

Методичні вказівки
до виконання практичних робіт

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної та заочної форм навчання зі спеціальностей

133 Галузеве машинобудування

208 Агроінженерія

274 Автомобільний транспорт

Затверджено рішенням
Науково-методичної ради
ННІ ПХВ ХНТУСГ
Протокол №
від . . 2020 р.

Харків
2021

УДК 531/534 (075.8)

Схвалено на засіданні кафедри фізики і теоретичної механіки
протокол № _____ від _____ 2021 р.

Теоретична механіка. Статика. Довільна плоска система сил: методичні вказівки до виконання практичних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання зі спеціальностей 133 Галузеве машинобудування, 208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт; Харків. нац. техн. у-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка ; уклад.: В. В. Бурлака, В. П. Ольшанський, М. В. Сліпченко. – Харків : [б. в.], 2021.–23 с.

Методичні вказівки призначені для отримання навичок при виконанні практичної роботи з навчальної дисципліни «Теоретична механіка».

В роботі наведено визначення алгебраїчного моменту сили відносно точки, а також визначено термін пара сил та наведено теореми, необхідні для розв'язку задач з даної теми. Виведено умови рівноваги довільної плоскої системи сил (основна форма) та наведено алгоритм розв'язку задач. Наведено конкретні приклади задач, з використанням наданого алгоритму та запропоновано задачі для самостійного розв'язку для закріплення набутих навичок.

Методичні вказівки призначені для студентів вищих навчальних закладів технічних спеціальностей.

Рецензенти:

О. І. Завгородній, д-р техн. наук, проф., зав. кафедри вищої математики Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка

М. Л. Шуляк, д-р техн. наук, доц., зав. кафедри тракторів і автомобілей Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка

Відповідальний за випуск: М. В. Сліпченко, к.т.н., доцент

© Бурлака В. В., Ольшанський В. П., Сліпченко М. В., 2021

© ХНТУСГ, 2021

ДОВІЛЬНА ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ

Зміст

1. Момент сили відносно точки. Пара сил.
2. Умови рівноваги довільної плоскої системи сил.
3. Порядок розв'язування задач.
4. Контрольні запитання.
5. Приклади розв'язування задач.
6. Задачі для самостійного розв'язку

1. Момент сили відносно точки. Пара сил

Моментом сили відносно точки називається добуток величини сили на довжину перпендикуляра, що опущений з точки, відносно якої визначається момент, на лінію дії сили.

Позначається момент сили відносно точки наступним чином:

$$m_o(\overline{F}) = \pm Fh.$$

Точка O , відносно якої записується момент, називається *центром момента*.

Перпендикуляр h який опущений з точки O на лінію дії сили, називається *плечем сили* відносно точки O (рис.1).

Момент вважається *додатним*, коли сила намагається повернути площину креслення навколо центра момента *проти ходу годинникової стрілки* і *від'ємним*, коли в протилежному напрямі.

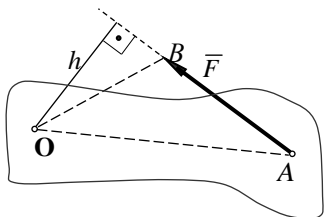


Рис. 1.

Момент сили відносно точки можна розглядати і як подвоєну площу ΔAOB , вершиною якого є центр моменту, а основою – сила, момент якої визначається:

$$m_O(\bar{F}) = \pm 2S_{\Delta AOB}.$$

Розмірність моменту сили в системі одиниць СІ – Нм=Дж (Джоуль), в технічній системі одиниць – кГм (1кГм = 9,81 Дж).

В деяких випадках, при визначенні моменту сили відносно точки, зручно розкласти цю силу на складові і, користуючись **теоремою Варіньона**, знаходити момент сили, як суму моментів цих складових.

Нехай сила \bar{P} прикладена до точки C під кутом α до осі Ax (рис. 2).

За визначенням, момент сили \bar{P} відносно точки A дорівнює:

$$m_A(\bar{P}) = Ph.$$

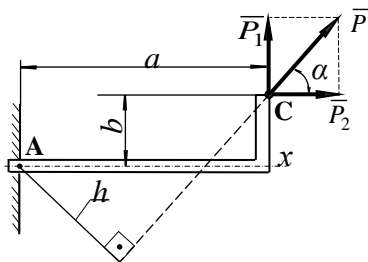


Рис. 4.2.

Оскільки, знаходження плеча h з рис. 2. потребує геометричних викладок, то розкладемо силу \bar{P} на складові \bar{P}_1 і \bar{P}_2 , плечі яких відносно точки A визначити буде не важко:

$$P_1 = P \sin \alpha; \quad P_2 = P \cos \alpha.$$

За теоремою Варіньона:

$$m_A(\bar{P}) = m_A(\bar{P}_1) + m_A(\bar{P}_2),$$

де $m_A(\bar{P}_1) = P_1 a; \quad m_A(\bar{P}_2) = -P_2 b.$

Тоді:

$$m_A(\bar{P}) = Ph = Pa \sin \alpha - Pb \cos \alpha.$$

Парою сил називається система двох паралельних сил, які рівні за модулем і напрямлені в протилежні боки (рис. 3).

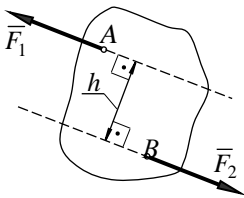


Рис. 3.

Найкоротша відстань h між лініями дії цих сил називається **плечем пари**.

Оскільки дві сили, що складають пару рівні за модулем, напрямлені в протилежні боки і не лежать на одній лінії дії, то тверде тіло, до якого прикладена пара сил, не знаходиться в рівновазі. Пара сил намагається повернути тверде тіло, до

якого вона прикладена.

Мірою дії пари сил є алгебраїчна величина, яку називають **моментом пари**. Момент пари за модулем дорівнює добутку величини однієї з сил на плече пари.

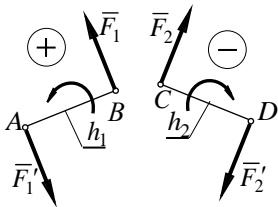


Рис. 4.

Якщо пара сил обертає площину креслення (рис.4) проти ходу годинникової стрілки (\bar{F}_1, \bar{F}_1') , то момент пари додатний, а якщо за ходом (\bar{F}_2, \bar{F}_2') – то від'ємний.

Теорія пар на площині зводиться до 4-х теорем:

Теорема 1. Алгебраїчна сума моментів сил, що складають пару, відносно довільної точки площини, в якій діє пара, не залежить від вибору цієї точки і дорівнює моменту пари.

Ця теорема пояснює, чому при обчисленні моментів сил відносно точки в рівняння моментів додається момент пари, що діє.

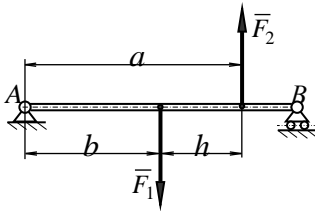


Рис. 5.

Нехай на балку AB діє пара сил (\vec{F}_1, \vec{F}_2) з плечем h (рис. 5).

Момент пари дорівнює:

$$m(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = F_1 h = F_2 h$$

Обчислимо суму моментів сил

пари відносно точки A :

$$m_A(\vec{F}_1) + m_A(\vec{F}_2) = F_1 a - F_2 b.$$

Оскільки $F_1 = F_2$ і $a - b = h$, то:

$$m_A(\vec{F}_1) + m_A(\vec{F}_2) = F_1(a - b) = F_2 h$$

При розв'язуванні задач такі викладки не робляться, а в рівняння моментів сил записується момент пари з відповідним знаком “+” або “-”.

Теорема 2. Не порушуючи стан твердого тіла, пару сил можна переносити в площині її дії в будь яке місце.

Теорема 3. Пари сил, моменти яких рівні – еквівалентні, тобто чинять на тіло однакову дію.

Теорема 4. При додаванні декількох пар сил на площині знаходиться рівнодіюча пара, момент якої дорівнює алгебраїчній сумі моментів пар, що додаються.

2. Умови рівноваги довільної плоскої системи сил

Аналітичні умови рівноваги плоскої системи сил виражається трьома рівняннями (основна форма):

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0; \\ \sum F_{ky} = 0; \\ \sum m_O(\bar{F}_k) = 0, \end{cases}$$

і формулюються так: довільна плоска система сил знаходиться в рівновазі, якщо алгебраїчні суми проєкцій усіх сил на кожен з двох координатних осей і алгебраїчна сума моментів усіх сил відносно будь якої точки площини дії сил дорівнюють нулю.

3. Порядок розв'язування задач

Задачі на рівновагу довільної плоскої системи сил, що прикладена до твердого тіла, рекомендується розв'язувати в наступному порядку:

1. Встановити, рівновагу якого тіла треба розглянути.
2. Встановити і позначити на кресленні активні сили, що діють на тіло та їх напрями.
3. З'ясувати характер в'язей та можливі напрями їх реакцій.
4. Скласти відповідні рівняння рівноваги. При цьому рекомендується:

При складанні рівняння проєкцій, одну з координатних осей напрямити перпендикулярно до однієї з невідомих реакцій;

При складанні рівняння моментів, за центр моментів обрати таку точку, в якій перетинаються максимальна кількість ліній дії невідомих сил.

5. Розв'язавши рівняння рівноваги, визначити невідомі величини.

4. Контрольні запитання

1. Що називається моментом сили відносно точки? Як визначається алгебраїчний момент сили відносно точки?
2. Чи зміниться момент сили відносно даної точки при перенесенні сили вздовж лінії її дії?
3. В якому випадку момент сили відносно даної точки дорівнює нулю?
4. Яка система сил називається парою?
5. Чи можна пару сил замінити рівнодієюю?

5. Приклади розв'язування задач

Задача №1

Однорідна балка AB (рис.6) вагою 20 кН спирається на гладку горизонтальну підлогу в точці B під кутом 60° і, крім того, підтримується двома опорами в точках C та D .

Визначити реакції опор в точках B , C і D , якщо: $AB=3\text{м}$, $BC=0,5\text{м}$, $BD=1\text{ м}$.

Розв'язання. За об'єкт рівноваги оберемо балку AB , оскільки на неї діють всі відомі і невідомі сили.

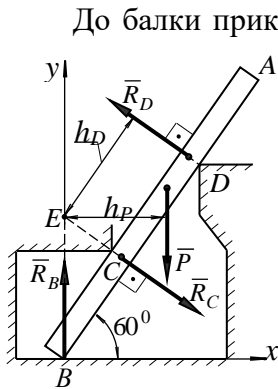


Рис. 6.

Оберемо систему координат. Вісь Bx напрямимо горизонтально по підлозі, а Bu – вертикально вгору.

Складемо рівняння рівноваги:

$$\sum F_{kx} = R_C \cos 30^\circ - R_D \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -R_C \sin 30^\circ + R_D \sin 30^\circ + R_B - P = 0.$$

Для запису рівняння моментів треба обрати центр моментів. За центр моментів зручно обрати точку, в якій перетинаються лінії дії невідомих за величиною реакцій, оскільки момент від цих сил буде дорівнювати нулю.

В даному випадку зручно обрати точку E , в якій перетинаються лінії дії невідомих реакцій \bar{R}_B і \bar{R}_C .

Для визначення плеча реакції \bar{R}_D , опустимо перпендикуляр h_D з центра моментів на лінію дії цієї реакції. З рис.6. видно, що:

$$h_D = CD = BD - BC = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ м.}$$

Для визначення плеча сили тяжіння \bar{P} опустимо з точки E перпендикуляр h_P на лінію дії цієї сили:

До балки прикладені: активна сила - власна вага балки \bar{P} ; реакція підлоги \bar{R}_B , напрямлена перпендикулярно до поверхні; реакції опор \bar{R}_C і \bar{R}_D , напрямлені перпендикулярно до балки AB [1].

Таким чином, балка AB знаходиться в рівновазі під дією довільної плоскої системи сил, для рівноваги якої необхідно:

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0; \sum m(\bar{F}_k) = 0.$$

$$h_p = \frac{FD}{2} \cos 60^\circ C = \frac{3}{2} \cdot 0,5D = 0,75 \text{ м.}$$

Рівняння моментів буде мати вигляд:

$$\sum m_E(\bar{F}_k) = R_D h_D - Ph_p = 0.$$

Підставивши числові значення дістанемо:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= R_C - R_D = 0; \\ \sum F_{ky} &= -R_C \cdot 0,5 + R_D \cdot 0,5 + R_B - 20 = 0; \\ \sum m(\bar{F}_k) &= R_D \cdot 0,5 - 20 \cdot 0,75 = 0. \end{aligned}$$

З останнього рівняння знайдемо величину реакції R_D

$$R_D = \frac{20 \cdot 0,75}{0,5} = 30 \text{ кН.}$$

Оскільки з першого рівняння випливає, що $R_C = R_D = 30$ кН, то з другого:

$$R_B = 20 + R_C \cdot 0,5 - R_D \cdot 0,5 = 20 + 30 \cdot 0,5 - 30 \cdot 0,5 = 20 \text{ кН.}$$

Відповідь: $R_B = 20$ кН; $R_C = 30$ кН; $R_D = 30$ кН.

Задача №2

На балку AC (рис.7) діють дві зосереджені сили \bar{F}_1 і \bar{F}_2 та рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю \bar{q} .

Визначити реакції опор A і B , якщо: $F_1 = 6$ кН;
 $F_2 = 8$ кН; $q = 3$ кН/м.

Розв'язання. Розглянемо рівновагу балки AC , на яку діють зосереджені сили \bar{F}_1 і \bar{F}_2 , рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю \bar{q} та реакції опор \bar{R}_A і \bar{R}_B . Рівномірно розподілене навантаження замінимо рівнодіючою \bar{Q} , яку прикладемо посередині CB :

$$Q = q \cdot (CB) = 3 \cdot 2 = 6 \text{ кН.}$$

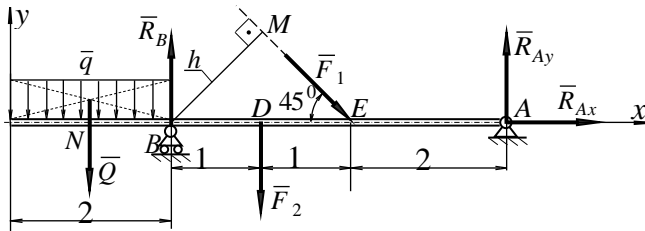


Рис. 7.

З'ясуємо напрями реакцій опор A і B .

Опора B – шарнірно-рухома, її реакція \bar{R}_B буде напрямлена перпендикулярно до опорної поверхні, тобто перпендикулярно до балки [1].

Опора A – шарнірно-нерухома. Напрямок її реакції заздалегідь невідомий. Розкладемо цю реакцію на складові. Для цього оберемо систему координат. Вісь Sx напрямимо вздовж осі балки, а вісь Sy перпендикулярно вгору. Складові реакції \bar{R}_{Ax} і \bar{R}_{Ay} напрямимо за осями обраної системи координат [1].

Якщо після розв'язання відповідних рівнянь величина якоїсь з реакцій R_B, R_{Ax}, R_{Ay} буде від'ємною, то її напрям буде в протилежний бік від вказаного на схемі (рис.7).

Умови рівноваги плоскої довільної системи сил, що діє на балку CA :

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum m(\bar{F}_k) = 0.$$

Складемо рівняння рівноваги, обравши за центр моментів точку B :

$$\sum F_{kx} = F_1 \cos 45^\circ + R_{Ax} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q + R_B - F_2 - F_1 \sin 45^\circ + R_{Ay} = 0;$$

$$\sum m(\bar{F}_k) = Q \cdot (NB) - F_2 \cdot (BD) - F_1 h + R_{Ay} \cdot (BA) = 0.$$

де NB, BD, h, BA - плечі відповідних сил відносно точки B ;

$$h = (BE) \cdot \sin 45^\circ = 2 \cdot 0,707 = 1,41 \text{ м.}$$

З урахуванням числових значень рівняння рівноваги набудуть вигляду:

$$1. \sum F_{kx} = 6 \cdot 0,7097 + R_{Ax} = 0;$$

$$2. \sum F_{ky} = -6 + R_B - 8 - 6 \cdot 0,707 + R_{Ay} = 0;$$

$$3. \sum m(\bar{F}_k) = 6 \cdot 1 - 8 \cdot 1 - 6 \cdot 1,41 + R_{Ay} \cdot 4 = 0.$$

З рівнянь (1) і (3) дістанемо:

$$R_{Ax} = 6 \cdot 0,707 = -4,24 \text{ кН};$$

$$R_{Ay} = \frac{-6 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 6 \cdot 1,41}{4} = 2,61 \text{ кН.}$$

Підставивши R_{Ay} в рівняння 2 знайдемо:

$$R_B = 6 + 8 + 6 \cdot 0,707 - R_{Ay} = 6 + 8 + 4,24 - 2,61 = 15,63 \text{ кН.}$$

Таким чином, реакції \bar{R}_{Ay} і \bar{R}_B напрямлені так, як показано на рис.7, а реакція \bar{R}_{Ax} напрямлена в протилежний бік від попередньо обраного напрямку.

Величина реакції \bar{R}_A дорівнює:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{(-4,24)^2 + (2,61)^2} = 4,98 \text{ кН.}$$

Відповідь: $R_{Ax} = -4,24 \text{ кН}$; $R_{Ay} = 2,61 \text{ кН}$; $R_A = 4,98 \text{ кН}$;
 $R_B = 15,63 \text{ кН}$.

Задача №3

На жорстко затиснуту консольну балку AB (рис.8), діють зосереджена сила \bar{F} ; пара сил з моментом M і рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю \bar{q} .

Визначити реакцію затиснення, якщо: $F = 4 \text{ кН}$;
 $M = 2 \text{ кНм}$; $q = 1,5 \text{ кН/м}$; $AB = 5 \text{ м}$; $AC = 3 \text{ м}$.

Розв'язування. Розглянемо рівновагу балки AB , на яку діють задані (активні) навантаження: зосереджена сила \bar{F} ; пара сил з моментом M ; розподілене навантаження інтенсивністю \bar{q} і реакції в опорі A .

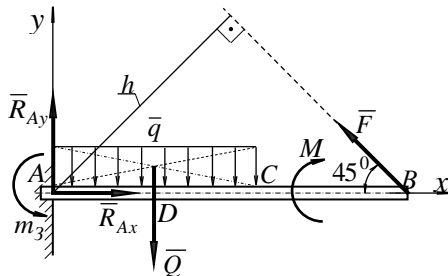


Рис. 8.

Рівномірно розподілене навантаження замінимо рівнодіючою \bar{Q} , яка прикладена посередині відрізка AC і за модулем дорівнює:

$$Q = q \cdot (AC) = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ кН.}$$

Балка AB , рівновага якої розглядається, називається **консольною**, оскільки має один вільний (не опертий) кінець, а другий замуrowаний (затиснутий) в стіну або в будь яку іншу масивну частину конструкції. Таке закріплення балки перешкоджає повороту і зміщенню затиснутого кінця в будь якому напрямі. Таким чином, в затиснені A виникають два силових фактора: сила (реакція) \bar{R}_A , що не допускає зміщення балки, і пара сил, момент якої позначається m_3 , що не допускає повороту балки.

Реакцію \bar{R}_A розкладемо на складові \bar{R}_{Ax} і \bar{R}_{Ay} за осями обраної системи координат Axy , а момент затиснення m_3 напрямимо проти ходу годинникової стрілки, поклавши його додатним (рис.9) [1].

Умови рівноваги плоскої довільної системи сил, що діють на балку AB :

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0; \sum m(\bar{F}_k) = 0.$$

Складемо рівняння рівноваги, обравши за центр моментів точку A :

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= R_{Ax} - F \cos 45^\circ = 0; \\ \sum F_{ky} &= R_{Ay} - Q + F \sin 45^\circ = 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) &= m_3 - Q \cdot (AD) - M + F h = 0, \end{aligned}$$

де AD і h -плечі сил \bar{Q} і \bar{F} відносно точки A ;

$$AD = \frac{AC}{2} = 1,5 \text{ м};$$

$$h = (AB) \cdot \sin 45^\circ = 5 \cdot 0,707 = 3,54 \text{ м}.$$

З урахуванням числових значень рівняння рівноваги набудуть вигляду:

$$\sum F_{kx} = R_{Ax} - 4 \cdot 0,707 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = R_{Ay} - 4,5 + 4 \cdot 0,707 = 0;$$

Розв'язавши послідовно одержані рівняння дістанемо:

$$R_{Ax} = 4 \cdot 0,707 = 2,83 \text{ кН};$$

$$R_{Ay} = 4,5 - 4 \cdot 0,707 = 1,67 \text{ кН};$$

$$m_3 = 4,5 \cdot 1,5 + 2 - 4 \cdot 3,54 = -5,37 \text{ кНм}.$$

Додатні значення реакцій \bar{R}_{Ax} і \bar{R}_{Ay} вказують на те, що їх напрями обрані правильно. Знак мінус перед значенням m_3 вказує на те, що дійсний напрям момента затиснення в протилежний бік від показаного на рис.4.9, тобто за ходом годинникової стрілки.

Відповідь: $R_{Ax} = 2,83 \text{ кН}; R_{Ay} = 1,67 \text{ кН}; m_3 = -5,37 \text{ кНм}.$

Задача №4

Жорстка рама (рис.9) закріплена в точці A шарнірно-нерухомою, а в точці B шарнірно-рухомою опорами. В точці C до рами прикріплений трос, що перекинутий через блок і до кінця якого підвішений груз \bar{P} вагою 30 кН. На раму діє пара сил з моментом $M=60 \text{ кНм}$ та дві зосереджені сили \bar{F}_1 і \bar{F}_2 , що прикладені в точках E і D , відповідно величиною 20 кН і 40 кН.

Визначити реакції опор в точках A і B , якщо:
 $AD=0,2\text{м}$; $AK= 0,5\text{м}$; $KC= 1\text{м}$; $CE= 0,3\text{м}$; $CB= 0,4\text{м}$; $\alpha = 60^\circ$;
 $\beta = 30^\circ$.

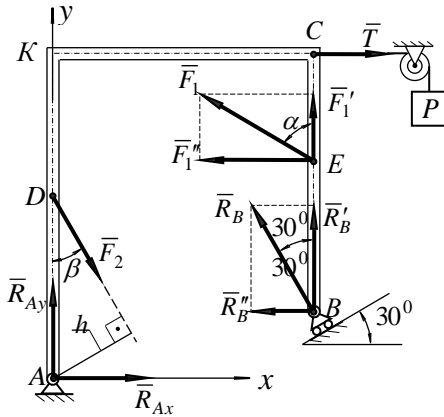


Рис. 9.

Розв'язання.

Розглянемо рівновагу рами $AKCB$. На раму діють: задані активні сили \bar{F}_1 і \bar{F}_2 ; пара сил з моментом M ; натяг троса \bar{T} (за модулем $T=P$); реакції в'язей в шарнірах A і B .

Реакцію шарнірно - нерухомої опори A розкладемо на дві складові

\bar{R}_{Ax} і \bar{R}_{Ay} , які напрямимо за осями обраної системи координат Axy .

Реакцію \bar{R}_B шарнірно-рухомої опори B напрямимо перпендикулярно до опорної поверхні [1].

Оберемо за центр моментів точку A . Перш ніж записувати умови рівноваги, звернемо увагу на те, що для сил \bar{F}_1 і \bar{R}_B буде важко визначити плечі відносно точки A в рівнянні моментів.

Скористаємося теоремою Варіньона. Розкладемо сили \bar{F}_1 і \bar{R}_B на складові паралельні до осей обраної системи координат Axy :

$$F_1' = F_1 \cos \alpha; \quad F_1'' = F_1 \sin \alpha;$$

$$R'_B = R_B \cos 30^0; \quad R''_B = R_B \sin 30^0.$$

Моменти сил F'_1, \bar{F}_1'' , \bar{R}'_B і \bar{R}''_B відносно точки A будуть додатними. Плечем для сил F'_1 і \bar{R}'_B , оскільки їх лінії дії збігаються, буде відстань KC , а для сил \bar{F}_1'' і \bar{R}''_B плечі відповідно дорівнюють $AK-CE$ і $AK-CB$.

Складемо рівняння рівноваги для отриманої плоскої системи сил:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= R_{Ax} + F_2 \sin \beta - F_1'' + T - R''_B = 0; \\ \sum F_{ky} &= R_{Ay} - F_2 \cos \beta + F'_1 + R'_B = 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) &= -F_2 h_{F_2} - M - T(AK) + (F'_1 + R'_B)(KC) + \\ &+ F_1''(AK - CE) + R''_B(AK - CB) = 0. \end{aligned}$$

де $h = (AD) \sin \beta$ - плече сили \bar{F}_2 відносно центра A .

Підставимо вирази для F'_1, \bar{F}_1'' , \bar{R}'_B і \bar{R}''_B в записану систему:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= R_{Ax} + F_2 \sin \beta - F_1 \sin \alpha + T - R_B \sin 30^0 = 0; \\ \sum F_{ky} &= R_{Ay} - F_2 \cos \beta + F_1 \cos \alpha + R_B \cos 30^0 = 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) &= -F_2(AD) \sin \beta - M - T(AK) + (F_1 \cos \alpha + \\ &+ R_B \cos 30^0)(KC) + F_1 \sin \alpha(AK - CE) + R_B \sin 30^0 \\ &(AK - CB) = 0, \end{aligned}$$

З урахуванням числових даних дістанемо:

$$\begin{aligned}
\sum F_{kx} &= R_{Ax} + 40 \sin 30^0 - 20 \sin 60^0 + 30 - R_B \sin 30^0 = \\
&= R_{Ax} + 20 - 17,3 + 30 - 0,5R_B = R_{Ax} - 0,5R_B + 12,7 = 0; \\
\sum F_{ky} &= R_{Ay} - 40 \cos 30^0 + 20 \cos 60^0 + R_B \cos 30^0 = \\
&= R_{Ay} - 34,6 + 10 + 0,866R_B = R_{Ay} + 0,866R_B - 24,6 = 0; \\
\sum m_A(\bar{F}_k) &= 40 \cdot 0,2 \sin 30^0 - 60 - 30 \cdot 0,5 + 20 \cos 60^0 + \\
&+ 20 \cdot \cos 60^0 \cdot 1 + 20 \sin 60^0 \cdot 0,2 + R_B \cos 30^0 \cdot 1 + R_B \sin 30^0 \cdot \\
&\cdot 0,1 = -65,54 + 0,915R_B = 0.
\end{aligned}$$

З останнього рівняння знаходимо R_B :

$$R_B = \frac{65,54}{0,915} = 71,6 \text{ кН.}$$

Підставивши значення R_B в перше і друге рівняння дістанемо:

$$R_{Ax} = 0,5R_B - 12,7 = 0,5 \cdot 71,6 - 12,7 = 23,1 \text{ кН;}$$

$$R_{Ay} = 24,6 - 0,866R_B = 24,6 - 0,866 \cdot 71,6 = -37,3 \text{ кН.}$$

Знак мінус перед значенням R_{Ay} вказує на те, що реакція \bar{R}_{Ay} напрямлена в протилежний бік від обраного на рис.4.9.

Повна реакція R_A шарнірно-нерухомої опори A дорівнює:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{23,1^2 + (-37,3)^2} = 44 \text{ кН.}$$

Відповідь: $R_A = 44 \text{ кН}; R_B = 71,6 \text{ кН}.$

6. Задачі для самостійного розв'язку

Для самостійного розв'язування крім вищенаведених задач, рекомендуються наступні задачі : 4.25; 4.27; 4.29; 4.31 [2].

Задача № 1

Об'єкт рівноваги – невагома балка ABC (рис. 10); $F = 5 \text{ кН}; q = 2 \text{ кН/м}; M = 10 \text{ кНм}; \alpha = 30^\circ$. Місця прикладення силових факторів та розміри балки вказано на рис. 10. Визначити опорні реакції.

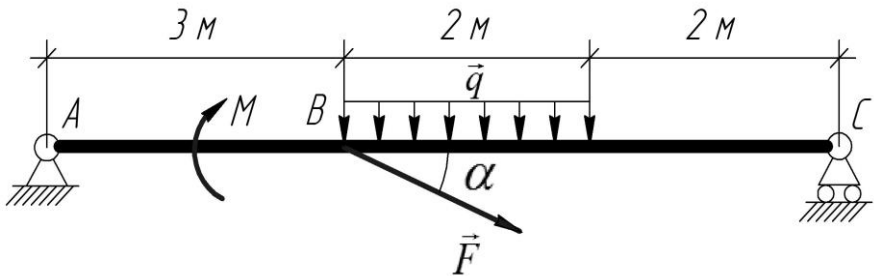


Рис. 10

Задача № 2

Об'єкт рівноваги – невагома балка ABC (рис. 11); $P = 12 \text{ кН}; q = 0,5 \text{ кН/м}; M = 10 \text{ кНм}; \alpha = 60^\circ$. Місця прикладення силових факторів та розміри балки вказано на рис. 11. Визначити опорні реакції.

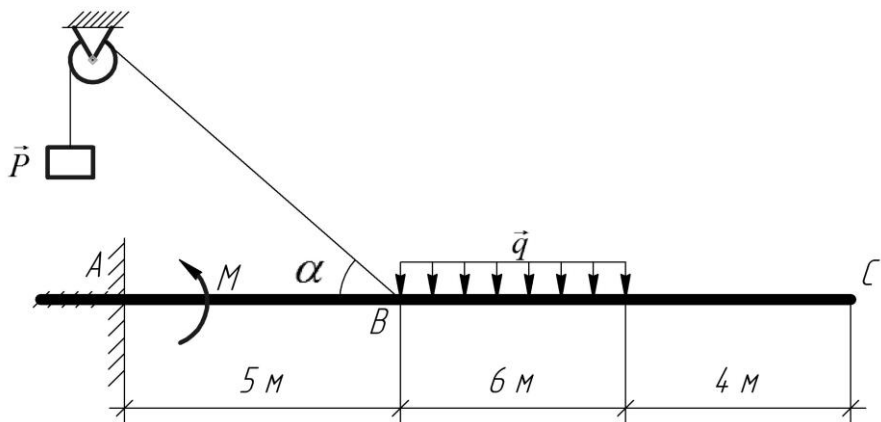


Рис. 11.

Задача № 3

Об'єкт рівноваги – невагома рама ABC (рис. 12); $G = 20\text{ кН}$; $q = 3\text{ кН/м}$; $M = 25\text{ кНм}$; $\alpha = 45^\circ$. Місця прикладення силових факторів та розміри рами вказано на рис. 12. Визначити опорні реакції.

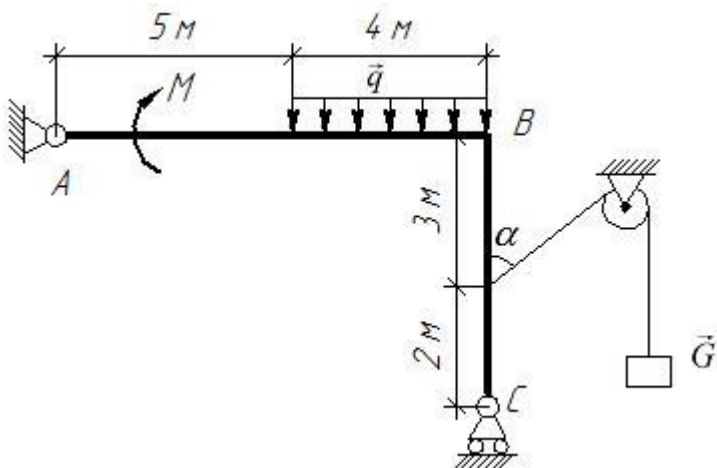


Рис. 12

Задача № 4

Об'єкт рівноваги – невагома рама ABC (рис. 13);
 $P = 2 \text{ кН}$; $q = 3 \text{ кН/м}$; $M = 5 \text{ кНм}$; $\alpha = 60^\circ$. Місця
 прикладення силових факторів та розміри рами вказано на
 рис. 13. Визначити опорні реакції.

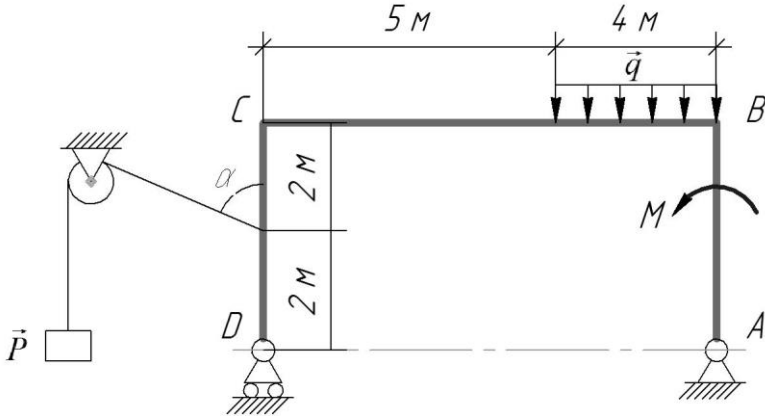


Рис. 13

Задача № 5

Об'єкт рівноваги –
 невагома рама ABC
 (рис. 14);
 $G = 8 \text{ кН}$; $q = 1 \text{ кН/м}$; M
 $= 5 \text{ кНм}$; $\alpha = 60^\circ$. Місця
 прикладення силових
 факторів та розміри
 рами вказано на рис. 14.
 Визначити опорні
 реакції.

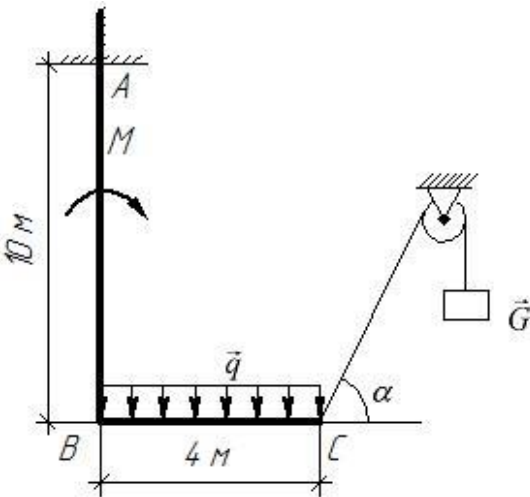


Рис. 14

Література:

1. Бурлака В.В., Ольшанський В.П., Сліпченко М.В.. Теоретична механіка. Статика. В'язі: методичні вказівки до виконання практичних робіт для студентів денної та заочної форм навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спеціальностей 133 Галузеве машинобудування, 208 Агроінженерія, 274 Автомобільний транспорт. Харків: ХНТУСГ, 2020. 20 с.
2. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике, М.: Наука, 1973.
3. Кучеренко С.І., Бурлака В.В., Тіщенко Л.М. Теоретична механіка. Курс лекцій. Харків, 2013. 544с.
4. Бурлака В.В., Сліпченко М.В., Тіщенко Л.М. Теоретична механіка: Збірник задач для курсових робіт. Навчальний посібник. Харків: Міськдрук, 2016. 309 с.
5. Кучеренко С.І., Бурлака В.В., Тіщенко Л.М. Теоретична механіка. Навчальний посібник / за ред. С.І. Кучеренка. Харків, 2012. 568с

Навчальне видання

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА
СТАТИКА.
ДОВІЛЬНА ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ

Методичні вказівки
до виконання практичних робіт

Укладачі

БУРЛАКА Володимир Васильович,
ОЛЬШАНСЬКИЙ Василь Павлович,
СЛПЧЕНКО Максим Володимирович

Формат 60x84\16. Гарнітура Times New Roman
Папір для цифрового друку. Друк ризографічний.
Ум. друк. арк. 1,44
Наклад 30 пр.

Харківський національний технічний університет
сільського господарства імені Петра Василенка
61002, м. Харків, вул. Алчевських, 44