

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський державний університет харчування та торгівлі

ФІЗИКА

Частина 1. Механіка, молекулярна фізика та термодинаміка

Методичні вказівки до практичних занять для студентів напряму підготовки

6.030510 «Товарознавство і торговельне підприємництво»

Харків

ХДУХТ

2015

Методичні вказівки до підготовки до практичних занять з курсу «Фізика» для студентів напряму підготовки 6.030510 «Товарознавство і торговельне підприємництво» [Електронний ресурс] / укладачі: Ж. В. Воронцова, Є. О. Іштван. – Електрон. дані. – Х. : ХДУХТ, 2015. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см. – Назва з тит. екрана.

Укладачі: Ж. В. Воронцова,
Є. О. Іштван.

Рецензент: канд. техн. наук, доц. С. О. Самойленко

Кафедра фізико-математичних та інженерно-технічних дисциплін

Схвалено методичною комісією вищого навчального закладу за напрямом підготовки 6.030510 «Товарознавство і торговельне підприємництво»

Протокол від «26» червня 2015 року № 6

Схвалено вченою радою ХДУХТ

Протокол від «24» вересня 2015 року № 2

Схвалено редакційно-видавничою радою ХДУХТ

Протокол від «07» вересня 2015 року № 1

© Воронцова Ж. В., Іштван Є. О., укладачі; 2015

© Харківський державний університет
харчування та торгівлі, 2015

Вступ

Вивчення дисципліни «Фізика» призначено для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 6.030510 «Товарознавство і торговельне підприємництво».

Мета викладання фізики полягає у створенні передумов для подальшої широкої підготовки студентів у частині технічних дисциплін, володінні фундаментальними поняттями та теоріями класичної та сучасної фізики. Формуванні наукового світогляду та сучасного фізичного мислення.

Фізика викладається на 1 курсі факультету товарознавство і торговельне підприємництво. Курс фізики повинен забезпечити майбутньому товарознавцю основу його теоретичної підготовки, яка дозволяє грамотно орієнтуватись у стрімкому потоці наукової і технічної інформації.

Курс фізики разом з курсом вищої математики становить основу теоретичної підготовки товарознавця, є фундаментальною базою, без якої неможлива успішна діяльність. Основне завдання полягає у тому, щоб дати студенту сучасні уявлення про фізичні явища та процеси, найважливіші закони, фундаментальні фізичні поняття, теорію, досліди та факти класичної та сучасної фізики, сучасні методи дослідження фізичних явищ.

Студент повинен володіти методами та навичками Розв'язок конкретних задач, застосовувати одержані знання для ефективного опанування інших дисциплін і подальшої практичної діяльності, використовувати фізичну апаратуру у відповідності з вимогами метрології.

Кінематика

Швидкість прямолінійного руху:

$$v = \frac{ds}{dt},$$

прискорення:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Рівняння руху:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$v(t) = v_0 + at.$$

Тангенціальне прискорення:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt};$$

нормальне прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Кутова швидкість:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

кутове прискорення:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}.$$

Зв'язок між кутовою та лінійною швидкістю:

$$v = \omega R.$$

Приклади розв'язку задач

Першу половину часу свого руху автомобіль рухався із швидкістю $v_1 = 80$ км/год, а другу половину часу – з швидкістю $v_2 = 40$ км/год. Яка середня швидкість v руху автомобіля?

Розв'язок

Середня швидкість визначається виразом: $\bar{v} = \frac{s}{t}$, де

$s = s_1 + s_2 = v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}$, оскільки $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$. Тобто $s = \frac{t}{2}(v_1 + v_2)$, звідси

$$v = \frac{t(v_1 + v_2)}{2t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 60 \text{ км/год}.$$

Першу половину свого шляху автомобіль рухався із швидкістю $v_1 = 80$ км/год, а другу половину часу – з швидкістю $v_2 = 40$ км/год. Яка середня швидкість v руху автомобіля?

Розв'язок

Середня швидкість визначається виразом:

$$v = \frac{s}{t}, \quad (1)$$

де $t = t_1 + t_2$, $s_1 = s_2 = \frac{s}{2}$. Тоді $t_1 = \frac{s}{2v_1}$; $t_2 = \frac{s}{2v_2}$, звідки

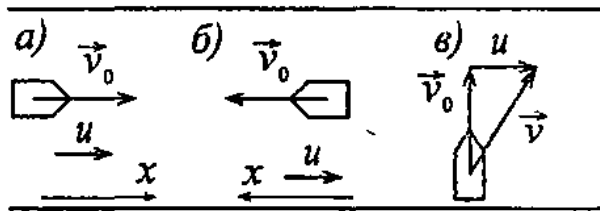
$$t = \frac{s(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}. \quad (2)$$

Підставляючи (2) в (1), отримаємо $v = \frac{s2v_1v_2}{s(v_1 + v_2)} = \frac{2v_1v_2}{(v_1 + v_2)}$,

$$v = \frac{2 \cdot 80 \cdot 40}{80 + 40} \approx 53,3 \text{ км / год}.$$

Знайти швидкість v відносно берега річки: а) човна, що йде за течією; б) човна, що йде проти течії; у) човна, що йде під кутом $\alpha = 90^\circ$ до течії. Швидкість течії річки $u=1$ м/с, швидкість човна відносно води $v_0=2$ м/с.

Розв'язок



а) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$, або в проекції

на вісь x : $v = v_0 + u = 3$ м/с.

б) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$, або в проекції

на вісь x : $v = v_0 - u = 1$ м/с.

в) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$, склавши вектори за правилом трикутників, отримаємо

$$v = \sqrt{v_0^2 + u^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ м/с.}$$

Літак летить відносно повітря з швидкістю $v_0 = 800$ км / год. Вітер дме із заходу на схід з швидкістю $u = 15$ м / с. З якою швидкістю v літак рухатиметься щодо землі і під яким кутом α до меридіану треба тримати курс, щоб переміщення було: а) на південь; б) на північ; у) на захід; г) на схід?

Розв'язок

а) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$ або в скалярному

вигляді: $v = \sqrt{v^2 - u^2}$. Підставляючи

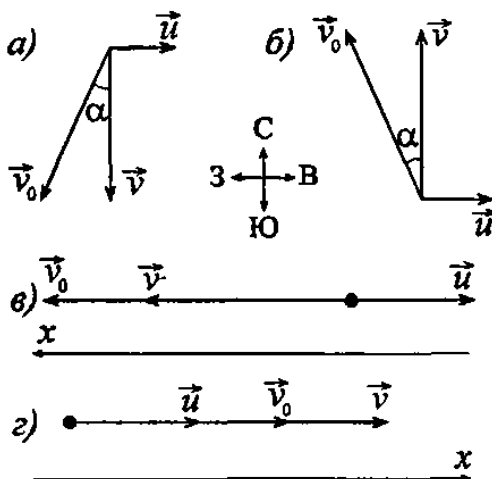
числові дані і враховуючи, що $u = 15$ км/с = 54 км/год, отримуємо

$$v = 798 \text{ км/ГОД.}$$

З малюнка видно, що $v = v_0 \cos \alpha$,

$$\cos \alpha = \frac{v}{v_0}, \cos \alpha = 0,998, \alpha = 4^\circ. \text{ Курс}$$

на південний захід.



б) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$ або в скалярному вигляді: $v = \sqrt{v^2 - u^2}$ або $v = 798 \text{ км / год}$.

Оскільки $v = v_0 \cos \alpha$, то $\cos \alpha = \frac{v}{v_0}$, $\cos \alpha = 0,998$, $\alpha = 4^\circ$. Курс на північний захід.

в) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$ або в проекції на вісь X: $v = v_0 - u = 800 - 54 = 746 \text{ км / год}$.

Курс на захід.

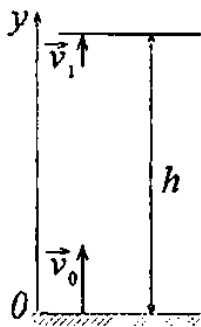
г) $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$ або в проекції на вісь Y: $v = v_0 + u = 800 + 54 = 854 \text{ км / год}$.

Курс на схід.

Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через час $t=3$ с. Яка була початкова швидкість v_0 тіла і на яку висоту h воно піднялось?

Розв'язок

Запишемо рівняння кінематики в проекціях на вісь y:



$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad v(t) = v_0 - gt. \text{ У найвищій точці підйому}$$

маємо $y(t_1) = h$; $v(t_1) = 0$, тобто $h = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$ і

$$0 = v_0 - gt_1, \text{ де } t_1 = \frac{t}{2} \text{ — час підйому. Звідки } v_0 = gt_1,$$

$$v_0 = \frac{gt}{2}, \quad h = gt_1^2 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2}; \quad h = \frac{gt_1^2}{8}. \text{ Підставляючи числові дані, отримаємо}$$

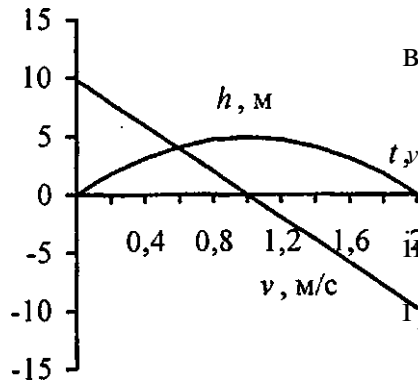
$$v_0 = 14,7 \text{ м / с}; \quad h = 11 \text{ м}.$$

Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю $v_0 = 9,8 \text{ м/с}$. Побудувати графік залежності висоти h і швидкості v від часу t для інтервалу $0 \leq t \leq 2$ с через $0,2$ с.

Розв'язок

Залежність швидкості і висоти від часу

виражається наступними формулами



$v, \text{ м/с} = v_0 - gt, h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Для заданого

інтервалу складемо таблицю і побудуємо

графік.

t, с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
V, м/с	9,8	7,8	5,9	3,9	2,0	0	-2,0	-3,9	-5,9	-7,8	-9,8
H, м	0	1,8	3,1	4,1	4,7	4,9	4,7	4,1	3,1	1,8	0

Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s = At - Bt^2 + Ct^3$, де $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с² та $C = 4$ м/с³. Знайти:

а) залежність швидкості v і прискорення a від часу t ; б) відстань s , пройдене тілом, швидкість v і прискорення a тіла через час $t = 2$ с після початку руху. Побудувати графік залежності шляху s , швидкості v і прискорення a від часу t для інтервалу $0 \leq t \leq 3$ с через 0,5 с.

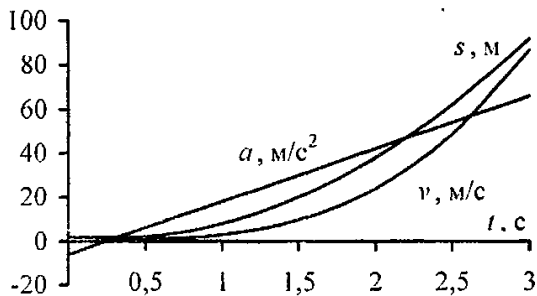
Розв'язок

а) Швидкість тіла $v = \frac{ds}{dt}$,

$s = At - 2Bt^2 + 3Ct^3$, $s = 2 - 6t + 12t^2$ м/с.

Прискорення тіла $a = \frac{dv}{dt} = -2B + 6Ct$;

$a = -6 + 24t$ м/с.



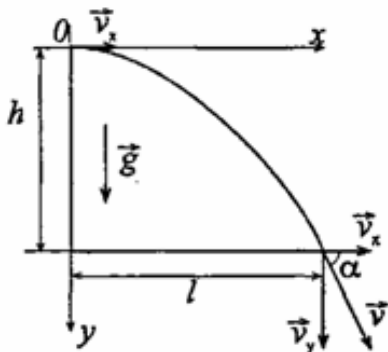
б) Відстань, пройдена тілом

$s = 2t - 3t^2 + 4t^3$. Тоді через час $t=2$ с маємо $s=24$ м; $v=38$ м/с; $a=42$ м/с².

З башти заввишки $h=25$ м горизонтально кинутий камінь із швидкістю $v_x = 15$ м/с. Який час t камінь буде рухатися? На якій відстані l від підніжжя башти він впаде на землю? З якою швидкістю v він впаде на землю? Який кут φ складе траєкторія каменя з горизонтом в точці його падіння на землю?

Розв'язок

Переміщення каменя по вертикалі



$$S_y = h = \frac{gt^2}{2}, \quad (1)$$

по горизонталі:

$$S_x = l = v_x t. \quad (2)$$

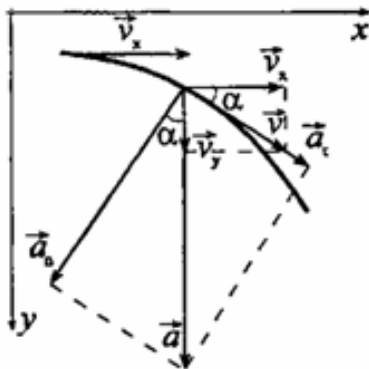
З рівняння (1): $t = \sqrt{2h/g}$, $t=2,26$ с. З

рівняння (2): $l = v_x t$, $l=33,9$ м. Швидкість каменя $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Вертикальна

складова швидкості $v_y = gt$, отже $v = \sqrt{v_x^2 + (gt)^2}$.

Шуканий кут φ - кут між напрямками вектора швидкості \vec{v} і вектора її горизонтальної складової \vec{v}_x . З малюнка видно, що $\cos \varphi = \frac{v_x}{v}$;

$$\cos \varphi = \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + (gt)^2}}, \quad \cos \varphi = 0,56; \quad \varphi = 56^\circ$$



Камінь кинутий горизонтально із швидкістю $v_x = 15$ м/с. Знайти нормальне a_n і тангенціальне a_t , прискорення каменя через час $t=1$ с після початку руху.

Розв'язок

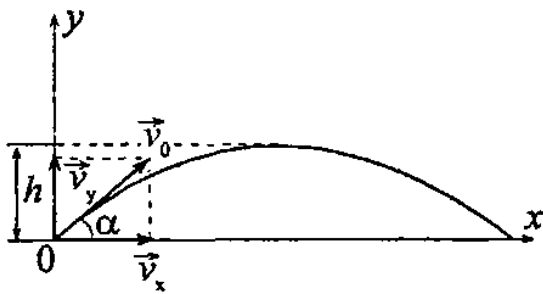
Повне прискорення каменя $a=g$; $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$. Повна швидкість $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

З малюнка видно, що $\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{g}$, $\sin \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{a_\tau}{g}$. Тоді

$$a_n = \frac{gv_x}{v} = \frac{gv_x}{\sqrt{v_x^2 - (gt)^2}}, \quad a_\tau = \frac{gv_y}{v} = \frac{gv_y}{\sqrt{v_x^2 - (gt)^2}}. \quad a_n \approx 8,2 \text{ м/с}^2, \quad a_\tau \approx 5,4 \text{ м/с}^2$$

Тіло кинуте із швидкістю v_0 під кутом до горизонту. Час польоту $t=2,2$ с. На яку висоту h підніметься тіло?

Розв'язок



Переміщення по вертикалі

$$S_y = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$

Позначимо t_1 – час підйому тіла на висоту h . Тоді з (1) отримаємо

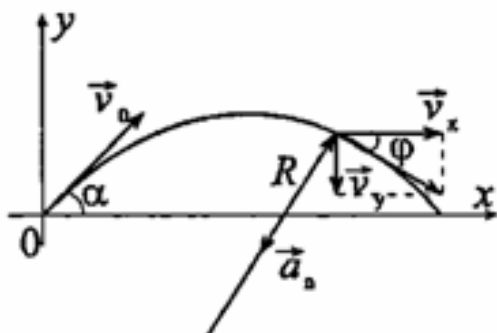
$$h = v_0 t_1 \sin \alpha - \frac{gt_1^2}{2}. \quad \text{У верхній точці } v_y = 0, \text{ але } v_y = v_0 \sin \alpha - gt_1, \text{ отже}$$

$$v_0 \sin \alpha = gt_1. \quad \text{Тоді } h = gt_1^2 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2}. \quad \text{Оскільки } t_1 = \frac{t}{2}, \text{ то } h = \frac{gt_1^2}{8}.$$

$$h = \frac{9,8 \cdot 2,2^2}{8} = 5,9 \text{ м}$$

Тіло кинуте із швидкістю $v_0 = 10$ м/с під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту.

Знайти радіус кривизни R траєкторії тіла через час $t=1$ с після початку руху.



Розв'язок

Знайдемо час, за яке тіло підніметься до верхньої точки траєкторії. Вертикальна складова його швидкості $v_y = v_0 \sin \alpha - gt_1$. У верхній точці траєкторії $v_y = 0$, тому $v_0 \sin \alpha = gt_1$, звідки $t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$, $t_1 = 0,7$ с, тобто при $t=1$ с тіло знаходиться вже на спуску, таким чином можна вважати, що тіло кинули горизонтально із швидкістю $v_x = v_0 \cos \alpha$. Нормальне прискорення

тіла $a_n = \frac{v^2}{R}$, де $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. З малюнка видно, що $a_n = g \sin \varphi$,

$$\sin \varphi = \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}. \quad \text{Тоді} \quad a_n = g \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}, \quad R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(v_x^2 + v_y^2) \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{v_x g}.$$

Обчислимо окремо v_x та v_y . $v_x = v_0 \cos \alpha = 5\sqrt{2}$ м/с, $v_y = g(t - t_1) = 3$ м/с.

Підставивши числові значення, отримаємо $R \approx 6,3$ м.

Вісь з двома дисками, розташованими на відстані $l=0,5$ м один від одного, обертається з частотою $n=1600$ об/хв. Куля, що летить уздовж осі, пробиває обидва диски; при цьому отвір від кулі в другому диску зміщений щодо отвору в першому диску на кут $\varphi = 12^\circ$. Знайти швидкість v кулі.

Розв'язок

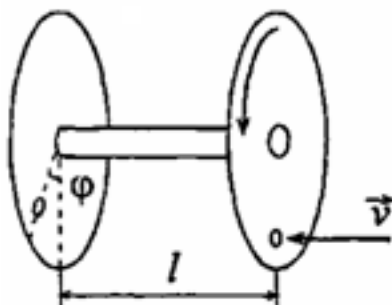
Рівняння обертального руху

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega} t + \frac{\vec{\beta} t^2}{2}. \quad \text{Виберемо } \varphi_0 = 0. \quad \text{Із умови}$$

задачі видно, що рух здійснюється з постійною кутовою швидкістю $\omega = 2\pi n$, отже, кутове прискорення рівне 0, тобто зсув $\varphi = \omega t$, звідки:

$$t = \frac{\varphi}{\omega}, \quad (1)$$

$$\omega = 2\pi n. \quad (2)$$



Швидкість кулі

$$v = \frac{l}{t} \quad (3)$$

Підставивши (2) в (1), а потім (1) в (3) отримаємо: $v = \frac{l \cdot 2\pi n}{\varphi}$. Провівши

обчислення, знайдемо швидкість кулі $v = 419$ м/с.

Колесо, обертаючись рівноприскорено, через час $t=1$ хв після початку обертання набуває частоти $n=720$ об/хв. Знайти кутове прискорення ε колеса і число оборотів N колеса за цей час.

Розв'язок

Кутова швидкість колеса $\bar{\omega}(t) = \bar{\omega}_0 + \bar{\varepsilon}t$. У скалярному вигляді при

$\omega_0 = 0$ отримаємо $\omega = \varepsilon t$, крім того, $\omega = 2\pi n$. Звідси $\varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{n \cdot 2\pi}{t}$,

$$\varepsilon = 1,25 \text{ рад/с}^2.$$

Точка рухається по колу радіусом $R=20$ см з постійним тангенціальним прискоренням $a_\tau=5$ см/с². Через який час t після початку руху нормальне прискорення a_n точки буде: а) рівно тангенціальному; б) удвічі більше тангенціального?

Розв'язок

За умовою, обертання є рівноприскореним, тому, $a_\tau = \frac{v}{t}$, $a_n = \frac{v^2}{R}$;

звідси $t = \frac{v}{a_\tau}$, $v = \sqrt{a_n R}$. Тоді $t = \frac{\sqrt{a_n R}}{a_\tau}$. а) Якщо $a_n = a_\tau$, то

$$t = \sqrt{\frac{R}{a_\tau}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2\text{с}; \text{ б) якщо } a_n = 2a_\tau, \text{ то } t = \sqrt{\frac{2R}{a_\tau}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{5}} = 2,8\text{с}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

1. Точка рухається по колу радіусом $R = 1,2$ м. Рівняння руху точки $S = At + Bt^3$, де $A = 0,5$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³. Визначити тангенціальне a_t , нормальне a_n і повне a прискорення точки в момент часу $t = 4$ с.

2. Визначити швидкість v і повне прискорення a точки в момент часу $t = 2$ с, якщо вона рухається по колу радіусом $R = 1$ м згідно з рівнянням $S = At + Bt^3$, де $A = 8$ м/с; $B = -1$ м/с³; S – криволінійна координата, відрахована уздовж кола від деякої точки, прийнятої за початкову.

3. По прямій лінії рухаються дві матеріальні точки згідно з рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ і $x_2 = A_2 + B_2 + C_2 t^2$, де $A_1 = 10$ м; $B_1 = 1$ м/с; $C_1 = -2$ м/с²; $A_2 = 3$ м; $B_2 = 2$ м/с; $C_2 = 0,2$ м/с². В який момент часу швидкості цих точок будуть однакові? Знайти прискорення a_1 і a_2 цих точок в момент $t = 3$ с.

4. Визначити повне прискорення a в момент $t = 3$ с точки, що знаходиться на ободі колеса радіусом $R = 0,5$ м, що обертається згідно рівняння $S = At + Bt^3$, де $A = 2$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³.

5. Точка рухається по колу радіусом $R = 8$ м. В деякий момент часу нормальне прискорення точки $a_n = 4$ м/с², вектор повного прискорення a утворює в цей момент з вектором нормального прискорення a_n кут $\alpha = 60^\circ$. Знайти швидкість v і тангенціальне прискорення a_t точки.

6. Точка рухається по прямій згідно з рівнянням $x = At + Bt^3$, де $A = 6$ м/с; $B = -0,125$ м/с³. Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ точки в інтервалі часу від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

7. Матеріальна точка рухається прямолінійно. Рівняння руху має вид $x = At + Bt^3$, де $A = 3$ м/с; $B = 0,06$ м/с³. Знайти швидкість v і прискорення a точки в моменти часу $t_1 = 0$ і $t_2 = 3$ с. Які середні значення швидкості $\langle v_x \rangle$ і прискорення $\langle a_x \rangle$ за перші 3 с руху?

8. Диск радіусом $R = 0,2$ м обертається згідно з рівнянням $S = At + Bt + Ct^3$, де $A = 3$ рад/с; $B = -1$ рад/с; $C = 0,1$ рад/с³. Визначити тангенціальне a_t ,

нормальне a_n і повне а прискорення точок на колі диска для моменту часу $t=10$ с.

9. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = At - Bt^2 + Ct^3$, де $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с² і $C = 4$ м/с³.

Знайти: а) залежність швидкості v і прискорення a від часу t ; б) відстань S , пройдену тілом, швидкість v і прискорення a через час $t=2$ с після початку руху.

10. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = A - Bt + Ct^3$, де $A = 6$ м, $B = 3$ м/с і $C = 2$ м/с³. Знайти середню швидкість $\langle v \rangle$ і середнє прискорення $\langle a \rangle$ тіла для інтервалу часу 1с – 4с.

11. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t дається рівнянням $S = A + Bt + Ct^2$, де $A = 3$ м, $B = 2$ м/с, $C = 1$ м/с². Знайти середню швидкість $\langle v \rangle$ і середнє прискорення $\langle a \rangle$ за другу і третю секунди його руху.

12. Рівняння руху матеріальної точки (пройдений шлях x за час t) має вигляд: $x = At + Bt^2 + Ct^3$, де $A = 5$ м/с, $B = 0,2$ м/с², $C = 0,1$ м/с³. Визначити швидкість точки в моменти часу $t_1 = 2$ с і $t_2 = 4$ с, а також середню швидкість в інтервалі часу від t_1 до t_2 .

13. Визначити шлях, який проходить частинка, що рухається по прямолінійній траєкторії впродовж 10 с, якщо її швидкість змінюється за законом $v = 30 + 2t$. В момент часу $t_0 = 0$, $S = 0$.

14. Швидкість матеріальної точки, що рухається вздовж осі X , визначається рівнянням $v_x = 0,2 - 0,1 t$. Знайти координату точки в момент часу $t = 10$ с, якщо в початковий момент часу вона знаходилась в точці $x_0 = 1$.

15. Рух двох матеріальних точок виражається рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ та $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, де $A_1 = 20$ м; $A_2 = 2$ м; $B_1 = B_2 = 2$ м/с; $C_1 = 4$ м/с²; $C_2 = 0,5$ м/с². В який момент часу t швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості v_1 і v_2 та прискорення a_1 і a_2 точок в цей момент.

16. Рух двох матеріальних точок виражається рівняннями:

$x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$ та $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$, де $A_1 = 4$ м/с; $B_1 = 8$ м/с²; $C_1 = -16$ м/с³; $A_2 = 2$ м/с; $B_2 = -4$ м/с²; $C_2 = 1$ м/с³. В який момент часу t прискорення цих точок будуть однакові? Знайти швидкості v_1 і v_2 точок в цей момент.

17. Рух точки по прямій задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де $A = 2$ м/с; $B = -0,5$ м/с². Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ руху точки в інтервалі часу від $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с.

18. Рух точки по прямій задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де $A = 6$ м/с; $B = -0,125$ м/с². Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ руху точки в інтервалі часу від $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

Динаміка

Основний закон динаміки:

$$F = m \frac{dv}{dt} = ma .$$

Робота сили при переміщенні:

$$A = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds ,$$

при $F = const$:

$$A = FS \cos \alpha .$$

Кінетична енергія тіла:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} ,$$

потенціальна в гравітаційному полі:

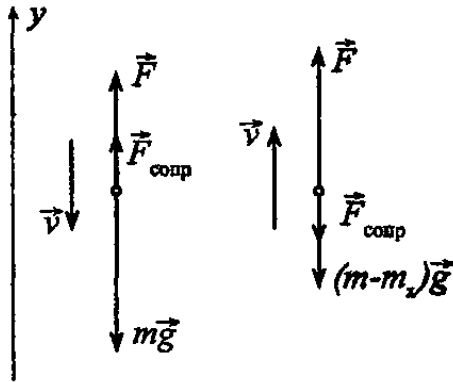
$$W_p = mgh .$$

Закон збереження імпульсу:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n = const .$$

Приклади розв'язку задач

Якої маси m_x баласт треба скинути з аеростата, що рівномірно опускається, щоб він почав рівномірно підніматися з тією ж швидкістю? Маса аеростата з баластом $m = 1600$ кг, підйомна сила аеростата $F = 12$ кН.



Вважати, що сила опору $F_{\text{опор.}}$ повітря однакова при підйомі та спуску.

Розв'язок

По другому закону Ньютона

$$\begin{cases} \vec{F} + m \vec{g} + \vec{F}_{\text{опор.}} = 0; \\ \vec{F} + \vec{F}_{\text{опор.}} + (m - m_x) \vec{g} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

або в проекціях на вісь y :

$$\begin{cases} F - mg + F_{\text{опор.}} = 0; \\ F - F_{\text{опор.}} - (m - m_x)g = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Перше рівняння отриманої системи (2) описує рух аеростату, що опускається, друге – аеростату, що піднімається. Розкривши дужки і склавши перше рівняння з другим, отримаємо:

$$m_x = \frac{2(mg - F)}{g} = 2\left(m - \frac{F}{g}\right); m_x = 752 \text{ кг.}$$

До нитки підвішений вантаж масою $m = 1$ кг. Знайти силу натягнення нитки T , якщо нитку з вантажем: а) піднімати з прискоренням $a = 5$ м/с²;

б) опускати з тим же прискоренням $a = 5$ м/с².

Розв'язок

В обох випадках (а ,б) використаємо другий закон Ньютона.

а) $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$ або $T - mg = ma$, звідси $T = ma_1 + mg = m(a_1 + g)$;

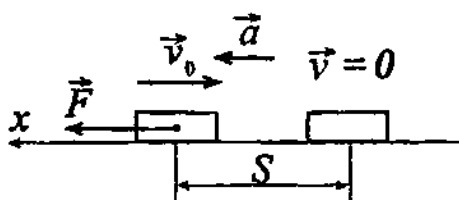
$T = 14,8$ Н.

б) $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$ або $-mg + T = -ma_2$, звідси $T = mg - ma_2 = m(g - a_2)$

$T = 4,8$ Н.

Автомобіль масою $m=1020$ кг, рухаючись рівноуповільнено, зупинився через час $t=5$ с, пройшовши шлях $s=25$ м. Знайти початкову швидкість v_0 автомобіля і силу гальмування F .

Розв'язок



По другому закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$ або в проекції на вісь x :

$$F = ma . \quad (1)$$

Рівняння руху при рівноуповільненому русі автомобіля мають вигляд:

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}; \quad (2)$$

$$v_0 = at . \quad (3)$$

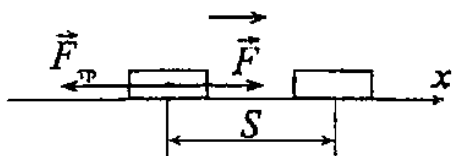
Оскільки кінцева швидкість автомобіля $v=0$, то з (3) початкова швидкість автомобіля $v_0 = at$. Підставляючи цей вираз у (2), знайдемо

$$a = \frac{2s}{t^2} . \quad (4)$$

Підставивши (4) в (1), отримаємо: $F = \frac{2Sm}{t^2}$; $F = 2,04$ кН.

Яку силу F треба прикласти до вагону, що стоїть на рейках, щоб вагон почав рухатися рівноприскорено і за час $t = 30$ с пройшов шлях $s = 11$ м? Маса вагону $m = 16$ т. Під час руху на вагон діє сила тертя $F_{\text{тер.}}$, рівна $0,05$ діючої на нього сили тяжіння mg .

Розв'язок



По другому закону Ньютона $\vec{F} + \vec{F}_{\text{тер.}} = m\vec{a}$ або в проекції на вісь

$$x: F - F_{\text{тер.}} = ma , \quad \text{звідки } F = ma + F_{\text{тер.}}$$

Оскільки рух рівноприскорений і $v_0 = 0$, то шлях $s = at^2/2$, звідки $a = \frac{2s}{t^2}$.

За умовою $F_{\text{тер.}}=0,05mg$, тоді $F = m \cdot \frac{2S}{t^2} + 0,05 mg$; $F = 8,2$ кН.

Тіло масою $m=0,5$ кг рухається прямолінійно, причому залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, де $C=5$ м/с² і $D=1$ м/с³. Знайти силу F , що діє на тіло в кінці першої секунди руху.

Розв'язок

По другому закону Ньютона $F = ma$, де $a = d^2s / dt^2$.

$$\frac{ds}{dt} = -B + 2Ct - 3Dt^2; \quad \frac{d^2s}{dt^2} = 2C - 6Dt = a \quad \text{звідси } F = m(2c - 6Dt); \quad F = 2 \text{ Н.}$$

Молекула масою $m=4,65 \cdot 10^{-26}$ кг, що летить із швидкістю $v=600$ м/с, ударяється об стінку судини під кутом $\alpha=60^\circ$ до нормалі і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили $F\Delta t$, отриманий стінкою під час удару.

Розв'язок

По другому закону Ньютона $F\Delta t = m\Delta v$. Вважаючи позитивним напрям нормалі, зовнішній до стінки, отримаємо: $\Delta v = v_2 \cos \alpha - (-v_1 \cos \alpha)$;

$$\Delta v = v_2 \cos \alpha + v_1 \cos \alpha .$$

Таким чином, отримаємо $F\Delta t = 2mv \cos \alpha$; $F\Delta t = 2,8 \cdot 10^{-23}$ Н·с.

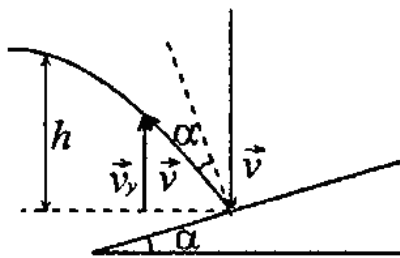
Струмінь води перерізом $S=6$ см² ударяється об стінку під кутом $\alpha=60^\circ$ до нормалі і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти силу F , що діє на стінку, якщо відомо, що швидкість руху води в струмені $v=12$ м/с.

Розв'язок

За час Δt об стінку ударяється маса води:

$$m = lS\rho = Sv\Delta t\rho, \quad (1)$$

де S – поперечний переріз струменя, ρ – густина води. За законом збереження імпульсу $F\Delta t = m\Delta v$, звідки:



$$F = \frac{m \Delta v}{\Delta t} . \quad (2)$$

Маємо $\Delta v = v_1 \cos \alpha - (-v_2 \cos \alpha) = \cos \alpha (v_1 + v_2)$. За умовою $v_1 = v_2 = v$, звідси:

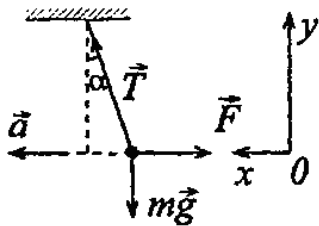
$$\Delta v = 2v \cos \alpha . \quad (3)$$

Підставляючи (1) і (3) в (2), отримаємо

$$F = \frac{Sv \Delta t \rho \cdot 2v \cos \alpha}{\Delta t} = 2Sv^2 \rho \cos \alpha = 86 \text{ Н}.$$

Куля на нитці підвішена до стелі трамвайного вагону. Вагон гальмує, і його швидкість за час $t = 3$ с рівномірно зменшується від $v_1 = 18$ км/ч до $v_2 = 6$ м/ч. На який кут відхилиться при цьому нитка з кулею?

Розв'язок



Розглянемо положення кулі щодо системи відліку, пов'язаної із стелею вагону. Оскільки вагон рухається з прискоренням, то система є неінерціальною. Рівняння руху у векторній формі:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F} = 0 , \quad (1)$$

де $F = -ma$, тоді рівняння (1) в проекціях на вісь x :

$$T \sin \alpha = ma \quad (2)$$

і на вісь y :

$$T \cos \alpha - mg = 0 . \quad (3)$$

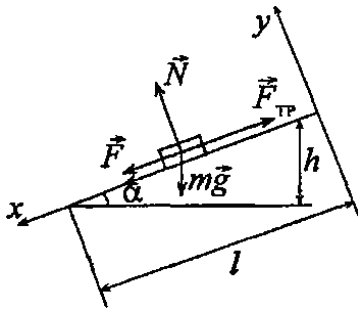
Розділивши (2) на (3), отримаємо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$, звідки $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{a}{g}$ або

враховуючи, що $a = \frac{\Delta v}{t}$, $\alpha = \operatorname{arctg} (\Delta v / gt)$. Підставляючи числові данні,

отримаємо $\alpha \approx 6^\circ$.

На автомобіль масою $m=1$ т під час руху діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, рівна 0,1 його ваги. Знайти силу тяги F , що розвивається мотором автомобіля, якщо автомобіль рухається з постійною швидкістю: а) в гору з ухилом 1 м на кожних 25 м шляху; б) під гору з тим же ухилом.

Розв'язок



Рівняння руху автомобіля у векторній формі $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + F_{\text{тер}} + \vec{F}$; $v = \text{const}$, отже $a=0$.

а) У проекції на вісь x :

$$0 = -mg \sin \alpha - F_{\text{тер}} + F; \text{ на вісь } y: 0 = N - mg \cos \alpha,$$

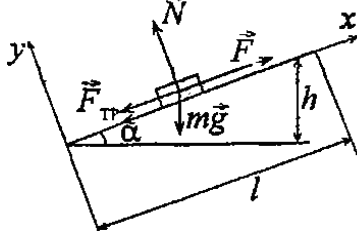
де $\sin \alpha = \frac{h}{l} = 0,04$, $\cos \alpha = 0,999$, звідки

$$N = mg \cos \alpha.$$

$$F_{\text{тер}} = kN = kmg \cos \alpha;$$

$$F = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha; F = mg (\sin \alpha + k \cos \alpha) \text{ або}$$

$$F=1,37 \text{ кН.}$$



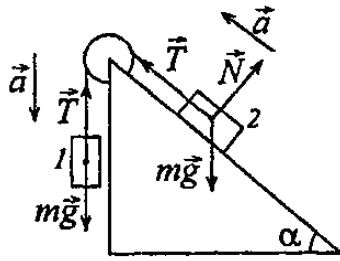
б) У проекції на вісь x : $0 = F + mg \sin \alpha - F_{\text{тер}}$, на вісь y : $N = mg \cos \alpha$.

$$F = F_{\text{тер}} - mg \sin \alpha; F = kmg \cos \alpha - mg \sin \alpha; F = mg (k \cos \alpha - \sin \alpha).$$

$$F= 590 \text{ Н.}$$

Невагомий блок укріплений у вершині похилої площини, що складає з горизонтом кут $\alpha=30^\circ$. Гирі 1 і 2 однакової маса $m_1=m_2=1$ кг зв'язані ниткою і перекинуті через блок. Знайти прискорення a , з яким рухаються гирі, і силу натягнення нитки T . Тертям гирі об похилу площину і тертям в блоці нехтувати.

Розв'язок



Нехай $m_1=m_2=m$. Запишемо рівняння другого закону Ньютона для першої і другої гирі в проекціях на напрям їх руху з урахуванням $T_1=T_2=T$:

$$\begin{cases} mg - T = ma \\ T - mg \sin \alpha = ma \end{cases} \quad (1)$$

З першого рівняння системи (1) маємо:

$$T = m(g - a) \quad (2)$$

Підставимо (2) в (1), отримаємо: $g(1 - \sin \alpha) + 2a$, звідки $a = g(1 - \sin \alpha) / 2$. Підставимо числові значення, отримаємо: $a=2,45 \text{ м/с}^2$ і $T=7,35 \text{ Н}$.

При підйомі вантажу масою $m=2 \text{ кг}$ на висоту $h=1 \text{ м}$ сила F здійснює роботу $A=78,5 \text{ Дж}$. З яким прискоренням a піднімається вантаж?

Розв'язок

По другому закону Ньютона в проекції на напрям руху вантажу маємо $ma = F - mg$, звідки $F = ma + mg$.

За умовою роботу A здійснює сила F , отже

$$A = Fh \cos 0 = Fh = mah + mgh, \quad (1)$$

тобто робота A йде на збільшення потенційної енергії вантажу і на надання йому прискорення. З рівняння (1) знайдемо $a = \frac{A - mgh}{hm}$; $a=29,4 \text{ м/с}^2$.

Яку роботу A необхідно виконати, щоб змусити тіло масою $m=2 \text{ кг}$:

а) збільшити швидкість $v_1=2 \text{ м/с}$ до $v_2=5 \text{ м/с}$; б) зупинитися при початковій швидкості $v_0=8 \text{ м/с}$?

Розв'язок

Виконана робота піде па приріст кінетичної енергії:

$$а) A_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}; A_1 = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2}; A_1 = 21 \text{ Дж.}$$

$$б) A_2 = W_{k2} - W_{k1}. \text{ Оскільки } W_{k2} = 0 \text{ то } A_2 = -W_{k1} = -mv_0^2 / 2; A = -6,4 .$$

Знак «−» говорить про те, що робота здійснюється силою тертя.

Знайти роботу A , яку необхідно виконати, щоб збільшити швидкість руху тіла масою $m=1$ т від $v_1=2$ м/с до $v_2=6$ м/с на шляху $s=10$ м. На всьому шляху діє сила тертя $F_{\text{тер.}}=2$ Н.

Розв'язок

Частина виконаної роботи піде на приріст кінетичної енергії, а інша частина – на подолання сили тертя. $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} + A_{\text{тер.}}$, де $A_{\text{тер.}} = F_{\text{тер.}} \cdot s$

$$\text{тоді } A = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} + F_{\text{тер.}} \cdot s; A = 16,02 \text{ кДж.}$$

Яку масу m бензину витрачає двигун автомобіля на шляху $s=100$ км, якщо при потужності двигуна $N=11$ кВт швидкість його руху $v=30$ км/ч? К.п.д. двигуна $\eta=0,22$, питома теплота згорання бензину $q=46$ МДж/кг.

Розв'язок

При переміщенні автомобіля на відстань s його двигун здійснює роботу

$$A = \frac{Nt}{\eta} = \frac{Ns}{\eta v}. \text{ При цьому витрачається маса бензину } m = \frac{A}{q} = \frac{Ns}{q \eta v}; m = 13 \text{ кг.}$$

Камінь падає з деякої висоти протягом часу $t=1,43$ с. Знайти кінетичну W_k і потенційну W_n енергії каменя в середній точці шляху. Маса каменя $m = 2$ кг.

Розв'язок

У верхній точці камінь володів потенційною енергією $W_n = mgH$, де

$$H = \frac{gt^2}{2} \text{ (} t \text{ – час падіння до землі). Потенційна енергія каменя в середній}$$

точці шляху $W_n = mgh$, де $h = \frac{H}{2}$. Таким чином

$W_n = mg \frac{H}{2} = \frac{mg}{4} t^2$; $W_n = 98$ Дж. Кінетичну енергію камінь набув за рахунок

спаду потенційної енергії. У середній точці шляху $W_k = W_n = 98$ Дж, оскільки

$$mgH - mgh = mg \frac{H}{2} = W_k.$$

Тіло масою $m=10$ г рухається по колу радіусом $R=6,4$ см. Знайти тангенціальне прискорення a_τ тіла, якщо відомо, що до кінця другого обороту після початку руху його кінетична енергія $W_k=0,8$ МДж.

Розв'язок

Знайдемо кутове прискорення:

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t}. \quad (2)$$

Кутова швидкість $\omega = 2\pi n = \frac{2\pi N}{t}$, звідси

$$t = \frac{2\pi N}{\omega}. \quad (3)$$

З іншої сторони:

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (4)$$

Швидкість знайдемо з рівняння кінетичної енергії: $W_k = \frac{mv^2}{2}$, звідси

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}}. \quad (5)$$

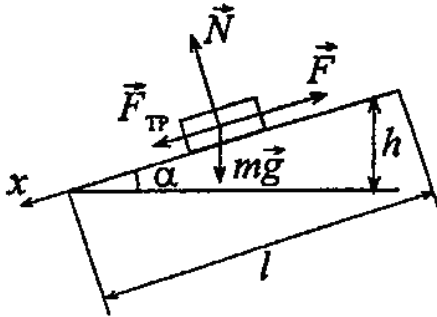
Підставивши рівняння (5) в (4), отримаємо

$$\omega = \sqrt{\frac{2W_k}{mR^2}}. \quad (6)$$

Підставивши рівняння (3) в (2), з урахуванням (6), знайдемо:

$$\varepsilon = \frac{\omega^2}{2\pi N} = \frac{2W_k}{mR\pi N}. \text{ Тоді з (1): } a_\tau = \frac{W_k R}{mR^2\pi N} = \frac{W_k}{mR\pi N}; a_\tau \approx 0,2 \text{ м/с}^2.$$

Автомобіль масою $m = 2 \text{ т}$ рухається в гору з ухилом 4 м на кожних 100 м шляху. Коефіцієнт тертя $k=0,08$. Знайти роботу A , що здійснюється двигуном автомобіля на шляху $s=3\text{км}$, і потужність N що розвивається двигуном, якщо відомо, що шлях $s=3 \text{ км}$ був пройдений за час $t=4 \text{ хв}$.



Розв'язок

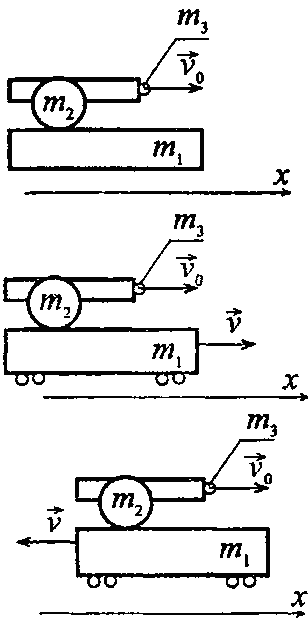
У разі рівномірного руху автомобіля $a=0$, тоді згідно другому закону Ньютона сила тяги двигуна $F = F_{\text{тер}} + mg \sin \alpha$ або

$F = mg (k \cos \alpha + \sin \alpha)$ де $\sin \alpha = h/l$; $\sin \alpha = 0,04$; $\cos \alpha = 0,999$. Робота сили F на шляху s : $A = Fs = mgs (k \cos \alpha + \sin \alpha)$; $A=7\text{МДж}$. Потужність двигуна $N = A/t$; $N=29,2 \text{ кВт}$.

На рейках стоїть платформа масою $m_1= 10 \text{ т}$. На платформі закріплено гармата масою $m_2= 5 \text{ т}$, з якого робиться постріл уздовж рейок. Маса снаряда $m_3=100 \text{ кг}$; його початкова швидкість відносно гармати $v_0=500 \text{ м/с}$. Знайти швидкість u платформи в перший момент після пострілу, якщо: а) платформа стоїть нерухомо; б) платформа рухалася із швидкістю $v=18 \text{ км/год}$ і постріл був зроблений в напрямі, протилежному напрямку її руху.

Розв'язок

а) При нерухомій платформі початкова швидкість снаряда відносно землі рівна його швидкості v_0 відносно гармати. Систему «платформа–гармата–снаряд» можна вважати замкненою в проекції на вісь x



за умови, що силою тертя кочення платформи можна нехтувати. Тоді в проекції на вісь x імпульс системи до пострілу $p = (m_1 + m_2 + m_3)v = 0$, оскільки $v = 0$.

Імпульс системи після пострілу $p' = m_3 v_0 + (m_1 + m_2)u$.

За законом збереження імпульсу $p = p'$ або

$$m_3 v_0 + (m_1 + m_2)u = 0, \quad \text{звідки} \quad u = \frac{m_3 v_0}{m_1 + m_2} = 5,14 \text{ км/год}.$$

Знак « \leftarrow » вказує, що платформа почала рухатися в напрямі, протилежному напрямку руху снаряда.

б) Якщо постріл був зроблений у напрямі руху платформи, то початкова швидкість снаряда відносно землі рівна $v_0 + v$. На підставі закону збереження імпульсу маємо:

$$(m_1 + m_2 + m_3)v = m_3(v_0 + v) + (m_1 + m_2)u, \quad (1)$$

$$\text{звідки} \quad u = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)v - m_3(v_0 + v)}{m_1 + m_2}; u = 6 \text{ км/год}.$$

в) Якщо постріл був зроблений в напрямі, протилежному напрямку руху платформи, то при $v_0 > 0$ маємо $v < 0$. Тоді рівняння (1) має вигляд:

$$-(m_1 + m_2 + m_3)v = m_3(v_0 - v) + (m_1 + m_2)u,$$

$$\text{звідки} \quad u = -\frac{(m_1 + m_2 + m_3)v + m_3(v_0 - v)}{m_1 + m_2} = -30 \text{ км/год}$$

Ковзаняр масою $M=70$ кг, стоячи на ковзанах на льоду, кидає в горизонтальному напрямі камінь масою $m=3$ кг із швидкістю $v=8$ м/с. На яку відстань s відкотиться при цьому ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя ковзанів об лід $k=0,02$?

Розв'язок

Рух ковзаняра є рівноуповільненим, пройдений ним шлях $s = \frac{v_0^2}{2a}$. За

законом збереження імпульсу $Mv_0 = mv$, звідки $v_0 = \frac{mv}{M}$.

Прискорення a можна знайти по другому закону Ньютона: $F_{\text{мер}} = ma$.

Оскільки $F_{\text{мер}} = kmg$, то $ma = kmg$; $a = kg$. Підставивши отримані вирази в

перше рівняння, отримаємо $s = \frac{m^2 v^2}{2M^2 kg}$; $s = 0,3$ м.

Із гармати масою $m_1=5$ т вилітає снаряд масою $m_2=100$ кг. Кінетична енергія снаряда при вильоті $W_{k2}=7,5$ Мдж. Яку кінетичну енергію W_{k1} отримує гармата унаслідок віддачі?

Розв'язок

Згідно закону збереження імпульсу $m_1 v_1 = m_2 v_2$. Кінетична енергія гармати відразу після пострілу $W_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$. Кінетична енергія снаряда

$W_{k2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$; $v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1}$, а $v_2^2 = \frac{2W_{k2}}{m_2}$ тоді $v_1^2 = \frac{m_2^2 2W_{k2}}{m_1^2 \cdot m_2}$. Таким чином,

отримаємо $W_{k1} = \frac{m_1 2 m_2 W_{k2}}{2 m_1^2} = \frac{m_2}{m_1} W_{k2}$; $W_{k1} = 150$ кДж.

Тіло масою $m_1=5$ кг ударяється об нерухоме тіло масою $m_2=2,5$ кг. Кінетична енергія системи двох тіл безпосередньо після удару стала $W_k=5$ Дж. Вважаючи удар центральним і непружним, знайти кінетичну енергію W_{k1} першого тіла до удару.

Розв'язок

Рух здійснюється уздовж горизонтальної осі. Згідно закону збереження імпульсу

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u, \quad (1)$$

де v_1 – швидкість першого тіла до удару, u – швидкість системи двох тіл після удару.

Кінетична енергія першого тіла до удару:

$$W_{k1} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} \quad (2)$$

$$3(1) \quad v_1 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot u}{m_1}.$$

Знайдемо u із виразу для кінетичної енергії системи двох тіл після удару: $W_k = \frac{(m_1 + m_2) \cdot u^2}{2}$, звідки $u = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{(m_1 + m_2)}}$, тоді

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{(m_1 + m_2)}}}{m_1}, \text{ або } v_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot W_k \cdot (m_1 + m_2)}}{m_1}. \quad (3)$$

Підставивши (3) в (2) отримаємо $W_{k1} = \frac{m_1 \cdot 2 \cdot W_k \cdot (m_1 + m_2)}{2 \cdot m_1^2}$;

$$W_{k1} = \frac{W_k \cdot (m_1 + m_2)}{m_1}. \quad W_{k1} = 7,5 \text{ Дж.}$$

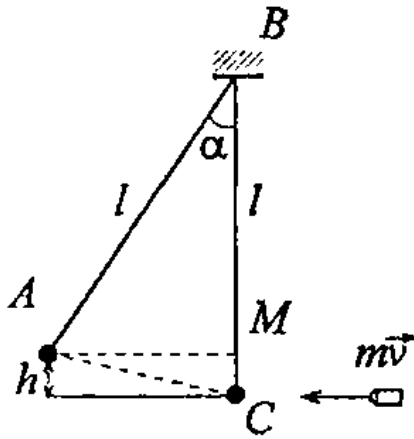
Куля, що летить горизонтально, потрапляє в тіло, підвішене на невагомому жорсткому стрижні, і застряє в ньому. Маса кулі в 1000 разів менше за масу тіла. Відстань від центру тіла до точки підвісу стрижня $l=1$ м. Знайти швидкість v кулі, якщо відомо, що стрижень з тілом відхилився від удару кулі на кут $\alpha=10^\circ$.

Розв'язок

Силу опору повітря не враховуємо, отже, систему «куля - тіло» можна вважати замкнутою. Запишемо закон збереження імпульсу і закон збереження енергії для даної системи:

$$mv = (m + M) \cdot u, \quad (1)$$

де u – швидкість тіла разом з кулею після удару. У результаті взаємодії тіла з кулею, він набув кінетичну енергію, яка після відхилення стрижня на кут α перейшла в потенціальну енергію:



$$\frac{(m + M) \cdot u^2}{2} = (M + m) \cdot g \cdot h \quad (2)$$

З (1) виразимо u : $u = \frac{mv}{(m + M)}$, або

$$u = \frac{mv}{1001 \cdot m} = \frac{v}{1001}. \quad \text{З (2) отримаємо}$$

$$\frac{u^2}{2} = g \cdot h. \quad \frac{v^2}{2 \cdot (1001)^2} = g \cdot h. \quad \text{Знайдемо } h: \quad BM = l \cdot \cos \alpha;$$

$$h = l - l \cdot \cos \alpha = l \cdot (1 - \cos \alpha). \quad \text{Тоді } v = 1001 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos \alpha)}.$$

$$v \approx 550 \text{ м/с}$$

На яку частину зменшиться вага тіла на екваторі унаслідок обертання Землі навколо осі?

Розв'язок

На екваторі на тіло діє сила тяжіння:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}, \quad (1)$$

(M – маса Землі; m – маса тіла; R – радіус Землі; G – гравітаційна постійна) та сила реакції опори, при цьому тіло бере участь у добовому обертанні Землі і рухається по колу радіусом R . Запишемо рівняння на підставі другого

закону Ньютона $F - N = m \omega^2 R$, де $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – кутова швидкість; T – період

обертання Землі навколо своєї осі ($T=86400$ с). Тоді $F - N = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$,

звідки:

$$N = F - m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R . \quad (2)$$

За третім законом Ньютона вага тіла на екваторі:

$$P_E = N . \quad (3)$$

Вага тіла, що покоїться, для будь-якої точки Землі чисельно рівний силі тяжіння:

$$P = mg . \quad (4)$$

Відносна зміна ваги тіла:

$$\delta = \frac{P - P_E}{P} . \quad (5)$$

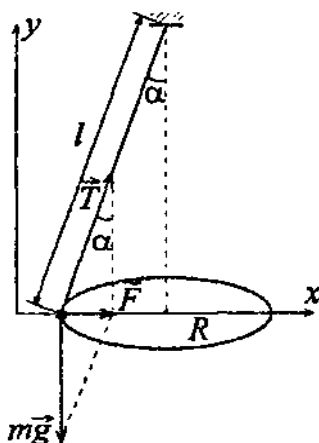
Вирішуючи спільно рівняння (1) – (3), отримаємо

$$P_E = G \frac{m \cdot M}{R^2} - \frac{4\pi^2 mR}{T^2} . \quad (6)$$

Підставляючи (4) і (6) в (5), отримаємо:

$$\delta = 1 - \frac{G \cdot M}{gR^2} - \frac{4\pi^2 R}{gT^2} . \quad (7)$$

Прийmemo прискорення вільного падіння $g=9,8$ м/с. Підставляючи числові дані в (7), отримаємо $\delta=0,34\%$.



Гирка масою $m=50$ г, прив'язана до нитки завдовжки $l=25$ см, описує в горизонтальній площині коло. Частота обертання гирки $n=2$ об/с. Знайти силу натягнення нитки T .

Розв'язок

У горизонтальній площині на гирку діє сила $F = T \cdot \sin \alpha$. Тоді за другим законом Ньютона $T \cdot \sin \alpha = ma_n$, де $\sin \alpha = \frac{R}{l}$. Враховуючи,

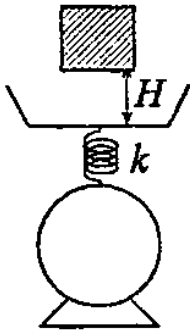
що $a_n = \omega^2 R = (2\pi \cdot n)^2 R$, запишемо $(2\pi \cdot n)^2 Rm = T \frac{R}{l}$, звідки

$$T = (2\pi \cdot n)^2 lm. T=1,96 \text{ Н.}$$

Груз масою $m=1$ кг падає на чашку вагів з висоти $H=10$ см. Які показання вагів F у момент удару, якщо після заспокоєння гойдань чашка вагів опускається на $h=0,5$ см?

Розв'язок

За законом збереження енергії у момент удару



$W_{n1} = W_{n2}$, де $W_{n1} = mgH$, а $W_{n2} = \frac{kx_1^2}{2}$. Звідси $mgH = \frac{kx_1^2}{2}$;

$x_1 = \sqrt{\frac{2mgH}{k}}$ – деформація пружини вагів у момент удару.

Після заспокоєння гойдань настає рівновага $mg = F_2$, де

$F_2 = kx_2$, за законом Гука, причому $x_2 = h$. Тоді $mg = kh$;

$k = \frac{mg}{h}$. Свідчення вагів у момент удару $F = mg + F_1$, де $F_1 = kx_1 = k \sqrt{\frac{2mgH}{k}}$

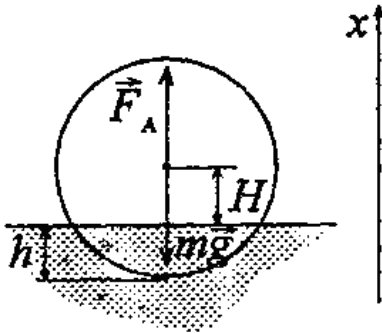
– за законом Гука $F = mg + k \sqrt{\frac{2mgH}{k}}$; $F = mg + \sqrt{2mgHk}$;

$F = mg + \sqrt{2mgH} \frac{mg}{h}$; $F = mg + mg \sqrt{\frac{2H}{h}}$; $F = mg \left(1 + \sqrt{\frac{2H}{h}} \right)$. Звідки

$$F = 72,5 \text{ Н.}$$

М'яч радіусом $R=10$ см плаває у воді так, що його центр мас знаходиться на $H=9$ см вище за поверхню води. Яку роботу необхідно виконати, щоб занурити м'яч у воду до діаметральної площини?

Розв'язок



М'яч плаває, якщо сила тяжіння, що діє на нього, врівноважується силою Архімеда, тобто $mg = F_A$, або:

$$mg = \rho_0 V_0 g . \quad (1)$$

V_0 – об'єм сегменту заввишки h , що знаходиться у воді в рівновазі, ρ_0 – щільність води, m – маса м'яча.

Очевидно, що $H + h = R$, тобто радіусу м'яча. Якщо тепер занурити м'яч у воду на глибину x , то сила Архімеда перевищить силу тяжіння, що діє на м'яч, і результуюча сила, що виштовхує м'яч з води, буде:

$$F_x = F'_A - mg . \quad (2)$$

Проти цієї сили F_x і повинна бути виконана робота. Сила Архімеда:

$$F'_A = \rho_0 V g , \quad (3)$$

де V – об'єм сегменту заввишки $h + x$. З (1)–(3) маємо $F_x = \rho_0 V g - \rho_0 V_0 g = \rho_0 g (V - V_0) = \rho_0 g V_x$, V_x – об'єм кульового шару висотою x . Кульовий сегмент заввишки x має об'єм кульового шару

$$V_x = V - V_0 = \frac{\pi(x+h)^2}{3}(3R - (x+h)) - \frac{\pi h^2}{3}(3R - h). \text{ Тоді:}$$

$$F_x = \rho_0 g V_x = \frac{\pi \rho_0 g}{3} (3R(x+h)^2 - (x+h)^3 - h^2(3R - h)). \quad (4)$$

Робота, яку необхідно виконати при зануренні м'яча до діаметральної площини, буде:

$$A = \int_0^H F_x dx . \quad (5)$$

Підставимо (4) в (5), проінтегруємо і врахуємо, що $H + h = R$, отримаємо, після підстановки даних завдання, $A=0,74$ Дж.

Знайти силу гравітаційної взаємодії F між двома протонами, що знаходяться на відстані $r = 10^{-6}$ м один від одного. Маса протона $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Розв'язок

Сила гравітаційної взаємодії виражається $F = G \frac{m^2}{r^2}$. Підставляючи числові дані, отримаємо: $F = 1,86 \cdot 10^{-11}$.

Порівняти прискорення вільного падіння у поверхні Місяця g_M з прискоренням вільного падіння у поверхні Землі g_3 .

Розв'язок

Відповідно до закону унесвітнього тяжіння, тіло масою m , що знаходиться у поверхні Землі, притягується нею з силою $P = G \frac{m \cdot M_3}{R_3^2}$, де

M_3 – маса Землі, R_3 – її радіус. З іншого боку, $P = mg$. Прирівнюючи ці величини, знайдемо, що $g_3 = G \frac{M_3}{R_3^2}$. Прискорення вільного падіння у

поверхні Місяця: $g_M = G \frac{M_M}{R_M^2}$, де M_M і R_M – маса і радіус Місяця. Звідси

$$\frac{g_M}{g_3} = \frac{M_M \cdot R_3^2}{R_M^2 \cdot M_3}, \quad g_M = 0,165 \cdot g_3.$$

Знайти лінійну швидкість v руху Землі по круговій орбіті.

Розв'язок

Лінійна швидкість руху по колу $v = \omega \cdot R$, де ω – частота обертання, R – відстань до Сонця. $\omega = \frac{2\pi}{T}$, де T – період обертання Землі навколо Сонця. Звідси $v = 30$ км/с.

На якій висоті до від поверхні Землі прискорення вільного падіння $g = 1 \frac{m}{c^2}$?

Розв'язок

У поверхні Землі на тіло масою m діє сила $P = mg = G \frac{m \cdot M}{R^2}$, де M та R – маса та радіус Землі, а на висоті h – $P_h = mg_h = G \frac{m \cdot M}{(R + h)^2}$. Тоді

$$\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R + h)^2}. \text{ Виразимо } h: (R + h)^2 = \frac{g \cdot R^2}{g_h}; h = \sqrt{\frac{g \cdot R^2}{g_h}} - R. \text{ Підставимо}$$

числові значення та отримаємо: $h = 13590$ км.

Задачі для самостійного розв'язування

1. З висоти $h=2$ м на сталюну плиту вільно падає кулька масою $m=200$ г і підстрибує на висоту $h_1=0,5$ м. Визначити імпульс p , одержаний кулькою при ударі.

2. При горизонтальному польоті зі швидкістю $v=250$ м/с снаряд масою $m=8$ кг розірвався на дві частини. Більша частина масою $m_1=6$ кг одержала швидкість $u_1=400$ м/с в напрямі польоту снаряда. Визначити модуль і напрям швидкості u_2 меншої частини снаряду.

3. З візка, що вільно рухається по горизонтальному шляху зі швидкістю $v_1=3$ м/с, в бік, протилежний руху візка, стрибає людина, після чого швидкість візка змінилась і стала рівною $u_1=4$ м/с. Визначити

горизонтальну складову швидкості u_{2x} стрибаючої людини відносно візка. Маса візка $m_1=210$ кг, маса людини $m_2=70$ кг.

4. Гармата, жорстко закріплена на залізничній платформі, виконує постріл уздовж полотна залізної дороги під кутом $\alpha=30^\circ$ до лінії горизонту. Визначити швидкість u_2 відкочування платформи, якщо снаряд вилітає з швидкістю $u_1=480$ м/с. Маса платформи з гарматою і снарядами $m_2=18$ т, маса снаряда $m_1=60$ кг.

5. Два однакових човни масами по $m=200$ кг кожен (разом з людиною і вантажами, що знаходяться в човні) рухаються паралельними курсами назустріч один одному з однаковими швидкостями $v=1$ м/с. Коли човни порівнялись, то з першого човна на другий і з другого на перший одночасно перекидають грузи масами по $m_1=20$ кг. Визначити швидкості u_1 і u_2 човнів після перекидання вантажів.

6. Визначити імпульс p , одержаний стінкою при ударі об неї кульки масою $m=300$ г, якщо кулька рухалась з швидкістю $v=8$ м/с під кутом $\alpha=60^\circ$ до площини стінки. Удар об стінку вважати пружним.

7. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки, оснащеної легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса людини $m_1=60$ кг, маса дошки $m_2=20$ кг. З якою швидкістю u (відносно підлоги) буде рухатися візок, якщо людина піде вздовж неї зі швидкістю (відносно дошки) $v=1$ м/с? Масою коліс знехтувати, тертя не враховувати.

8. Снаряд, що летів зі швидкістю $v=400$ м/с, розірвався на два уламки. Менший уламок, маса якого складає 40% від маси снаряду, полетів у зворотному напрямі зі швидкістю $u_1=150$ м/с. Визначити швидкість u_2 більшого уламка.

9. У підвішену на нитці довжиною $l=1,8$ м дерев'яну сферу масою $m_1=8$ кг влучає куля масою $m=4$ г, що летить горизонтально. З якою швидкістю летіла куля, якщо нитка з сферою і кулею, що в ній застрягла,

відхилилася від вертикалі на кут $\alpha=3^\circ$. Розміром сфери знехтувати. Удар кулі вважати прямим, центральним.

10. По невеликому шматку м'якого заліза, що лежить на наковальні масою $m_1=300$ кг, ударяє молот масою $m_2=8$ кг. Визначити ККД удару, якщо удар не пружний. Корисною вважати енергію, затрачену на деформацію шматка заліза.

11. Куля масою $m_1 = 1$ кг рухається зі швидкістю $v_1=4$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2= 2$ кг, що рухається назустріч йому зі швидкістю $v_2=3$ м/с. Які швидкості u_1 і u_2 куль після удару? Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

12. Куля масою $m_1=3$ кг рухається зі швидкістю $v_1=2$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2=5$ кг, що знаходиться в стані спокою. Яка робота буде здійснена при деформації куль? Удар вважати абсолютно не пружним, прямим, центральним.

13. Визначити ККД \square не пружного удару бойка масою $m_1=0,5$ т, падаючого на сваю масою $m_2=120$ кг. Корисною вважати енергію, затрачену на забивання сваї.

14. Куля масою $m_1=4$ кг рухається зі швидкістю $v_1=5$ м/с і зіштовхується з кулею масою $m_2=6$ кг, що рухається їй на зустріч зі швидкістю $v=2$ м/с. Визначити швидкості u_1 і u_2 куль після удару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

15. Вагон масою $m=35$ т рухається на упор зі швидкістю $v=0,2$ м/с. При повному гальмуванні вагону буферні пружини стискаються на $l=12$ см. Визначити максимальну силу F_{\max} стиску буферних пружин і тривалість Δt гальмування.

16. Куля масою $m_1 = 5$ кг рухається зі швидкістю $v_1 = 1$ м/с і зіштовхується з кулею, що знаходиться в стані спокою масою $m_2 = 2$ кг. Визначити швидкості u_1 і u_2 куль після удару. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

17. Човен довжиною $l=3$ м і масою $m = 120$ кг стоїть на спокійній воді. На носі і кормі знаходяться два рибалки масами $m_1=60$ кг і $m_2=90$ кг. На скільки зміститься човен щодо води, якщо рибакі поміняються місцями?

18. Пліт масою $m_1=150$ кг і довжиною $l=2$ м плаває на воді. На плоту знаходиться людина, маса якої $m_2=80$ кг. З якою найменшою швидкістю v і під яким кутом α до площини горизонту повинна стрибнути людина уздовж плоту, щоб потрапити на його протилежний край?

19. На кулю масою $m_1=5$ кг, що знаходиться в стані спокою, зі швидкістю $v_2=5$ м/с налітає куля масою $m_2=3$ кг. Напрямок руху другої кулі змінився на кут $\alpha=45^\circ$. Визначити швидкості u_1 і u_2 куль після удару, вважаючи його абсолютно пружними.

20. Атом розпадається на дві частини масами $m_1=1,6 \cdot 10^{-25}$ кг і $m_2=2,3 \cdot 10^{-25}$ кг. Визначити кінетичні енергії T_1 і T_2 частин атома, якщо їх загальна кінетична енергія $T=2,2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Кінетичною енергією і імпульсом атома до розпаду знехтувати.

21. На скільки зміститься щодо берега човен довжиною $l=3,5$ м і масою $m_1=200$ кг, якщо людина масою $m_2=80$ кг, що стоїть на кормі, переміститься на ніс човна? Вважати човен розміщеним перпендикулярно до берега.

22. Молот масою $m = 20$ кг, піднятий на висоту $h = 1,2$ м, вільно падає на ковадло. Знайти середню силу удару молота в ковадло, якщо удар не пружний, а тривалість удару $\Delta t = 0,005$ с?

23. З якою швидкістю v_1 повинна летіти куля масою $m_1 = 1$ кг, щоб після її удару об візок з піском, який стоїть на рейках, візок дістав швидкість $u = 2$ см/с? Маса візка $m_2 = 30$ кг, куля рухається паралельно до рейок, удар повністю не пружний.

24. Дві однакових платформи рухаються одна за одною (без тертя) з однією і тією ж швидкістю v_0 . На задній платформі знаходиться людина масою m . В певний момент людина перескочила на передню платформу зі

швидкістю u відносно своєї платформи. Знаючи, що маса кожної платформи дорівнює M , знайти швидкості, з якими будуть рухатись обидві платформи після стрибка людини.

25. На краю нерухомої платформи маси M знаходиться двоє людей, маса кожного з них дорівнює m . Нехтуючи тертям, знайти швидкість платформи після того, як обоє людей зіскочать з однією й тією ж горизонтальною швидкістю u відносно платформи: а) одночасно; б) один за одним.

26. На платформі встановлено безвідкатну гармату, з якої робиться постріл вздовж залізничного полотна під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту. Визначити початкову швидкість снаряду, якщо відомо, що після пострілу платформа відкотилась на відстань $S = 3$ м. Маса платформи з гарматою $M = 2 \cdot 10^4$ кг, маса снаряду $m = 10$ кг, коефіцієнт тертя кочення між колесами платформи і рейками $k = 0,002$.

27. Дві кулі масами $m_1 = 0,2$ кг і $m_2 = 0,8$ кг, підвішені на двох паралельних нитках довжиною $l = 2$ м, дотикаються одна до одної. Менша куля відводиться на кут $\alpha = 90^\circ$ від початкового положення і відпускається. Знайти швидкість куль після зіткнення, вважаючи удар абсолютно непружним. Яка частина механічної енергії піде на нагрівання куль?

28. Після вибуху гранати, що летіла зі швидкістю $v = 8$ м/с, утворились два осколки. Осколок, маса якого становила $0,3$ від маси гранати, продовжував рухатись у попередньому напрямку зі швидкістю $v_1 = 30$ м/с. Визначити швидкість другого осколка.

29. На підніжку вагонетки, що рухається прямолінійно зі швидкістю $v = 2$ м/с, стрибає людина масою $m = 60$ кг у напрямку, перпендикулярному до ходу вагонетки. Маса вагонетки $M = 240$ кг. Визначити швидкість вагонетки разом з людиною.

30. Два човни масою $M = 100$ кг кожен ідуть паралельним курсом назустріч один одному з однаковою швидкістю $v = 5$ м/с. Коли човни зустрічаються, з першого човна на другий перекидають вантаж масою $m = 25$ кг, а потім з другого човна в перший перекидають такий же вантаж. Визначити швидкості човнів.

31. Літак для зльоту повинен мати швидкість $v = 100$ м/с. Визначити час розбігу і прискорення, якщо довжина розбігу $S = 600$ м. Рух літака при цьому вважати рівноприскореним.

32. Автомобіль рухається зі швидкістю $v_1 = 25$ м/с. На шляху $S = 40$ м проводиться гальмування, після якого швидкість зменшилась до $v_2 = 15$ м/с. Вважаючи рух автомобіля рівносповільненим, знайти модуль прискорення і час гальмування.

33. Визначити час піднімання ліфта у висотному будинку, вважаючи його рух при розгоні і гальмуванні рівнозмінним з прискоренням $a = 1$ м/с², а на середній ділянці – рівномірним із швидкістю $v = 2$ м/с. Висота підйому $h = 60$ м. Визначити початкову швидкість тіла, кинутого вертикально вгору, якщо відмітку висоти $h = 60$ м воно проходило двічі з проміжком часу $\Delta t = 4$ с. Опір повітря не враховувати.

34. Тіло, кинуте вертикально вниз з початковою швидкістю $v_0 = 19,6$ м/с, за останню секунду пройшло $n = 1/4$ частину всього шляху. Визначити час падіння тіла і його кінцеву швидкість.

35. Визначити кутове прискорення маховика, частота обертання якого за час здійснення $N = 20$ повних обертів зросла рівномірно від $n_1 = 1$ об/с до $n_2 = 5$ об/с. Диск радіусом $r = 10$ см, що знаходився в стані спокою, почав обертатися з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 0,5$ рад/с. Знайти тангенціальне a , нормальне a_n і повне прискорення точок на ободі диска в кінці другої секунди після початку обертання.

36. Диск обертається з кутовим прискоренням $\omega = -2$ рад/с. Скільки обертів N зробить диск при зміні частоти обертання від $n_1 = 4$ с⁻¹ до $n_2 = 1,5$ с⁻¹. Знайти час t , протягом якого це станеться.

37. Колесо обертається з кутовим прискоренням $\omega = 2$ рад/с. Через час $t = 0,5$ с після початку руху повне прискорення точки, що знаходиться на ободі колеса $a = 13,6$ см/с². Знайти радіус R колеса.

38. Точка рухається по колу радіусом $R = 10$ см з постійним тангенціальним прискоренням $a = 5$ см/с. Через який час після початку руху нормальне прискорення точки буде дорівнювати тангенціальному?

39. Похила площина, що утворює кут $\alpha = 25^\circ$ з площиною горизонту, має довжину $l = 2$ м. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час $t = 2$ с. Визначити коефіцієнт тертя k тіла і площини.

40. Через нерухомий блок перекинута тонка нерозтяжна нитка, на кінцях якої підвішені два вантажі масами $m_1 = 200$ г і $m_2 = 300$ г. Який шлях пройде кожен з вантажів за 1 с? Вважати, що блок обертається без тертя. Масою блока знехтувати.

41. Щоб визначити коефіцієнт тертя k між дерев'яними поверхнями, брусок поклали на дошку і стали піднімати один кінець дошки доти, доки брусок не почав ковзати по дошці. Це сталося, коли кут нахилу дошки становив $\alpha = 14^\circ$. Чому дорівнює k ?

42. Аеростат масою $m = 250$ кг почав опускатись із прискоренням $a = 0,20$ м/с². Визначити масу баласту, яку потрібно скинути за борт, щоб аеростат одержав таке ж прискорення, спрямоване вгору. Опором повітря знехтувати.

43. В нижній точці мертвої петлі реактивний літак рухається зі швидкістю $v = 1200$ км/год. Визначити, якого перевантаження (відношення сили тиску на сидіння до сили тяжіння) зазнає пілот, якщо діаметр петлі 1 км.

44. Нерухомий блок підвішений до динамометра. Через блок перекинута невагомий шнур, на кінцях якого укріплені вантажі масами $m_1=2$ кг і $m_2=8$ кг. Яким буде показ динамометра при русі вантажів?

45. Дві гирі, які мають маси $m_1=3$ кг і $m_2=6,8$ кг, висять на кінцях нитки, перекинутаї через нерухомий блок. Легка гиря знаходиться на 2 м нижче від важкої. Гирі почали рухатись без початкової швидкості. Через який час вони будуть на однаковій висоті?

46. Кліть вагою $P = 3 \cdot 10^4$ Н піднімається з прискоренням $a = 0,49$ м/с. Визначити силу натягу канату, за допомогою якого піднімається кліть. Якою буде сила натягу канату за рівномірного руху кліті вгору і вниз?

47. Автомобіль, маса якого $m = 1000$ кг, рухається зі швидкістю $v_1 = 36$ км/год по опуклому мосту, радіус кривини якого $R = 50$ м. З якою силою тисне автомобіль на середину мосту? З якою найменшою швидкістю v_2 має рухатись автомобіль, щоб у верхній точці він зовсім не тиснув на міст?

48. Кулька масою $m = 20$ г прикріплена до кінця невагомого стрижня довжиною $l = 40$ см, який рівномірно обертається у вертикальній площині довкола іншого кінця, роблячи 10 обертів за секунду. Знайти силу натягу стрижня, коли кулька проходить верхню і нижню точку своєї траєкторії.

49. З похилої площини висотою $h=3$ м зісковзує без тертя тіло масою $m=0,5$ кг. Визначити зміну р імпульсу тіла.

50. Куля масою $m_1=2$ кг зіштовхується з кулею більшої маси, що знаходиться в стані спокою і при цьому втрачає 40% кінетичної енергії. Визначити масу m_2 більшої кулі. Удар вважати абсолютно пружним, прямим, центральним.

51. Частинка масою $m_1 = 4 \cdot 10^{-20}$ г зіштовхується з частинкою масою $m_2 = 10^{-19}$ г, що знаходиться в стані спокою. Вважати зіткнення абсолютно пружним, визначити максимальну відносну втрату енергії першої частки.

52. Визначити роботу розтягу двох з'єднаних послідовно пружин з жорсткостями $k_1=400$ Н/м і $k_2=250$ Н/м, якщо перша пружина при цьому розтягнулася на $l=2$ см.

53. З дула автоматичного пістолету вилетіла куля масою $m_1=10$ г зі швидкістю $v=300$ м/с. Затвор пістолету масою $m_2=200$ г притискається до дула пружиною, жорсткість якої $k=25$ кН/м. На яку відстань відійде затвор після пострілу? Вважати, що пістолет жорстко закріплений.

54. Пружина жорсткістю $k=500$ Н/м стиснута силою $F=100$ Н. Визначити роботу A зовнішньої сили, що додатково стискає цю пружину ще на $l=2$ см.

55. Дві пружини жорсткістю $k_1=0,5$ кН/м і $k_2=1$ кН/м з'єднані паралельно. Визначити потенційну енергію Π даної системи при абсолютній деформації $l=4$ см.

56. Яку треба виконати роботу A , щоб стиснути на $x=6$ см пружину жорсткістю $k=800$ Н/м, додатково стиснути на $x=8$ см?

57. Якщо на верхній кінець вертикально розміщеної спіральної пружини покласти вантаж, то пружина стиснеться на $l=3$ мм. На скільки стисне пружину той же вантаж, що впав на кінець пружини з висоти $h=8$ см?

58. З пружинного пістолету з пружиною жорсткістю $k=150$ Н/м був здійснений постріл кулею масою $m=8$ г. Визначити швидкість v кулі при її вильоті з пістолету, якщо пружина була стиснута на $x=4$ см.

59. Налетівши на пружинний буфер, вагон масою $m=16$ т, що рухався з швидкістю $v=0,6$ м/с, зупинився, стиснувши пружину на $l=8$ см. Знайти загальну жорсткість k пружини буферу.

Динаміка обертального руху

Момент сили:

$$\vec{M} = [\vec{F}, \vec{r}],$$

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

де ε – кутове прискорення.

Момент інерції матеріальної точки:

$$I = mr^2.$$

Момент інерції твердого тіла відносно до його осі обертання:

$$I = \int r^2 dm.$$

Момент інерції для тіл правильної геометричної форми:

а) однорідний циліндр (диск):

$$I = \frac{1}{2}mr^2;$$

б) однорідна куля:

$$I = \frac{2}{5}mr^2;$$

в) однорідний стрижень з віссю, що проходить через середину перпендикулярно до його довжини:

$$I = \frac{1}{12}ml^2.$$

Теорема Штейнера:

$$I = I_0 + md^2,$$

де d – відстань від осі до центра тяжіння.

Кінетична енергія тіла, що обертається:

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Приклади розв'язку задач

Знайти момент інерції J і момент імпульсу L земної кулі відносно осі обертання.

Розв'язок

Момент інерції кулі $J = \frac{2}{5}MR^2$, підставляючи значення маси і радіусу

Землі, отримаємо $J = 97,36 \cdot 10^{36}$ кг·м². Момент імпульсу $L = J \cdot \omega$, де $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

отже $L = \frac{2J\pi}{T}$. Період обертання Землі $T=24$ години. Підставляючи числові

дані, отримаємо $L = 7 \cdot 10^{33}$ кг·м²/с.

Маховик, момент інерції якого $J = 63,6$ кг·м² обертається з кутовою швидкістю $\omega=31,4$ рад/с. Знайти момент сил гальмування M , під дією якого маховик зупиняється через час $t=20$ с. Маховик вважати однорідним диском.

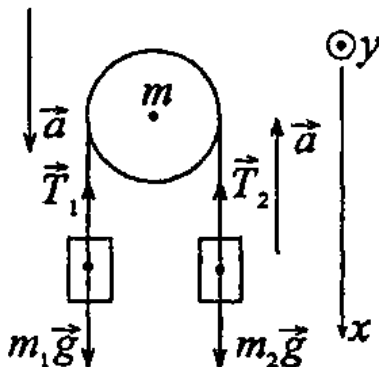
Розв'язок

Момент сил гальмування $M = J \cdot \varepsilon$, де ε – кутове прискорення, яке дорівнює $\varepsilon = \frac{\omega}{t}$, оскільки маховик обертається рівносповільнено. Тоді

$$M = \frac{\omega \cdot J}{t}; M \approx 100 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Дві гири з масами $m_1=2$ кг і $m_2=1$ кг зв'язані ниткою, перекинutoю через блок масою $m=1$ кг. Знайти прискорення a , з яким рухаються гири, і сили натягнення T_1 і T_2 ниток, до яких підвішені гири. Блок вважати однорідним диском. Тертям нехтувати.

Розв'язок



Запишемо у векторній формі рівняння поступального руху першої і другої гири:

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{T}_1; \quad m_2 \vec{a} = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 \quad \text{і рівняння}$$

обертального руху диска $J \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$, де M_1 – момент сили натягнення нитки T_1 , M_2 – момент сили натягнення нитки T_2 . Спроекуємо перші два рівняння на вісь x , а останнє на вісь y і додамо рівняння кінематичного зв'язку. Отримаємо систему 4 рівнянь:

$$m_1 a = m_1 g - T_1; \quad (1)$$

$$m_2 a = m_2 g - T_2; \quad (2)$$

$$J \varepsilon = RT_1 - RT_2; \quad (3)$$

$$a = \varepsilon R. \quad (4)$$

Підставимо (4) в (3):

$$J \frac{a}{R} = R(T_1 - T_2). \quad (5)$$

Віднімемо (2) з (1), підставимо в отриманий вираз (5) і знайдемо:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} = 2,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (6)$$

Підставляючи (6) в (1) і (2), отримаємо $T_1 = m_1(g - a)$; $T_1 = 14$ Н.
 $T_2 = m_2(g - a)$; $T_2 = 12,6$ Н.

Диск масою $m=2$ кг котиться без ковзання по горизонтальній площині із швидкістю $v=4$ м/с. Знайти кінетичну енергію W_k диска.

Розв'язок

У завданні розглядається так званий «плоский рух». Повна кінетична енергія диска складається з кінетичної енергії поступальної руху точки центру мас і кінетичної енергії обертання відносно осі, що проходить через

центр мас: $W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$. Оскільки $J = \frac{mR^2}{2}$ і $\omega = \frac{v}{R}$, де m – маса диска,

R – радіус диска, то $W_k = \frac{3mv^2}{4}$. $W_k = 24$ Дж.

Обруч та диск однакової маси $m_1 = m_2$ котяться без ковзання з однією і тією ж швидкістю v . Кінетична енергія обруча $W_{k1} = 40$ Н. Знайти кінетичну енергію W_{k2} диска.

Розв'язок

Припустимо $m_1 = m_2 = m$. Кінетична енергія обруча і диска складається з кінетичної енергії поступального руху і кінетичної енергії обертання:

$$W_{k1} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_1\omega_1^2}{2}, \quad (1)$$

$$W_{k2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J_2\omega_2^2}{2}. \quad (1)$$

Момент інерції обруча $J = mR_1^2$. Кутова швидкість $\omega_1 = \frac{v}{R_1}$. Момент

інерції диска $J = \frac{1}{2}mR_2^2$; частота $\omega_2 = \frac{v}{R_2}$. Проведемо наступні

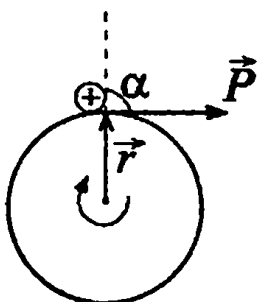
перетворення: $J_1\omega_1^2 = mR_1^2 \frac{v^2}{R_1^2} = mv^2$; $J_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}mR_2^2 \frac{v^2}{R_2^2} = \frac{1}{2}mv^2$. Тоді, з

урахуванням (1) та (2), можна записати $W_{k1} = mv^2$, $W_{k2} = \frac{3mv^2}{4}$ або

$$W_{k2} = \frac{3W_{k1}}{4}. \quad W_{k2} = 30 \text{ Дж.}$$

Кінетична енергія валу, що обертається з частотою $n=5$ об/с, $W_k = 60$ Дж. Знайти момент імпульсу L валу.

Розв'язок



Момент імпульсу – вектор, напрям якого визначається за правилом векторного добутку

$$\vec{L} = [\vec{R} \times \vec{p}], \text{ де } \vec{p} = m\vec{v}, \text{ а модуль рівний:}$$

$$L = R p \sin \alpha = m v R , \quad (1)$$

оскільки $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Кінетична енергія валу:

$$W_k = \frac{J \omega^2}{2}, \text{ де} \quad (2)$$

$$J = \frac{m R^2}{2}, \quad (3)$$

$$\omega = 2 \pi n . \quad (4)$$

Вирішуючи спільно рівняння (2)–(4) отримаємо: $W_k = m R^2 \pi^2 n^2$,

звідки:

$$m = \frac{W_k}{R^2 \pi^2 n^2}, \quad (5)$$

$$v = 2 \pi n R . \quad (6)$$

Підставивши (5) і (6) в (1), знайдемо $L = \frac{2 W_k}{\pi n}$; $L = 7,6 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.

Мідна куля радіусом $R=10$ см обертається з частотою $n=2$ об/с навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу A необхідно виконати, щоб збільшити кутову швидкість ω обертання кулі удвічі?

Розв'язок

Кінетична енергія обертання кулі $W_k = \frac{J \omega^2}{2}$, де момент інерції кулі

$J = \frac{2}{5} m R^2$. Робота зі збільшення кутової швидкості обертання кулі буде

дорівнювати приросту її кінетичної енергії. $A = W_{k2} - W_{k1}$, де $W_{k1} = \frac{J \omega_1^2}{2}$;

$W_{k2} = \frac{J \omega_2^2}{2} = \frac{4 J \omega_1^2}{2}$. Звідси:

$$A = \frac{4 J \omega_1^2 - J \omega_1^2}{2} = \frac{3}{2} J \omega_1^2 ; \quad (1)$$

$$\omega_1 = 2\pi n. \quad (2)$$

Маса кулі $m = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$, $\rho = 8,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, тоді

$$J = \frac{2}{5} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho R^2 = \frac{8}{15} \pi R^5 \rho. \quad (3)$$

Підставивши (2) і (3) в (1), отримаємо

$$A = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{15} \pi R^5 \rho 4\pi^2 n^2 = \frac{16}{15} \pi^3 R^5 \rho n^2; A=34,1 \text{ Дж.}$$

Колесо, обертаючись рівноповільнено, зменшило за час $t=1$ хв частоту обертання від $n_1=300$ об/хв до $n_2=180$ об/хв. Момент інерції колеса $J = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Знайти кутове прискорення ε колеса, момент сил гальмування M , роботу A сил гальмування і число обертів N , зроблених колесом за час $t=1$ хв.

Розв'язок

Перетворимо числові одиниці в систему СІ: $t=60$ с, $n_1=5$ об/с,

$n_2=3$ об/с. Оскільки обертання рівноповільнене, то число обертів

можна визначити так: $N = \frac{n_1 + n_2}{2} t$; $N = 240$ об. Кутове прискорення

$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{t}$. Маємо: $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1)$, таким чином,

$\varepsilon = \frac{2\pi(n_2 - n_1)}{t}$. Підставивши числові значення, отримаємо $\varepsilon = -0,21 \text{ рад/с}^2$.

Момент сил гальмування $M = J\varepsilon$; $M=0,42 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Робота сил гальмування

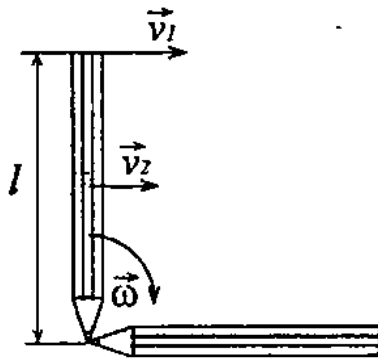
дорівнює приросту кінетичної енергії $-A = W_{k1} - W_{k2} = \frac{J\omega_1^2}{2} - \frac{J\omega_2^2}{2}$;

$A = \frac{J}{2}((2\pi n_1)^2 - (2\pi n_2)^2) = 2\pi^2 J(n_1^2 - n_2^2)$; $A=630 \text{ Дж}$.

Олівець завдовжки $l=15$ см, поставлений вертикально, падає на стіл. Яку кутову швидкість ω і лінійну швидкість v матиме в кінці падіння середина і верхній кінець олівця?

Розв'язок

Розглянемо рух центру мас олівця. У вертикальному положенні він має потенціальну енергію, яка при падінні переходить в кінетичну енергію обертання:



$$\frac{J\omega_1^2}{2} = mg \frac{l}{2}. \tag{1}$$

Момент інерції олівця відносно осі, що проходить через його кінець, знайдемо за

теоремою Штейнера:

$$J = \frac{1}{12} ml^2 + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} ml^2. \tag{2}$$

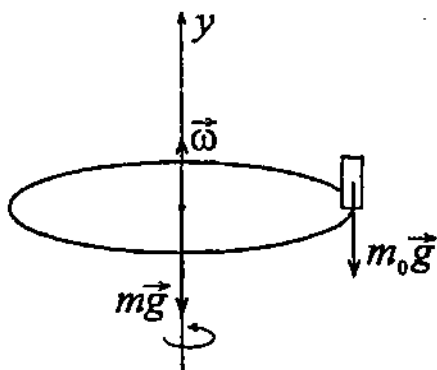
Підставивши (2) в (1), отримаємо $\frac{l\omega_1^2}{3} = g$, звідки $\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{l}}$;

$\omega_1 = 14 \text{ рад/с}$. Оскільки $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, а лінійна швидкість $v = \omega R$, то швидкість кінця олівця $v_1 = \omega \cdot l = 2,1 \text{ м/с}$. Швидкість середини

$$v_2 = \omega \cdot \frac{l}{2} = 1,05 \text{ м/с}.$$

Горизонтальна платформа масою $m=100 \text{ кг}$ обертається навколо вертикальної осі, що проходить через центр платформи, з частотою $n_1=10 \text{ об/хв}$. Людина масою $m_0=60 \text{ кг}$ стоїть при цьому на краю платформи. З якою частотою n_2 почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центру? Вважати платформу однорідним диском, а людину – точковою масою.

Розв'язок



Система «людина – платформа» замкнута в проекції на вісь y , оскільки моменти сил $M_{mg} = 0$ та $M_{m_0g} = 0$ в проекції

на цю вісь. Отже, можна скористатися законом збереження моменту імпульсу. У проекції на вісь у: $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$, де J_1 – момент інерції платформи з людиною, що стоїть на її краю, J_2 – момент інерції платформи з людиною, що стоїть в центрі, ω_1 та ω_2 – кутові швидкості платформи в обох випадках. Причому:

$$J_1 = \frac{mR^2}{2} + m_0R^2, \quad (1)$$

$$J_2 = \frac{mR^2}{2}, \quad (2)$$

де R – радіус платформи. Підставляючи (2) в (1) і враховуючи, що $\omega = 2\pi n$, де n – частота обертання платформи, отримаємо

$$\left(\frac{mR^2}{2} + m_0R^2\right)2\pi n_1 = 2\pi n_2 \frac{mR^2}{2}; \quad n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2m_0R^2}{mR^2} = n_1 \frac{m + 2m_0}{m};$$

$$n_2 = 22 \frac{\text{об}}{\text{хв.}}$$

Обруч діаметром $D=56,5$ см висить на цвяху, вбитому в стінку, і здійснює малі коливання в площині, паралельній стіні. Знайти період коливань T обруча.

Розв'язок

Центр мас знаходиться в центрі обруча, тоді період малих коливань

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mRg}} = 2\pi \sqrt{\frac{2J}{mDg}}, \quad \text{де } J = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2), \quad R_1 = R_2, \quad \text{таким чином,}$$

$$J = mR^2 = m \frac{D^2}{4}. \quad \text{Звідси } T = 2\pi \sqrt{\frac{2mD^2}{4mDg}} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{2g}}; \quad T=1,5 \text{ с.}$$

Задачі для самостійного розв'язування

1. Визначити швидкість поступального руху суцільного циліндра, що скотився з похилої площини висотою $h=20$ см.

2. Тонкостінний циліндр, маса якого $m=12$ кг, а діаметр основи $D=30$ см, обертається згідно з рівнянням $\varphi=A+Bt+Ct^3$, де $A=4$ рад; $B=-2$ рад/с;

$C=0,2 \text{ рад/с}^3$. Визначити діючий на циліндр момент сил M в момент часу $t=3 \text{ с}$.

3. На обід маховика діаметром $D=60 \text{ см}$ намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою $m=2 \text{ кг}$. Визначити момент інерції J маховика, якщо він, обертаючись рівноприскорено під дією сили ваги вантажу, за час $t=3 \text{ с}$ отримав кутову швидкість $\omega=9 \text{ рад/с}$.

4. Нитка з прив'язаними до її кінців тягарцями масою $m_1=50 \text{ г}$ і $m_2=60 \text{ г}$ перекинута через блок діаметром $D=4 \text{ см}$. Визначити момент інерції J блока, якщо під дією сили ваги важелів він отримав кутове прискорення $\varepsilon=1,5 \text{ рад/с}^2$.

5. Стержень обертається навколо осі, що проходить через його середину, згідно з рівнянням $\varphi=At+Bt^3$, де $A=2 \text{ рад/с}$; $B=0,2 \text{ рад/с}^3$. Визначити обертовий момент M , діючий на стержень через $t=2 \text{ с}$ після початку обертання, якщо момент інерції стержня $J=0,048 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

6. По горизонтальній плоскій поверхні котиться диск з швидкістю $v=8 \text{ м/с}$. Визначити коефіцієнт опору, якщо диск сам по собі зупинився, пройшовши шлях $s=18 \text{ м}$.

7. Визначити момент сили M , який необхідно прикласти до блока, що обертається з частотою $n=12 \text{ с}^{-1}$, щоб він зупинився протягом часу $\Delta t=8 \text{ с}$. Діаметр блока $D=30 \text{ см}$. Маса блока $m=6 \text{ кг}$ вважати рівномірно розподіленою по ободу.

8. Блок, що має форму диска масою $m=0,4 \text{ кг}$, обертається під дією сили натягу нитки, до кінців якої підвішені вантажі масами $m_1=0,3 \text{ кг}$ і $m_2=0,7 \text{ кг}$. Визначити сили T_1 і T_2 натягу нитки по обидва боки блока.

9. На краю платформи у вигляді диска, що обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою $n_1=8 \text{ хв}^{-1}$, стоїть людина масою $m_1=70 \text{ кг}$. Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатися з частотою $n_2=10 \text{ хв}^{-1}$. Визначити масу m_2 платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

10. На краї нерухомої лави Жуковського діаметром $D=0,8$ м і масою $m_1=6$ кг стоїть людина масою $m_2=60$ кг. З якою кутовою швидкістю ω почне обертатися лава, якщо людина спіймає м'яча масою $m=0,5$ кг, що летить до неї? Траєкторія м'яча горизонтальна і проходить на відстані $r=0,4$ м від осі лави. Швидкість м'яча $v=5$ м/с.

11. Людина стоїть на лаві Жуковського і держить в руках стержень вертикально вздовж осі обертання лави. Стержень служить віссю обертання колеса, розміщеного на верхньому кінці стержня. Лава нерухома, колесо обертається з частотою $n_1=15$ с⁻¹. З якою кутовою швидкістю ω_2 буде обертатися лава, якщо людина поверне стержень на кут $\varphi=180^\circ$ і колесо опиниться на нижньому кінці стержня? Сумарний момент інерції людини і лави $J=8$ кг·м², радіус колеса $R=25$ см. Маса $m=2,5$ кг колеса можна вважати рівномірно розподіленою по ободу. Вважати, що центр мас людини з колесом знаходиться на осі платформи.

12. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень вертикально по осі обертання лави. Лава з людиною обертається з кутовою швидкістю $\omega_1=4$ рад/с. З якою кутовою швидкістю ω_2 буде обертатися лава з людиною, якщо повернути стержень так, щоб він зайняв горизонтальне положення? Сумарний момент інерції людини і лави $J=5$ кг·м². Довжина стержня $l=1,8$ м, маса $m=6$ кг. Вважати, що центр мас стержня з людиною знаходиться на осі платформи.

13. Платформа у вигляді диска діаметром $D=3$ м і масою $m_1=180$ кг може обертатися навколо вертикальної осі. З якою кутовою швидкістю ω_1 буде обертатися ця платформа, якщо по її краю піде людина масою $m_2=70$ кг з швидкістю $v=1,8$ м/с відносно платформи?

14. Платформа, що має форму диска, може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина. На який кут φ повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи і, обійшовши її, повернеться у вихідну (на платформі) точку? Маса платформи

$m_1=280$ кг, маса людини $m_2=80$ кг. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

15. Кулька масою $m=60$ г, прив'язана до кінця нитки довжиною $l_1=1,2$ м, обертається з частотою $n_1=2$ с⁻¹, спираючись на горизонтальну площину. Нитка скорочується, наближаючи кульку до осі обертання до відстані $l_2=0,6$ м. З якою частотою n_2 буде при цьому обертатися кулька? Яку роботу A здійснює зовнішня сила, укорочуючи нитку? Тертям кульки об площину знехтувати.

16. По дотичній до шків маховика у вигляді диска діаметром $D=75$ см і масою $m=40$ кг прикладена сила $F=1$ кН. Визначити кутове прискорення α і частоту обертання n маховика через час $t=10$ с після початку дії сили, якщо радіус r шківів рівний 12 см. Силою тертя знехтувати.

17. Циліндр діаметром $D = 12$ см, що має масу $m = 3$ кг, лежить боковою поверхнею на горизонтальній площині. Визначити момент інерції циліндра відносно осі, що проходить по лінії контакту з площиною.

18. Обчислити момент інерції тонкого обруча радіусом $r = 0,5$ м і масою $m = 3$ кг відносно осі, що проходить через кінець діаметра перпендикулярно до площини обруча.

19. Визначити момент інерції суцільної кулі масою $m=10$ кг і радіусом $R = 0,1$ м, відносно осі, дотичної до кулі.

20. Визначити момент інерції Землі відносно осі обертання, вважаючи її кулею радіусом $R = 6400$ км і масою $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг.

21. До ободу однорідного суцільного диска радіусом $R = 0,5$ м прикладена постійна дотична сила $F = 100$ Н. При обертанні диска на нього діє момент сил тертя $M = 2$ Н·м. Визначити масу диска, якщо відомо, що його кутове прискорення постійне і дорівнює $\varepsilon = 12$ рад/с.

22. Махове колесо, момент інерції якого $J = 245$ кг/м², обертається з частотою $n = 20$ об/с. Після того, як на колесо перестав діяти обертовий момент сил, воно зупинилось, зробивши $N = 1000$ обертів. Знайти момент сил

тертя $M_{\text{тер}}$ і час гальмування t від припинення дії обертального моменту до зупинки колеса.

23. На вал масою $m_1 = 20$ кг намотана нитка, до кінця якої прив'язали вантаж масою $m_2 = 1$ кг. Визначити прискорення вантажу, що опускається під дією сили тяжіння. Масою нитки і тертям знехтувати.

24. Маховик, що являє собою диск масою $m = 10$ кг і радіусом $R = 10$ см, вільно обертається довкола осі, яка проходить через центр, з круговою частотою $\omega = 6$ рад/с. При гальмуванні маховик зупиняється через час $t = 5$ с. Визначити гальмівний момент.

25. Маховик масою $m_1 = 1$ кг укріплений на шківі радіусом $r = 5$ см і масою $m_2 = 200$ г, який приводиться в обертання з допомогою гирі, що опускається, масою $m_3 = 500$ г, прив'язаної до кінця намотаної на шків мотузки. Через який час швидкість маховика досягне $n = 5$ об/с? Вважати, що вся маса маховика розподілена по його ободу на відстані $R = 40$ см від осі обертання. Тертям і масою мотузки знехтувати.

26. На барабан радіусом $R = 10$ см намотана нитка, до кінця якої прив'язаний вантаж масою $m = 0,5$ кг. Знайти момент інерції барабана, якщо вантаж опускається з прискоренням $a = 1,0$ м/с².

27. Якою кінетичною енергією володіло тіло масою $m = 2$ кг, якщо воно піднялось по похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$ на висоту $h = 1$ м? Коефіцієнт тертя між тілом і похилою площиною $k = 0,1$.

28. На тонкій нитці підвішений пружинний пістолет так, що ствол розміщений горизонтально. На який кут відхилиться нитка після пострілу, якщо куля масою $m = 20$ г при вильоті зі ствола має швидкість $v = 10$ м/с? Маса пістолета $M = 200$ г.

29. Знайти роботу, яка виконується при підніманні вантажу масою $m = 10$ кг по похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 45^\circ$ на відстань $S = 2$ м, якщо час піднімання вантажу $t = 2$ с, а коефіцієнт тертя $k = 0,1$.

30. Парашутист масою $m = 70$ кг здійснює зтяжний стрибок і через час $t = 14$ с має швидкість $v = 60$ м/с. Вважаючи рух парашутиста рівноприскореним, знайти роботу по подоланню опору повітря.

31. Кулька для гри в настільний теніс радіусом $r = 15$ мм і масою $m = 5$ г занурена у воду на глибину $h = 30$ см. Коли кульку відпустили, вона вистрибнула з води на висоту $h_1 = 10$ см. Яка кількість тепла виділиться внаслідок тертя кульки і води?

32. Яку роботу потрібно здійснити, щоб маховик у вигляді диска масою $m = 100$ кг і радіусом $R = 0,4$ м, який знаходився у стані спокою, став обертатися з частотою $n = 20$ об/с ?

33. Обчислити кінетичну енергію диска масою $m = 2$ кг, що котиться без ковзання по горизонтальній поверхні зі швидкістю $v = 2$ м/с.

34. Куля котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Повна кінетична енергія кулі $T = 14$ Дж. Визначити кінетичну енергію T_1 поступального і T_2 обертового руху кулі.

35. Однорідний тонкий стрижень довжиною $l = 1$ м може вільно обертатися відносно горизонтальної осі, що проходить через його кінець. Стрижень відхилили на кут $\alpha = 60^\circ$ і відпустили. Визначити кутову швидкість ω і лінійну швидкість v нижнього кінця стрижня в момент проходження ним положення рівноваги.

36. Кінетична енергія маховика, що обертається, дорівнює $T = 1$ кДж. Під дією постійного гальмівного моменту маховик почав обертатись рівносповільнено і, зробивши $N = 80$ обертів, зупинився. Визначити момент сил тертя.

Молекулярно-кінетична теорія та термодинаміка

Рівняння Менделєєва–Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT .$$

Основне рівняння МКТ:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} .$$

Енергія теплового руху молекул:

$$W = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT .$$

Середньоквадратична швидкість:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3 RT}{\mu}} .$$

Середньоарифметична швидкість:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 RT}{\pi \mu}} .$$

Перший закон термодинаміки:

$$dQ = dW + dA .$$

Другий закон термодинаміки:

$$dS = \int \frac{dQ}{T} \geq 0 .$$

Приклади розв'язку задач

Яку температуру T має маса $m=2$ г азоту, що займає об'єм $V=820$ см³ при тиску $p=0,2$ МПа.

Розв'язок

Температуру азоту можна визначити з рівняння Менделєєва–Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

звідки температура азоту:

$$T = \frac{pV \mu}{mR}. \quad (2)$$

Молярна маса азоту $\mu = 0,028$ кг/моль. Підставляючи числові дані, отримаємо: $T = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 820 \cdot 10^{-6} \cdot 0,028}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 280$ К або $T = 7$ °С.

У скільки разів густина повітря ρ_1 , що заповнює приміщення взимку ($t_1=7^\circ\text{C}$), більше його густини ρ_2 влітку ($t_2=37^\circ\text{C}$). Тиск газу вважати постійним.

Розв'язок

Згідно рівнянню Менделєєва–Клапейрона для першого стану:

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{m}{\mu} R, \quad (1)$$

для другого стану:

$$\frac{pV_2}{T_2} = \frac{m}{\mu} R. \quad (2)$$

Розділивши (1) на (2), при $p = \text{const}$ маємо: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{m / V_2}{m / V_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$, звідки

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ де } T_1 = 280\text{К}, T_2 = 310 \text{ К. Тоді } \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1,1.$$

Масу $m=5$ г азоту, що знаходиться, в закритому сосуді об'ємом $V=4$ л при температурі $t=20$ °С, нагрівають до температури $t=40^\circ\text{C}$. Знайти тиск p_1 і p_2 газу до і після нагрівання.

Розв'язок

Згідно рівнянню Менделєєва–Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu}RT$. За умовою

$m = const$, тоді для першого стану $p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$, для другого стану

$p_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_2$, звідки $p_1 = \frac{mRT_1}{\mu V}$, $p_2 = \frac{mRT_2}{\mu V}$. Підставляючи числові дані,

отримаємо $p_1 = 108$ кПа; $p_2 = 116$ кПа.

Загальновідоме жартівливе питання: «Що важче: тонна свинцю або тонна пробки?» На скільки дійсна вага пробки, яка в повітрі важить 9,8 кН, більше дійсної ваги свинцю, який в повітрі важить також 9,8 кН? Температура повітря $t=17^\circ\text{C}$, тиск $p=100$ кПа.

Розв'язок

На тіла, що знаходяться в повітрі, діє виштовхуюча сила Архімеда $F_A = \rho gV$, де ρ – густина повітря, V – об'єм тіла. Тобто тіло втрачає у вазі стільки, скільки важить повітря в об'ємі даного тіла. Об'єм свинцю $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$.

Повітря в даному об'ємі важить m_1g . Відповідно до рівняння

Менделєєва–Клапейрона $p_1V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT$, звідки $m_1 = \frac{\mu pV_1}{RT}$. Тоді

$m_1g = \frac{\mu p m g}{RT} = \frac{\mu p m g}{\rho_1 RT}$. Об'єм пробки $V_2 = \frac{m}{\rho_2}$. Вага повітря в даному об'ємі

$m_2g = \frac{\mu p m g}{\rho_2 RT}$. Дійсна вага свинцю $P_1 = g(m + m_1)$, дійсна вага пробки

$P_2 = g(m + m_2)$. Тоді $\Delta P = g(m_2 - m_1) = \frac{\mu p m g}{RT} \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$; $\Delta P = 58,6$ Н.

Якою повинна бути вага p оболонки дитячої повітряної кульки, наповненої воднем, щоб результуюча підйомна сила кульки $F=0$, тобто щоб кулька знаходилася в зваженому стані? Повітря і водень знаходяться за нормальних умов. Тиск усередині кульки рівний зовнішньому тиску. Радіус кульки $r=12,5$ см.

Розв'язок

Результуюча підйомна сила $F = m_1 g - (m_2 g + P)$, де m_1 – маса повітря в об'ємі кульки, m_2 – маса водню в об'ємі кульки. Оскільки $F=0$, то $P = g(m_1 - m_2)$. З рівняння Менделєєва–Клапейрона знайдемо $m = \frac{\mu p V}{RT}$.

$$\text{Тоді } P = g \frac{pV}{RT} (\mu_1 - \mu_2) = \frac{4\pi r^2 p g}{3RT} (\mu_1 - \mu_2); P=96 \text{ мН.}$$

У закритій посудині об'ємом $V=1 \text{ м}^3$ знаходиться маса $m_1=1,6$ кг кисню і маса $m_2=0,9$ кг води. Знайти тиск p в посуді при температурі $t=500^\circ\text{C}$, знаючи, що при цій температурі вся вода перетворюється на пару.

Розв'язок

За законом Дальтона $p = p_1' + p_2'$, де, згідно з рівнянням Менделєєва–Клапейрона, $p_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V}$ – парціальний тиск кисню, $\mu_1=0,032$

кг/моль; $p_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V}$ – парціальний тиск водяної пари, $\mu_2=0,018$ кг/моль.

$$\text{Звідки } p = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right), p=640 \text{ кПа.}$$

У посуді об'ємом $V=0,5$ л знаходиться маса $m=1$ г пароподібного йоду (I_2). При температурі $t=1000^\circ\text{C}$ тиск в посуді $p=93,3$ кПа. Знайти ступінь

дисоціації α молекул йоду на атоми. Молярна маса молекул йоду $\mu=0,254$ кг/моль.

Розв'язок

Ступенем дисоціації α називають відношення числа молекул, що розпалися на атоми, до загального числа молекул газу, тобто ступінь дисоціації показує, яка частина молекул розпалася на атоми. В результаті дисоціації маємо $\nu_1 = \frac{2\alpha m}{\mu}$ атомарного йоду і $\nu_2 = \frac{(1-\alpha)m}{\mu}$ молекулярного йоду. Їх парціальний тиск:

$$p_1 = \frac{2\alpha mRT}{\mu V}, \quad (1)$$

$$p_2 = \frac{(1-\alpha)mRT}{\mu V}. \quad (2)$$

Згідно з законом Дальтона $p_c = p_1 + p_2$. Підставляючи (1) і (2), отримаємо $p_c = \frac{mRT}{\mu V}(1 + \alpha)$, звідки $\alpha = \frac{\mu p_c V}{mRT} - 1$; $\alpha=0,12$.

У посуді об'ємом $V=4$ л знаходиться маса $m=1$ г водню. Яке число молекул n містить одиниця об'єму посуду?

Розв'язок

Число молекул водню N , що міститься у посуді, можна знайти із співвідношення: $N = \frac{m}{\mu} N_A$. Тоді число молекул в одиниці об'єму $n = \frac{N}{V}$ або

$$n = \frac{mN_A}{\mu V}; \quad n = 7,5 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Яке число молекул N знаходиться в кімнаті об'ємом $V=80 \text{ м}^3$ при температурі $t=17 \text{ }^\circ\text{C}$ і тиску $p=100 \text{ кПа}$?

Розв'язок

Число молекул N , що знаходяться в кімнаті, можна знайти із співвідношення: $N = \frac{m}{\mu} N_A$. Згідно з рівнянням Менделєєва–Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ звідки } \frac{m}{\mu} = \frac{pV}{RT}. \text{ Тоді } N = \frac{pVN_A}{RT}; N = 2 \cdot 10^{27}.$$

Знайти середню квадратичну швидкість $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ молекул повітря при температурі $t=17^\circ\text{C}$. Молярна маса повітря $\mu=0,029$ кг/моль.

Розв'язок

Середня квадратична швидкість молекул $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$. Для молекул повітря $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 290}{0,029}} = 500$ м/с.

Середня квадратична швидкість молекул деякого газу $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 450$ м/с. Тиск газу $p=50$ кПа. Знайти густину ρ газу за цих умов.

Розв'язок

Тиск газу визначається основним рівнянням МКТ:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2}, \quad (1)$$

де n – число молекул в одиниці об'єму, m_0 – маса молекули. Крім того, n і m_0 зв'язані співвідношенням: $n = \frac{\rho}{m_0}$. Тоді рівняння (1) можна записати таким

чином: $p = \frac{\rho \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{3}$, звідки $\rho = \frac{3p}{\langle v_{\text{кв}} \rangle^2}$; $\rho=0,74$ кг/м³.

Знайти енергію $w_{\text{об}}$ обертального руху молекул, що містяться в масі $m=1$ кг азоту при температурі $t=7^\circ\text{C}$.

Розв'язок

Внутрішня енергія газу $w = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT$. Оскільки молекула азоту складається з двох атомів, то для неї кількість ступенів свободи обертального руху $i=2$. Тоді $w_{об} = \frac{m}{\mu} RT$; $w_{об} = 83$ кДж.

Знайти внутрішню енергію W двоатомного газу, що знаходиться в сосуді об'ємом $V=2$ л під тиском $p=150$ кПа.

Розв'язок

Згідно рівнянню стану ідеального газу:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

Внутрішня енергія газу $w = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT$, або з урахуванням (1): $w = \frac{i}{2} pV$.

Для двоатомного газу кількість ступенів свободи $i=5$, тоді $w = \frac{5}{2} pV$; $W=750$ Дж.

Енергія поступального руху молекул азоту, що знаходиться в балоні об'єм $V=20$ л – $W=5$ кДж, а середня квадратична швидкість його молекул $\langle v_{кв} \rangle = 2 \cdot 10^3$ м/с. Знайти масу m азоту в балоні і тиск p , під яким він знаходиться.

Розв'язок

Енергія поступального руху молекул азоту $w = \frac{m \langle v_{кв} \rangle^2}{2}$, звідки

$m = \frac{2W}{\langle v_{кв} \rangle^2}$; $m=2,5$ г. Згідно з основним рівнянням МКТ:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2}, \quad (1)$$

де n – число молекул в одиниці об'єму, m_0 – маса молекули. Очевидно, що добуток $n \cdot m_0 = \rho$ – густина азоту. Тоді $n \cdot m_0 \cdot V = \rho \cdot V = m$ – масі всього азоту, що знаходиться в балоні. Помноживши праву і ліву частини рівняння

(1) на V , отримаємо $pV = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} m \frac{\langle v_{ка} \rangle^2}{2}$. Але $\frac{m \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = W$, таким

чином $pV = \frac{2}{3} W$, звідки $p = \frac{2W}{3V}$; $p=167$ кПа.

Маса $m=1$ кг двоатомного газу знаходиться під тиском $p=80$ кПа і має густина $\rho=4$ кг/м³. Знайти енергію теплового руху W молекул газу за цих умов.

Розв'язок

Енергія теплового руху двоатомного газу $W = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} RT$. Згідно з рівнянням Менделєєва–Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$, тоді $W = \frac{5}{2} pV$. Оскільки

$V = \frac{m}{\rho}$, то остаточно маємо $W = \frac{5}{2} \frac{pm}{\rho}$; $W=50$ кДж.

Знайти питому теплоємність c кисню для: а) $V=\text{const}$; б) $p=\text{const}$.

Розв'язок

Молярна теплоємність C і питома теплоємність c зв'язані співвідношенням $C = \mu c$. Звідси $c = \frac{C}{\mu}$.

а) При $V=\text{const}$: $c_v = \frac{C_v}{\mu}$, де $C_v = \frac{i}{2} R$. Для кисню $i=5$, отже, $C_v = \frac{5}{2} R$.

Тоді питома теплоємність кисню при постійному об'ємі $c_v = \frac{5 R}{2 \mu}$;

$$c_v = 650 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}.$$

б) При $p=\text{const}$: $C_p = C_v + R = \frac{7}{2} R$. Звідси $c_p = \frac{7 R}{2 \mu}$;

$$c_p = 910 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}.$$

Маса $m=10$ г кисню знаходиться при тиску $p=0,3$ МПа і температурі $t=10^\circ\text{C}$. Після нагрівання при $p=\text{const}$ газ зайняв об'єм $V_2=10$ л. Знайти кількість теплоти отриману газом і енергію теплового руху молекул газу W до і після нагрівання.

Розв'язок

Енергія теплового руху молекул кисню до нагрівання:

$$W_1 = \frac{5 m R T_1}{2 \mu}, \quad (1)$$

після нагрівання:

$$W_2 = \frac{5 m R T_2}{2 \mu}. \quad (2)$$

При розширенні газу була здійснена робота:

$$\Delta A = p \Delta V = p(V_2 - V_1). \quad (3)$$

Кількість теплоти, отримана газом відповідно до першого закону термодинаміки:

$$\Delta Q = \Delta W + \Delta A. \quad (4)$$

Зміна внутрішньої енергії газу:

$$\Delta W = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} R (T_1 - T_2). \quad (5)$$

Невідомі V_1 і T_2 можна знайти з рівнянь початкового і кінцевого станів газу:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad (6)$$

$$pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2. \quad (7)$$

Із (6) $V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p}$. Із (7) $T_2 = \frac{pV_2 \mu}{mR}$. З рівняння (1) $w_1 = 1,8$ кДж.

Підставивши (7) в (2), отримаємо $w_2 = \frac{5}{2} pV_2$; $w_2 = 7,6$ кДж. З (4), з

урахуванням (3) і (6) $\Delta Q = (w_2 - w_1) + p \left(V_2 - \frac{mRT_1}{\mu p} \right)$; $\Delta Q = 7,9$ кДж.

У сосуді об'ємом $V=0,1$ м³ знаходиться азот при тиску $p=0,1$ МПа. Яку кількість теплоти Q необхідно передати азоту, щоб: а) при $p=\text{const}$ об'єм збільшився удвічі; б) при $V=\text{const}$ тиск збільшився удвічі?

Розв'язок

а) При $p=\text{const}$ кількість теплоти:

$$Q = \Delta W + A = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T. \quad (1)$$

Згідно з рівнянням Менделєєва–Клапейрона $pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$ і

$pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2$, звідки $p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T$ або $\frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{p \Delta V}{R}$. Тоді з (1) отримаємо

$$Q = \frac{C_p p \Delta V}{R} = 700 \text{ Дж.}$$

б) При $V=\text{const}$ маємо:

$$Q = \Delta W = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T. \quad (2)$$

Згідно з рівнянням Менделєєва–Клапейрона $p_1 V = \frac{m}{\mu} RT_1$ і

$p_2 V = \frac{m}{\mu} RT_2$, звідки $V \Delta p = \frac{m}{\mu} R \Delta T$ або $\frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{V \Delta p}{R}$. Тоді з (2) отримаємо

$$Q = \frac{C_v V \Delta p}{R} = 500 \text{ Дж.}$$

При якій температурі T середня квадратична швидкість молекул азоту більше їх найбільш вірогідної швидкості на $\Delta v = 50$ м/с?

Розв'язок

За визначенням найбільш вірогідної швидкості $v_g = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$, а

середня квадратична $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$. За умовами завдання

$\langle v_{кв} \rangle = v_g + \Delta v$, тоді $\Delta v = \langle v_{кв} \rangle - v_g = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} - \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} (\sqrt{3} - \sqrt{2})$. Звідси

$$\sqrt{\frac{RT}{\mu}} = \frac{\Delta v}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}; T = \frac{\mu (\Delta v)^2}{R (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}; T = 83,37 \text{ К.}$$

На якій висоті h тиск повітря складає 75% від тиску на рівні моря? Температуру повітря вважати постійною і рівною $t = 0$ °С.

Розв'язок

Закон убуття тиску газу з висотою в полі сили тяжіння дає барометрична формула: $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right)$, звідки $\frac{p}{p_0} = \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right)$.

Логарифмуючи обидві частини рівняння, отримаємо $\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{\mu gh}{RT}$, звідки

$$h = -\frac{RT \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)}{\mu g} = 2296 \text{ м.}$$

Знайти густину ρ повітря: а) у поверхні Землі; б) на висоті $h=4$ км від поверхні Землі. Температуру повітря вважати постійною і рівною $t=0$ °С. Тиск повітря у поверхні Землі $p_0=100$ кПа.

Розв'язок

а) З рівняння Менделєєва–Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$ густина буде

дорівнювати $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$. У поверхні Землі $p = p_0$, тоді

$$\rho_1 = \frac{p_0 \mu}{RT_1} = 1,278 \text{ кг/м}^3.$$

б) На висоті $h_2=4$ км густина повітря $\rho_2 = \frac{p_2 \mu}{RT_2}$. Для знаходження p_2

скористуємося барометричною формулою $p_2 = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT_2}\right)$. Тоді

$$\rho_2 = \frac{p_0 \mu}{RT_2} \exp\left(-\frac{\mu gh_2}{RT_2}\right) = 0,744 \text{ кг/м}^3.$$

Знайти середню довжину вільного пробігу λ молекул вуглекислого газу при температурі $t=100$ °С і тиску $p=13,3$ Па. Діаметр молекул вуглекислого газу $\sigma=0,32$ нм.

Розв'язок

Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$, де $\bar{z} = \sqrt{2} \sigma^2 v \pi n$ – середнє число зіткнень кожної молекули з іншими в одиницю часу. Концентрація молекул $n = \frac{p}{kT}$, тоді $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma^2 n \pi} = \frac{kT}{\sqrt{2} \sigma^2 p \pi}$;

$$\bar{\lambda} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{\sqrt{2} \cdot 0,32^2 \cdot 10^{-18} \cdot 13,3 \cdot 3,14} = 850 \text{ мкм.}$$

Знайти середнє число зіткнень \bar{z} в одиницю часу молекул вуглекислого газу при температурі $t=100 \text{ }^\circ\text{C}$, якщо середня довжина вільного пробігу $\bar{\lambda} = 870 \text{ мкм}$.

Розв'язок

Середня довжина вільного пробігу молекул $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$, де $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – середня арифметична швидкість молекул. Тоді $\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}} = \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}}{\bar{\lambda}} = 4,87 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$.

У сферичній колбі об'ємом $V=1\text{л}$ знаходиться азот. При якій густині ρ азоту середня довжина вільного пробігу молекул азоту більше розмірів сосуду?

Розв'язок

Оскільки колба сферична, то її об'єм $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{\pi D^3}{6}$. Звідси діаметр колби $D = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$. Середня довжина вільного пробігу молекул

$$\bar{\lambda} = \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2\rho \cdot N_A}. \text{ За умовою } \bar{\lambda} > D, \text{ таким чином } \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} < \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2\rho \cdot N_A}.$$

$$\text{Звідки густина повинна бути } \rho < \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi\sigma^2\rho \cdot N_A \cdot \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}}; \rho < 9,38 \cdot 10^{-7} \text{ кг/м}^3.$$

Знайти середнє число зіткнень \bar{z} в одиницю часу молекул деякого газу, якщо середня довжина вільного пробігу $\bar{\lambda} = 5$ мкм, а середня квадратична швидкість його молекул $\langle v_{кв} \rangle = 500$ м/с.

Розв'язок

Середня довжина вільного пробігу молекул $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}$. Тоді середнє число зіткнень в одиницю часу $\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}$. Оскільки середня квадратична швидкість

молекул $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{kT}{m}}$, то $\sqrt{\frac{kT}{m}} = \frac{\langle v_{кв} \rangle}{\sqrt{3}}$. Середня арифметична

швидкість молекул $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \langle v_{кв} \rangle$. Тоді $\bar{z} = \frac{\sqrt{\frac{8}{3\pi}} \langle v_{кв} \rangle}{\bar{\lambda}} = 9,21 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

Знайти коефіцієнт дифузії D водню за нормальних умов, якщо середня довжина вільного пробігу $\bar{\lambda} = 0,16$ мкм.

Розв'язок

За визначенням коефіцієнт дифузії $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$, де $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – середня арифметична швидкість молекул. Тоді коефіцієнт дифузії водню при

нормальних умовах $D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \bar{\lambda} = 9,06 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Знайти масу m азоту, що пройшов унаслідок дифузії через площадку $S=0,01 \text{ м}^2$ за час $t=10 \text{ с}$, якщо градієнт густини в напрямі, перпендикулярному до площадки майданчика, $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = 1,26 \text{ кг/м}^4$. Температура азоту $t=27 \text{ }^\circ\text{C}$.

Середня довжина вільного пробігу молекул азоту $\bar{\lambda} = 10 \text{ мкм}$.

Розв'язок

Згідно із законом Фіка $m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t$. Коефіцієнт дифузії

$$D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \bar{\lambda}. \text{ Маса азоту } m = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \bar{\lambda} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t = 19,9 \text{ г.}$$

Знайти діаметр σ молекули кисню, якщо при температурі $t=0 \text{ }^\circ\text{C}$ в'язкість кисню $\eta=18,8 \text{ мкПа/с}$.

Розв'язок

Динамічна в'язкість кисню визначається співвідношенням

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho, \quad (1)$$

де $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – середня арифметична швидкість молекул, $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma^2 p \pi}$ –

середня довжина вільного пробігу, $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$ – густина газу. Підставляючи

дані вирази в (1), отримаємо $\eta = \frac{2k}{3\pi\sigma^2} \sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}}$, звідки $\sigma = \sqrt{\frac{2k}{3\pi\eta}} \cdot \sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}} = 0,3 \text{ нм}$.

Знайти коефіцієнт дифузії D й і в'язкість η повітря при тиску $p=101,3 \text{ кПа}$ і температурі $t=10 \text{ }^\circ\text{C}$. Діаметр молекул повітря $\sigma=0,3 \text{ нм}$.

Розв'язок

Коефіцієнт дифузії $D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \frac{T}{\sqrt{2\pi\sigma^2\rho}}$; $D = 1,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Крім

того, коефіцієнт дифузії $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$, а коефіцієнт в'язкості $\eta = \frac{1}{3\rho} \bar{v} \bar{\lambda}$. Таким

чином, $\eta = \rho D$, де густину ρ можна виразити з рівняння

Менделєєва–Клапейрона $\rho V = \frac{m}{\mu} RT$, звідки $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$. Тоді

$$\eta = \frac{p\mu}{RT} D = 18,27 \text{ мкПа}\cdot\text{с}.$$

У сосуді об'ємом $V=2\text{л}$ знаходиться $N=4\cdot 10^{22}$ молекул двоатомного газу. Теплопровідність газу $K=14 \text{ мВт}/(\text{м}\cdot\text{К})$. Знайти коефіцієнт дифузії D газу.

Розв'язок

Коефіцієнт теплопровідності $K = c_v \rho \bar{v} \lambda / 3$, а коефіцієнт дифузії $D = \bar{v} \lambda / 3$, отже, коефіцієнти теплопровідності і дифузії зв'язані співвідношенням $K = c_v \rho D$. Теплоємність при постійному об'ємі $c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}$,

де $i=5$, оскільки газ двоатомний. Число частинок в одиниці об'єму $n = \frac{\rho}{\mu} N_A$,

а в об'ємі V — $N = nV = \frac{\rho V N_A}{\mu}$. Тоді $K = \frac{5}{2} \frac{R}{\mu} \frac{\mu N}{V N_A} D = \frac{5kND}{2V}$; звідки

$$D = \frac{2VK}{5kN} = 2,02 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Маса $m=6,5 \text{ г}$ водню, що знаходиться при температурі $t=27 \text{ }^\circ\text{C}$, розширюється удвічі при $p=\text{const}$ за рахунок притоку тепла ззовні. Знайти

роботу A розширення газу, зміну ΔW внутрішньої енергії газу і кількість теплоти Q , передану газу.

Розв'язок

Робота розширення газу $A = p \int_v^{2v} dV = p(2V - V) = pV$. Відповідно

рівнянню Менделєєва–Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} RT$, робота $A = \frac{m}{\mu} RT = 8,1$ Дж.

Зміна внутрішньої енергії $\Delta W = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT$, де $i=5$. Оскільки $p=\text{const}$, то

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, отже, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 2$. Звідси $T_2 = 2T_1$ і $\Delta T = T_2 - T_1 = 2T_1 - T_1 = T_1$. Тоді

$\Delta W = \frac{5}{2} \frac{m}{\mu} RT_1 = 20,25$ кДж. Згідно першому закону термодинаміки

$Q = \Delta W + A = 28,35$ кДж.

При ізобарному розширенні двоатомного газу була здійснена робота $A=156,8$ Дж. Яка кількість теплоти Q була передана газу?

Розв'язок

Кількість теплоти, передана газу, $dQ = C_p dT$, звідки:

$$Q = C_p \int_{T_1}^{T_2} dT = C_p (T_2 - T_1). \quad (1)$$

Елементарна робота, що здійснюється при розширенні газу $dA = p dV$,

тоді $A = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1)$. З рівняння Менделєєва–Клапейрона

$p \Delta V = \nu R \Delta T$, тоді:

$$A = \nu R (T_2 - T_1). \quad (2)$$

Вирішуючи спільно (1) і (2), отримаємо $Q = C_p \frac{A}{\nu R}$, де $C_p = \nu \frac{7}{2} R$,

звідки $Q = \frac{7}{2} A = 550$ Дж.

Об'єм $V_1=7,5$ л кисню адіабатично стискається до об'єму $V_2=1$ л, причому в кінці стиснення встановився тиск $p_2=1,6$ МПа. Під яким тиском p_2 знаходився газ до стиснення?

Розв'язок

Згідно рівнянню Пуассона $pV^\gamma = const$, де показник адіабати $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

для кисню $\gamma = 1,4$. Оскільки $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$, то $p_1 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = 95$ кПа.

Ідеальна теплова машина, що працює по циклу Карно, за цикл отримує від нагрівача кількість теплоти $Q_1=2,512$ кДж. Температура нагрівача $T_1=400$ К, температура холодильника $T_2=300$ К. Знайти роботу A , здійснювану машиною за один цикл, і кількість теплоти, що віддається холодильнику за один цикл.

Розв'язок

Робота, що здійснюється тепловою машиною, визначається за формулою $A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1$, де Q_1 кількість теплоти, отримана машиною від нагрівача; Q_2 кількість теплоти, що віддається холодильнику, η – коефіцієнт корисної дії машини, який дорівнює $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0,25$. Звідки $A=630$ Дж;

$Q_2 = Q_1 - A = 1,88$ кДж.

Ідеальна холодильна машина, що працює по зворотному циклу Карно, здійснює за один цикл роботу $A=37$ кДж. При цьому вона бере тепло від тіла з температурою $t_2= -10$ °С і передає тепло тілу з температурою $t_1= 17$ °С.

Знайти к. к. д. η циклу, кількість теплоти Q_2 , що відняте у холодного тіла за один цикл, і кількість теплоти Q_1 , передане гарячішому тілу за один цикл.

Розв'язок

Оскільки холодильна машина працює по зворотному циклу, то для переходу тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого необхідно, щоб зовнішні сили виконали позитивну роботу. Кількість теплоти Q_2 відняте у холодного тіла, разом з роботою зовнішніх сил A дорівнює кількості теплоти

Q_1 переданій більш нагрітому тілу, $Q_2 = Q_1 - A = \frac{A}{\eta} - A = \frac{1 - \eta}{\eta} A$. Оскільки

$$\eta = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} = 0,093, \text{ то } Q_2 = 360 \text{ кДж}; Q_1 = Q_2 + A = 379 \text{ кДж.}$$

Таким чином холодильна машина за кожен цикл передає гарячішому тілу кількість теплоти 397 кДж, з яких 37 кДж за рахунок механічної роботи, а 360 кДж від холодного тіла.

У циліндрах карбюраторного двигуна внутрішнього згорання газ стискається політропічного до $V_2 = V_1/6$. Початковий тиск $p_1 = 90$ кПа, початкова температура $t_1 = 127$ °С. Знайти тиск p_2 і температуру t_2 газу в циліндрах після стискання. Показник політропи $n = 1,3$.

Розв'язок

Рівняння політропічного процесу:

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \tag{1}$$

За умовою $V_2 = \frac{V_1}{6}$, таким чином, $p_1 V_1^n = p_2 \left(\frac{V_1}{6}\right)^n$, звідки

$p_2 = p_1 \cdot 6^n = 934$ кПа. З рівняння політропічного процесу:

$$T_1 V_1^{n-1} = T_2 V_2^{n-1} \text{ або } T_1 V_1^{n-1} = T_2 \left(\frac{V_1}{6}\right)^{n-1}. \tag{2}$$

Звідки: $T_2 = T_1 \cdot 6^{n-1} = 684,7$ К.

Знайти зміну ΔS ентропії при перетворенні маси $m=1$ г води ($t=0^\circ\text{C}$) в пару ($t_n=100^\circ\text{C}$).

Розв'язок

Загальна зміна ентропії ΔS складається із зміни ентропії ΔS_1 при нагріванні маси m води від температури T до температури T_n і зміни ентропії ΔS_2 при випаровуванні маси m води. $\Delta S_1 = mc \ln \frac{T_n}{T}$, де $c=4,19$ кД/(кг·К) –

питома теплоємність води. $\Delta S_2 = \frac{mr}{T_n}$, де $r=2,26$ МДж/кг – питома теплота

пароутворення. Тоді $\Delta S = m \left(c \ln \frac{T_n}{T} + \frac{r}{T_n} \right) = 7,4$ Дж/К.

Знайти зміну ΔS ентропії при плавленні маси $m=1$ кг льоду ($t=0^\circ\text{C}$).

Розв'язок

При плавленні маси m льоду при температурі T маємо $\Delta S = \frac{m \lambda}{T}$, де $\lambda=0,33$ МДж/кг – питома теплота плавлення. $\Delta S=1209$ Дж/К.

Масу $m=640$ г розплавленого свинцю при температурі плавлення $t_{пл}$ вилили на лід ($t=0^\circ\text{C}$). Знайти зміну ΔS ентропії при цьому процесі.

Розв'язок

Припустимо, що система «свинець-лід» замкнута, тобто втрат тепла в зовнішнє середовище не відбувається і вся пара, що утворилася, сконденсувалася і залишилася усередині системи у вигляді води. Тоді зміна ентропії системи ΔS складатиметься із зміни ентропії свинцю ΔS_1 при твердінні, зміни ентропії свинцю ΔS_2 при охолодженні до $t=0^\circ\text{C}$ і зміни ентропії льоду при розтаненні ΔS_3 . Тобто $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$. Завдання розглядаємо за умови, що кількість льоду достатня для підтримки

температури $t=0^{\circ}\text{C}$. Температура плавлення свинцю $T_1=600\text{ K}$, температура

льоду – $T_2=273\text{ K}$. Маємо $dS_1 = \frac{dQ_1}{T}$ або $\Delta S_1 = -\int_1^2 \frac{dQ_1}{T_1} = -\frac{m\lambda}{T_1}$, де

$\lambda=22,6\text{ кДж/кг}$ – питома теплота плавлення (кристалізації) свинцю.

$dS_2 = \frac{dQ_2}{T_2}$, звідки $\Delta S_2 = -\int_{T_1}^{T_2} \frac{mc_c dT}{T} = mc_c \ln \frac{T_2}{T_1}$, де $c_c=126\text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ – питома

теплоємність свинцю. $dS_3 = \frac{dQ_3}{T}$ або $\Delta S_3 = \frac{Q_3}{T_2}$. Відповідно до закону

збереження енергії $Q_3 = Q_1 + Q_2 = \lambda m + cm(T_1 - T_2)$, звідки

$\Delta S_3 = \frac{\lambda m + cm(T_1 - T_2)}{T_2}$. Отже, повна зміна ентропії системи

$\Delta S = -\frac{m\lambda}{T_1} + mc_c \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda m + cm(T_1 - T_2)}{T_2}$. Підставляючи в отриману формулу

числові дані, остаточно отримуємо $\Delta S=62,2\text{ Дж/К}$.

Маса $m=10\text{ г}$ кисню нагрівається від температури $t_1=50^{\circ}\text{C}$ до температури $t_2=150^{\circ}\text{C}$. Знайти зміну ΔS ентропії, якщо нагрівання відбувається ізохорично.

Розв'язок

а) При ізохоричному нагріванні $dQ = c_v mdT$, тоді зміна ентропії

$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = c_v m \int_1^2 \frac{dT}{T} = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1}$. Оскільки кисень – двоатомний газ, то

число мір свободи $i=5$ і зміна ентропії $\Delta S = \frac{7}{2} \frac{m}{\mu} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 1,75\text{ Дж/К}$.

Яку температуру T має маса $m=2\text{ г}$ азоту, що займає об'єм $V=820\text{ см}^3$ при тиску $p=0,2\text{ МПа}$? Газ розглядати як: а) ідеальний; б) реальний.

Розв'язок

а) Ідеальні гази підпорядковуються рівнянню Менделєєва–Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ звідки } T = \frac{\mu pV}{mR} = 280 \text{ К.}$$

б) Ідеальні гази підпорядковуються рівнянню Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT, \quad \text{таким чином температура}$$

$$T = \frac{\mu}{mR} \left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = 280 \text{ К. Таким чином при даному тиску газ}$$

поводиться як ідеальний.

Яку температуру T має маса $m=3,5$ г кисню, що займає об'єм $V=90$ см³ при тиску $p=2,8$ МПа? Газ розглядати як: а) ідеальний; б) реальний.

Розв'язок

Якщо розглядати кисень в даних умовах як ідеальний газ, то його стан

описується рівнянням Менделєєва–Клапейрона: $pV = \frac{m}{\mu} RT$, звідки

$$T = \frac{\mu pV}{mR} = 277 \text{ К.}$$

Якщо розглядати газ як реальний, то його стан описується рівнянням

Ван-дер-Ваальса $\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT$, таким чином температура

$$T = \frac{\mu}{mR} \left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = 285,7 \text{ К.}$$

Задачі для самостійного розв'язування

1. В ємності $V = 0,5$ л міститься газ за нормальних умов. Визначити число N молекул газу, що знаходяться в колбі.

2. В балоні ємністю $V = 5$ л міститься кисень масою $m = 20$ г. Визначити концентрацію n молекул у балоні.
3. Визначити кількість речовини водню, що знаходиться в балоні об'ємом $V = 3$ л, якщо концентрація молекул газу $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.
4. Визначити кількість речовини ν та число N молекул азоту масою $m = 0,2$ кг.
5. Який об'єм за нормальних умов має суміш 4 кг кисню та 2 кг азоту?
6. Визначити: 1) число N молекул води, що займають при температурі 4°C об'єм $V = 1 \text{ мм}^3$; 2) масу цих молекули води.
7. Одна третина молекул азоту масою $m = 10$ г розпалась на атоми. Визначити повне число N частинок, що міститься в такому газі.
8. В ємності об'ємом $V = 4$ л знаходиться водень масою $m = 1$ г. Яке число молекул n містить одиниця об'єму?
9. В ємності знаходиться суміш кисню та водню. Маса суміші $m = 3,6$ г. Маса кисню $0,6$ г. Визначити кількість речовини ν суміші, а також ν_1 та ν_2 кожного газу окремо.
10. Визначити кількість речовини ν і число N молекул кисню масою $m = 0,5$ кг.
11. Скільки атомів міститься в ртуті: 1) кількістю речовини $\nu = 0,2$ моль; 2) масою $m = 1$ г?
12. Вода при температурі $t = 4^\circ\text{C}$ займає об'єм $V = 1 \text{ см}^3$. Визначити кількість речовини ν і число N молекул води.
13. Знайти молярну масу M і масу m_m однієї молекули кухонної солі.
14. Визначити масу m_m однієї молекули вуглекислого газу.
15. Визначити концентрацію n молекул кисню, що знаходиться в посудині об'ємом $V = 2$ л. Кількість речовини ν кисню дорівнює $0,2$ молі.
16. Визначити кількість речовини ν водню, що заповнює посудину об'ємом $V = 3$ л, якщо концентрація молекул газу в посудині $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

17. У балоні об'ємом $V=3$ л міститься кисень масою $m=10$ г. Визначити концентрацію n молекул газу.

18. Балон об'ємом $V=20$ л заповнений азотом при температурі $T=400$ К. Коли частину газу використали, тиск в балоні понизився на $\Delta p=200$ кПа. Визначити масу m використаного азоту. Процес вважати ізотермічним.

19. В балоні об'ємом $V=15$ л знаходиться аргон під тиском $p_1=600$ кПа і температурі $T_1=300$ К. Коли із балона було взято деяку кількість газу, тиск в балоні понизився до $p_2=400$ кПа, а температура встановилася $T_2=260$ К. Визначити масу m аргону, взятого з балона.

20. Дві посудини однакового об'єму містять кисень. В одній посудині тиск $p_1=2$ МПа і температура $T_1=800$ К, в іншому $p_2=2,5$ МПа, $T_2=200$ К. Посудини з'єднали трубкою і охолодили кисень, що знаходився в них до температури $T=200$ К. Визначити тиск p , що установився в посудинах.

21. Обчислити густину ρ азоту, що знаходиться в балоні під тиском $p=2$ МПа і що має температуру $T=400$ К.

22. Визначити відносну молекулярну масу M_r газу, якщо при температурі $T=154$ К і тиску $p=2,8$ МПа він має густину $\rho=6,1$ кг/м³.

23. Знайти густину ρ азоту при температурі $T=400$ К і тиску $p=2$ МПа.

24. В посудині об'ємом $V=40$ л знаходиться кисень при температурі $T=300$ К. Коли частину газу використали, тиск в балоні понизився на $\Delta p=100$ кПа. Визначити масу m використаного кисню.

25. Визначити густину ρ водяної пари, що знаходиться під тиском $p=2,5$ кПа і що має температуру $T=250$ К.

26. Кількість речовини ν кисню дорівнює $0,5$ молів. Визначити внутрішню енергію U водню, а також середню кінетичну енергію $\langle E_k \rangle$ молекули цього газу при температурі $T=300$ К.

27. Один балон об'ємом $V_1=10$ л містить кисень під тиском $p_1=1,5$ МПа, інший балон об'ємом $V_2=22$ л містить азот під тиском $p_2=0,6$ МПа. Коли

балони з'єднали між собою, обидва газу змішалися, утворивши однорідну суміш (без зміни температури). Знайти парціальні тиски p_1 і p_2 обох газів в суміші і повний тиск p суміші.

28. Суміш водню і азоту загальною масою $m=290$ г при температурі $T=600$ К і тискові $p=2,46$ МПа займає об'єм $V=30$ л. Визначити масу m_1 водню і масу m_2 азоту.

29. В балоні об'ємом $V=22,4$ л знаходиться водень за нормальних умов. Після того як в балон було додатково введено деяка кількість гелію, тиск в балоні зріс до $p=0,25$ МПа, а температура не змінилася. Визначити масу m гелію, введеного в балон.

30. Суміш кисню і азоту знаходиться в судині під тиском $p=1,2$ МПа. Визначити парціальні тиски p_1 і p_2 газів, якщо масова частка λ кисню в суміш дорівнює 20%.

32. В посудині об'ємом $V=10$ л при температурі $T=450$ К знаходиться суміш азоту масою $m_1=5$ г і водню масою $m_2=2$ г. Визначити тиск p суміші.

33. Визначити сумарну кінетичну енергію E_k поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в посудині об'ємом $V=3$ л під тиском $p=540$ кПа.

34. Кількість речовини гелію $\nu=1,5$ моль, температура $T=120$ К. Визначити сумарну кінетичну енергію E_k поступального руху всіх молекул цього газу.

35. В балоні об'ємом $V = 20$ л знаходиться CO_2 масою $m = 500$ г під тиском $p = 1,3$ МПа. Визначити температуру газу.

36. Газ при температурі $T = 309$ К і тиску $p = 0,7$ МПа має густину $\rho=12$ кг/м³. Визначити відносну молярну масу газу M .

37. В балоні об'ємом $V = 25$ л знаходиться водень при температурі $T = 290$ К. Після того як частину водню використали, тиск в балоні знизився на $\Delta p=0,4$ МПа. Визначити масу m витраченого водню.

38. Яка температура T газу, який знаходиться під тиском $p = 0,5$ МПа, якщо в ємності об'ємом $V = 15$ л знаходиться $N = 1,8 \cdot 10^{24}$ молекул? Газ вважати ідеальним.

39. При якій абсолютній температурі середня кінетична енергія молекули одноатомного газу буде рівною $4,14 \cdot 10^{-21}$ Дж ?

40. Визначити кінетичну енергію теплового руху всіх молекул, що знаходяться в 1 кмоль водню при температурі $t = 18$ С .

41. Одноатомний газ за нормальних умов займає об'єм $V = 5$ л. Обчислити теплоємність C_V цього газу при постійному об'ємі.

42. При якому тиску p середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул азоту дорівнює 1м, якщо температура T газу дорівнює 700 К?

43. При адіабатному стисненні тиск повітря було збільшено від $p_1 = 50$ кПа до $p_2 = 0,5$ МПа. Після цього при незмінному об'ємі температура повітря була понижена до початкової. Визначити тиск p_3 газу в кінці процесу.

44. Кисень масою $m = 200$ г займає об'єм $V_1 = 100$ л і знаходиться під тиском $p_1 = 200$ кПа. При нагріванні газ розширився при постійному тиску до об'єму $V_2 = 300$ л, а після цього його тиск зріс до $p_3 = 500$ кПа при незмінному об'ємі. Знайти зміну внутрішньої енергії ΔU газу, виконану ним роботу A і передану газу теплоту Q . Побудувати графік процесу.

45. Об'єм водню при ізотермічному розширенні ($T = 300$ К) зріс в $n = 3$ рази. Визначити роботу A і теплоту Q , отриману ним при цьому. Маса m водню дорівнює 200 г.

46. Водень масою $m = 40$ г, що мав температуру $T = 300$ К, адіабатично розширився, збільшивши об'єм в $n_1 = 3$ рази. Після цього при ізотермічному стисненні об'єм газу зменшився в $n_2 = 2$ рази. Визначити повну роботу газу і кінцеву температуру T газу.

47. Азот масою $m = 0,1$ кг був ізобарно нагрітий від температури $T_1 = 200$ К до температури $T_2 = 400$ К. Визначити роботу A газу, одержану ним теплоту Q і зміна ΔU внутрішньої енергії азоту.

48. Кисень масою $m=250$ г, що мав температуру $T_1=200$ К був адіабатично стиснутий. При цьому була виконана робота $A=25$ кДж. Визначити кінцеву температуру T газу.

49. У скільки разів збільшиться об'єм водню, що містить кількість речовини $\nu =0,4$ молів при ізотермічному розширенні, якщо при цьому газ одержить теплоту $Q=800$ Дж? Температура водню $T=300$ К.

50. В балоні при температурі $T_1=145$ К і тиску $p_1=2$ МПа знаходиться кисень. Визначити температуру T_2 і тиск p_2 кисню після того, як із балона буде дуже швидко випущена половина газу.

51. Знайти роботу A_2 ізотермічного стиснення газу, здійснюючого цикл Карно, к.к.д. якого $\eta=0,4$, якщо робота ізотермічного розширення дорівнює $A_1=8$ Дж.

52. Газ, здійснюючий цикл Карно, передав теплоприймачу теплоту $Q_2=14$ кДж. Визначити температуру T_1 теплодавача, якщо при температурі теплоприймача $T_2=280$ К робота циклу $A=6$ кДж.

53. Газ, являючись робочою речовиною в циклі Карно, одержав від теплодавача теплоту $Q_1=4,38$ кДж і вчинив роботу $A=2,4$ кДж.

54. Визначити температуру теплодавача, якщо температура теплоприймача $T_2=273$ К.

55. Газ, здійснюючий цикл Карно, віддав теплоприймачу 67% теплоти, одержаної від теплодавача. Визначити температуру T_2 теплоприймача, якщо температура теплодавача $T_1=430$ К.

56. У скільки разів збільшиться коефіцієнт корисної дії η циклу Карно при підвищенні температури теплодавача від $T_1=380$ К до $T_1=560$ К? Температура теплоприймача $T_2=280$ К.

57. Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно. Температура T_1 теплодавача дорівнює 500 К, температура теплоприймача $T_2=250$ К. Визначити термічний к.к.д. η циклу, а також роботу A_1 робочої речовини при

ізотермічному розширенні, якщо при ізотермічному стискуванні виконана робота $A_2=70$ Дж.

58. Газ, здійснюючий цикл Карно, одержує теплоту $Q_1=84$ кДж. Визначити роботу A газу, якщо температура T_1 з теплодавача в три рази вище температури T_2 теплоприймача.

59. В циклі Карно газ одержав від теплодавача теплоту $Q_1=500$ Дж і виконав роботу $A=100$ Дж. Температура теплодавача $T_1=400$ К. Визначити температуру T_2 теплоприймача.

60. Азот нагрівали при постійному тиску, причому йому було передано кількість теплоти $Q = 21$ кДж. Визначити роботу A , яку виконав при цьому газ, та зміну його внутрішньої енергії ΔU .

61. Азот масою $m = 200$ г розширюється ізотермічно при температурі $T = 280$ К, причому об'єм газу збільшується у два рази. Знайти: 1) зміну внутрішньої енергії газу ΔU ; 2) виконану газом роботу A ; 3) кількість теплоти Q , отриману газом.

62. При ізотермічному розширенні кисню, кількість речовини якого $\nu= 1$ моль, а температура $T = 300$ К, було передано кількість теплоти $Q = 2$ кДж. У скільки разів збільшився об'єм газу?

63. При розширенні водень виконав роботу $A = 6$ кДж. Визначити кількість теплоти Q , що передана газу, якщо процес проходив: 1) ізобарно; 2) ізотермічно.

Навчальне електронне видання
комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимах

ФІЗИКА.

Частина 1. Механіка, молекулярна фізика та термодинаміка

Методичні вказівки до практичних занять для студентів напряму підготовки
6.030510 «Товарознавство і торговельне підприємництво»

Укладачі:

БОРОНЦОВА Жанна Вадимівна,
ШТВАН Єгор Олексійович

Відповідальний за випуск зав. кафедри М. І. Погожих
Техн. редактор Л. Ю. Кротченко

План 2015 р., поз. 56/_____

Підп. до друку 21.12.2015р. Один електронний оптичний диск (CD-ROM);
супровідна документація. Об'єм даних 2 Мб. Тираж прим.

Видавець і виготівник

Харківський державний університет харчування та торгівлі
вул. Клочківська, 333, Харків, 61051.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4417 від 10.10.2012 р.