

ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ХАРЧУВАННЯ ТА ТОРГІВЛІ

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕФЛЕКТОРІВ
ІНФРАЧЕРВОНИХ АПАРАТІВ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ**

Монографія

Харків
2018

УДК 004.925.8:621.365.46

ББК 32.973-018+31.3

Т 60

Автори:

д-р техн. наук, проф. Ю. М. Тормосов,

канд. техн. наук, доц. С. Ю. Саєнко

Рецензенти:

Куценко Л. М., професор кафедри інженерної і аварійно-рятувальної техніки
Університету цивільного захисту України, доктор технічних наук, професор;
Черніков О. В., завідувач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки
Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, доктор
технічних наук, професор.

Рекомендовано до видання вченою радою ХДУХТ,
протокол № _____ від _____ р.

Геометричне моделювання рефлекторів інфрачервоних
Т 60 апаратів харчової промисловості [Текст] : монографія /
Ю. М. Тормосов, С. Ю. Саєнко; Харківський держ. ун-т харч. та
торгівлі. – Х., 2018. – 123 с.

ISBN 978-966-405-217-4

Роботу присвячено питанням геометричного моделювання
теплопередачі випромінюванням в інфрачервоних установках при тепловій
обробці харчових продуктів. Розроблено способи геометричного керування
величиною прямого та відбитого теплових потоків відповідно до умов
технологічного процесу. В

ведено поняття керуючої розподілом відбитих променів функції, за
допомогою якої розв'язується проблема формування пучка променів із
наперед заданими властивостями. Досліджено закономірності моделювання ІЧ-
випромінювання в поглинаючих газових середовищах.

Для студентів, аспірантів та фахівців з прикладної геометрії та
інженерної графіки.

УДК 004.925.8:621.365.46

ББК 32.973-018+31.3

Т 60

© Тормосов Ю. М.,
Саєнко С. Ю., 2018

© Харківський державний
університет харчування
та торгівлі, 2018

ISBN 978-966-405-217-4

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ	8
1.1. Технологічна сутність та теоретичні основи процесу теплової обробки харчових продуктів ІЧ-випромінюванням.....	8
1.2. Напрямки вирішення проблеми енерго- та ресурсозбереження під час теплової обробки харчових продуктів.....	15
1.3. Геометрична оптимізація променевого теплообміну	18
Висновки до розділу 1	20
РОЗДІЛ 2. ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОКУСУЮЧИХ СИСТЕМ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЮТЬ ЗАДАНИЙ РОЗПОДІЛ ТЕПЛОТИ НА РОБОЧИХ ПОВЕРХНЯХ.....	23
2.1 Геометричне обґрунтування типів конструктивних форм теплотехнічних систем, які припустимо розраховувати в плоскій постановці.....	25
2.1.1. Опромінювання площини нескінченним прямолінійним випромінювачем (просторова задача).....	26
2.1.2. Фокусуючі системи: формування пучка променів із заданими властивостями	37
2.1.3. Опис керуючої розподілом відбитих променів функції (керуючої РВП- функції)	39
2.1.4. Фокусуючі системи: формування пучка променів із заданими властивостями	40
2.1.5. Застосування метода до моделювання відбиттів у робочій камері ІЧ- установки.....	43
2.2. Геометричні аспекти моделювання відбивальних систем, що забезпечують заданий розподіл теплоти на робочих поверхнях.....	47
2.2.1. Щільність безпосереднього опромінювання робочої поверхні циліндричної форми.....	47
2.2.2. Геометрія розповсюдження віддзеркалених від рефлектора теплових променів та диференціальна залежність між чинниками, що впливають на їхній рух.....	51
2.2.3. Переведення основних функцій до безрозмірного вигляду та встановлення залежностей між змінними φ та ξ	55
2.3. Алгоритм розв'язання задачі про визначення форми перерізу циліндричного рефлектора.....	62

2.4. Про побудову числового розв'язку та точність кінцевих результатів.....	63
Висновки другого розділу 2.....	64
РОЗДІЛ 3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ ЩІЛЬНОСТІ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ	66
3.1 Розрахунок теплового потоку випромінювання від точкового джерела електронагрівника.....	66
3.2 Визначення щільності теплового потоку від циліндричної поверхні скінченних розмірів	68
3.3. Моделювання розповсюдження теплових променів у ІЧ-апаратах харчової промисловості засобами TRACEPRO.....	73
3.4. Експериментальний стенд для визначення променевого потоку.	87
3.5. Оптичний метод визначення теплового потоку.	90
3.6. Експериментальне підтвердження отриманих результатів.	97
Висновки до розділу 3.....	99
РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ ВТРАТ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ У АПАРАТАХ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ	100
4.1. Визначення форми перерізу відбивача теплотехнічної установки з урахуванням втрат частини енергії на випромінювання в довкілля.	100
4.2 Геометричне моделювання процесу променевої теплопередачі в поглинаючих газових середовищах.....	103
4.2.1. Теоретичні передумови впливу складу газового середовища на теплотехнічні показники променевої теплопередачі	103
4.2.2. Обґрунтування застосування закону Бугера для розбіжного світлового пучка.....	106
4.2.3. Застосування закону Бугера для сферичної хвилі.	108
4.2.4. Дослідження впливу відносної вологості пароповітряного середовища на розподіл щільності теплового потоку в робочій камері ІЧ- установки.	111
4.2.5. Експериментальна установка та методика дослідження показників теплотехнічного стану газових середовищ і харчових продуктів та відносної вологості пароповітряного середовища	115
Висновки до розділу 4.....	117
СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....	118

ВСТУП

В умовах сьогодення нестача енергоресурсів є однією з найважливіших проблем економічного життя багатьох країн, у тому числі, і розвинених. Світова тенденція енергоспоживання свідчить про істотне підвищення енерговитрат при виробництві товарів і послуг та безперервне зростання вартості енергії. Дуже гострою енергетична проблема є для України, оскільки вона лише частково самостійно задовольняє свої потреби в енергетичних ресурсах.

Відповідно, одним з напрямів оздоровлення державної економіки повинно стати проведення ефективної енерго- та ресурсозберігаючої політики. Тобто, за умов енергетичного дефіциту єдиною істотною альтернативою зростаючій потребі в енергії може бути тільки енергозбереження. Враховуючи це, нагального розв'язання потребують проблеми створення й широкомасштабного впровадження сучасних малоенергоємних процесів, які мають забезпечити скорочення витрат енергії в сполученні зі збереженням сировини та інших ресурсів.

Особливої актуальності вказані проблеми набувають для галузі харчових виробництв. Виробництво продуктів харчування характеризується низькою ефективністю використання енергії поряд зі значними втратами сировини. Ступінь енерго- та ресурсозбереження є важливим показником оцінки роботи обладнання, що вбирає у себе частку енергетичного продукту суспільства та подає його у вигляді виготовлених виробів. У зв'язку з цим, перспективним напрямком подальшого розвитку галузі харчових виробництв є підвищення її технічного рівня шляхом удосконалення існуючого та впровадження нового прогресивного обладнання, використання якого дозволяє зменшити витрати енергетичних та матеріальних ресурсів, що має сприяти покращенню господарчої діяльності підприємств харчової промисловості.

Розробка та впровадження принципово нових видів обладнання та прогресивних технологій безпосередньо пов'язані з дослідженнями закономірностей технологічних процесів, що відбуваються в апаратах, призначених для переробки сировини та виробництва харчових продуктів.

У технологічному процесі приготування та переробки харчових продуктів основне місце займає їх теплова обробка, яка супроводжується значними витратами енергії та сировини. У зв'язку з цим, набуває особливої значущості актуальна науково-прикладна проблема зниження витрат енергетичних та матеріальних ресурсів під

час приготування харчових виробів. Розв'язання цієї проблеми має ґрунтуватися на розробці високоефективного прогресивного обладнання для теплової обробки харчових продуктів, яке дозволило б більш раціонально використовувати теплову енергію та підвищити якість кулінарних виробів. При цьому дуже важливим є забезпечення рівномірності температурного поля в об'ємі нагрівальної камери, що дозволяє здійснити рівномірність нагрівання виробу по всій його поверхні.

Серед електрофізичних способів теплової обробки харчових продуктів переважає метод термообробки інфрачервоним (ІЧ) випромінюванням, який відбувається в ІЧ-установках.

Сутність методу полягає в інтенсивному поглинанні променистої енергії у певному діапазоні довжин хвиль вільною водою, що міститься у пористій структурі більшості продуктів. Максимальна температура продукту досягається на певній глибині, яка залежить від його структури, вологовмісту та довжини хвилі випромінювання. При цьому утворюються високі концентрації теплової енергії у поверхневих шарах продукту, що призводить до зміни його властивостей, посилення поглинання ІЧ-випромінювання та інтенсифікації нагрівання.

Широке застосування методу теплової обробки харчових продуктів ІЧ-випромінюванням викликано певними його перевагами. Це скорочення часу теплової обробки на 40-60% у порівнянні, наприклад, із жарінням у фритюрі, зменшення енерговитрат (на 20-60%), що є дуже важливим у сьогоdnішніх умовах гострої енергетичної кризи в Україні, висока якість готових виробів. Якість продукту підвищується за рахунок збільшення виходу готової продукції (в середньому на 10-15%), більш повного збереження харчових речовин (завдяки прискоренню перебігу небажаних фізико-хімічних змін - втрати водорозчинних білків, вітамінів, мінеральних речовин, окислення жиру тощо) та поліпшення органолептичних показників. Термообробка в ІЧ - установках забезпечує значну економію енергоресурсів, але нерівномірність теплового потоку, який утворюється у робочій камері, призводить до погіршення якості продукту. При високій густині ІЧ- випромінювання можуть відбутися небажані ефекти - перегрів поверхні продукту, поява «опіків» тощо. Для отримання високоякісної продукції потрібно мати змогу забезпечувати рівномірність нагрівання продукту, що пов'язане зі створенням необхідних умов ІЧ-випромінювання. Складність регулювання інтенсивності теплового потоку є одним із основних

недоліків способу теплової обробки продуктів в існуючих ІЧ-апаратах харчової промисловості.

Таким чином, актуальною є проблема проектування ІЧ-апаратів харчової промисловості, які б могли забезпечити ефективність технологічного процесу, мінімізацію енерговитрат та можливість управління інтенсивністю теплового потоку. Аналіз літературних джерел із досліджень процесу теплообміну випромінюванням та проектування ІЧ-установок харчових виробництв показав необхідність розробки нових підходів до модернізації існуючого та створення сучасного прогресивного обладнання з метою удосконалення його режимних та конструктивних параметрів, за цілковитої відповідності до вимог технологічного процесу.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ

1.1. Технологічна сутність та теоретичні основи процесу теплової обробки харчових продуктів ІЧ-випромінюванням

Теплова обробка є одним з важливих прийомів у технологічному процесі виробництва кулінарних виробів. Нагрівання продукту викликає зміни його фізико-хімічних, структурно-механічних, органолептичних та інших властивостей. Ці зміни в сукупності обумовлюють смак, запах, колір та консистенцію, які характеризують ступінь кулінарної готовності харчового продукту [33].

При розгляді питань, пов'язаних з тепловою обробкою сировини та тепловими технологічними процесами готування кулінарних виробів, потрібно насамперед враховувати умови і режими їхнього проведення. При зайвому тепловому впливі продукт може втратити харчову цінність. Недостатній термічний вплив також може бути причиною небажаних наслідків – неповної кулінарної готовності продукту і збереження в ньому шкідливих мікроорганізмів. Найважливішими параметрами, що обумовлюють кулінарну готовність продукту, є температура і час витримки продукту при цій температурі. Співвідношення між цими параметрами має бути оптимальним. Умови та режими проведення технологічних процесів повинні сприяти одержанню виробу найвищої якості з максимально збереженими харчовими речовинами, без непередбачених втрат сировини і при мінімальних трудових та енергетичних витратах.

Забезпечити необхідні режими та умови проведення технологічних процесів можливо при застосуванні електрофізичних способів теплової обробки, серед яких переважним є метод термообробки ІЧ-випромінюванням. ІЧ-випромінювання застосовується в харчовій промисловості для інтенсифікації процесів випікання, сушіння, жаріння й ін. [57].

Широке використання методу теплової обробки ІЧ-випромінюванням викликане явними його перевагами. Однією з головних переваг є скорочення тривалості термообробки, що веде до зменшення енерговитрат. Наприклад, час жаріння продукту в полі ІЧ-випромінювання на 40-60% менше, ніж час жаріння у фритюрі. При цьому енерговитрати зменшуються на 20-60%.

Значною перевагою ІЧ-обробки є також висока якість готових виробів. Якість підвищується за рахунок збільшення виходу готової

продукції (в середньому, на 10-15%), унаслідок більш повного збереження корисних речовин (водорозчинних білків, вітамінів, мінеральних речовин) та завдяки поліпшенню органолептичних показників (кольору, смаку, запаху виробів). Аналіз наведених у роботах [14,22,38,39] даних показав, що органолептичні показники м'ясних кулінарних виробів, оброблених ІЧ-випромінюванням, перевищують аналогічні показники виробів, оброблених традиційними способами. Вивчено вплив ІЧ-випромінювання на мікрофлору кулінарних виробів. Показано, що, не зважаючи на високе мікробіологічне обсіювання м'ясних напівфабрикатів, кількість бактерій у готових виробах значно знижується. Результати, узагальнені у [6], свідчать про високу ефективність теплової обробки ІЧ-випромінюванням овочів, при цьому краще зберігаються вітамін С та барвники.

ІЧ-обробка також використовується при консервуванні харчової сировини. Серед способів консервування найбільш поширеним є сушіння, під час якого підведення тепла ІЧ-випромінюванням дозволяє одержати високоякісну сушену продукцію.

Основним недоліком теплової обробки в ІЧ-установках є нерівномірність потоку ІЧ-випромінювання на поверхні продукту. При високій густині ІЧ-випромінювання відбувається перегрів поверхні продукту, утворюються так звані «опіки», що, безумовно, знижує якість виробів. Нерівномірність щільності теплового потоку в ІЧ-установках може призвести не лише до втрати зовнішніх та смакових якостей, але й до зниження біологічної цінності продукту.

Фізична сутність [11,15,17,24,32,47] термообробки ІЧ-випромінюванням полягає в інтенсивному поглинанні променевої енергії в певному діапазоні довжин хвиль ($\lambda = 0,75 \dots 2,5$ мкм) вільною водою, що міститься в пористій структурі більшості продуктів. ІЧ-випромінювання може проникати в продукт на певну глибину (звичайно, 1...3 мм), яка визначається структурою, вологовмістом, спектральними характеристиками виробу, що обробляється, та електронагрівників. При цьому утворюються високі концентрації теплової енергії в поверхневих шарах продукту, що призводить до зміни його властивостей, посилення поглинання ІЧ-випромінювання та інтенсифікації нагріву. Цей ефект викликаний утворенням водяної пари в оброблюваному продукті, яка інтенсивно поглинає ІЧ-випромінювання [9].

Теплове випромінювання є одним з різновидів перенесення енергії, коли її носієм є електромагнітні хвилі. Довжина електромагнітних хвиль розміщена в невидимій (інфрачервоній)

частині спектра в межах 0,8...800 мкм. Для ІЧ-обробки харчових продуктів використовують короткохвильовий, середньохвильовий та частину довгохвильового діапазону випромінювання в межах довжин хвиль від 1,04 мкм до 5...6 мкм [28]. За теплового випромінювання відбувається перетворення теплової енергії на променевою та променевої – на теплову [33].

Усі тіла, в тому числі харчові продукти, здатні одночасно поглинати, відбивати і пропускати променевою енергію. Значення коефіцієнтів поглинання A_λ , відбивання R_λ та пропускання T_λ залежать від природи та температури тіл і довжини хвилі випромінювання.

Теплове випромінювання підпорядковане основним законам Планка, Віна, Кірхгофа, Ламберта, Стефана-Больцмана [47,10,58,1,25,26,29,36,37,43,45,49].

Закон Планка встановлює розподіл інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла на різних ділянках спектра довжини хвиль

$$I_{0\lambda} = \frac{c_1 \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (1.1)$$

де $I_{0\lambda}$ – спектральна густина потоку випромінювання абсолютно чорного тіла, Вт/м²;

λ – довжина хвилі, м;

T – абсолютна температура, К;

c_1 – стала випромінювання ($c_1=3,73 \cdot 10^{-16}$ Вт·м²);

c_2 – стала випромінювання ($c_2=1,44 \cdot 10^{-2}$ м·К).

Відповідно до закону Планка виходить, що зі збільшенням довжини хвилі λ інтенсивність випромінювання зростає, і при деякому значенні довжини хвилі λ_{max} досягає максимуму, а потім зменшується, і при $\lambda \rightarrow \infty$ (так само, як і при $\lambda = 0$) дорівнює нулю.

Закон Віна встановлює взаємозв'язок між абсолютною температурою T тіла, що випромінює, і довжиною хвилі, яка відповідає максимуму випромінювання

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (1.2)$$

Звідси можна зробити висновок, що з підвищенням температури максимум випромінювання зміщується в бік більш коротких хвиль.

Закон Кірхгофа встановлює зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатностями сірих і абсолютно чорного тіл: відношення випромінювальної здатності E до поглинальної здатності A не залежить

від природи тіл і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла E_0 за тієї ж температури

$$E_0 = \frac{E}{A}. \quad (1.3)$$

За законом Кірхгофа, поглинальна здатність і ступінь чорноти тіла чисельно однакові. Тіла, які добре відбивають променисту енергію, самі випромінюють її в невеликій кількості, і навпаки.

Закон Ламберта встановлює зміну інтенсивності енергії випромінювання E_φ по окремих напрямках, які визначаються кутом φ , що утворений із нормаллю до поверхні, таким чином:

$$E_\varphi = E_n \cdot \cos \varphi, \quad (1.4)$$

де E_n – енергія випромінювання по нормалі, що визначається за формулою

$$E_n = \frac{E}{\pi} \cdot 5,7 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (1.5)$$

тобто випромінювальна здатність по нормалі у π разів менша, ніж повна випромінювальна здатність тіла.

Закон Стефана-Больцмана визначає інтенсивність променевого теплообміну між двома непрозорими тілами (наприклад, між ПЧ-нагрівником та продуктом, що нагрівається) таким чином:

$$Q = \varepsilon_{36} \cdot C_0 \cdot \varphi \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F \cdot \tau, \quad (1.6)$$

де Q – кількість теплоти, яку передано випромінюванням від першого тіла до другого, Дж;

ε_{36} – зведений ступінь чорноти системи тіл ($\varepsilon_{36} \approx \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$);

C_0 – стала Стефана-Больцмана ($C_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$);

φ – середній кутовий коефіцієнт (коефіцієнт опромінення);

T_1, T_2 – абсолютні температури першого та другого тіл, відповідно, К;

F – розрахункова поверхня теплообміну випромінюванням, м^2 ;

τ – тривалість процесу, с.

Коефіцієнт тепловіддачі ІЧ-випромінюванням можна описати в такий спосіб:

$$\alpha_{\epsilon} = \frac{\epsilon_{3\epsilon} \cdot C_0 \cdot \varphi \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{(t_1 - t_2)}. \quad (1.7)$$

Вищенаведені залежності є справедливими для діатермічного середовища.

Суттєву поправку до механізму перенесення променевої енергії вносить склад газового середовища, в якому воно відбувається. Зокрема, двоатомні гази (H_2 , N_2 , O_2 та ін.) майже не поглинають променеву енергію (сухе і чисте повітря також практично прозоре для теплового випромінювання). Присутність багатоатомних газів робить газове середовище напівпрозорим.

Значну поглинальну та випромінювальну здатність мають триатомні гази, до яких належить водяна пара (H_2O). На відміну від випромінювання твердих та рідких тіл, випромінювання газів носить об'ємний характер, тому що в ньому беруть участь усі мікрочастини газу. У зв'язку з цим, поглинальна здатність залежить від щільності та товщини газового шару. Поглинання та випромінювання газів носить селективний характер. Вони поглинають та випромінюють тільки в певних інтервалах довжин хвиль. Зокрема, для водяної пари можна виділити чотири основні смуги поглинання, які відповідають наступним межам довжин хвиль: 1,3...1,5; 1,7...2,0; 2,2...3,0; 4,8...8,5 мм [27,29].

Ступінь чорноти газів визначається як залежність наступного вигляду:

$$\epsilon_e = f(p_e \cdot l, t_e), \quad (1.8)$$

де p_e – парціальний тиск газу;

l – ефективна довжина шляху променя в газовому об'ємі;

t_e – температура газу.

Парціальний тиск газів визначається залежно від їх вмісту в газовій суміші.

Ефективну довжину шляху променя в газовому об'ємі можна знайти за наближеною формулою А.С. Невського

$$l = \eta \cdot \frac{4V}{F}, \quad (1.9)$$

де η – коефіцієнт, що враховує частку випроміненої енергії, яка доходить до стінок ($\eta \approx 0,9$);

V – об'єм, заповнений газом, який випромінює, м³;

F – площа стін, які обмежують цей об'єм, м².

Густина потоку випромінювання від газу до навколишніх поверхонь теплообміну визначається за формулою

$$q_{z-cm} = \varepsilon_{3\theta} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_z}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{cm}}{100} \right)^4 \right], \quad (1.10)$$

де q_{z-cm} – густина потоку випромінювання від газу до стінок навколо нього, Вт/м²;

T_z, T_{cm} – температура газу та стінок відповідно, К.

У формулі (1.10) $\varepsilon_{3\theta}$ визначається як

$$\varepsilon_{3\theta} = \frac{\varepsilon_z \cdot \varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{cm} + \varepsilon_z \cdot (1 - \varepsilon_{cm})}, \quad (1.11)$$

де ε_{cm} – відносний коефіцієнт теплового випромінювання стінки.

За умови променевого теплообміну між тілами в середовищі, що поглинає, можна використовувати рівняння (1.6), але з відповідними поправками на поглинання та випромінювання середовища, тобто

$$Q = \varepsilon_{3\theta} \cdot C_0 \cdot \varphi \cdot F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \cdot (1 - A_1) - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \cdot (1 - A_2) \right] + \varepsilon_{ef} \cdot C_0 \cdot F_2 \cdot \left[\left(\frac{T_z}{100} \right)^4 \cdot \varepsilon_z - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \cdot (1 - A_2) \right], \quad (1.12)$$

де ε_{36} – зведений коефіцієнт теплового випромінювання системи поверхонь (що випромінює та що сприймає теплоту), з урахуванням газового шару;

ε_{ef} – ефективний коефіцієнт теплового випромінювання газового шару;

ε_c – коефіцієнт теплового випромінювання шару газу, що поглинає, при заданій температурі газового середовища;

T_1, T_2, T_c – температура поверхні, що випромінює, поверхні, що сприймає теплоту, і газового середовища, відповідно, К;

A_1, A_2 – поглинальна здатність газу при температурі газового середовища та температурі поверхні, що сприймає теплоту, відповідно;

F_1, F_2 – площа поверхні, що випромінює та поверхні, що сприймає теплоту, відповідно, м².

Для технічних розрахунків можна вважати, що коефіцієнт теплового випромінювання та поглинальна здатність середовища чисельно мало відрізняються між собою, тому припускають, що $A = \varepsilon$. Тоді рівняння (1.12) набуває вигляду:

$$Q = \varepsilon_{36} \cdot C_0 \cdot \varphi \cdot F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \cdot (1 - \varepsilon_1) - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \cdot (1 - \varepsilon_2) \right] + \varepsilon_{ef} \cdot C_0 \cdot F_2 \cdot \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \cdot \varepsilon_c - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \cdot (1 - \varepsilon_2) \right]. \quad (1.13)$$

У правій частині рівняння (1.13) перша складова характеризує результат теплообміну між поверхнями, що випромінює та що сприймає тепло, з урахуванням поглинального газового шару, а друга - результат теплообміну випромінюванням між газовим шаром, що випромінює, і поверхнею, що сприймає теплоту [35].

Викладені вище відомості свідчать про те, що процес теплопередачі випромінюванням носить складний характер. При цьому можна виділити дві задачі: зовнішню та внутрішню. Зовнішня задача розглядає теплопередачу від джерела ПЧ-нагріву до поверхні продукту, а внутрішня – теплоперенесення всередині продукту.

У процесі теплової обробки харчових продуктів інтенсивність зовнішньої теплопередачі повинна змінюватися за певним законом. У технологічній практиці таким вимогам намагаються задовольнити за рахунок поєднання різних режимів нагрівання, або поєднання різних способів теплової обробки. При цьому дуже важливим є забезпечення рівномірності температурного поля в об'ємі нагрівальної камери для

рівномірного нагрівання виробу по всій його поверхні. Крім того, сучасне устаткування для термообробки харчових продуктів має забезпечувати можливість завдання різних законів керування нагріванням, наприклад, зі ступінчастим, імпульсним або іншими профілями температури чи градієнтом температури.

Тому актуальною є проблема проектування таких ПЧ-апаратів харчової промисловості, які могли б забезпечити як рівномірний тепловий потік на поверхні продукту, так і регулювання його інтенсивності за заданим законом.

1.2. Напрямки вирішення проблеми енерго- та ресурсозбереження під час теплової обробки харчових продуктів

Важливість науково-прикладної проблеми зниження витрат енергетичних та матеріальних ресурсів під час виробництва кулінарних виробів неможливо переоцінити. Її розв'язання має бути реалізоване шляхом розробки вискоєфективних технологічних процесів та обладнання, за практичного впровадження яких може бути отримано відповідний соціально-економічний ефект.

Можна окреслити декілька перспективних напрямків розв'язання вказаної проблеми, які схематично представлено на рис.1.1.

Скорочення споживання енергетичних ресурсів можливе за рахунок підвищення коефіцієнту корисної дії (ККД) процесу внаслідок оптимізації зовнішнього та внутрішнього теплоперенесення, що досягається шляхом використання різноманітних прийомів.

Зокрема, оптимізації зовнішнього теплоперенесення можна досягти ще на етапі розробки ПЧ-установки шляхом виконання низки конструкторських рішень, які враховуватимуть умови даного технологічного процесу, а саме:

НАУКОВА ПРОБЛЕМА

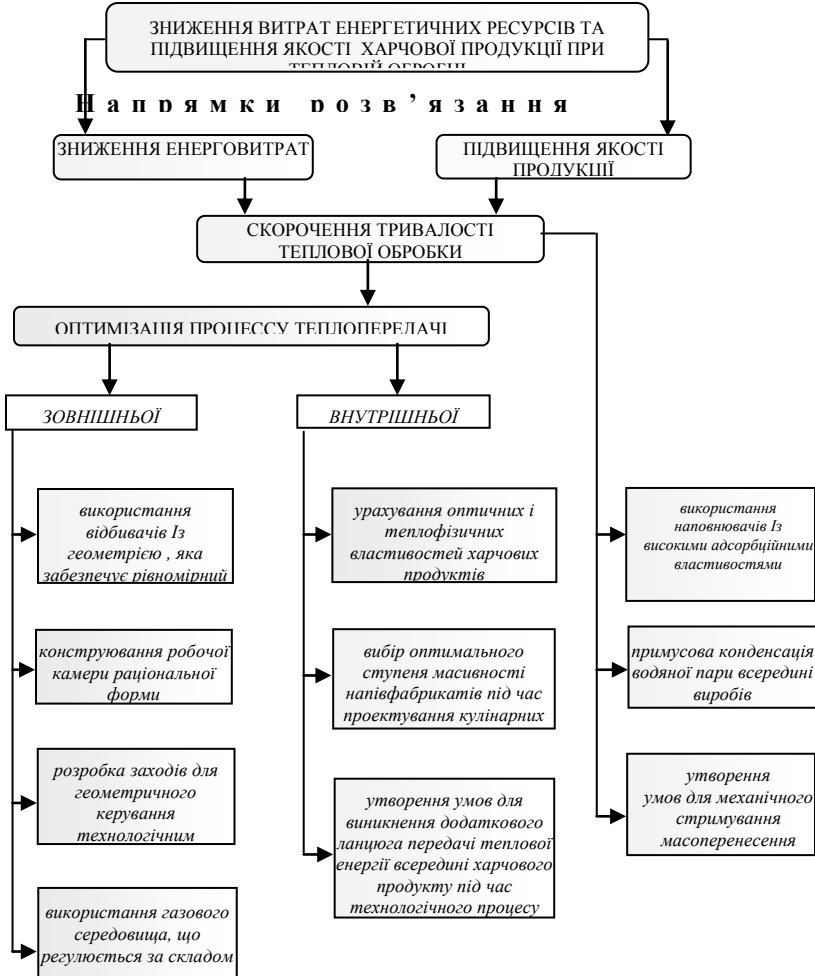


Рис. 1.1. Напрямки розв'язання наукової проблеми

1) раціональним конструюванням форми робочої камери. При цьому мають враховуватися форма та кількість харчових напівфабрикатів, які підлягають тепловій обробці. Крім того, для зменшення енерговитрат потрібна якісна теплоізоляція, а внутрішні стінки робочої камери повинні мати високу відбивальну здатність;

2) обов'язковим використанням відбивачів, які повинні забезпечити рівномірний тепловий потік на поверхні харчового продукту;

3) забезпеченням можливості керування щільністю теплового потоку. Це потрібно для дотримання заданого закону зміни щільності теплового потоку на поверхні харчового продукту під час відповідного технологічного процесу.

Останні два напрямки удосконалення конструкцій ПЧ-апаратів можуть бути впроваджені на основі застосування геометричних підходів.

До технологічних рішень можна віднести використання газових середовищ, склад яких може регулюватися. Зауважимо, що теплотехнічні властивості таких середовищ підвищуються за певних умов ПЧ-випромінювання.

Спеціалісти в галузі процесів та апаратів харчових виробництв відмічають, що зовнішнє теплоперенесення та вибір основних конструктивних параметрів ПЧ-апарату мають бути ув'язаними з аналізом внутрішнього теплоперенесення в об'єктах теплової обробки [39].

Оптимізації внутрішнього теплоперенесення можна досягти за рахунок наступних заходів: утворення умов для виникнення додаткового ланцюга передачі теплової енергії; використання теплової енергії додаткового теплоносія, що має подаватися всередину виробу; а також урахування оптичних та теплофізичних властивостей складових компонентів та ступеня масивності напівфабрикатів під час проектування нових видів кулінарної продукції.

Зменшити витрати маси та підвищити якість кулінарних виробів можна наступними шляхами: скороченням тривалості теплової обробки; утворенням умов для механічного стримування масоперенесення та примусової конденсації водяної пари, яка утворюється всередині виробів; використанням наповнювачів із високими адсорбційними властивостями.

Аналіз запропонованих напрямків розв'язання наукової проблеми доводить, що більшість задач оптимізації зовнішньої теплопередачі є суто геометричними, які можна розв'язувати шляхом застосування методології геометричного моделювання на основі системного підходу.

Пошук оптимального розв'язку потребує створення моделі, яка встановлює зв'язок між вибраними критеріями оптимальності та параметрами процесу. Хоча конкретний метод розв'язання визначається видом моделі та засобами обчислень, разом з тим,

існують загальні принципи та підходи до отримання оптимальних розв'язків, які базуються на системному аналізі.

1.3. Геометрична оптимізація променевого теплообміну

Поле променевого потоку визначається системою рівнянь

$$\begin{cases} A \cdot q = F \\ B \cdot q = P, \end{cases} \quad (1.14)$$

де A – заданий оператор; $q(x, y, z, t)$ – функція розподілу щільності потоку; $F(x, y, z, t)$ – функція просторово – часового розподілу джерел; B – заданий оператор, що характеризує граничні умови; P – задана функція.

Вважаємо, що теплотехнічна система є нескінченною в напрямі осі Oz (рис. 1.2). Трубчасте джерело випромінювання розташоване паралельно площині Oxz , на якій розміщено продукт.

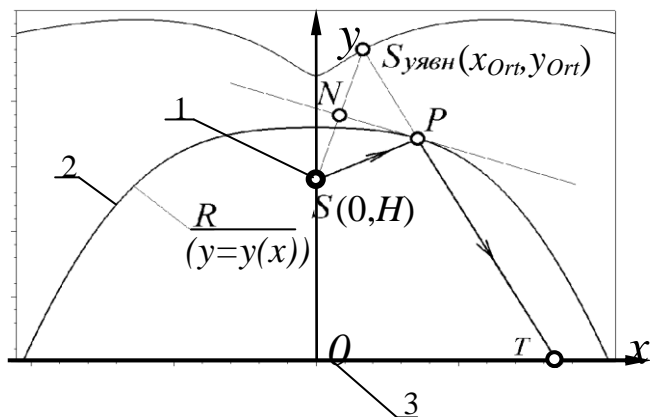


Рис. 1.2. Розрахункова схема метода керування технологічним процесом
1- джерело випромінювання; 2- відбивач; 3 – теплоприймач

Розглянемо наступний спосіб керування технологічним процесом. Щільність потоку на площині xOz залежить від частини геометричної інформації v , яка визначається розташуванням джерела випромінювання $x_S(t)$, $y_S(t)$ та рівнянням відбивача $y(x, t)$

$$q = f(x_S(t), y_S(t), y(x, t)).$$

В обраній системі координат $q = f(y_S(t), y(x, t))$. Обмеження на щільність потоку має вигляд

$$B q(y_S(t), y(x, t)) = P(x, y, z, t), \quad (1.15)$$

де B – деякий оператор, $P(x, y, z, t)$ – функція, яка визначається вимогами технологічного процесу. Для харчових продуктів – це незмінне значення сумарного потоку q по всій поверхні, яка опромінюється, тому $\text{grad } q(y_S(t), y(x, t)) = 0$.

Для технологічного процесу сушіння отримуємо систему

$$\left\{ \begin{array}{l} q(y_S(t), y(x, t)) = \frac{W_0 (kt)^n \frac{n}{t} \exp[(-kt)^n] r m}{60S} \\ \text{grad } q(y_S(t), y(x, t)) = 0 \end{array} \right. \quad (1.16)$$

Оптимізація теплообміну випромінюванням полягає у визначенні таких керувань $y_S(t)$ та $y(x, t)$, які забезпечують екстремальне значення функції мети $\chi(y_S(t), y(x, t))$, а саме:

$$\text{Extr } \chi(y_S(t), y(x, t)), \quad (1.17)$$

за умови, що $y_S(t)$ та $y(x, t)$ належать області допустимих значень, яка визначається розташуванням джерела, відбивача та продукту.

Відомо, що детерміновані методи не дають можливості отримати точні локальні екстремуми цієї задачі.

Променевий потік, який потрапляє на продукт, є сумою прямого потоку від джерела та відбитого потоку від рефлектора. Нехай $V(x, y, z, t)$ – закон розподілу прямого випромінювання, $W(x, y, z, t)$ – закон розподілу відбитого випромінювання. *Геометричне моделювання* полягає у пошуку функцій V і W , які визначаються розташуванням джерела $y_S(t)$ і рівнянням відбивача $y(x, t)$. Складання взаємо обернених функцій $V = f(y_S(t))$ і $W = f(y_S(t), y(x, t))$ відповідно прямого та відбитого потоків дає значення сумарного опромінення.

Висновки до розділу 1

1. Результати огляду та аналізу методів моделювання фізичних та технологічних процесів доводять, що важливою сучасною тенденцією є поширення сфери досліджень прикладної геометрії на складні фізико-хімічні процеси та явища. При цьому для отримання геометричних уявлень процесів та явищ застосовуються апарати математики та математичної фізики, диференціально-геометричні підходи, апарат перетворень, конструктивно-синтетичні, аналітичні, графічні та інші методи, які є досить ефективними, особливо в поєднанні з комп'ютерним моделюванням або з методами дискретної геометрії. Однак, складні технологічні процеси харчових виробництв, одним з яких є процес теплової обробки харчових продуктів ІЧ-випромінюванням, ще не стали повноцінним об'єктом системної уваги в галузі прикладної геометрії.

2. Складність процесів харчових технологій, великий обсяг даних, які потрібно враховувати при будь-якій їх зміні, необхідність встановлення взаємозв'язків між факторами, що впливають на них і т. ін., викликають певні труднощі при створенні оптимальних моделей технологічних об'єктів. Основні проблеми моделювання та оптимізації технологічних об'єктів пов'язані з необхідністю коректної постановки задачі дослідження та створення адекватної досліджуваному технологічному процесові математичної моделі, за якою проводиться оптимізація. Якісна модель повинна відповідати низці конкретних критеріїв: бути простою та зрозумілою, цілеспрямованою, надійною, зручною у використанні, адаптивною, мати можливість поступових змін з метою підвищення точності тощо.

3. При розгляді питань, пов'язаних з тепловою обробкою сировини та тепловими технологічними процесами готування кулінарних виробів, потрібно насамперед враховувати умови і режими їх проведення. При зайвому тепловому впливі продукт може втратити харчову цінність. Недостатній термічний вплив також може бути причиною небажаних наслідків – неповної кулінарної готовності продукту і збереження в ньому шкідливих мікроорганізмів. Найважливішими параметрами, що обумовлюють кулінарну готовність продукту, є температура і час витримки продукту при цій температурі. Співвідношення між цими параметрами має бути оптимальним. Умови та режими проведення технологічних процесів повинні сприяти одержанню виробу найвищої якості з максимально збереженими харчовими речовинами, без непередбачених втрат сировини і при мінімальних трудових та енергетичних витратах.

4. Процес теплопередачі випромінюванням носить складний характер. При цьому можна виділити дві задачі: зовнішню та внутрішню. Зовнішня задача розглядає теплопередачу від джерела ІЧ-нагрівання до поверхні продукту, а внутрішня – теплоперенесення всередині продукту. В процесі теплової обробки харчових продуктів інтенсивність зовнішньої теплопередачі повинна змінюватися за певним законом. У технологічній практиці таким вимогам намагаються задовольнити за рахунок поєднання різних режимів нагрівання, або поєднання різних способів теплової обробки. При цьому дуже важливим є забезпечення рівномірності температурного поля в об'ємі робочої камери для рівномірного нагрівання виробу по всій його поверхні. Крім того, сучасне устаткування для термообробки харчових продуктів повинне забезпечувати можливість завдання різних законів керування нагріванням, наприклад, зі ступінчастим, імпульсним або іншими профілями температури чи градієнтом температури. Тому актуальною є проблема проектування таких ІЧ-апаратів харчової промисловості, які могли б забезпечити як рівномірний тепловий потік на поверхні продукту, так і регулювання його інтенсивності за заданим законом.

5. ІЧ-апарати для теплової обробки харчових продуктів мають відповідати цілій низці вимог: технологічних, експлуатаційних, енергетичних, конструктивних, економічних, екологічних, техніки безпеки та охорони праці, технічної естетики тощо. Найбільш поширеними ІЧ-апаратами є печі, грилі, жарильні шафи та інші пристрої для теплової обробки харчових продуктів. Геометричні характеристики елементів ІЧ-апаратів – форма робочої камери, форма й розташування випромінювачів та джерел випромінювання – не відрізняються великою різноманітністю. У більшості конструкцій ІЧ-апаратів відсутні відбивальні системи-рефлектори, які, з одного боку, повинні забезпечити рівномірний тепловий потік на поверхні харчового продукту, а з другого, – економію електроенергії. Ефективність роботи ІЧ-апаратів, навіть й обладнаних рефлекторами, є незначною, оскільки геометрія рефлекторів не задовольняє вимогам забезпечення рівномірного теплового потоку на поверхні харчового продукту. Недосконалість конструкцій ІЧ-апаратів не дозволяє отримати високу якість готових виробів у поєднанні з досягненням високих теплотехнічних показників процесу.

6. Аналіз запропонованих напрямків розв'язання наукової проблеми доводить, що більшість задач оптимізації променевої теплопередачі є суто геометричними, які можна розв'язувати із застосуванням методології геометричного моделювання на основі

системного підходу. Використання системного підходу при моделюванні та оптимізації цілого комплексу параметрів (геометричної форми робочої камери, форми та розташування відбивачів і випромінювачів, раціонального використання енергії відбитих променів) надасть можливість створити методику визначення променевого потоку, отримати рекомендації щодо удосконалення конструкцій існуючих ІЧ-апаратів, підвищити ефективність та зменшити енерговитрати технологічних процесів теплової обробки харчових продуктів.

7. Ключовим питанням при проектуванні терморадіаційних систем є розрахунок зовнішнього теплоперенесення від опромінюючої підсистеми на теплоприймальну. При розрахунку такого теплоперенесення виникають прямі та обернені задачі. Обернені задачі, які є більш складними та трудомісткими ніж прямі, мають оптико-геометричні постановки, тобто пов'язані з визначенням елементів другого рівня опромінюючої підсистеми – кількості джерел випромінювання, їх розташування, форми та розташування відбивачів і т. ін., які б забезпечили заданий потік на теплоприймачі – харчовому продукті.

8. Геометричне керування величиною сумарного теплового потоку від джерела випромінювання, обладнаного відбивачем, можна забезпечити зміною параметрів прямого випромінювання $q_n \rightarrow x_s, H$ (x_s, H - параметри розташування генератора випромінювання в системі Oxy) та відбитого від рефлектора випромінювання $q_p \rightarrow y(x)$ ($y(x)$ – крива, що описує форму рефлектора). Якщо $V(x, y, z, t)$ – закон розподілу прямого випромінювання, а $W(x, y, z, t)$ – закон розподілу відбитого випромінювання, то геометричне моделювання полягає у пошуку функцій V і W , які визначаються розташуванням джерела $y_s(t)$ і рівнянням відбивача $y(x, t)$. Складання взаємо обернених функцій $V = f(y_s(t))$ і $W = f(y_s(t), y(x, t))$ відповідно прямого та відбитого потоків надає значення сумарного рівномірного теплового потоку на харчовому продукті.

РОЗДІЛ 2

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОКУСУЮЧИХ СИСТЕМ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЮТЬ ЗАДАНИЙ РОЗПОДІЛ ТЕПЛОТИ НА РОБОЧИХ ПОВЕРХНЯХ

Однією з найважливіших (найбільш складних) задач моделювання терморадіаційних установок є проектування пристроїв для концентрації променевої енергії. Ці пристрої дозволяють збирати відбиті промені на визначених ділянках простору за допомогою спеціальних відбивачів-рефлекторів (фокусаторів). Можливість фокусування променевої енергії, до того розпорошеної у просторі, дозволяє успішно використовувати такі пристрої з метою енергозбереження в різних галузях господарства. При цьому природа променів, які падають на рефлектор, може бути різноманітною: світловою, тепловою, звуковою тощо.

Принцип дії фокусуючого пристрою ґрунтується на фізичному ефекті відбиття променів від поверхні рефлектора відповідно до оптичного закону «кут падіння дорівнює куту відбиття». Прикладами промислових відбивачів, де реалізовано цей принцип, є: дзеркала оптичного приладобудування [16], «рифлення» плоских фокусаторів [19], стелі архітектурної акустики [42], антенні конструкції радіотелескопів [12], фокусує обладнання лазерних генераторів [8], концентратори геліоустаткування [13], а також різноманітні рефлектори електротермічного обладнання [5, 23]. У простих фокусуючих системах рефлекторам надають переважно однієї з класичних форм – параболічної («тарілки» супутникових антен) або еліптичної (наприклад, стеля у «галереї шепотів»).

Розширення практичного використання висуває нові вимоги до фокусуючих систем і, зокрема, до рефлекторів. Серед цих вимог найбільш важливою і такою, яку складно реалізувати, є необхідність рівномірного нагрівання ділянки деякої поверхні. У цьому випадку центральним питанням розрахунку фокусуючих систем є дослідження впливу форми активної поверхні рефлектора на властивості фізичного поля (температуру, щільність теплового потоку тощо), утвореного відбитими променями. Також постає питання про «картину» розподілу енергетичних характеристик відповідного фізичного поля в об'ємі фокусуючої системи.

Для практичного використання фокусуючих систем важливим є розподіл величини фізичного поля (наприклад, температури, щільності теплового потоку на поверхні теплоприймача і т. ін.), яке

утворилося завдяки відбиттю променів від поверхні рефлектора, у сукупності з прямим опромінюванням. При цьому потрібно враховувати два типи особливостей відбитих променів: зони підсилення поля, які утворені фронтом ударної хвилі сім'ї відбитих променів, і зони послаблення поля, які утворені обвідною відбитих променів, що має назву катакаустики сім'ї відбитих променів.

Визначити енергетичні характеристики поля відбитих променів можна двома методами.

Перший метод (фізико-математичний) полягає у розв'язанні крайової задачі, сформульованої на базі деякої фізичної моделі [3, 4]. Розв'язком є функція розподілу значень поля. Дійсно, розрахунок енергетичних характеристик фізичного поля, утвореного відбитими від поверхні променями, пов'язаний з обчисленням поверхневого інтеграла вигляду

$$U(\vec{r}) = \iint_S G(\vec{r}, \vec{r}') u_0(\vec{r}') d r', \quad (2.1)$$

де S - поверхня відбиття, $u_0(\vec{r})$ - розподіл поля на ній, $G(\vec{r}, \vec{r}')$ - функція Гріна, що визначається як розв'язок крайової задачі для рівняння Гельмгольца з джерелом

$$\Delta G + k^2 G = \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \left. \frac{\partial G}{\partial n} \right|_S = 0. \quad (2.2)$$

Тут \vec{n} - нормаль до S ; δ^* - дельта-функція Дірака; k - хвильове число випромінювання ($k=2/\lambda$), де λ - довжина хвилі. Величина поля U

характеризується радіус - векторами \vec{r}, \vec{r}' точок у просторі [5,7].

Однак, на практиці не завжди просто за допомогою формули (2.1) дослідити поле відбитого випромінювання для існуючої відбивальної системи. Ще важче розв'язати крайову задачу (2.2), що складає самостійну проблему [46]. Тому пропонується досліджувати системи з рефлекторами засобами геометричного моделювання.

Геометричний метод базується на комп'ютерному моделюванні перебігу променів, відбитих від рефлектора. Концепція геометричного моделювання полягає в тому, що кожний відбитий промінь є носієм частки енергії. Отже, приблизні значення поля в точках об'єму фокусуєної системи будуть характеризуватися кількістю відбитих

променів, віднесених до одиниці виділеного об'єму (або площі поверхні). Це парадигма геометричного методу. Геометричний метод дозволяє наочно отримати розташування зони ударних хвиль та зони огинаючої відбитих променів, тобто мати якісну оцінку «картини» відбитого поля фокусуєної системи. Зазначимо, що результати геометричного методу можна використовувати як «нульове» наближення розв'язку, яке надалі бажано конкретизувати методами прикладної математики. Окрім цього, геометричний підхід неприйнятний у випадку, коли довжина хвилі випромінювання є порівняною з розмірами рефлектора, оскільки тоді будуть виникати дифракційні явища.

У даній роботі геометричне моделювання перебігу променів у фокусуєній системі здійснено на базі програм, розроблених для середовища математичного процесора *Maple*. Вважається, що теплотехнічна фокусуєча система (рис. 2.1) складається з циліндричного рефлектора та трубчастого джерела випромінювання, розташованого вздовж твірної циліндра та приймача тепла. Оскільки припускається, що діаметром джерела можна знехтувати, а елементи теплопередачі є нескінченними, то в нормальному перетині системи цей випадок можна розглядати як ідеалізоване теплоперенесення від точки 2 до відрізка 1 у межах площини.

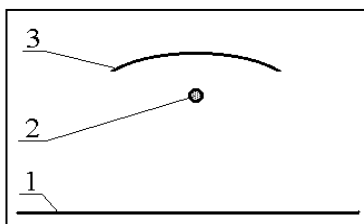


Рис. 2.1. Схема теплопередачі:

1 - приймач тепла; 2 - джерело нагрівання; 3 - профіль рефлектора;

2.1 Геометричне обґрунтування типів конструктивних форм теплотехнічних систем, які припустимо розраховувати в плоскій постановці.

Для визначення щільності опромінювання робочих поверхонь теплотехнічних установок треба встановити картину розповсюдження теплових променів у робочій камері. Зазвичай це складна проблема: промені від кожної точки випромінювача поширюються в усіх напрямках. Частина з них потрапляє на приймач безпосередньо, а

частина після віддзеркалення від рефлектора. Отже, маємо справу з досить простою тривимірною задачею.

Якщо тривимірну картину розповсюдження теплоти замінити деякою спрощеною – двовимірною, то задача значно спроститься. Така заміна ніяк не повинна відбитися на розподілі інтенсивності опромінювання робочої поверхні. У такому разі можна вважати, що тривимірну задачу вдалося звести до розв'язання пласкої.

Багато вчених часто вивчали розповсюдження теплових променів у просторі у пласкій постановці [34, 27], але в жодній не було доведено можливість такої заміни.

2.1.1. Опроміювання площини нескінченним прямолінійним випромінювачем (просторова задача).

Розглянемо спочатку найпростіший і досить очевидний випадок, коли лінійний випромінювач має безмежну довжину. На відстані h від нього розташована площина Π , яка править за робочу поверхню теплотехнічної установки. Будемо вважати, що кожна одиниця довжини нагрівача випромінює щосекунди в простір E одиниць енергії. Треба визначити щільність q опромінювання робочої поверхні. Можливими втратами променями частини енергії на їх шляху до приймача нехтуватимемо.

Для розв'язання задачі введемо до розгляду прямокутну декартову систему координат таку, що вісь Oz спрямована вздовж випромінювача, вісь Ox рівнобіжна площині Π , а Oy сторчова (рис. 2.2).

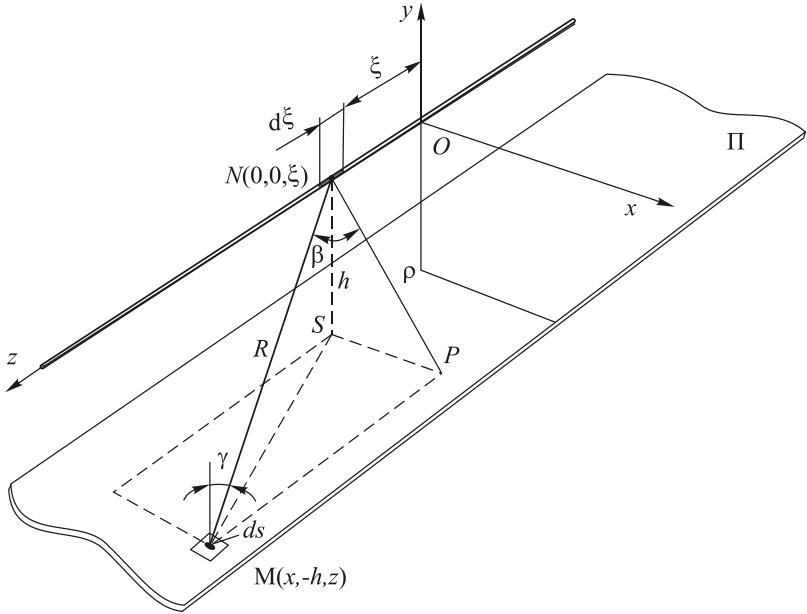


Рис. 2.2. Схема опроміювання площини Π елементом випромінювача $d\xi$

Виділимо з випромінювача на відстані ξ від початку координат малий елемент $d\xi$ і будемо вважати, що будь-який тепловий промінь, який виходить із нього, переносить кожної секунди енергію

$$dE^* = C \cos \beta d\xi, \quad (2.3)$$

де β – кут між нормаллю до осі Oz і променем, тобто випромінювання теплової енергії відповідає закону Ламберта.

Встановимо сталу C за умови, що енергія, яку несе промінь, обчислено в одиничному тілесному куті. Для цього довільним радіусом R виріжемо навколо $d\xi$ сферу й виділимо на ній елементарну площадку $d\omega$, положення якої на сфері характеризуватимемо двома числами φ, β (рис.2.3).

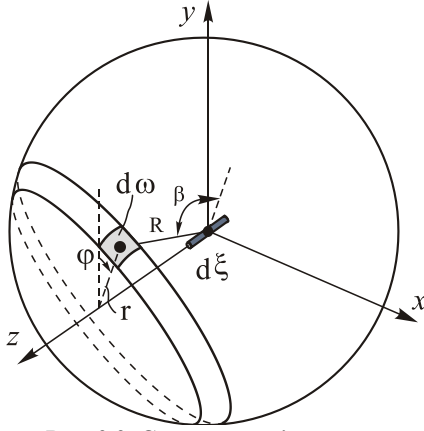


Рис. 2.2. Схема опроміювання

Очевидно, що

$$d\omega = R d\beta r d\varphi,$$

де $r = R \cos \beta$. Отже

$$d\omega = R^2 \cos \beta d\varphi d\beta.$$

Тілесний кут, що вирізає цю площадку зі сфери становить

$$\frac{d\omega}{R^2} = \cos \beta d\varphi d\beta.$$

Отже, енергія, що проходить через $d\omega$ кожної секунди у відповідності до закону (2.3) така:

$$C \cos \beta d\xi \frac{d\omega}{R^2} = C \cos^2 \beta d\xi d\varphi.$$

Повну енергію, що випромінює елемент $d\xi$ за одну секунду можна визначити, як наступний інтеграл:

$$dE = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\beta \int_0^{2\pi} C \cos^2 \beta d\xi d\varphi = \pi^2 C d\xi. \quad (2.4)$$

Але, згідно з умовами задачі,

$$dE = E d\xi. \quad (2.5)$$

Прирівнюючи праві частини рівностей (2.4) і (2.5), дістаємо

$$C = \frac{E}{\pi^2}. \quad (2.6)$$

Повернемося до рисунка 2.2.

Виділимо на площині Π елементарну площадку $ds = dx dz$ із точкою $M(x, -h, z)$ усередині, а на $d\xi$ – точку $N(0, 0, \xi)$.

Відстань між M і N становить

$$R = \sqrt{x^2 + h^2 + (z - \xi)^2} = \sqrt{\rho^2 + (z - \xi)^2} \quad (\rho = \sqrt{x^2 + h^2}).$$

Площадку ds із точки N видно під тілесним кутом

$$\frac{\cos \gamma ds}{R^2}.$$

Тому, згідно з законом Ламберта (2.3), тепловий потік у ньому становить

$$dE^* = \frac{E}{\pi^2} \cos \beta d\xi \frac{\cos \gamma ds}{R^2}. \quad (2.7)$$

Але (див. рис.2.2)

$$\cos \beta = \frac{\rho}{R}, \quad \cos \gamma = \frac{h}{R}$$

і рівність (2.7) набуває вигляду

$$dE^* = \frac{E}{\pi^2} \frac{\rho h}{R^4} d\xi ds.$$

Ця теплота потрапляє на площадку ds кожної секунди. Отже, щільність dq_1 розподілу тепла на ній від опромінювання елементом $d\xi$ становить

$$dq_1 = \frac{dE^*}{ds} = \frac{E}{\pi^2} \frac{\rho h}{R^4} d\xi.$$

Тепер, щоб встановити повну щільність опромінювання точки M робочої поверхні, треба проінтегрувати цю функцію за ξ в межах від $-\infty$ до $+\infty$

$$q_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E}{\pi^2} \frac{\rho h}{R^4} d\xi = \frac{E}{\pi^2} \rho h \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi}{[\rho^2 + (z - \xi)^2]^2}.$$

Заміною $\xi - z = u$, $d\xi = du$ цей інтеграл зводиться до табличного. Остаточо маємо

$$q_1 = \frac{E h}{2\pi(x^2 + h^2)}. \quad (2.8)$$

Отже, щільність розподілу теплової енергії на робочій поверхні Π залежить лише від двох координат $-x$ і $y = -h$ і не залежить від z . Це є ознакою того, що q_1 можна було би визначити розв'язуючи пласку задачу, тобто під час досліджень умовно вважати, що теплові промені розповсюджуються від випромінювача в сторчових до осі Oz напрямках. Так, у розглянутому прикладі за площину, в якій поширюються промені, що вийшли з елемента $d\xi$ (див. рис. 2.2), можна вибрати SNP тобто площину нормальну до осі Oz .

Опромінювання площини нескінченним прямолінійним випромінювачем (пласка задача).

Розглянемо цю ж задачу але в пласкій постановці, тобто умовно вважатимемо, що промінь поширюється в нормальних до осі випромінювача площинах, а щільність теплового потоку на робочій поверхні приймача **2** залежить лише від двох координат x та y .

Нехай один лінійний метр джерела O , як і раніше, випромінює рівномірно в усіх напрямках за одну секунду E одиниць енергії (рис. 2.4).

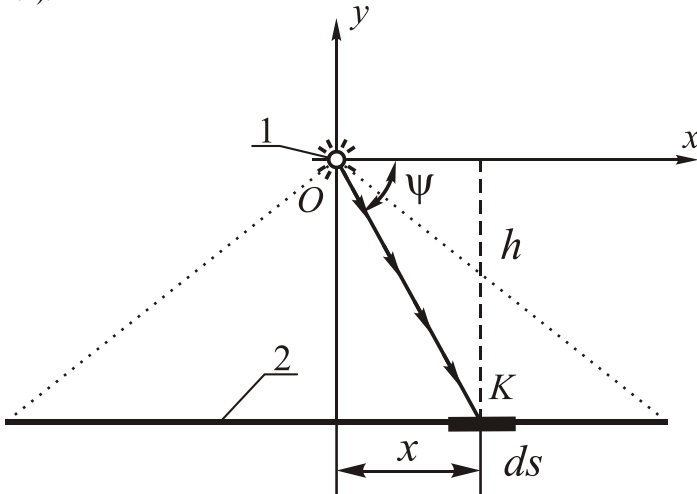


Рис. 2.4. Схема опромінювання площини Π

У відповідності до цієї схеми щільність теплового потоку, який потрапляє до K за одну секунду, позначимо символом $q_1(x)$ (очевидно,

що положення вибраної точки на приймачеві однозначно визначається лише однією координатою x).

Нехай промінь OK виходить із O під кутом ψ до осі Ox . Маємо

$$x = h \operatorname{tg} \psi . \quad (2.9)$$

Візьмемо від обох частин цієї рівності повний диференціал

$$dx = \frac{h}{\cos^2 \psi} d\psi . \quad (2.10)$$

Але $\cos \psi = \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}}$ і рівність (2.10) набуває вигляду

$$d\psi = \frac{h}{x^2 + h^2} dx \quad (2.11)$$

Якщо в куті 2π за одну секунду одним метром нагрівача випромінюється E одиниць енергії, то в куті $d\psi$

$$dQ = \frac{E}{2\pi} d\psi$$

і рівність (2.11) може бути приведена до вигляду

$$dQ_1 = \frac{Eh}{2\pi(x^2 + h^2)} dx .$$

Із цього випливає, що інтенсивність опромінювання поверхні дорівнює

$$q_1 = \frac{dQ}{dx} = \frac{Eh}{2\pi(x^2 + h^2)} . \quad (2.12)$$

Ця формула повністю збігається з отриманою раніше (2.8) при розв'язуванні задачі в тривимірній постановці, а це означає, що тривимірну задачу можна замінити деякою уявною пласкою і це не вплине на кінцеві результати.

Розглянемо теплотехнічну установку напівнескінченної довжини, яку допустимо розрахувати в плоскій постановці.

Безмежні розміри конструкції, схема якої наведена на рисунку 2.2, роблять її малоприматною для використання на практиці проектування теплотехнічних установок, але, як буде показано нижче, її можна взяти за основу для розробки схем інших більш реальних конструкцій. Вони матимуть обмежені розміри, проте розподіл теплоти

на їхніх приймачах можна буде визначити шляхом розв'язування пласкої задачі.

Щоб це зробити, вчинимо спочатку так: вріжемо в конструкцію, що зображена на рисунку 2.2, нормально осі Oz дзеркало Π_2 , яке може відбивати теплові промені (рис. 2.5). При цьому вважатимемо, що кут падіння будь-якого променя дорівнює куту віддзеркалення.

Покажемо, що за таких дій розподіл теплоти на робочій поверхні не зміниться за умови, що промені майже не несуть втрат частини енергії під час відбивання, а отже, збитками можна знехтувати.

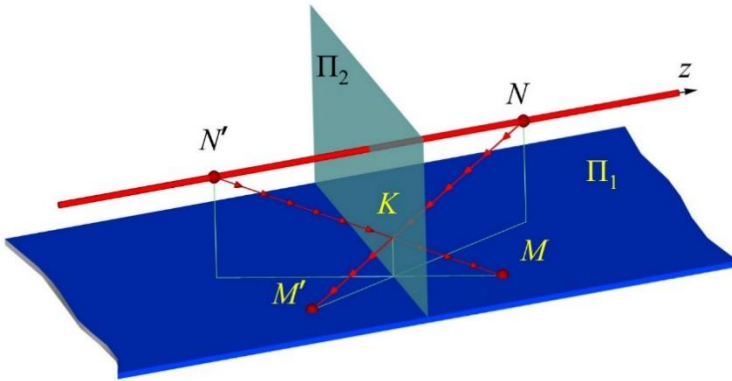


Рис. 2.5. Схема руху окремих променів у теплотехнічній системі за наявності дзеркальної поверхні Π_2

Вивчимо потрапляння теплоти в довільну точку M площини Π_1 (див. рис. 2.5). Промені з ділянки $0 \leq z < \infty$ випромінювача як і раніше вільно доходять до M , а ось із ділянки $-\infty < z < 0$ ні – вони відбиваються дзеркалом у бік лівої половини приймача. Наприклад, промінь NK не дійде до M , а після віддзеркалення потрапить у M' . Але, як неважко побачити, функцію точки N' в опромінюванні M візьме на себе симетрична відносно дзеркала Π_2 точка N випромінювача. Дійсно, раніше промінь NK потрапляв у M' а тепер, після віддзеркалення він опромінить точку M , причому прийде до неї під тим же самим кутом, що й NK раніше, долаючи аналогічний за довжиною шлях. Отже, енергія, яку несуть ці промені, однакова.

Можна констатувати, що між точками N і N' існує взаємна однозначна відповідність. Будь-який N' із лівої половини випромінювача відповідає за своїми функціями симетрична відносно

Π_2 точка N із правої й навпаки, але тепер ліва й права частини установки променями не обмінюються – вони незалежні одна від другої.

Із наведеного випливає, що щільність опромінювання q_1 точок робочої поверхні після встановлення дзеркала не змінилася, а отже відповідає умовам плоскої задачі. Таким чином, половину конструкції, наприклад, ліву можна відкинути і за схему теплотехнічної установки взяти напівнескінченну праву частину з відповідною робочою поверхнею.

Уявимо собі спостерігача, який перебуває у довільній точці M робочої поверхні нової напівнескінченної установки. Йому здавалося би, що він бачить безмежний прямолінійний випромінювач, який простягнувся в обидва боки. Спостерігач навіть і не підозрів би, що частина $z < 0$ випромінювача є лише зображенням у дзеркалі.

Отже, можна вважати, що рух теплових променів у новій установці не відрізняється від руху в попередній безмежній.

Геометричне доведення допустимості розрахунків теплотехнічних установок кінцевих розмірів у плоскій постановці.

Усі наведені міркування призводять до такої думки: поставити сторч осі Oz ще одне дзеркало Π'_2 на деякій відстані L від першого (рис. 2.6). На підставі сказаного вище в результаті такої дії щільності опромінювання як лівої, обмеженої за розмірами частини робочої поверхні, так і напівнескінченної правої не зазнає ніяких змін.

Рисунок 2.6 ілюструє сказане. На ньому показано рух окремих теплових променів у разі, коли установка має два дзеркала Π_2 і Π'_2 .

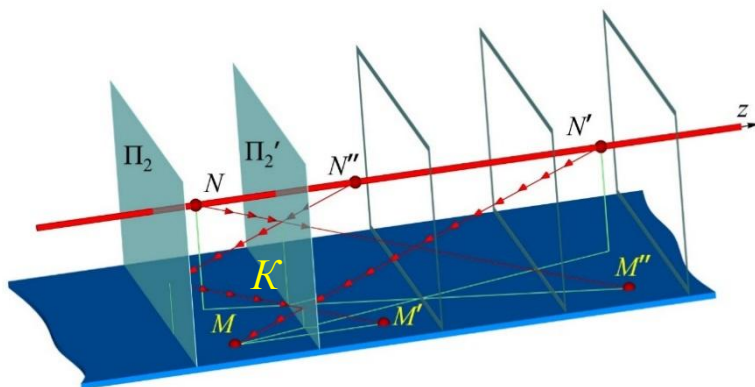


Рис. 2.5. Схема руху окремих променів у теплотехнічній установці за наявності двох дзеркальних поверхонь

Точка N' раніше опромінювала M безпосередньо, але з появою Π'_2 рух променя $N'KM$ змінився: після віддзеркалення від K він потрапляє M' . Але тепер функцію опромінювання M взяла на себе точка N випромінювача. Після віддзеркалень, кількість яких залежить від відстані SN' (рис. 2.6), промінь із N приходиться до M під тим самим кутом, що й раніше $N'KM$, долаючи аналогічний за довжиною шлях, а отже, щільність опромінювання не зазнала змін.

Можна стверджувати, що між N і N' існує взаємна однозначна відповідність. Будь-який точці N' із правої частини установки, яка раніше опромінювала M в лівій, відповідає за своїми функціями N із лівої частини, яка до встановлення дзеркала Π'_2 опромінювала M'' в правій і навпаки.

Після появи дзеркала Π'_2 обидві частини установки стали працювати незалежно одна від одної і зв'язки між ними припинилися. Тому напівнескінченну праву можна відкинути і, таким чином, залишити лише обмежену за розмірами ліву частину, розподіл тепла на робочій поверхні якої визначається формулою (2.12) тобто відповідає умовами пласкої задачі.

У всіх розглянутих схемах теплові промені від нагрівача безпосередньо потрапляють на робочу поверхню. Виникає питання: а чи можна сконструювати установку, яка мала би ще й рефлектор, який відбивав би промені в бік приймача, причому щільність розподілу на ньому теплоти q_2 , що несуть відбиті промені, можна було б визначити шляхом розв'язання двовимірної задачі? На це питання можна відповісти ствердно лише в тому разі, коли рефлектор має циліндричну форму, твірні якої рівнобіжні осі Oz випромінювача.

Доведення ведеться методом подібним до того, що було вжито для вивчення безпосереднього опромінювання нагрівачем робочої поверхні. Тобто спочатку треба розглянути конструктивну схему установки, подібної до зображеної на рис. 2.2, але перекритою зверху циліндричним відбивачем. Якщо його твірні рівнобіжні осі випромінювача, то профіль перерізу такої конструкції нормальною до осі Oz площиною не буде залежати від її положення. Отже, і щільність опромінювання q_2 приймача не буде залежати від координати z , а тільки від x та відстані h нагрівача до робочої поверхні, тобто для визначення q_2 теж можна використати методи розв'язування пласкої задачі.

Далі, щоб перейти до конструкції менших розмірів, треба врізати нормально до осі Oz дзеркало Π_2 , яке розділить установку на

ліву й праву частини (рис. 2.7). Щільність теплоти q_2 , що забезпечують на приймачеві відбиті від рефлектора промені, від такої дії не зміниться. Дійсно, точки лівої половини рефлектора, які надсилали віддзеркалені промені до лівої частини робочої поверхні й надалі опромінюватимуть її, а точки правої – праву частину. Але ті промені, що раніше надходили від правої частини рефлектора до лівої половини приймача, наприклад відбитий від Π_2 промінь NPK (див. рис. 2.7), тепер пройти не зможуть – заважає дзеркало Π_2 . Але їхню функцію переймуть на себе симетричні відносно Π_2 точки лівої половини рефлектора, в нашому прикладі це точка N' . Промінь $N'PKM'$ після подвійного віддзеркалення пройде такий самий за довжиною шлях, що й раніше NPM' і під тим самим кутом потрапить до M' .

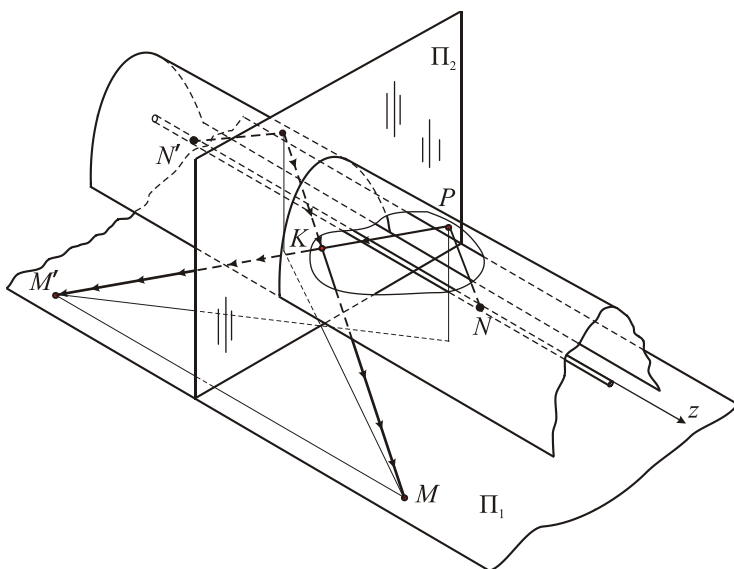


Рис. 2.7. Схема руху променів віддзеркалених від рефлектора в разі встановлення одного дзеркала Π_2

Отже, в опромінюванні точки M' лівої частини установки нічого не зміниться. Очевидно, що не зазнає ніяких змін і щільність опромінювання точок правої половини теплотехнічної установки. Але ці частини тепер працюють незалежно одна від другої й тому одну з них можна відкинути. Тим самим прийдемо до конструкції напівнескінченної довжини з тією самою щільністю опромінювання q_2

приймача відбитими від рефлектора променями. Отже, цю щільність можна знайти шляхом розв'язання двовимірної задачі.

Тепер залишився лише один крок до конструкції обмежених розмірів: треба в напівнескінченну установку врізати ще одне дзеркало Π'_2 на деякій відстані L від першого, а далі, використовуючи аналогічну наведеній вище аргументацію, прийти до установки обмежених розмірів, розподіл теплоти в якій відповідає умовам плоскої задачі.

Усе сказане можна узагальнити на випадок, коли приймач не плоский, а має циліндричну форму з твірними, рівнобіжними осі нагрівача.

На рис. 2.8 зображено конструктивну схему теплотехнічної установки, в якій теплота на приймачеві розподіляється так, ніби промені від нагрівача поширюються лише в нормальних до його осі площинах тобто у відповідності до умов плоскої задачі.

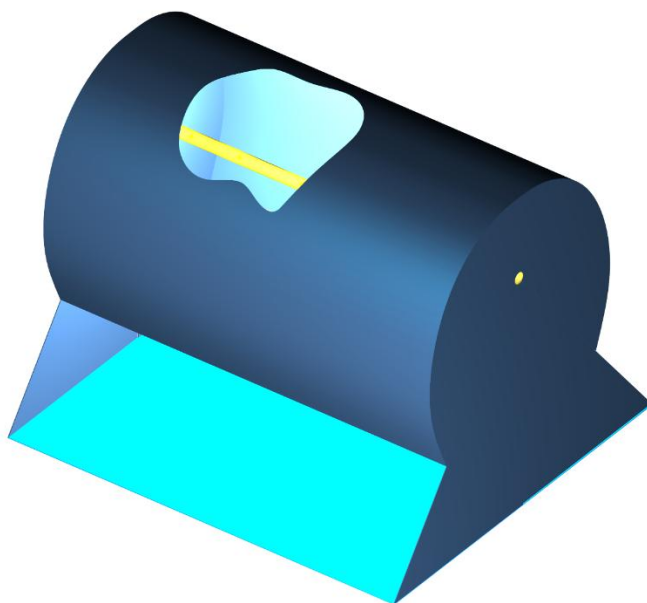


Рис. 2.8. Конструктивна схема теплотехнічної установки

2.1.2. Фокусуючі системи: формування пучка променів із заданими властивостями

Концепція геометричного моделювання променевої теплопередачі припускає, що кожен відбитий промінь є носієм частини енергії. Тоді наближене значення величини теплового поля в точках об'єму фокусуючої системи буде характеризуватися кількістю відбитих променів, віднесених до одиниці виділеного об'єму. Це парадигма геометричного методу.

Геометричний підхід до розв'язання цієї задачі полягає в моделюванні перебігу променів, відбитих від рефлектора в об'ємі фокусуючої системи.

Нехай у прямокутній системі координат Oxy (рис. 2.9) є S – джерело випромінювання та R – відбивальна крива. Тоді промені, відбиті від профілю в точках з координатами $(x; y(x))$, можна визначити за допомогою кривої уявних джерел (ортотоміки). Лінією уявних джерел називають множину точок $S_{уявн}$ (рис. 2.9), розташованих симетрично до джерела променів S відносно дотичної до відбивальної кривої R у точці падіння променя P , тобто ортотомікою називають множину точок $S_{уявн}$, для яких $SN = NS_{уявн}$.

Якщо відбивальну криву R у прямокутній системі координат Oxy описано в явному вигляді рівнянням $y = y(x)$, а точкове джерело променів має координати $S(0; H)$, то рівняння ортотоміки набуває вигляду

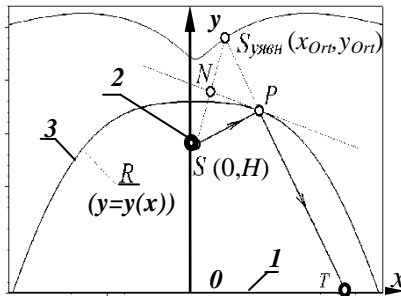


Рис. 2.9. Перебіг променя в теплотехнічній фокусуючій системі: 1- приймач тепла; 2- джерело випромінювання; 3- рефлектор

$$x_{Ort}(x) = 2y' \frac{H + xy' - y}{1 + y'^2};$$

$$y_{Ort}(x) = 2 \frac{Hy'^2 - xy' + y}{1 + y'^2} - H.$$
(2.13)

Якщо відбивальна крива R описана параметричними рівняннями $x = x(t)$ та $y = y(t)$, де t – параметр, то параметричний опис ортотоміки має вигляд

$$X(t) = 2 \frac{y'(xy' - x'y) + x'(x_S x' + y_S y')}{x'^2 + y'^2} - x_S;$$
(2.14)

$$Y(t) = 2 \frac{-x'(xy' - x'y) + y'(x_S x' + y_S y')}{x'^2 + y'^2} - y_S.$$
(2.15)

Оскільки відбиті промені будуть розташовані за нормаллю до ортотоміки, то за її допомогою можна визначити фронт відбитої хвилі як множину точок, розташованих на деякій відстані h за нормаллю до ортотоміки. Опис фронту відбитої хвилі, яка відповідає параметру h , отримаємо як результат підстановки виразів (2.14), (2.15) до формул

$$x_F = X + \frac{h}{X' \sqrt{X'^2 + Y'^2}}; y_F = Y - \frac{h}{Y' \sqrt{X'^2 + Y'^2}}.$$
(2.16)

Конкретний промінь визначається за допомогою виразів (2.13) при фіксованому значенні x , результатом чого є параметричні рівняння відбитого променя

$$x_{Lin}(w) = x + w(x - x_{Ort}(x));$$
(2.17)

$$y_{Lin}(w) = y(x) + w(y(x) - y_{Ort}(x)),$$
(2.18)

де w – параметр, що характеризує довжину променя.

Для обчислення координати точки зустрічі відбитого променя з віссю Ox спочатку розв'язано відносно w рівняння $y(x) + w(y(x) - y_{Ort}(x)) = 0$, яке складене на базі виразу (2.18), і отримано значення $w = w_w$. Після підстановки w_w до виразу (2.17), одержано значення x_T у вигляді

$$x_T = x + w_W(x - x_{Ort}(x)) .$$

Якщо у прямокутній системі координат Oxy джерело променів розташоване у точці $S(0, H)$, а рівнянням гладкої кривої, що відбиває, є $y = y(x)$. Тоді абсциси x_T точки зустрічі відбитого променя з віссю Ox можна обчислити за допомогою формули

$$x_T = x + \frac{y(y'^2 + 1)x - 2y(y'(y'x - y) + Hy')}{(H - y)(y'^2 - 1) - 2xy'} . \quad (2.19)$$

2.1.3. Опис керуючої розподілом відбитих променів функції (керуючої РВП- функції)

Припустимо, що необхідний закон розподілу відбитих променів на осі Ox представлено функцією $W = W(x)$. Тоді, враховуючи формулу (2.19), для опису відбивача, що реалізує цей закон, маємо диференціальне рівняння

$$x + \frac{y(y'^2 + 1)x - 2y(y'(y'x - y) + Hy')}{(H - y)(y'^2 - 1) - 2xy'} = W(x) . \quad (2.20)$$

Для опису $y = y(x)$ форми профілю рефлектора, що забезпечує на осі Ox закон розподілу відбитих променів згідно із «керуючою» функцією $W(x)$, необхідно розв'язати диференціальне рівняння

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{Wx + y^2 - yH - x^2 \pm \sqrt{[x^2 + (y - H)^2][(W - x)^2 + y^2]}}{2yx + WH - Hx - Wy} \quad (2.21)$$

за умови $y(0) = \text{const}$, де (2.21) є розв'язанням рівняння (2.20) відносно похідної y' .

Знак перед радикалом у формулі (2.21) обирається так, щоб результатом розв'язання був профіль рефлектора для додатних значень параметра x .

Вибір функції $W(x)$, призначеної для опису на осі Ox закономірності розподілу відбитих променів, здійснено в такий спосіб (точки S , P і T є характерними для фокусувальної системи (рис. 2.10)). Утворено нову систему координат, у якій за віссю абсцис відкладена величина x_P абсциси точки падіння променя на рефлектор, а за віссю

ординат - величина абсиси точки падіння відбитого променя на вісь Ox (рис. 2.11).

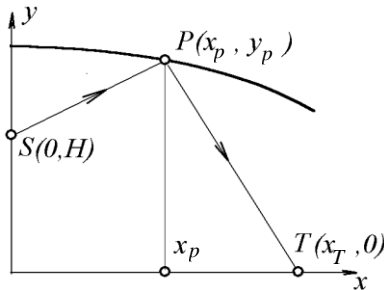


Рис. 2.10. Три точки, що визначають фокусуючу систему

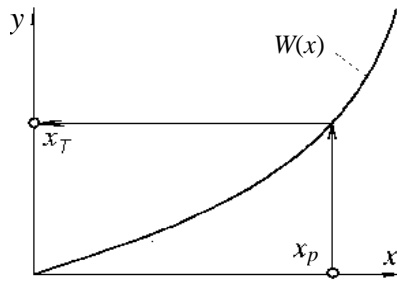


Рис. 2.11. Інтерпретація керуючої РВП- функції $W(x)$

Зазначена інтерпретація керуючої РВП-функції $W(x)$ дозволяє задавати різноманітні закони розподілу відбитих променів.

Для середовища математичного процесора *Maple* складено програми, які дозволили отримати наближені аналітичні описи відбивальних кривих. Розв'язано низку тестових прикладів побудови кривих-рефлекторів, що забезпечують різні закони розподілу відбитих променів.

2.1.4. Фокусуючі системи: формування пучка променів із заданими властивостями

Приклад 1. Визначити форму рефлектора, який дозволить зосередити відбиті промені у початку координат.

У цьому випадку закон розподілу відбитих променів на осі Ox опишемо функцією $W(x) = 0$ (рис. 2.12). Беручи до уваги формулу (2.21), отримаємо рівняння

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{10y^2 - 10x^2 + x - 10y - \sqrt{U}}{20xy + H - y - 10Hx}, \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \text{де } U = & 100x^4 - 20x^3 + (1 + 100H^2 - 200Hy + 200y^2)x^2 + \\ & + (40Hy - 20H^2 - 20y^2)x + 100y^4 - 200Hy^3 + (1 + 100H^2)y^2 - 2Hy + H^2 \end{aligned}$$

На рис. 2.13 наведено поле ізоклін, а також зображено один із розв'язків рівняння (2.22) для початкової умови $y(0) = 50$. Розв'язок отримано у вигляді масиву чисел, наведеного в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Чисельний розв'язок рівняння (2.22)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	50.	49.98	49.93	49.84	49.72	49.56	49.37	49.13
		35	19	51	29	47	03	90
x	8	9	10	11	12	13	14	15
y	48.86	48.56	48.21	47.82	47.39	46.92	46.39	45.83
	99	22	48	65	57	08	98	04
x	16	17	18	19	20	21	22	23
y	45.20	44.53	43.80	43.00	42.14	41.20	40.17	39.06
	98	48	15	53	10	16	86	15
x	24	25	26	27	28	29	30	
y	37.83	36.48	34.98	33.29	31.35	29.06	26.21	
	69	56	24	05	06	11	04	

За даними таблиці 2.1 отримано наближений опис профілю рефлектора у вигляді $y = \sqrt{2500 - 2x^2}$. Як і очікувалося, зосередити відбиті промені на початку осі Ox дозволяє еліптичний відбивач із джерелом променів в одному з його фокусів $S(0, 30)$ (рис. 2.15). На рис. 2.14 наведено відбивальну криву та її ортотому.

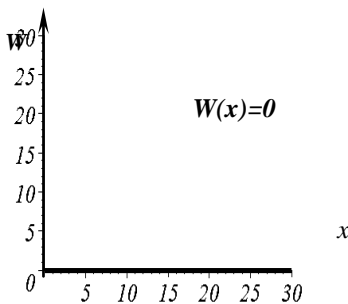


Рис. 2.12. Графік керуючої РВП-функції $W(x) = 0$, яка дозволяє зосередити відбиті промені у початку координат

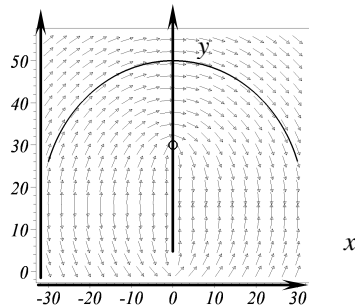


Рис. 2.13. Ізокліни рівняння (18) у випадку $W(x) = 0$ при $y(0)=50, H=30$

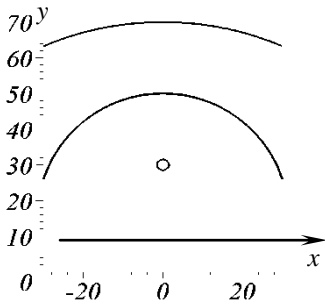


Рис. 2.14. Відбивальна крива

$$y = \sqrt{2500 - 2x^2} \text{ та її ортогоміка}$$

На окрему увагу заслуговує задача рівномірного розподілу променевого потоку в ІЧ-установці.

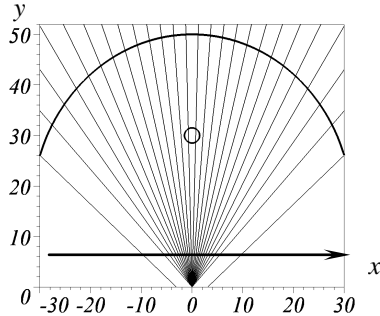


Рис. 2.15. Система відбитих променів

2.1.5. Застосування метода до моделювання відбиттів у робочій камері ІЧ-установки.

Як зазначалося раніше, при розрахунку теплових потоків у робочій камері ІЧ-апарата виникають питання, пов'язані з забезпеченням рівномірного нагріву поверхні теплоприймача.

Розглянемо фокусуєчу систему (рис. 2.16), яка складається з теплоприймача 1 (смуги на площині), трубчастого джерела нагріву 2 та циліндричного рефлектора 3.

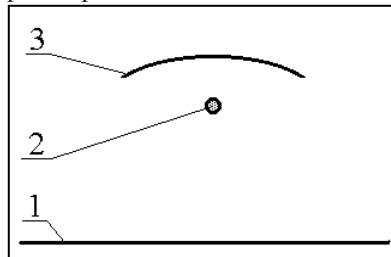


Рис. 2.16. Схема теплопередачі:

1 - теплоприймач; 2 – джерело нагрівання; 3 – рефлектор.

Для забезпечення рівномірного нагрівання поверхні теплоприймача будемо вважати, що кількість теплової енергії, що потрапляє на теплоприймач, складається з двох часток: частка q_1 , яка потрапляє від джерела 2 на теплоприймач 1 безпосередньо, а також частка q_2 , яка потрапляє на теплоприймач після відбиття від рефлектора 3.

Постановка задачі. Визначити форму профілю циліндричного рефлектора 3 та розташування відносно нього трубчастого нагрівника 2, які забезпечили б рівномірне нагрівання смуги 1 за умови, що на теплоприймач одночасно потрапляють як прямі теплові промені, так і промені, відбиті від рефлектора.

Передусім треба визначити розподіл теплової енергії q_1 . Для цього розташуємо елементи теплопередачі в прямокутній системі координат Oxy таким чином, щоб перетин теплоприймача збігався з віссю Ox , а джерело тепла мало координати $(0; H)$.

Розглянемо пряме опромінення відрізка радіальними променями з однаковим кутовим кроком (рис. 2.16). Очевидно, що точки їх зустрічі з відрізком розташовані нерівномірно. Для прямого опромінення точки перетину променів із віссю Ox розташовані на початку координат щільно, а з віддаленням від початку координат щільність зменшується. Тому відбиті промені повинні розташовуватися більш щільно із рухом від початку координат. Отже, для того, щоб сумарна щільність теплового потоку була рівномірною, характер розподілу відбитого випромінювання повинен бути зворотним до характеру розподілу прямого випромінювання.

Уявимо, що за допомогою відбивача утворилися нові точки зустрічі відбитих променів (рис. 2.18а).

Парадигма геометричного моделювання полягає в тому, що для рівномірного обігрівання відрізка характер розподілу цих двох груп точок повинні бути взаємно оберненими. Таким чином, необхідно побудувати таку функцію $W(x)$ для опису розподілу точок відбитого випромінювання на осі Ox , який описує закон, «зворотний» до закону $V(x)$ «прямого» опромінення. Отже, задачу профілювання можна сформулювати так: визначити форму відбивача, яка забезпечить «взаємну оберненість» точок перетину прямих та відбитих променів із відрізком осі. Характер сумарного опромінення визначається виглядом як функції $W(x)$, так і функції $V(x)$.

Зупинимось на методі побудови керуючої функції $W(x)$, що забезпечувала б закон розподілу відбитих променів на осі Ox , зворотний до закону розподілу прямих променів $V(x)$. За цієї умови графіки функцій $V(x)$ і $W(x)$ є симетричними відносно бісектриси кута, який утворюють напрями осей Ox і Oy .

У цьому випадку пряме опромінення із задовільною точністю описується функцією $V^{-1} = -0.112 + 4.404 \cdot x^{-1}$ (рис. 2.17б). Таким чином, функція $W(x)$ має вигляд $W^{-1} = 0.024 + 0.255 \cdot x^{-1}$ (рис. 2.18б).

Диференціальне рівняння

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{Wx + y^2 - yH - x^2 \pm \sqrt{U}}{2yx + WH - Hx - Wy}$$

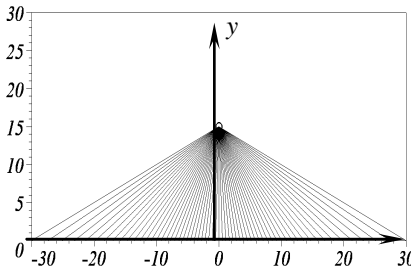
для керуючої РВП- функції $W^{-1} = 0.024 + 0.255 \cdot x^{-1}$ розв'язане методом Рунге-Кутта-Фельдберга для $H = 15$ і $-30 \leq x \leq 30$ за початкової умови $y(0)$. Для цього в середовищі математичного процесора *Maple* створено відповідну програму. На рис. 2.19 наведено ізокліни рішень рівняння (2.22), а також один із розв'язків для обраної початкової умови $y(0)=20$. Результатом програми є координати точок, які визначають профіль перетину циліндричної поверхні рефлектора. З використанням графоаналітичного редактора *TableCurve v1.10* за отриманими даними складено рівняння шуканого профілю

$$y = 18 - 0,0336x - 0,088x^2 + 0,0125x^{2,5}.$$

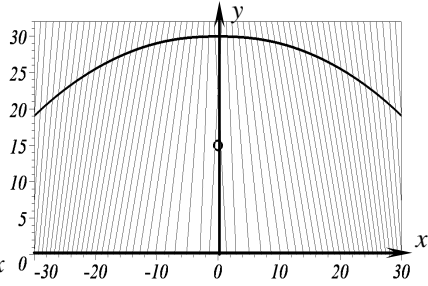
На рис. 2.18а наведено систему променів, відбитих від рефлектора, на рис. 2.20 - відбивальну криву та її ортотоміку.

Таким чином, введення поняття *керуючої РВП-функції* забезпечує можливість отримання необхідного закону розподілу відбитих променів на осі Ox та є ключовим елементом при розв'язанні задачі визначення форми профілю відбивача.

Запропонований метод моделювання відбивальної системи з наперед заданими властивостями дає змогу проектувати ІЧ-обладнання з врахуванням вимог технологічних процесів. Особливо важливим результатом є розв'язання задачі формування пучка променів, який забезпечує рівномірне опромінення теплоприймальної поверхні.



a)



a)

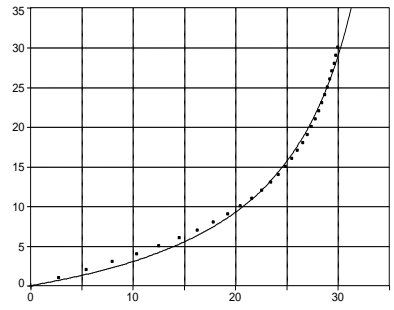


Рис. 2.17. Графік функції прямого опромінення

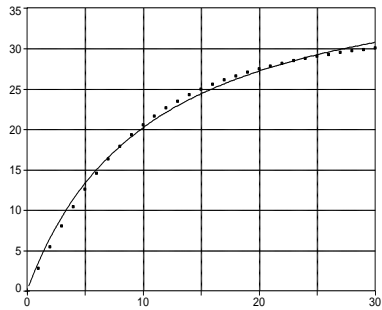


Рис. 2.18. Графік функції відбитого опромінення

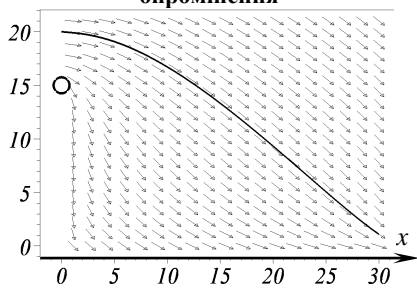


Рис. 2.19. Поле ізоклін та розв'язок за умови $y(0)=20, H=15$

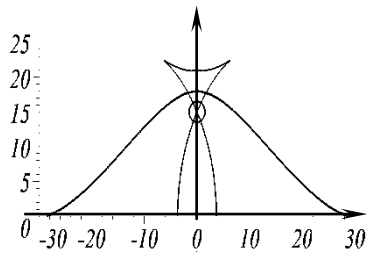


Рис. 2.20. Крива та її ортотоміка

Геометричне керування технологічним процесом може здійснюватися у такий спосіб: використовується одиничне трубчасте джерело зі змінним розташуванням $y_s(t)$ та/або змінною кривою $u(x, t)$, яка описує його відбивач, з метою регулювання сумарного променевого потоку на поверхні нерухомого продукту. Оптимізація

теплообміну випромінюванням, таким чином, полягає у визначенні таких керувань $y_s(t)$ та $u(x, t)$, які забезпечують екстремальне значення функції мети $\chi(y_s(t), u(x, t))$ у такому вигляді:

$$\text{Extr } \chi(y_s(t), u(x, t)),$$

за умови, що $y_s(t)$ та $u(x, t)$ належать області допустимих значень, яка визначається розташуванням джерела, відбивача та продукту.

2.2. Геометричні аспекти моделювання відбивальних систем, що забезпечують заданий розподіл теплоти на робочих поверхнях.

Теплотехнічне устаткування з інфрачервоними (ІЧ) випромінювачами широко використовуються в промисловості для термічної обробки найрізноманітніших продуктів. Проте, існуюче обладнання містить істотні недоліки – воно не забезпечує їхній раціональний прогрів, що не може не відбиватися як на якості кінцевої продукції, так і на обсяг використаної енергії. Тому в останні роки дослідники стали приділяти значну увагу розробці методики визначення форм рефлекторів теплотехнічних систем, які б дозволили забезпечити наперед запланований закон розподілу теплоти на робочих поверхнях.

Очевидно, що вона складається з теплоти, яка потрапляє на приймач безпосередньо від випромінювача і теплоти, яка приходиться із віддзеркаленими від рефлектора променями.

Розглянемо три питання, які виникають під час проектування теплотехнічних систем, що працюють в умовах пласкої задачі. По-перше, знайдемо формулу для визначення щільності безпосереднього опромінювання тепловим потоком циліндричного приймача з перерізом довільної форми. По-друге, встановимо зв'язок, існуючий між плінними координатами точки відбивача, від якої віддзеркалюється тепловий промінь, і координатами точки робочої поверхні, куди він потрапляє. По-третє, розробимо методику визначення форм відбивачів теплотехнічних установок, що забезпечують заданий розподіл теплоти на циліндричній поверхні заданої форми.

2.2.1. Щільність безпосереднього опромінювання робочої поверхні циліндричної форми.

Знайдемо формулу для визначення щільності безпосереднього опромінювання тепловим потоком приймача.

Розглянемо теплотехнічну систему (рис. 2.21), що складається з трубчастого випромінювача **1** та циліндричного за формою рефлектора **2** й довільного за формою приймача теплових променів **3**. Із системою пов'яжемо декартову систему координат так, як це показано на рисунку 2.8, тобто вісь Oz спрямуємо вздовж осі випромінювача, а осі Ox , Oy напрямимо відповідно горизонтально й вертикально [41].

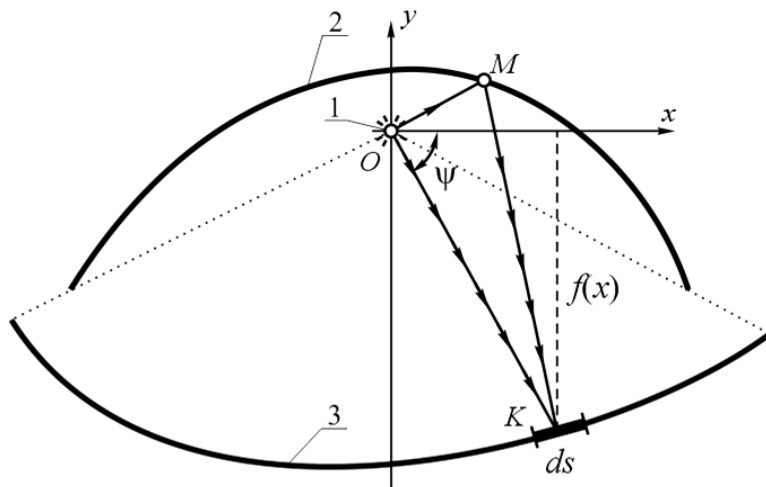


Рис. 2.21. Схема теплотехнічної системи

Задачу розглядатимемо в плоскій постановці, тобто вважатимемо, що інтенсивність теплового потоку на робочій поверхні приймача **3** залежить лише від двох координат x та y точок його поверхні.

Нехай один лінійний метр джерела O випромінює рівномірно в усіх напрямках за одну секунду E одиниць енергії.

Очевидно, що в довільно вибрану точку K приймача буде потрапляти кілька теплових променів. По-перше, це промінь OK , що забезпечує безпосереднє опромінювання точки K . По-друге, один або декілька променів, що віддзеркалюються від рефлектора **2**. Кількість таких променів залежить від конструктивних особливостей відбивача. На рисунку 2.21 показано лише один із них – MK . (Заважимо, що в подальшому для спрощення проблеми будемо розглядати лише такі конструкції, в яких у довільну точку K приходить тільки один віддзеркалений промінь).

У відповідності до цієї схеми щільність теплового потоку, який потрапляє до K за одну секунду, позначимо символом $q(x)$ (очевидно,

що положення вибраної точки на приймачеві однозначно визначається лише однією координатою x). Величина $q(x)$ складається з щільності $q_1(x)$, яка обумовлена безпосереднім опромінюванням тепловим потоком поверхні **3**, і $q_2(x)$ – що викликана віддзеркаленими променями.

Отже,

$$q(x) = q_1(x) + q_2(x). \quad (2.23)$$

Знайдемо спочатку формулу для визначення $q_1(x)$, якщо форму приймача задано функцією

$$y = f(x). \quad (2.24)$$

Нехай промінь OK виходить із O під кутом ψ до осі Ox . (Кут будемо вважати додатним, якщо його відкладено від осі Ox проти ходу годинникової стрілки).

Очевидно, що

$$f(x) = x \operatorname{tg} \psi,$$

де x – абсциса точки K .

Візьмемо від обох частин цієї рівності повний диференціал

$$f' dx = \operatorname{tg} \psi dx + x \frac{d\psi}{\cos^2 \psi}. \quad (2.25)$$

Але $\operatorname{tg} \psi = \frac{f}{x}$, а $\cos \psi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + f^2}}$ і рівність (2.25) набуває

вигляду

$$f' dx = f \frac{dx}{x} + \frac{x^2 + f^2}{x} d\psi. \quad (2.26)$$

Енергія, що випромінюється в куті $d\psi$ одним метром нагрівача за одну секунду дорівнює

$$dQ = \frac{E}{2\pi} d\psi.$$

Припустимо, що вся вона потрапляє на ділянку ds приймача в околі точки K . Тоді щільність теплового потоку $q_1(x)$, що викликаний безпосереднім опромінюванням робочої поверхні, дорівнює

$$q_1(x) = \frac{dQ}{ds} = \frac{E}{2\pi} \frac{d\psi}{ds} = \frac{E}{2\pi} \frac{d\psi}{dx} \frac{dx}{ds}.$$

Але, як відомо

$$ds = \pm \sqrt{1 + f'^2} dx.$$

Домовимося ставити знак "+", якщо за збільшення кута ψ координата x точки K теж буде збільшуватися, тобто $dx > 0$, інакше ставитимемо знак "-".

Таким чином

$$q_1(x) = \pm \frac{E}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + f'^2}} \frac{d\psi}{dx},$$

звідки маємо

$$d\psi = \pm \frac{2\pi}{E} q_1(x) \sqrt{1 + f'^2} dx.$$

Якщо підставити цю залежність у (2.26), то остаточно отримаємо формулу для визначення інтенсивності теплового потоку $q_1(x)$ на робочій поверхні

$$q_1(x) = \pm \frac{E}{2\pi} \frac{xf' - f}{(x^2 + f^2)\sqrt{1 + f'^2}}. \quad (2.27)$$

Як і раніше, знак "+" вибиратимемо у випадку, коли за збільшення кута ψ буде збільшуватися й координата x точки K . У протилежному випадку ставитимемо "-".

Розглянемо кілька найпростіших випадків застосування цієї формули.

Приклад 1. Приймач – пряма лінія $y = f(x) = -h$.

Згідно з наведеним вище правилом виберемо в формулі (2.27) знак "+" і підставимо $f = -h$.

Остаточно отримаємо

$$q_1(x) = \frac{E}{2\pi} \frac{h}{x^2 + h^2},$$

що збігається із залежністю (2.12).

Приклад 2. Нехай приймач – дуга півкола радіуса R , яку розташовано вище точки O , тобто $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$.

Збільшення кута ψ веде до зменшення координати x точки K півкола. Отже, у формулі (2.27) вибираємо знак "-".

Остаточно знаходимо

$$q_1(x) = \frac{E}{2\pi R},$$

тобто на поверхні циліндричного приймача колового перерізу (центр кола збігається з точкою O) величина інтенсивності безпосереднього опромінювання $q_1(x)$ – стала величина.

2.2.2. Геометрія розповсюдження віддзеркалених від рефлектора теплових променів та диференціальна залежність між чинниками, що впливають на їхній рух.

Процес розробки відбивального устаткування із заданим наперед розподілом теплоти на робочій поверхні тісно пов'язаний із використанням диференціальної залежності, що існує між плинними координатами x, y точки M рефлектора, від якої віддзеркалюється тепловий промінь, і координатами x^*, y^* точки K приймача, куди він потрапляє.

Нехай промінь OMK , що виходить із прямолінійного випромінювача **1** під кутом φ до осі Ox , потрапляє в точку K приймача **3** під кутом β до цієї ж осі (рис. 2.22). Окрім того вважатимемо, що приймач має загальну ширину $L = a_1 + a_2$, а дотична до контуру рефлектора **2** в точці M утворює кут γ з поземною віссю.

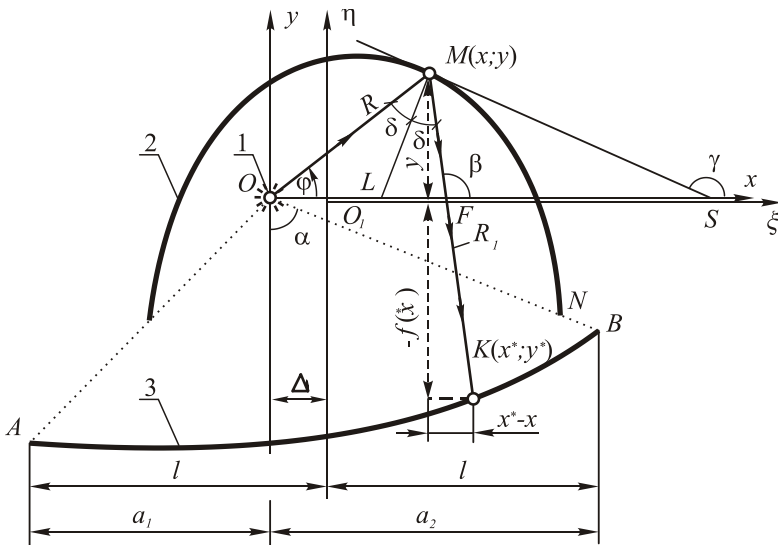


Рис. 2.22. Схема руху віддзеркалених променів

Знайдемо залежність між кутами φ , β , γ .

Позначимо символом δ кути падіння й віддзеркалення. Із $\triangle OMF$ і $\triangle LMS$ маємо

$$\delta = \frac{1}{2}(\beta - \varphi), \quad \gamma = \beta + \frac{\pi}{2} - \delta = \frac{1}{2}(\beta + \varphi + \pi).$$

Отже,

$$\operatorname{tg} \gamma = -\frac{1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi + \beta}{2}\right)} = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \beta + \cos \varphi \cdot \sin \beta}{\cos \varphi \cdot \cos \beta - \sin \varphi \cdot \sin \beta - 1}.$$

Її можна записати у наступному вигляді:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sin \varphi \cos \beta + \cos \varphi \sin \beta}{\cos \varphi \cos \beta - \sin \varphi \sin \beta - 1}. \quad (2.28)$$

Із рисунка 2.22 визначаємо

$$\sin \varphi = \frac{y}{R}, \quad \cos \varphi = \frac{x}{R}, \quad \sin \beta = \frac{y - f(x^*)}{R_1},$$

де

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad R_1 = \sqrt{(x^* - x)^2 + (y - f(x^*))^2}.$$

Якщо взяти до уваги, що $\operatorname{tg} \gamma = \frac{dy}{dx}$, то залежність (2.28) вдається

перетворити до такого вигляду:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x^* - x) - x(y - f(x^*))}{R R_1 + x(x^* - x) + y(y - f(x^*))}. \quad (2.29)$$

Перевіримо вірогідність отриманих результатів на тестовій задачі.

Приклад. Нехай відбиті від рефлектора промені рівнобіжні між собою. Як відомо, це буває лише в разі, коли крива $y = y(x)$ є параболою. Доведемо це твердження.

Якщо промені рівнобіжні, то точка $M(x, y)$ і $K(x^*, y)$ лежать на одній прямовисній прямій, тобто $x^* = x$. У цьому разі рівняння (2.29) набуває вигляду

$$y' = \frac{y-R}{x} \quad (R = \sqrt{x^2 + y^2}). \quad (2.30)$$

Для його розв'язання зробимо підставлення

$$y = xV,$$

де $V = V(x)$ – нова змінна.

Тепер рівняння (2.30) легко приводиться до вигляду

$$\frac{V'}{\sqrt{1+V^2}} = -\frac{1}{x}.$$

Як бачимо, змінні розділилися. Інтегруємо це рівняння

$$\int \frac{dv}{\sqrt{1+V^2}} = -\int \frac{dx}{x} - \ln C,$$

де C – довільна стала.

Остаточно отримуємо

$$y = -ax^2 + \frac{1}{4a}. \quad \left(a = \frac{C}{2}\right). \quad (2.31)$$

Отже, якщо відбиті промені рівнобіжні, то профіль рефлектора є парабола, в фокусі якої розташовано випромінювач. Функція (2.31) визначає сім'ю парабол.

Якщо в рівнянні покласти $x^* = const$, то воно визначатиме рівняння профілю рефлектора, який формує відбиті промені в одній точці приймача з координатою $x = x^*$.

Для більш зручного розв'язання багатьох задач у рівності (2.29) зручно перейти до полярної системи координат

$$\varphi = \arctg \frac{y}{x}, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Остаточно отримуємо

$$\frac{dR}{d\varphi} = -R \frac{(R_1 - R) \cos \varphi + x^*}{(R_1 + R) \sin \varphi - f(x^*)}, \quad (2.32)$$

$$\left(R_1 = \sqrt{(R \cos \varphi - x^*)^2 + (R \sin \varphi - f(x^*))^2} \right).$$

Під час вивчення конкретних проблем залежність (2.32) зручно перевести до безрозмірних координат ξ, η (див. рис. 2.22). Початок нової системи O_1 , візьмемо на осі Ox на відстані $\Delta = \frac{a_1 + a_2}{2}$ від O , тобто над серединою приймача. Вісь $O_1\xi$ спрямуємо горизонтально, $O_1\eta$ – вертикально.

Покладемо

$$\xi = \frac{x^*}{l} - \delta, \quad \eta = \frac{y}{l}, \quad (2.33)$$

де $l = \frac{a_1 + a_2}{2}$ – половина довжини приймача; $\delta = \frac{\Delta}{l}$.

Нехай

$$f(x^*) = l g(\xi), \quad \rho = \frac{R}{l},$$

$$\rho_1 = \frac{R_1}{l} = \sqrt{(\rho \cos \varphi - \xi - \delta)^2 + (\rho \sin \varphi - g(\xi))^2}.$$

Тоді в новій системі координат форму відбивача описуватиме функція

$$\eta = g(\xi) \quad (-1 \leq \xi \leq 1),$$

а залежність (2.20) набуде такого остаточного вигляду:

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = -\rho \frac{(\rho_1 - \rho) \cos \varphi + \xi + \delta}{(\rho_1 + \rho) \sin \varphi - g(\xi)}. \quad (2.34)$$

Якщо вважати, що кут φ є функцією від ξ тобто $\varphi = \varphi(\xi)$ і вона відома, то цю залежність зручно записати так:

$$\frac{d\rho}{d\xi} = -\rho \frac{(\rho_1 - \rho) \cos \varphi + \xi + \delta}{(\rho_1 + \rho) \sin \varphi - g(\xi)} \varphi'(\xi). \quad (2.35)$$

Отже, отримали диференційну залежність, що в майбутньому слугуватиме для визначення форми рефлектора.

Щоб вона стала диференціальним рівнянням, треба встановити зв'язок між функціями – φ та ξ .

2.2.3. Переведення основних функцій до безрозмірного вигляду та встановлення залежностей між змінними φ та ξ .

Розглянемо теплотехнічну систему, схему яку зображено на рисунку 2.22. Будемо вважати, що вона має циліндричний приймач **3** з довільною формою перерізу, який задано деякою функцією

$$y = f(x).$$

Нехай $q(x)$ – щільність розподілу теплової енергії, що потрапляє на робочу поверхню приймача за одну секунду. Тоді, згідно з рівністю (2.23), щільність розподілу енергії, яка обумовлена дією віддзеркалених від рефлектора променів може бути визначена так:

$$q_2(x) = q(x) - q_1(x), \quad (2.36)$$

де щільність безпосереднього опромінювання $q_1(x)$ може бути обчислена за формулою (2.27).

Введемо в розгляд безрозмірні функції, які називатимемо «функції опромінювання», за допомогою наступних залежностей:

$$p(\xi) = \frac{2l}{E} q(x), \quad p_1(\xi) = \frac{2l}{E} q_1(x), \quad p_2(\xi) = \frac{2l}{E} q_2(x). \quad (2.37)$$

Тут, як і раніше $\xi (-1 \leq \xi \leq 1)$ – одна з безрозмірних координат, що визначається згідно з залежностями (2.33) так:

$$\xi = \frac{x}{l} - \delta, \quad \eta = \frac{y}{l}. \quad (2.38)$$

Зауважимо, що в (2.21), а також у деяких інших формулах замість x писалося x^* . Це робилося для того, щоб відрізнити плинну координату x точки M рефлектора від плинної координати x^* точки K приймача, куди потрапляє відбитий промінь. Тепер такої необхідності нема й тому замість x^* писатимемо просто x .

Із рівності (2.36) випливає

$$p_2(\xi) = p(\xi) - p_1(\xi), \quad (2.39)$$

а з формули (2.27)

$$p_1(\xi) = \pm \frac{l}{\pi} \frac{xf' - f}{(x^2 + f^2)\sqrt{1 + f'^2}}.$$

Тут теж зручно перейти до безрозмірних величин. Для цього замість $f(x)$, як і раніше введемо нову функцію $g(\xi)$ таку, що

$$f(x) = l g(\xi), \quad (2.40)$$

тобто $g(\xi) = \frac{1}{l} f[l(\xi + \delta)]$, а замість y – величину $\eta = \frac{y}{l}$.

Тоді формулу для визначення $p_1(\xi)$ вдається перетворити до вигляду

$$p_1(\xi) = \pm \frac{1}{\pi} \frac{(\xi + \delta)g' - g}{[(\xi + \delta)^2 + g^2]\sqrt{1 + g'^2}}. \quad (2.41)$$

Тут штрих над g означає диференціювання за змінною ξ .

Знак "+" ставитимемо, коли за збільшення кута ψ (див. рис. 2.21) координата ξ точки K збільшуватиметься. Інакше ставитимемо "-".

Будемо вважати, що вся теплота E , яку випромінює один метр джерела за одну секунду, потрапляє на приймач. Тоді (див. рис. 2.22) криволінійний інтеграл

$$\int_{(A)}^{(B)} q(x) ds = \frac{E}{2l} \int_{(A)}^{(B)} p(\xi) ds = E.$$

Звідси, враховуючи, що елемент дуги

$$ds = l\sqrt{1 + g'^2(\xi)} d\xi,$$

встановлюємо таку властивість функції $p(\xi)$:

$$\int_{-1}^1 p(\xi)\sqrt{1 + g'^2} d\xi = 2. \quad (2.42)$$

Отже, якщо потрібний розподіл теплоти на приймачеві $q(x)$ заданий, а значить задано й $p(\xi)$, то залежність (2.39) дозволяє винайти функцію опромінювання віддзеркаленими променями $p_2(\xi)$.

Щоб розв'язати задачу про визначення форми рефлектора, який забезпечує необхідний розподіл теплоти на робочій поверхні, треба мати ще одну залежність, а саме: між кутом φ , який визначає положення плинної точки M на рефлекторі і координатою ξ точки K приймача, куди потрапляє відбитий від M промінь.

Можна вказати дуже багато таких залежностей. Розглянемо лише кілька найпростіших.

Схема А. Будемо вважати, що коли точка M переміщується контуром рефлектора починаючи від N проти хода годинникової стрілки, а φ монотонно збільшується, то точка K , куди потрапляє віддзеркалений від точки M промінь, також починає монотонно рухатися від A в бік B . Отже буде збільшуватися і ξ , а в будь-яку точку K кривої AB потрапляє лише один відбитий промінь (рис. 2.23).

Теплова енергія E^+ , що відіб'ється за одну секунду від рефлектора в кути $\angle NOM = \varphi + \frac{\pi}{2} - \alpha$ (див. рис. 2.23), дорівнюватиме

$$E^+ = \frac{E}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\pi}{2} - \alpha \right). \quad (2.43)$$

Вона розподілиться на ділянці AK . Отже, криволінійний інтеграл вздовж кривої AB від A до K

$$E^+ = \int_{(A)}^{(K)} q_2(x) ds.$$

Враховуючи залежності (2.37), (2.39), а також те, що $ds = \sqrt{1 + f'^2} dx$, маємо

$$E^+ = \frac{E}{2l} \int_{(A)}^{(K)} p_2(\xi) ds = \frac{E}{2l} \int_{-1}^x p_2(\xi) \sqrt{1 + f'^2} dx.$$

Замінімо f на lg , а dx на $l d\xi$. Тоді

$$E^+ = \frac{E}{2} \int_{-1}^{\xi} p_2(\xi) \sqrt{1 + g'^2} d\xi. \quad (2.44)$$

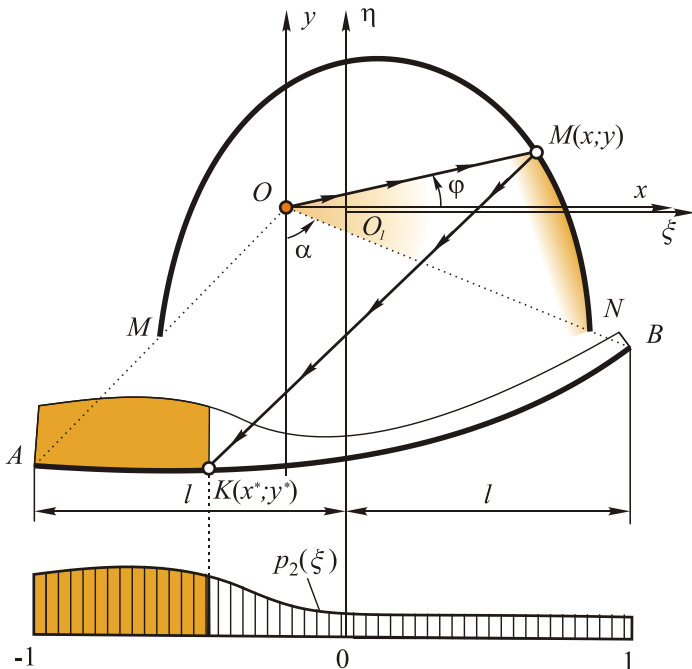


Рис. 2.23. Розподіл віддзеркалених від рефлектора променів на приймачеві за схемою А

Прирівнюючи залежності (2.43), (2.44) з урахуванням (2.39) встановлюємо зв'язок між координатою φ точки M рефлектора і координатою ξ точки K приймача

$$\varphi(\xi) = \alpha - \frac{\pi}{2} + \pi \int_{-1}^{\xi} [p(\xi) - p_1(\xi)] \sqrt{1 + g'^2} d\xi. \quad (2.45)$$

Функцію $p(\xi)$ за умовами задачі можна вважати заданою, а функція $p_1(\xi)$ легко обчислюється за допомогою формули (2.41). Отже, $\varphi(\xi)$ завжди можна обчислити із залежності (2.45).

Також легко знаходимо, що

$$\varphi'(\xi) = \pi [p(\xi) - p_1(\xi)] \sqrt{1 + g'^2}.$$

Тепер всі необхідні елементи диференціального рівняння першого порядку (2.35) відомі і для визначення форми рефлектора треба лише його розв'язати.

Схема В. Будемо переміщувати точку $M(x, y)$ рефлектора, від якої віддзеркалюється тепловий промінь, починаючи від B до C (рис. 2.24). При цьому вважаємо, що точка K почне свій рух від точки O_2 на приймачеві, і коли M дійде до C , то K опиниться в B . (Положення точки C можна визначити з умов, що енергія, яка випромінюється в куті $\angle BOC$ дорівнює енергії, що потрапляє на приймач на ділянці O_2B).

На ділянці CA , коли точка M рухається проти годинникової стрілки, а точка K починає свій монотонний рух від O_2 в бік A .

Теплова енергія E^+ , що відіб'ється за одну секунду від рефлектора в куті $\angle BOM = \varphi + \frac{\pi}{2} - \alpha$ (див. рис. 2.24), дорівнюватиме

$$E^+ = \frac{E}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\pi}{2} - \alpha \right). \quad (2.46)$$

Вона розподілиться на ділянці O_2K . Отже, криволінійний інтеграл вздовж кривої O_2B від O_2 до K

$$E^+ = \int_{(O_2)}^{(K)} q_2(x) ds.$$

Враховуючи (2.37), що елемент дуги $ds = \sqrt{1 + f'^2} dx$, отримуємо

$$E^+ = \frac{E}{2l} \int_{(O_2)}^{(K)} p_2(\xi) ds = \frac{E}{2l} \int_0^{\xi} p_2(\xi) \sqrt{1 + f'^2} dx,$$

або переходячи до безрозмірних величин і

$$g = \frac{1}{l} f,$$

приходимо до залежності

$$E^+ = \frac{E}{2} \int_0^{\xi} p_2(\xi) \sqrt{1 + g'^2} d\xi. \quad (2.47)$$

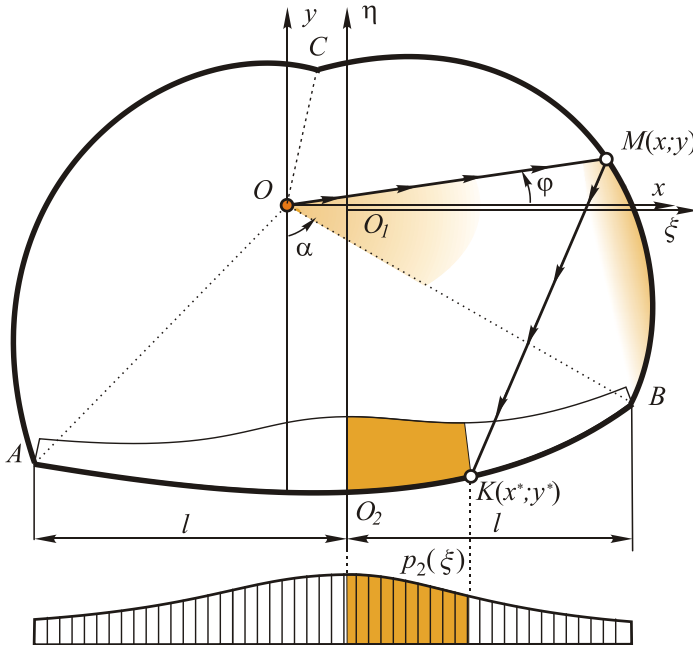


Рис. 2.24. Розподіл віддзеркалених від рефлектора променів за схемою В

Прирівнюючи цю залежність до (2.46) і замінюючи $p_2(\xi)$ на $p(\xi) - p_1(\xi)$, маємо

$$\varphi(\xi) = \alpha - \frac{\pi}{2} + \pi \int_0^{\xi} [p(\xi) - p_1(\xi)] \sqrt{1 + g'^2} d\xi. \quad (2.48)$$

Аналогічним чином не важко отримати залежність $\varphi(\xi)$ для ділянки CA рефлектора.

Розглянемо ще одну схему розподілу на приймачеві віддзеркалених променів.

Схема С. Будемо вважати, що коли точка M переміщується контуром рефлектора починаючи від B проти ходу годинникової стрілки і кут φ монотонно збільшується, то точка K , куди потрапляє віддзеркалений від відбивача промінь, також починає монотонно рухатися від B в бік A (рис. 2.25). При цьому вважатимемо, що в будь-яку точку приймача потрапляє лише один відбитий промінь.

Як і раніше, спочатку підраховуємо енергію E^+ , що відіб'ється за одну секунду від рефлектора в куті $\angle BOM = \varphi + \frac{\pi}{2} - \alpha$.

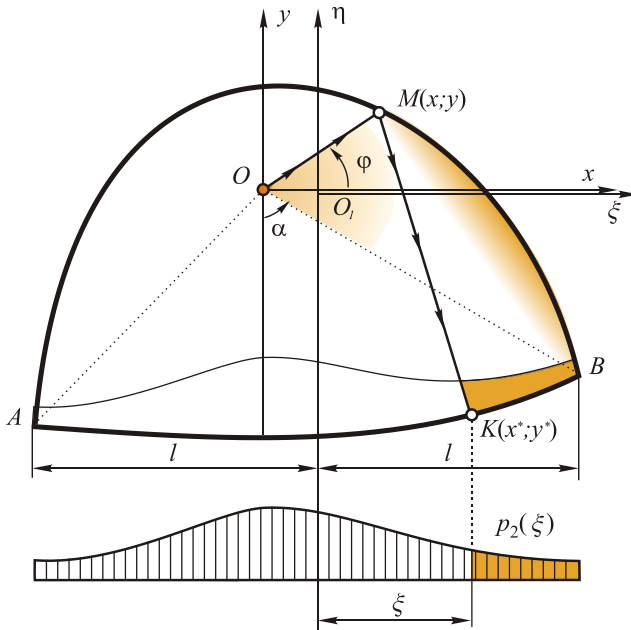


Рис. 2.25. Розподіл відзеркалених від рефлектора променів за схемою С

Вона, згідно залежності (2.34) дорівнює

$$E^+ = \frac{E}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\pi}{2} - \alpha \right). \quad (2.49)$$

Ця енергія розподіляється на ділянці BK приймача. Отже, якщо щільність $q_2(x)$ задана, то криволінійний інтеграл вздовж кривої BA від B до K дорівнює

$$E^+ = \frac{E}{2l} \int_{(K)}^{(B)} q_2(x) ds = \frac{E}{2l} \int_{\xi}^1 p_2(\xi) \sqrt{1 + f'^2} dx.$$

Підставимо сюди $g = f/l$ і перейдемо від dx до $d\xi$. Отримуємо

$$E^+ = \frac{E}{2} \int_{\xi}^1 p_2(\xi) \sqrt{1 + g'^2} d\xi.$$

Прирівнюючи цю залежність до (2.49) і замінюючи $p_2(\xi)$ на $p(\xi) - p_1(\xi)$, знаходимо

$$\varphi(\xi) = \alpha - \frac{\pi}{2} + \pi \int_{\xi}^1 [p(\xi) - p_1(\xi)] \sqrt{1 + g'^2} d\xi. \quad (2.50)$$

Можна запропонувати ще низку можливих схем розподілу віддзеркаленої теплоти на приймачеві бо їх буде, очевидно, нескінченна кількість, особливо, якщо розглянути і схеми, в яких в одну точку приймача може попадати кілька променів. Але ми вважаємо, що і запропонованих схем достатньо для ілюстрації можливостей запропонованої методики розв'язання поставленої проблеми.

Наведений вище матеріал дозволяє побудувати алгоритми розв'язання поставленої проблеми – пошуку форми рефлектора з заданими відбивальними властивостями.

2.3. Алгоритм розв'язання задачі про визначення форми перерізу циліндричного рефлектора.

Нехай треба встановити профіль циліндричного рефлектора, який забезпечує заданий закон розподілу теплоти на робочій поверхні.

Заданими вважаємо форму приймача $f(x)$ і потрібний розподіл теплоти на ньому $q(x)$, який має забезпечити лінійний випромінювач.

Робимо наступні кроки:

1. Переходимо до безрозмірних величин (за одиницю довжини вибираємо половину довжини проекції приймача на вісь x -ів тобто l). Вводимо відносні координати ξ та η згідно залежностей (2.33), а замість функції $f(x)$ нову – $g(x)$ у відповідності до (2.40).

2. Обираємо схему розподілу відбитих від рефлектора променів на приймачеві у відповідності до схем розподілу А, В, С (див. п.2.2.3.), або розробляємо більш складну іншу.

3. Використовуючи першу формулу із (2.37), знаходимо функцію опромінювання $p(\xi)$.

4. За допомогою формули (2.41) обчислимо функцію безпосереднього опромінювання приймача $p_1(\xi)$, а за допомогою (2.42) перевіримо отриманий результат.

5. Встановлюємо функціональну залежність $\varphi = \varphi(\xi)$. Для цього треба скористатися відповідною формулою (п. 2.2.3.) для вибраної схеми розподілу відбитих від рефлектора променів (2.45), (2.48), (2.50).

6. Складаємо диференціальне рівняння першого порядку у формі (2.34) або (2.35) і розв'язуємо його тобто знаходимо залежність $\rho = \rho(\varphi)$. Тим самим встановимо форму профілю рефлектора.

2.4. Про побудову числового розв'язку та точність кінцевих результатів.

Диференціальне рівняння в формі (2.34) або (2.35) лише в самих найпростіших випадках можуть бути розв'язані аналітично, а зазвичай для цього доводиться використовувати числові методи. Наприклад, метод Рунге-Кутта.

Відразу виникає питання про ступінь точності отриманих результатів. Тому розглянемо це питання детальніше.

Якщо розв'язувати рівняння (2.34), то треба вміти знаходити змінну ξ як функцію кутової координати φ . Але залежність $\varphi = \varphi(\xi)$ ми вже маємо (п. 2.2.3 схеми А, В, та С розподілу відбитих від рефлектора теплових променів на приймачеві. Таким чином, за такого відходу для побудови числового розв'язку рівняння (2.34) доведеться неодноразово відшукувати змінну ξ як корінь неперервної функції $\varphi = \varphi(\xi)$, що не досить зручно хоча й допустимо.

Метод Рунге-Кутта полягає в обчисленні кожного наступного значення функції $\rho(\varphi)$ в точці $\varphi = \varphi_0 + h$ (h – крок) за відомим значенням у точці $\varphi = \varphi_0$. При цьому, як правило використовується узагальнена формула Сімпсона. Зрозуміло, за такого підходу до розв'язання задачі похибки обчислень зазвичай має зростати з віддаленням від початкової точки. Щоб отримати приблизну оцінку неточності теорія рекомендує провести спочатку обчислення, користуючись кроком h , а потім – кроком $h/2$. Тоді похибка наближеного розв'язку, у разі використання формули Сімпсона, складе приблизно $\frac{1}{2^4 - 1} = \frac{1}{15}$ частку різниці між цими двома результатами.

Для оцінки точності обчислень автор спочатку ділив інтервал зміни кута φ на $N = 25$ рівних кроків, а потім на $N = 50$. У всіх випадках три значачи цифри результатів збігалися тобто $\varepsilon < 0,0001$. Така точність цілком допустима для практичних цілей. Тому було вирішено за основу взяти $N = 50$. І тоді обчислення перевірялися для $N=100$.

Необхідність пошуку кореня ξ^* функції $\varphi = \varphi(\xi)$ за відомим значенням кута φ дещо ускладнює програму обчислень. Тому в подальшому автор перейшов до розв'язування диференціального рівняння у формі (2.35), тому що відшукати кут φ за відомим ξ не складає проблеми. Очевидно, що на точність результатів такий підхід не впливає.

Висновки другого розділу 2

1. Огляд та аналіз методів проектування відбивальних систем дозволили визначити основні задачі, що виникають при проектуванні таких систем, а саме: дослідження впливу форми активної поверхні рефлектора на властивості фізичного поля (температури, щільності теплового потоку тощо), утвореного відбитими променями, та визначення «картини» розподілу енергетичних характеристик відповідного фізичного поля в об'ємі фокусуєної системи та обґрунтувати доцільність геометричного моделювання перебігу променів. Геометричний метод дозволяє наочно отримати розташування зони ударних хвиль і зони огинаючої відбитих променів, тобто мати якісну оцінку «картини» відбитого поля фокусуєної системи.

2. Введення поняття керуючої РВП-функції забезпечило можливість отримання необхідного закону розподілу відбитих променів на осі Ox та стало ключовим елементом при розв'язанні задачі визначення форми профілю відбивача. Наведені розв'язки тестових прикладів переконують у тому, що в роботі отримано метод визначення форми профілю циліндричного рефлектора, який дозволяє формувати пучки відбитих променів із заданими властивостями.

3. Запропонований метод моделювання відбивальної системи з наперед заданими властивостями дає змогу проектувати ПЧ-обладнання з врахуванням вимог технологічних процесів. Особливо важливим результатом є розв'язання задачі формування пучка променів, який забезпечує рівномірне опромінення теплоприймальної поверхні.

4. Отримано геометричний та математичний доказ про доцільність розрахунків теплотехнічних систем у плоскій постановці. Таке припущення допустимо у випадку коли випромінювач є прямолінійним, а рефлектор та приймальна поверхня мають циліндричну форму. Це дало змогу суттєво спростити механізм розрахунку теплотехнічних систем наведеного типу.

5. Розроблено аналітичний метод розв'язання плоскої задачі про визначення форми профілю циліндричного рефлектора теплотехнічної системи в якій забезпечується заданий закон розподілу теплоти на робочій поверхні циліндричного приймача довільної форми. Показано

декілька підходів до розв'язання поставлених задач. За допомогою запропонованого метода можна отримувати форми рефлекторів робочих камер ІЧ устаткування, які забезпечують заданий закон розповсюдження теплоти на робочій поверхні.

6. Встановлено, що в залежності від початкових умов при розв'язанні диференційного рівняння отримуємо різні форми робочих камер.

7. Проаналізовано похибку при отриманні форми рефлектора. Вона виявилась не великою і визначається похибкою розв'язання диференційного рівняння і становить 10^{-5} . Отримана похибка повністю відповідає технологічним процесам харчової промисловості.

РОЗДІЛ 3

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ ЩІЛЬНОСТІ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ

У розділі 2 на основі теорії фокусуєчих систем запропоновано метод формування пучка променів, відбитих від рефлектора, з наперед заданими властивостями. Розглянуто концепцію геометричного моделювання, за якою кожний промінь є носієм частини енергії.

Таким чином, результати досліджень, наведені у попередніх розділах, дозволяють створити геометричну (якісну) «картину» процесу променевого теплоперенесення. Постає цілком слушне питання про те, яку саме кількість енергії переносить тепловий промінь. Тобто, необхідно пов'язати геометричну та фізичну «картини» процесу теплопередачі випромінюванням, щоб мати змогу кількісно оцінювати тепловий потік на поверхні теплоприймача. В даному розділі розроблено модель процесу ІЧ-випромінювання, яка базується на відомих законах фізики, геометричної оптики та дозволяє розраховувати щільність променевого потоку на поверхні об'єкта опромінення – харчового продукту.

Важливою для практики є задача моделювання ІЧ-випромінювання в поглинаючих газових середовищах, оскільки це має місце в реальних умовах теплової обробки харчових продуктів. У цьому розділі обґрунтовано застосування закону Бугера (для плоскої хвилі) для слабзорозбіжного пучка променів у слабопоглинаючому газовому середовищі, що дає змогу використовувати запропоновану модель і у випадку наявності газового середовища, причому похибка є задовільною для інженерних розрахунків.

3.1 Розрахунок теплового потоку випромінювання від точкового джерела електронагрівника

Нехай у прямокутній системі координат $Oxyz$ задана система теплотехнічних поверхонь (рис. 3.1а), які беруть участь у променевої теплопередачі. Джерелом теплового випромінювання є кварцовий випромінювач (КВ). Теплоприймач G на координатній площині Oxy задано у вигляді прямокутника $\{0 \leq x \leq A\} \cap \{0 \leq y \leq B\}$, відбивач - функцією $R(x, y, z)$. Нехай для визначеності довжина нагрівача дорівнює L , і він розташований паралельно осі Oy на відстані H від координатної площини Oxy . Сторони прямокутника G розіб'ємо на n та m частин, відповідно. Будемо вважати, що відстань між елементами

теплопередачі є досить великою, тому діаметром волоска розжарення нагрівника можна знехтувати.

Виберемо на випромінювачі диференціально малу елементарну частку dL , центральна точка якої має координати $M(x_M, y_M, z_M)$ (рис. 3.1б). Тоді кількість тепла Q (Дж/сек), що випромінюється елементом dL за 1 секунду в усіх напрямках, визначається формулою

$$Q = \frac{N}{L} dL, \quad (3.1)$$

де N - потужність випромінювача (Вт), L - довжина волоска розжарення кварцевого випромінювача (м).

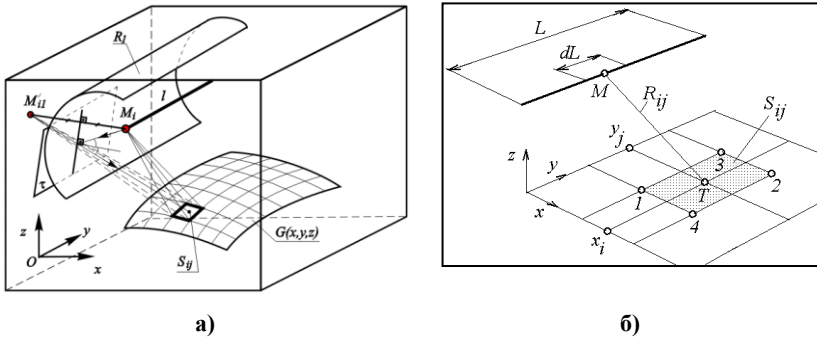


Рис. 3.1. Геометричні компоненти теплопередачі

Оберемо на прямокутнику-теплоприймачі G елементарну площадку S_{IJ} , центральна точка T якої має координати $(x_I, y_J, 0)$; символом S_{IJ} будемо позначати площу цієї площадки. Далі побудуємо сферу радіуса $R_{IJ} = \sqrt{(x_M - x_I)^2 + (y_M - y_J)^2 + z_M^2}$ із центром у точці $M(x_M, y_M, z_M)$. Позначимо через $S_{IJ}^{(R)}$ площу радіальної проекції елементарної площадки S_{IJ} на поверхню побудованої сфери.

У цьому випадку поверхневу щільність потоку інтегрального випромінювання E_{IJcf} (Дж/м²), який потрапляє на поверхню сфери радіуса R_{IJ} від елемента dL , можна визначити за формулою

$$E_{IJcf} = \frac{Q}{4\pi R_{IJ}^2} = \frac{N}{4\pi R_{IJ}^2 L} dL. \quad (3.2)$$

Відповідно до закону збереження енергії, поверхневу щільність потоку інтегрального випромінювання від елемента dL на елементарну площадку S_{IJ} , з урахуванням виразу (3.2), можна визначити за допомогою формули

$$E_{IJ} = \frac{N}{4\pi R_{IJ}^2} \frac{S_{IJ}^{(R)}}{S_{IJ}} dL. \quad (3.3)$$

Таким чином, розрахунок поверхневої щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, що надходить від кожного з послідовних елементів dL циліндричного випромінювача до елементарної площадки S_{IJ} фігури G , зводиться до обчислення послідовних площ $S_{IJ}^{(R)}$ радіальних проекцій елементарної площадки S_{IJ} на поверхню відповідної сфери радіуса R_{IJ} . Визначення поверхневої щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, що надходить від циліндричного випромінювача до елементарної площадки S_{IJ} фігури G , зводиться до обчислення суми площ $S_{IJ}^{(R)}$.

На основі вищенаведеного запропоновано алгоритм та складено *Maple*-програму обчислення поля значень щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, що надходить від циліндричного випромінювача, розташованого на деякій відстані від площини Oxy , до кожної з елементарних площадок S_{IJ} фігури G .

3.2 Визначення щільності теплового потоку від циліндричної поверхні скінченних розмірів

Вище було запропоновано метод розв'язання прямої задачі променевої теплопередачі, тобто метод визначення поверхневої щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, який надходить від циліндричного нагрівача до заданої фігури на площині. При розробці розрахункових формул передбачалося, що елементом dL випромінювача є точкове джерело випромінювання. Проте, у реальних установках інфрачервоного випромінювання спіраль кварцового нагрівача (КВ) виготовлена з вольфрамового (або ніхромового) дроту певного діаметра, тому елемент dL вже не можна вважати точковим джерелом випромінювання. Далі під елементом dL будемо розуміти циліндричну поверхню, випромінювання від якої підпорядковується закону Ламберта.

Нехай у прямокутній декартовій системі координат $Oxyz$ задана система теплотехнічних поверхонь, що беруть участь у променевій теплопередачі. Джерелом теплового випромінювання є ТЕН у вигляді трубчатого тіла діаметром $2r$. Теплоприймачем є фігура G на координатній площині Oxy з рівнянням $F(x, y) = 0$.

Виберемо на ТЕНі елементарну ділянку dL , центральна точка якої має координати $M(x_M, y_M, z_M)$. Тоді кількість тепла dQ (Дж/сек), що випромінюється елементом dL за 1 сек у всіх напрямках, визначається за формулою

$$dQ = \frac{N}{L} dL, \quad (3.4)$$

де N – потужність ТЕНа (Вт), L – довжина спіралі ТЕНа (м).

Теплоприймач G розділимо на елементарні площадки. Виберемо одну з цих елементарних площадок S_{ij} , центральна точка T якої у просторовій глобальній системі координат $Oxyz$ має координати $(x_T, y_T, 0)$ (рис. 3.2). Визначимо поверхневу щільність потоку інтегрального теплового випромінювання від елемента dL ТЕНа на площадці S_{ij} об'єкта G .

Через точку M перпендикулярно до елемента dL проведемо площину N . Потік теплового випромінювання від елемента dL ТЕНа буде максимальним у напрямку нормалі до циліндричної поверхні елемента dL і внаслідок симетричності цей потік буде однаковий уздовж площини N в усіх напрямках, позначимо його як dQ_N . Потік також залежатиме від напрямку випромінювання \vec{S} «не уздовж» площини N . Для обраного напрямку \vec{S}_T (наприклад, на елементарну площадку S_{ij}) він представлятиме собою частину від dQ . Позначимо цей потік як $dQ_{ij} = dQ_N \cdot \cos \theta_{ij}$, де $\theta_{ij} = (\vec{MT}, N) = \vec{S}_T, N$ і який можна обчислити за формулою

$$\theta_{ij} = \arcsin \frac{(x_B - x_A)(x_M - x_T) + (y_B - y_A)(y_M - y_T) + (z_B - z_A)(z_M - z_T)}{\sqrt{[(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2] \cdot [(x_M - x_T)^2 + (y_M - y_T)^2 + (z_M - z_T)^2]}}$$

Розподіл випромінювання у просторі можна охарактеризувати за допомогою тілесного кута. Для цього побудуємо сферу з центром у точці M і радіусом

$$R_{ij} = \sqrt{(x_M - x_T)^2 + (y_M - y_T)^2 + (z_M - z_T)^2}.$$

У нашому випадку $z_T = 0$.

Тілесний кут з вершиною у точці M представляє собою частину простору, обмежену бічною поверхнею піраміди або конуса, утвореного променями, що виходять із точки M .

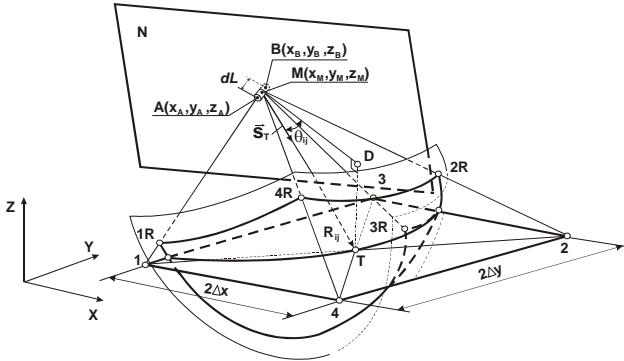


Рис. 3.2. Елементарна площадка та її радіальна проєкція

Опишемо навколо напрямку \vec{S}_T тілесний кут $d\omega_{ij}$, побудований у такий спосіб. Як напрямні конічної поверхні тілесного кута $d\omega_{ij}$ візьмемо лінії, що обмежують елементарну площадку S_{ij} (рис. 3.2: (13), (32), (24), (41)). Тоді бічна поверхня побудованої конічної поверхні з вершиною в центрі сфери (точка M) виріже на сфері ділянку площею $S_{ij}^{(R)}$, що є радіальною проєкцією площадки S_{ij} . Сфері площею $4\pi R_{ij}^2$ відповідає тілесний кут 4π стерadian, а поверхні $S_{ij}^{(R)}$ - $d\omega_{ij} = S_{ij}^{(R)} / R_{ij}^2$. Тоді тепловий потік від елемента dL ТЕНа, що поширюється в тілесному куті $d\omega_{ij}$ і падає на площадку $S_{ij}^{(R)}$ і S_{ij} , буде дорівнювати

$$dQ_{ij} = J_{ij} d\omega_{ij}, \quad (3.5)$$

де J_{ij} – кутова щільність потоку випромінювання (у напрямку \vec{S}_T), або сила випромінювання, Вт/ср – відношення величини потоку у заданому напрямку в межах елементарного тілесного кута до величини цього кута.

У загальному випадку J_θ – щільність потоку випромінювання уздовж конічної поверхні Ω , унаслідок симетричності випромінювання (рис. 3.3).

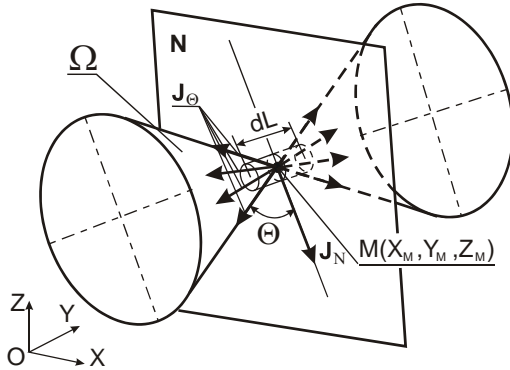


Рис. 3.3. Визначення кутової щільності потоку випромінювання

Відповідно до закону Ламберта маємо тотожність

$$dQ_{ij} = J_N \cos \theta_{ij} d\omega_{ij}, \quad (3.6)$$

де J_N – щільність потоку випромінювання у напрямку нормалі до циліндричної поверхні елемента dL (уздовж площини N).

Далі визначимо значення J_N і J_θ .

Відповідно до закону збереження енергії тепловий потік dQ від елемента dL ТЕНа дорівнює сумі елементарних потоків в усіх напрямках

$$dQ = \iint_S J_N \cos \theta \cdot d\omega = J_N \iint_S \cos \theta \cdot d\omega. \quad (3.7)$$

Елемент тілесного кута $d\omega$ у сферичних координатах

(R, θ, φ) :

$$d\omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi,$$

де φ і θ змінюються в межах $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, а подвійний

інтеграл по сферичній поверхні S зводиться до добутку «повторних».

Тоді

$$\begin{aligned}
 dQ &= J_N \iint_S \cos \theta \cdot d\omega = J_N \iint_S \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi = J_N \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = \\
 &= J_N \cdot 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = J_N \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\theta \cdot d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = -J_N \frac{\cos 2\theta}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \cdot 2\pi = 2\pi J_N
 \end{aligned}$$

Звідси з урахуванням формули (3.4) маємо

$$J_N = \frac{Q}{2\pi} = \frac{N}{2\pi L} dL; \quad J_\theta = J_N \cos \theta = \frac{N \cos \theta}{2\pi L} dL. \quad (3.8)$$

Тепловий потік від елемента dL ТЕНа, що падає на елементарну площадку S_{ij} поверхні G теплоприймача

$$dQ_{ij} = J_\theta \cdot d\omega_{ij} = J_\theta \frac{S_{ij}^{(R)}}{R_{ij}^2} = \frac{N \cos \theta}{2\pi \cdot L} \frac{S_{ij}^{(R)}}{R_{ij}^2} dL$$

Поверхневу щільність потоку інтегрального випромінювання від елемента dL ТЕНа на елементарну площадку S_{ij} можна обчислити за формулою

$$dE_{ij} = \frac{dQ_{ij}}{S_{ij}} = \frac{N \cos \theta}{2\pi L R_{ij}^2} \cdot \frac{S_{ij}^{(R)}}{S_{ij}} dL$$

Таким чином, визначення поверхневої щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, що приходить від кожного з послідовних елементів dL ТЕНа до елементарної площадки S_{ij} поверхні теплоприймача G , зводиться до обчислення послідовних площ $S_{ij}^{(R)}$ радіальних проекцій елементарної площадки S_{ij} на поверхню відповідної сфери радіуса R_{ij} . А визначення поверхневої щільності потоку інтегрального теплового випромінювання від ТЕНа на елементарній площадці S_{ij} поверхні теплоприймача зводиться до обчислення інтеграла

$$E_{ij} = \int_L dE_{ij} = \frac{N}{2\pi L S_{ij}} \int \frac{S_{ij}^{(R)} \cos \theta_{ij}}{R_{ij}^2} dL$$

На основі вищевказаного було запропоновано алгоритм та складено Maple-програму обчислення поля значень щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, що надходить від циліндричного ТЕНа потужністю $N=200$ Вт, $L=0,4$ м, розташованого на

відстані $h=0,1$ м від площини Oxy до кожної з елементарних площадок S_{ij} фігури G (рис. 3.4).

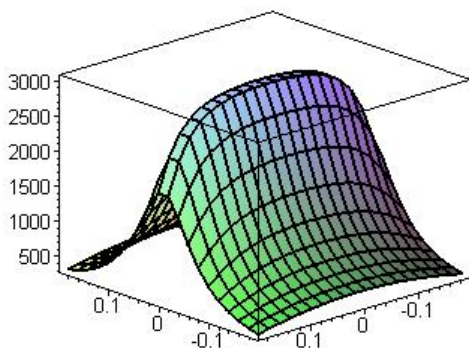


Рис. 3.4. Щільність потоку інтегрального теплового випромінювання від циліндричного ТЕНа.

3.3. Моделювання розповсюдження теплових променів у ІЧ-апаратах харчової промисловості засобами TRACEPRO.

У розділі 2 наведена теорія з визначення профілів рефлекторів, що забезпечують заданий закон розподілу теплоти на приймачах довільної форми. Але будь-яка теорія, перш ніж застосовуватися в практиці проектування, має бути ретельно перевірена, тобто, вірогідність теорії мусить бути неспростовно доведена.

Щоб зробити це, скористаємось спочатку відомою комп'ютерною програмою TracePro. Її використовують для моделювання процесів, які описуються законами оптики й, зокрема, тих, що ґрунтуються на твердженні – кут падіння променя дорівнює куту віддзеркалення.

Крім моделювання ходу променів у робочій камері програма дозволяє вибирати спектр потоку, що моделюється та призначати потужність випромінювача, а отже, дає можливість отримувати кількісні характеристики теплових потоків.

Програму TracePro можна використовувати лише для розв'язання «прямой» задачі, коли форма рефлектора наперед задана, а розподіл щільності енергії на робочій поверхні є шуканою величиною.

Для практичної реалізації зазначеної теорії необхідно побудувати рефлектори для конкретних випадків.

Задача №1.

Визначити форму рефлектора для випадку коли камера має дві вертикальні стінки, а теплота розподіляється на плоскому приймачеві рівномірно.

Постановка задачі. Визначити форму рефлектора теплотехнічної установки, яка має перпендикулярні бокові стінки, що можуть віддзеркалювати теплові промені (рис. 3.5). Щільність теплового потоку на плоскій робочій поверхні має бути сталою величиною.

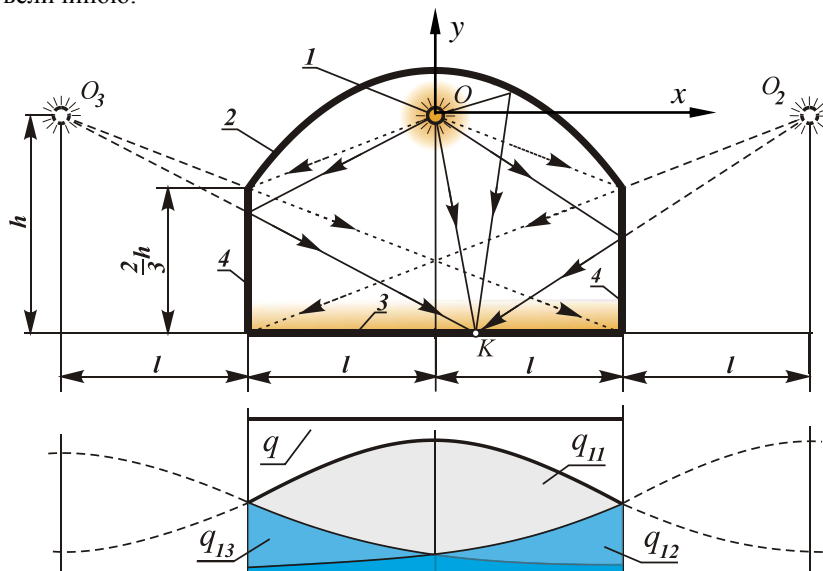


Рис. 3.5. Схема руху променів у робочій камері та розподіл інтенсивностей опромінювання дна

Для розв'язання задачі наведена вище методика потребує додаткової модифікації, через те що необхідно врахувати енергію, яка з'явиться після відбивання від бокових стінок і потрапляти на приймач.

Для вивчення проблеми візьмемо теплотехнічну установку, що складається з прямолінійного випромінювача **1** (рис. 3.5), рефлектора **2** приймача тепла **3** та сторчових стінок **4**. Початок координат O установимо на осі випромінювача, а осі координат проведемо так, як це показано на рисунку 3.5.

Задачу розглядатимемо в пласкій постановці. Втратами енергії під час віддзеркалення від стінок і рефлектора нехтуватимемо.

Щільність теплової енергії $q(x)$, що потрапляє до приймача **3** за 1 секунду, складається, по-перше, з енергії $q_1(x)$, яка обумовлена

безпосереднім опромінюванням відтинка **3**, по-друге – $q_2(x)$ – щільності променів, які віддзеркалилися від рефлектора **2**.

Енергія прямого опромінення $q_1(x)$ складається з декількох складових, а саме: щільності $q_{11}(x)$ безпосереднього опромінювання випромінювачем **1**, та $q_{12}(x)$, $q_{13}(x)$ – щільностями що виникають після відбивання теплових променів від сторчових стінок **4**.

Отже

$$q(x) = q_1(x) + q_2(x) \quad (q_1(x) = q_{11}(x) + q_{12}(x) + q_{13}(x)). \quad (3.8)$$

За умовами задачі $q(x) = \text{const}$ (зауважимо, що запропонований метод дозволяє розглянути й більш загальний випадок, коли $q(x)$ – довільна функція).

Встановимо всі функціональні залежності що входять до виразу (3.8).

Згідно сказаного вище

$$q_{11}(x) = \frac{Eh}{2\pi(x^2 + h^2)}, \quad (3.9)$$

де h – відстань від випромінювача до приймача **3**; E – енергія, що випромінюється одним метром випромінювача за секунду.

Із рисунка 3.6 випливає, що інтенсивності $q_{12}(x)$, $q_{13}(x)$ розподіляються на приймачі **3** так, нібито відповідні промені не віддзеркалюються від стінок **4**, а виходять безпосередньо з точок O_2 , O_3 . Тобто ці точки можна розглядати як уявні джерела випромінювання. Тоді, у відповідності до формули (3.9), можна записати

$$q_{12}(x) = \frac{Eh}{2\pi[(x-2l)^2 + h^2]}, \quad q_{13}(x) = \frac{Eh}{2\pi[(x+2l)^2 + h^2]}, \quad (3.10)$$

де l – половина довжини приймача **3**.

Висоту сторчових стінок **4** обираємо такими, щоб кожний промінь відбивався від них не більше одного разу. Ця вимога обумовлена необхідністю зменшити до мінімуму втрату частини енергії на поглинання стінками з подальшим випромінюванням теплоти в довкілля.

Із рис. 3.6 випливає, що для цього висота стінок не повинна перевищувати $h_1 = \frac{2}{3}h$. Таку висоту й прийнято в розвідці.

Перейдемо тепер до визначення $q_2(x)$.

За одну секунду один метр випромінювача випромінює E одиниць енергії. Якщо знехтувати втратами, то вся вона має рівномірно розподілитися на приймачеві **3** завдовжки $2l$.

Отже інтенсивність $q(x)$ дорівнює

$$q(x) = \frac{E}{2l},$$

що дозволяє з залежності (3.8) визначити щільність теплового потоку, який падає на приймач **3** після віддзеркалення від рефлектора

$$q_2(x) = \frac{E}{2l} - q_1(x).$$

Будемо вважати, що відбиті від рефлектора промені розподіляються на приймачеві за схемою С (п. 2.2.3, рис. 2.25).

Використовуючи залежності (2.49), обчислимо функції опромінювання $p_1(\xi)$, $p_2(\xi)$, $p(\xi)$, а після цього скористаймося формулою (2.50) і встановимо зв'язок між змінними φ та ξ тобто

$$\varphi = \pi(1 - \xi) - \gamma + \arctg \frac{2m\xi}{1 + m^2(4 - \xi^2)} - \arctg \frac{m(3 - \xi)}{1 + 3m^2\xi}, \quad (3.11)$$

де $m = l/h$.

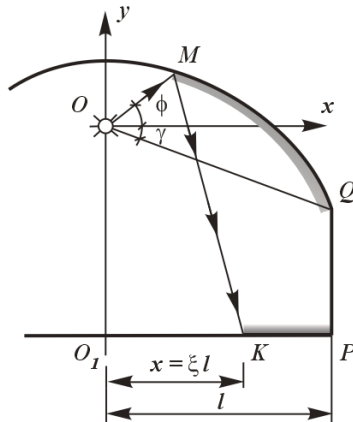


Рис 3.6. Схема руху віддзеркаленого від рефлектора променя

Рівняння (2.35) розв'язувалося методом Рунге-Кутта. Координата φ обчислювалась за допомогою залежності (3.11).

На рисунку 3.7 наведена форма робочої камери, що побудована для випадку $h = l$ ($m = 1$).

Отримані результати неважко узагальнити на більш складні схеми теплотехнічних установок.

Так не важко зрозуміти, що коли відкинути відповідні сторчові стінки й об'єднати кілька робочих камер у одну, то це ніяк не відіб'ється на рівномірності розподілу теплової енергії на приймачеві.

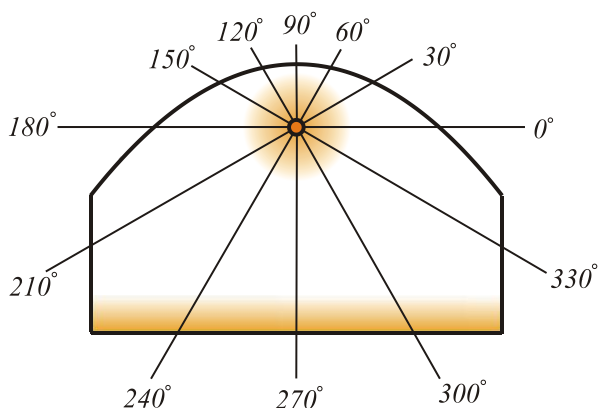


Рис. 3.7. Форма робочої камери ІЧ установки для випадку $h = l$

За отриманими результатами побудуємо тривимірну модель камери.

Оскільки всі розрахунки велися у відносних координатах, то перейдемо до конструкції з реальними розмірами, а саме: плоску поверхню **З** (рис. 3.5) візьмемо величиною 500x750 мм. Тривимірну модель такої камери, що показано на рис. 3.8, було побудовано засобами AutoCAD (дзеркальні поверхні на її торцях умовно не показані).

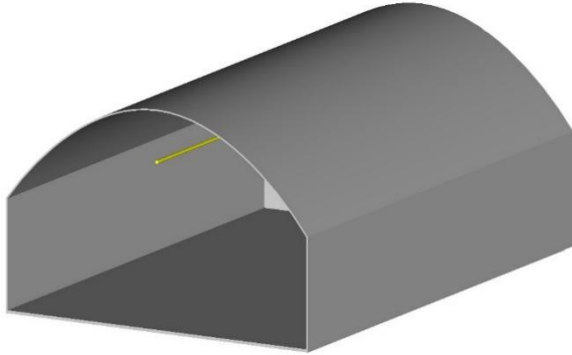


Рис. 3.8. Тривимірна модель робочої камери

Перед моделюванням у TracePro задамо спочатку довжину хвиль теплових променів. Для джерела ІЧ випромінювання, що моделюється, вона становить 1-1,5 мкм (приймаємо 1,2 мкм). Потужність випромінювача – 1 кВт.

Для вибраної довжини хвилі закон випромінювання Ламберта виявляється справедливим, а кут падіння променів на будь-яку відбивальну поверхню дорівнює куту його віддзеркалення.

Щоб отримати числовий розв'язок задачі треба наперед задати кількість теплових променів, що випромінює джерело (яку кількість променів задавати програма чітко не встановлює).

Комп'ютерна програма випадковим чином вибирає точки на випромінювачі й напрямки руху променів, що виходять із них та автоматично обчислює їхню траєкторію. Точність розв'язання, очевидно, залежить від заданої кількості променів.

Спочатку встановимо малу кількість, а саме: 500, та прослідкуємо їхній хід у робочій камері (рис. 3.9).

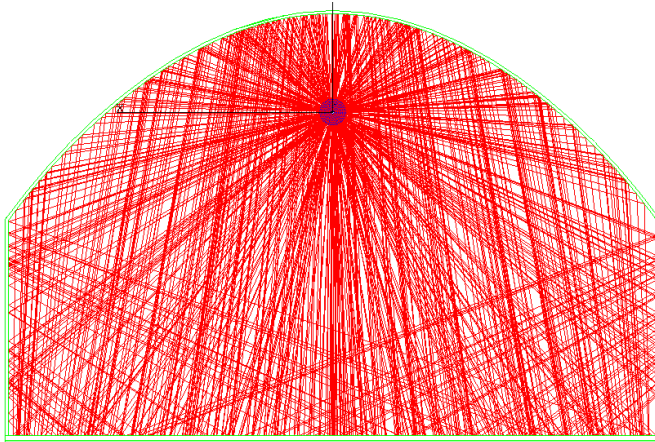


Рис. 3.9. Хід променів у робочій камері (проекція променів)

Геометрія руху збігається з теоретичною, але заданої кількості променів явно не вистачає для визначення з прийнятною точністю щільності теплового потоку на плоскій робочій поверхні – розподіл виявився далеко від рівномірного

Для отримання задовільної картини довелося поступово збільшувати кількість променів. Задавалися величиною 10000, 100000, 500000. Лише, коли кількість дійшла до одного мільйона, комп'ютер побудував більш реалістичні картини функції розподілу теплоти на приймачеві, що й подано на рисунках 3.10 та 3.11.

Зауважимо, що мінімально необхідну кількість променів ми встановили підбором, знаючи точний аналітичний розв'язок задачі. Отже, при коригуванні програмою TracePro для розв'язання прямих задач треба бути дуже уважним: якщо вибрана кількість променів буде недостатня, то під час досліджень можна отримати невірний числовий розв'язок і зробити хибні висновки.

Таким чином констатуємо, що всі точки робочої поверхні, як це й передбачала теорія, прогриваються рівномірно, а незначна нерівномірність, яка зображується зміною кольору окремих ділянок при переході від однієї точки робочої поверхні до іншої, пояснюються похибками методу обчислень, що використовує TracePro.

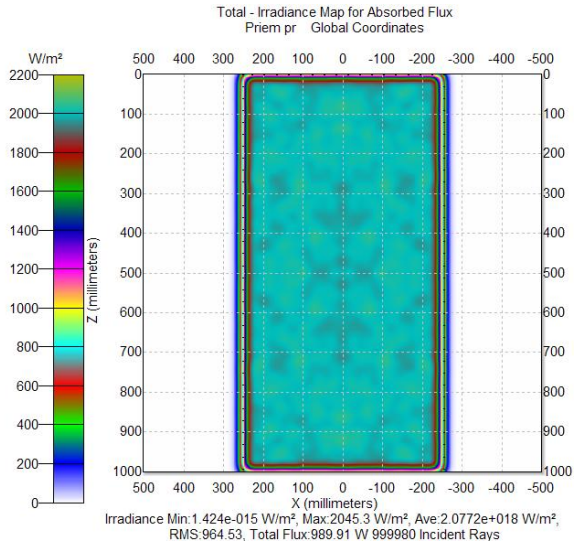


Рис. 3.10. Розподіл теплового потоку на робочій поверхні

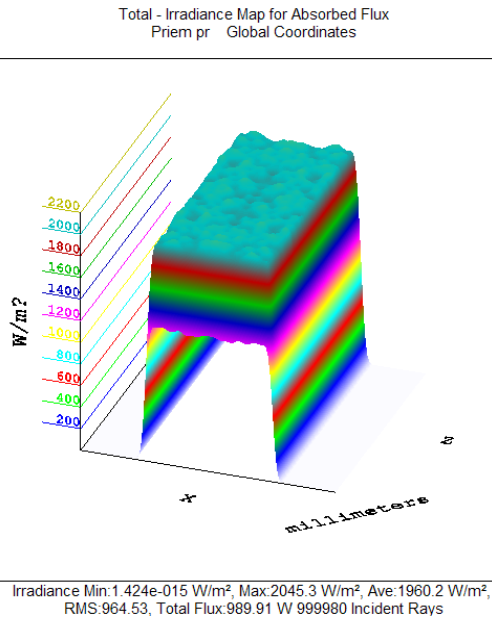


Рис. 3.11. Розподіл теплового потоку на робочій поверхні (тривимірна діаграма)

Перевіримо числові результати.

Із рис. 3.11 випливає, що щільність теплового потоку, який потрапляє на плаский приймач, становить $q(x) \approx 2 \text{ кВт/м}^2$.

Згідно з формулою теоретичного розв'язку, функція опромінювання в нашому випадку має дорівнювати $q(x) = 2$ та $p(\xi) = 1$, отже

$$q(x) = \frac{E}{2l} p(\xi) = \frac{1}{2 \cdot 0,25} = 2 \text{ кВт/м}^2$$

тобто теоретичні результати збігаються з числовими, що отримані за допомогою комп'ютерної програми TRACEPRO.

Бачимо, що як і передбачала теорія, розподіл теплоти на всіх частинах приймача є рівномірним, але на лівій ділянці щільність потоку в чотири рази більша ніж на інших.

Задача №2.

Визначити форму рефлектора для випадку коли приймач задано у вигляді ламаної лінії, а теплота розподіляється рівномірно на всіх відрізках ламаної.

Постановка задачі. Нехай схема теплотехнічної установки має той же вигляд, що й у попередній задачі (рис. 3.18), але щільність теплового потоку на приймачеві розподіляється рівномірно на всіх ділянках. Треба визначити профіль циліндричного рефлектора.

Отже, згідно з умовами задачі $q(x) = d = const$. У цьому разі функція опромінювання $p_1(\xi)$ вигляд залежності

$$p_1(\xi) = \begin{cases} \frac{c_1}{(\xi + c_2)^2 + c^2}, & \xi < -0.5; \\ \frac{n}{\pi(\xi^2 + n^2)}, & -0.5 \leq \xi \leq 0.5; \\ \frac{c_1}{(\xi - c_2)^2 + c^2}, & \xi > 0.5. \end{cases}$$

і зображена на рисунку 3.12а. Рисунок побудовано для випадку, коли параметри n та a дорівнюють величинам

$$n = h/l = 1, \quad a = 0.2.$$

Функція $p(\xi)$, буде на всіх ділянках приймача сталою величиною. Її графік у декартовій системі координат зображено на рис. 3.12б.

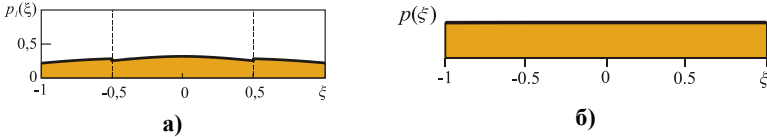


Схема зміни щільності теплового потоку на приймачеві за його безпосереднього опромінювання (функція опромінювання $p_1(\xi)$)

Рис. 3.12. Розподіл теплоти на приймачеві

$$p(\xi) = m,$$

де $m = \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$.

Його отримано за допомогою формули

$$p(\xi) = \frac{2l}{E} q(x) = \frac{2l q(x)}{\int_{-l}^l q(x) \sqrt{1 + f'^2(x)} dx} = \frac{2q(\xi l)}{\int_{-1}^1 q(\xi l) \sqrt{1 + g'^2(\xi)} d\xi}$$

За допомогою рівності (2.39) знаходимо функцію опромінювання $p_2(\xi)$

$$p_2(\xi) = \begin{cases} m - \frac{c_1}{(\xi + c_2)^2 + c^2}, & \xi < -0,5; \\ m - \frac{n}{\pi(\xi^2 + n^2)}, & -0,5 \leq \xi \leq 0,5; \\ m - \frac{c_1}{(\xi - c_2)^2 + c^2}, & \xi > 0,5. \end{cases}$$

Цю залежність зображено на рисунку 3.13.

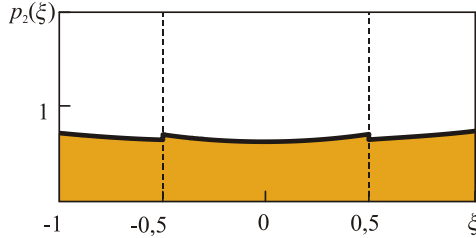


Рис. 3.13. Схема зміни функції опромінювання приймача

віддзеркаленими від рефлектора променями $p_2(\xi)$ за $q(\xi) = const$

Функцію $\varphi(\xi)$ визначаємо із залежності (2.45). Ця функція має вигляд

$$\varphi(\xi) = \begin{cases} \alpha_0 - \frac{\pi}{2} + \pi V_1(\xi), & \xi < -0.5; \\ \alpha_0 - \frac{\pi}{2} + \pi V_2(\xi), & -0.5 \leq \xi \leq 0.5; \\ \alpha_0 - \frac{\pi}{2} + \pi V_3(\xi), & \xi > 0.5, \end{cases}$$

знаходимо $V_i(\xi)$ ($i = 1, 2, 3$)

$$V_1(\xi) = \sqrt{s} \left\{ m(\xi + 1) + \frac{c_1}{c} \left[\arctg\left(\frac{c_2 - 1}{c}\right) - \arctg\left(\frac{\xi + c_2}{c}\right) \right] \right\};$$

$$V_2(\xi) = V_1\left(-\frac{1}{2}\right) + m\left(\xi + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{\pi} \left[\arctg\left(\frac{1}{2n}\right) + \arctg\left(\frac{\xi}{n}\right) \right];$$

$$V_3(\xi) = V_2\left(\frac{1}{2}\right) + \sqrt{s} \left\{ m\left(\xi - \frac{1}{2}\right) - \frac{c_1}{c} \left[\arctg\left(\frac{2c_2 - 1}{2c}\right) + \arctg\left(\frac{\xi - c_2}{c}\right) \right] \right\}.$$

Залежність $\varphi = \varphi(\xi)$ зображено на рисунку 3.14.

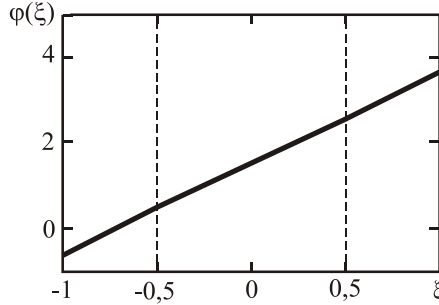


Рис. 3.14. Характер зв'язку між координатою φ точки M рефлектора й координати ξ точки K приймача, куди потрапляє відбитий промінь

На рисунку 3.15 наведено сім'ю рефлекторів для трьох ρ_0 :

$$\rho_0 = \rho_{\max}, 0,6\rho_{\max}, 0,2\rho_{\max}.$$

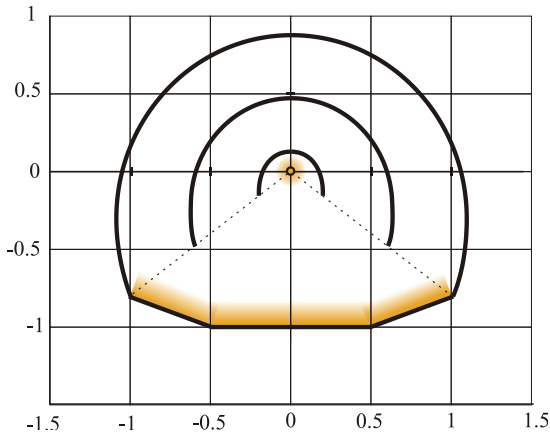


Рис. 3.15. Сім'я можливих форм рефлекторів у разі $q(\xi) = const$

Наведемо результати комп'ютерного моделювання для камери, форма якої отримана після розв'язання задачі №2. Можливі форми робочої камери показана на рис. 3.15. Побудуємо тривимірну модель камери засобами AutoCAD (рис. 3.16).

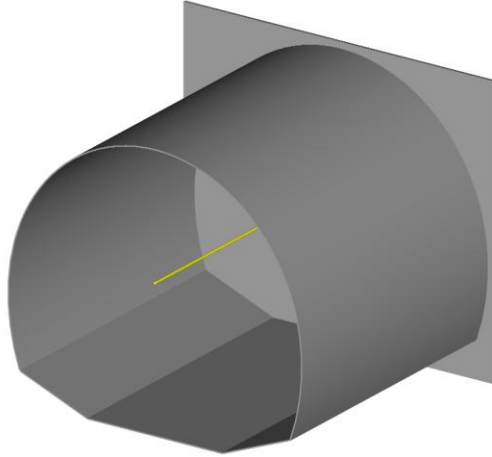


Рис. 3.16. Тривимірна модель робочої камери

На рис. 3.17 показано хід променів у робочій камері.

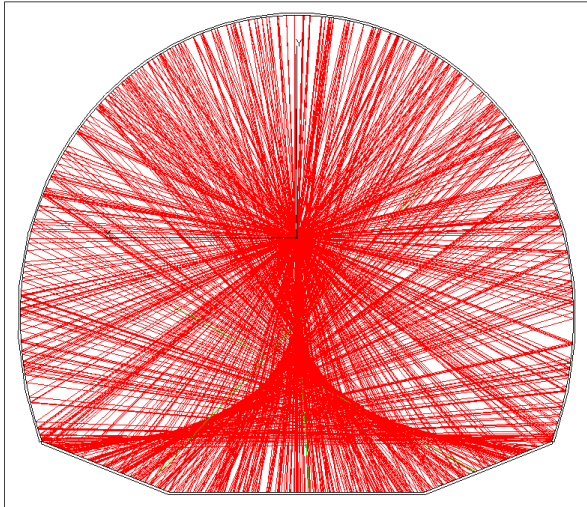


Рис.3.17. Хід променів у робочій камері

На рисунках 3.18-3.20 наведені кольорові діаграми розподілу теплового потоку на трьох ділянках приймача (для отримання числових результатів як і раніше вважалося, що кількість променів дорівнює одному мільйону).

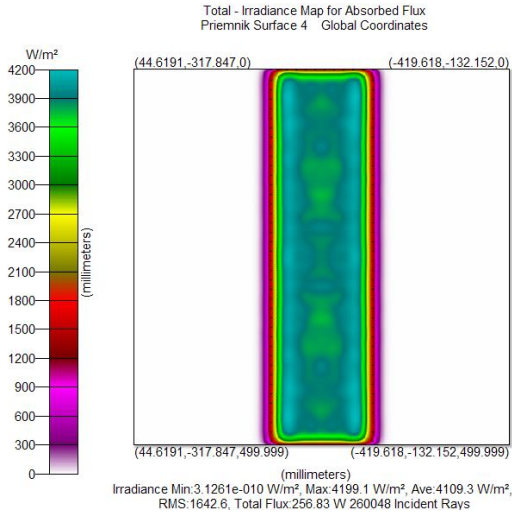


Рис. 3.18. Тепловий потік на лівій ділянці приймача

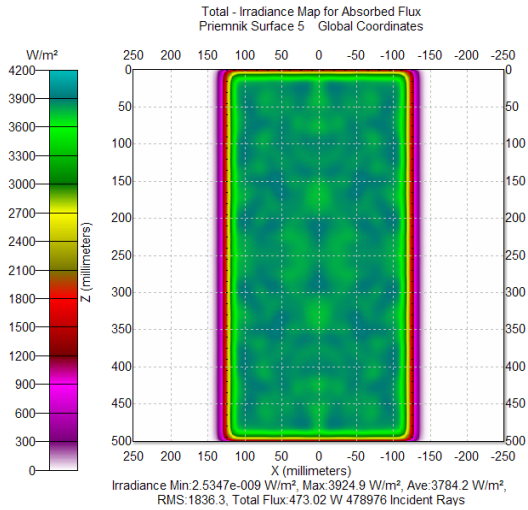


Рис. 3.19. Тепловий потік на центральній ділянці.

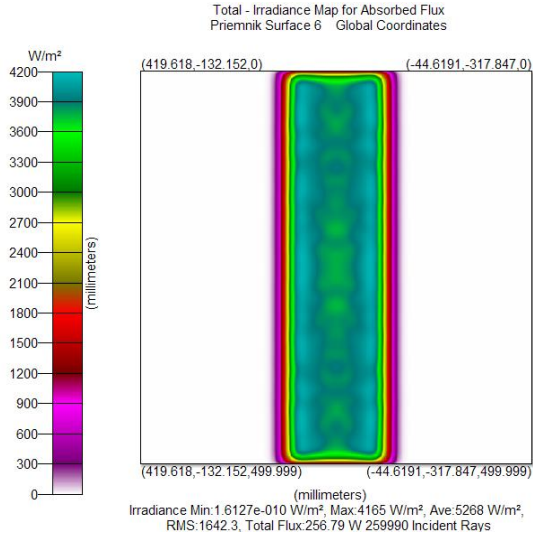


Рис. 3.20. Тепловий потік на правій ділянці приймача

Щільність теплового потоку на всіх ділянках виявилась однаковою й рівномірною, що підтверджує правильність аналітичного розв'язку. Отже, комп'ютерне моделювання підтвердило вірогідність аналітичних розв'язків оберненої задачі.

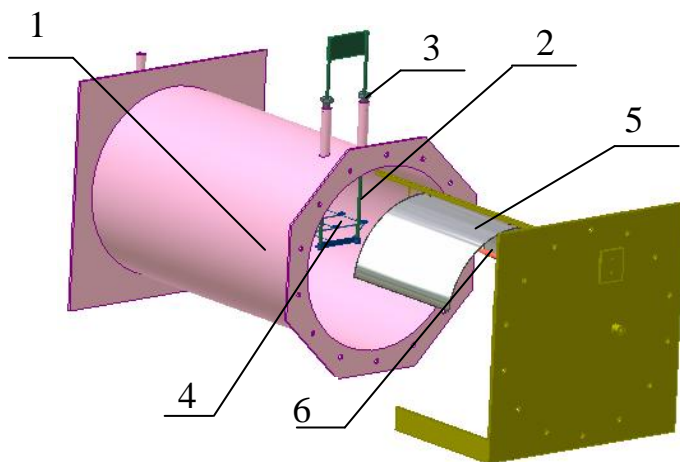
Таким чином, запропонований автором теоретичний метод визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок виявився досить ефективним і його можна застосовувати проектувальникам відповідного устаткування.

Метод можна використовувати й для оцінки вірогідності існуючих числових методів розрахунків відбивальних систем й зокрема відповідних комп'ютерних програм.

3.4. Експериментальний стенд для визначення променевого потоку.

З метою підтвердження коректності теоретичної моделі процесу променевого теплообміну доцільно провести й експериментальні дослідження на розробленій автором установці.

Створено експериментальний стенд, за допомогою якого можна проаналізувати тепловий потік в окремих точках приймача. Загальна схема вигляд установки наведена на рис 3.21, а фотографію – на рис. 3.22.



1 – робоча камера із напрямними для стійки рамки; 2 – стійка рамки з термопарами; 3 – гайка ущільнення; 4 – рамка з термопарами; 5 – відбивач; 6 – випромінювач;

Рис. 3.21. Схема експериментального стенду

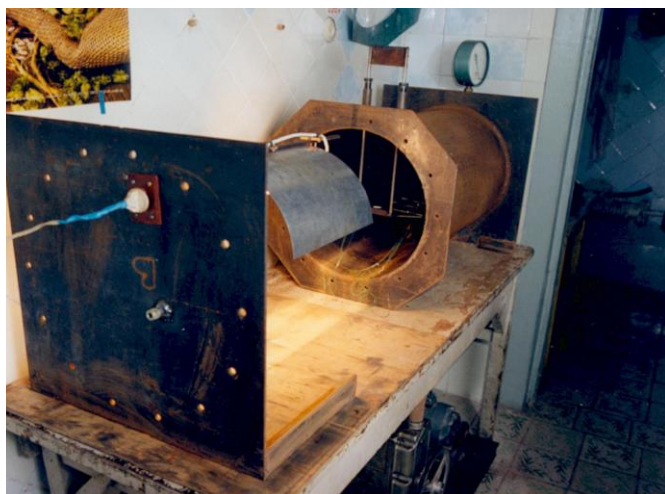


Рис. 3.22. Зовнішній вигляд експериментальної установки

Щоб найбільше наблизити комп'ютерну модель до камери експериментального стенда, в останньому необхідно створити вакуум. Певного вакууму в робочій камері було досягнуто за допомогою вакуумного насосу ВН-461 М № 5920, тиск контролювалося вакуумметром моделі 11201 №57718 ГОСТ 6521-72. Термічна електрорушійна сила на термопарах визначалася за допомогою пристрою для реєстрації сигналів Ф 266 № 526, температура вільних кінців термопар – технічним термометром.

В якості джерела енергії було використано один випромінювач КИ 220-1000-1, у якого напруга живлення 220 В, потужність 920...1000 Вт, температура тіла накаливання 2540...2580 К, термін роботи – 5000 годин, довжина тіла накаливання 300 мм (разом зі спіральною ділянкою), діаметр спіральної ділянки тіла накаливання 1,3 мм, довжина спіральної ділянки тіла накаливання 260 мм, діаметр скляної трубки 10,75 мм, довжина трубчастої частини 295 мм (рис. 3.23).

Температура на робочій поверхні визначається за допомогою дев'яти термопар хромель – алюмель (межа вимірювання до 1100° С), які було розташовано так як це показано на рис. 3.24.

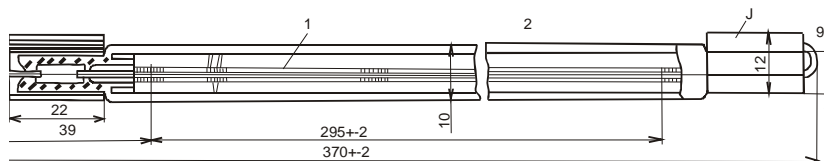


Рис. 3.23. Схематичний розтин кварцового випромінювача КИ-1000:

- 1 – вольфрамова спіраль; 2 – кварцова трубка;
3 – зовнішні молібденові контакти**

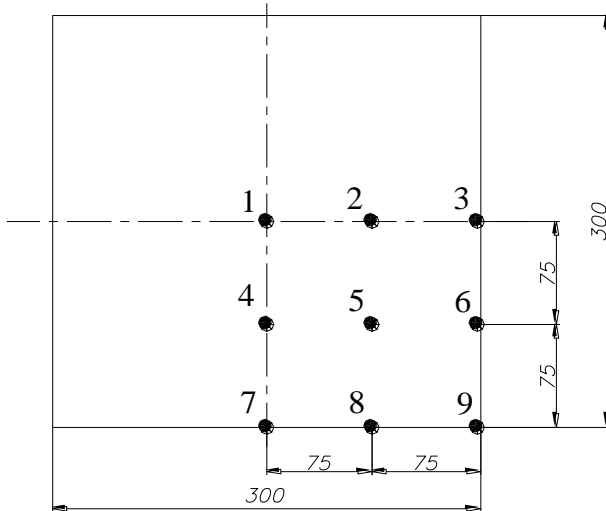


Рис. 3.24. Розташування термопар

Лампу та екран встановлено за прямою віссю поверхні, поземна вісь збігається з її серединою.

Вимірювання щільності теплового потоку дає можливість об'єктивно оцінити теплове поле на приймачеві, та дозволяє оптимізувати процеси термообробки харчових продуктів шляхом підбору випромінювачів для їх взаємного розташування.

3.5. Оптичний метод визначення теплового потоку.

Постановка проблеми. Використання термопар для визначення характеристик поля є вельми трудомістким процесом і потребує недешевого спеціального устаткування. Автор пропонує визначити числові характеристики температурних полів за допомогою звичайного фотографування.

Оскільки при проведенні експерименту використовується випромінювач з довжиною хвилі 1,04 мкм, а спіраль при нагріванні світиться, тобто випромінює промені у видимій області спектру, то закон поширення світлових та теплових променів буде однаковим і відповідатиме законам оптики. Ґрунтуючись на вище сказаному можна проаналізувати розподіл освітленості лише у видимому спектрі і на цій підставі зробити висновок щодо характеру розподілу теплового потоку в ІЧ діапазоні – вони, очевидно, збігаються.

Для проведення експерименту треба ясно уявляти ті фізико-хімічні процеси, що відбуваються під час фотографування. Треба також знати, яку чутливість має фотоплівка або матриця у цифровому фотоапараті.

Область спектральної чутливості звичайних фотографічних шарів з галюїдного срібла обмежена у видимій частині спектра синім та фіолетовим випромінюванням, злегка захоплюючи УФ - область (приблизно до 0,35 мкм), а з довгохвильової сторони – хвилі завдовжки 0,48–0,50 мкм. Ця область називається областю власної чутливості галюїдосрібних фотошарів. З метою розширення області спектральної чутливості негативних матеріалів у напрямку червоного і ІЧ-ділянок спектра фотошари піддають особливій обробці, процес якої називається оптичною сенсibilізацією [20].

Чутливість матриці цифрового фотоапарату збігається з чутливістю фотографічної плівки.

Оптична сенсibilізація, що змінює спектральний розподіл чутливості фотографічних шарів, відбувається шляхом введення в них спеціальних органічних барвників – сенсibilізаторів. Завдяки цьому шари набувають чутливість у тих областях спектра, у яких раніше вона була відсутня. При цьому дещо змінюється і власна чутливість шару. Стосовно ІЧ-випромінювання сенсibilізатор повинний бути барвником, здатним поглинати кванти ІЧ - випромінювання, що не сприймаються галюїдним сріблом; поглинаючи ці кванти, молекула барвника додає до них свою власну коливальну теплову енергію, що витрачається на утворення схованого фотографічного зображення [20].

Під час фотографування на таку плівку якого-небудь предмета отримують зображення, яке несе інформацію про температуру поверхні. Складність процесу такого фотографування полягає лише в підбиранні спеціальної плівки.

Пропонується використовувати звичайну фотоплівку або звичайний цифровий фотоапарат, а отримане зображення обробляти на ЕОМ із подальшим математичним аналізом.

Метою даного дослідження є встановлення зв'язку між освітленістю фотографії й тепловим потоком на її поверхні.

Визначення розподілу температури на пласкій поверхні за допомогою термопар є довготривалим та кропітким, оскільки пов'язане із суворими вимогами до матеріалу термопар, їх розмірів та розташування відносно випромінювача та одне одного. Окрім цього, вимірювання бажано проводити у вакуумі, щоб відкинути конвективну складову теплообміну. Метод, який запропоновано, дозволяє просто й

зручно отримувати характер енергетичної освітленості й на підставі цього робити висновок про рівномірність опромінювання.

Сутність запропонованого методу полягає у визначенні розподілу енергії, яку пропускає опромінений аркуш паперу, методом фотографування та комп'ютерної обробки отриманої з фотографії інформації.

Автором визначалося температурне поле на прямокутній поверхні розміром 350x350 мм, створене одним випромінювачем КИ 220-1000-1, у якого напруга живлення 220 В, потужність 1000 Вт, температура тіла накаливання 2500 К, довжина тіла накаливання 300 мм (разом зі спіральною ділянкою), діаметр спіральної ділянки тіла накаливання 1,3 мм, довжина спіральної ділянки тіла накаливання 260 мм, діаметр скляної трубки 10,75 мм, довжина трубчастої частини 295 мм. Схема дослідної установки показана на рис. 3.21.

Для проведення експерименту необхідно, по-перше, заміряти температуру на поверхні, що опромінюється у декількох точках, та по-друге, сфотографувати опромінювану поверхню.

Для визначення температури на поверхні А використовувалися 9 термопар. Вони розташовувалися так, як вказано на рис. 3.24.

Після заміру температури було проведено фотографування. Схема фотографування наведена на рис. 3.25. На поверхні А встановлювався напівпрозорий екран (папір) і фотоапаратом знімалося отримане зображення. Для простоти експерименту використовувався цифровий фотоапарат з ручним керуванням процесу фотографування. Усі зйомки велися з фіксованою експозицією та діафрагмою на однаковій відстані від джерела.

Як відомо, цифрова фотографія являє собою набір пікселів різного кольору. Перед обробкою цифрової фотографії необхідно змінити її розміри. Для зручності обробки необхідно, щоб розмір фотографії дорівнював розміру ділянки, яку сфотографували, тобто один піксель на фотографії має дорівнювати одному міліметру екрана.

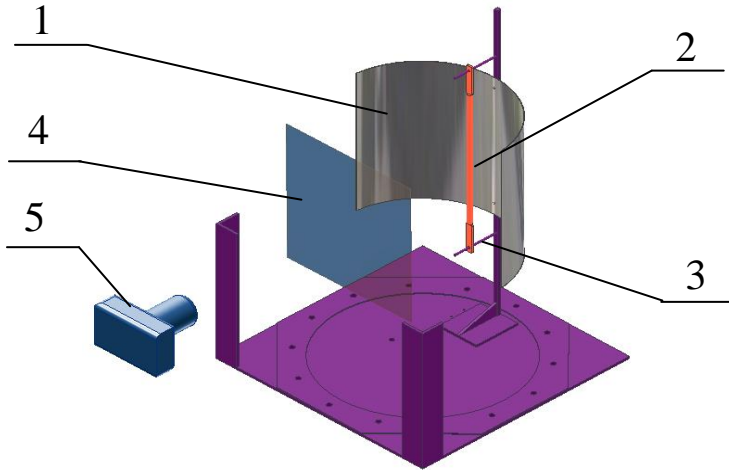


Рис. 3.25. Схема фотографування:

1 – відбивач; 2 – випромінювач; 3 – фланець із кронштейном та шпильками для випромінювача; 4 – аркуш паперу (екран); 5 – фотоапарат

Відомо, що фотографія в цифровому вигляді є двовимірним масивом даних. Необхідно порівняти значення кольору в матриці з температурою, яка знімалась термопарою у точці з цією ж координатою на екрані.

Експеримент проводився для трьох конструктивних випадків: 1) без рефлектора; 2) із рефлектором круглого профілю; 3) із рефлектором синусоїдального профілю.

Після проведення експериментів були одержані фотографії, які подані на рис. 3.26.

Із проведених експериментів можна зробити висновок, що залежність „колір (безрозмірний, оцифрований) – температура $^{\circ}\text{C}$ ” є нелінійною. Після порівняння кольору на фотографіях із температурою було отримано залежність, наведену на рис. 3.27.

За даними експерименту методом регресії було знайдено функціональну залежність температури від кольору на плівці та одержано рівняння:

$$y = a - \frac{b}{x^{1.5}}, \quad (3.12)$$

де $a = 262,437$, $b = 82367,815$ – коефіцієнти;

y – колір точки на фотографії, тобто його цифровий код;
 x – температура, $^{\circ}\text{C}$.

Отримане рівняння регресії згідно з критерієм Фішера ($F = 442$) адекватно описує статистичну форму зв'язку між параметрами, а коефіцієнти Стюдента $t_a=71$, $t_b=21$ підтверджують статистичну значущість параметрів рівняння регресії a , b .

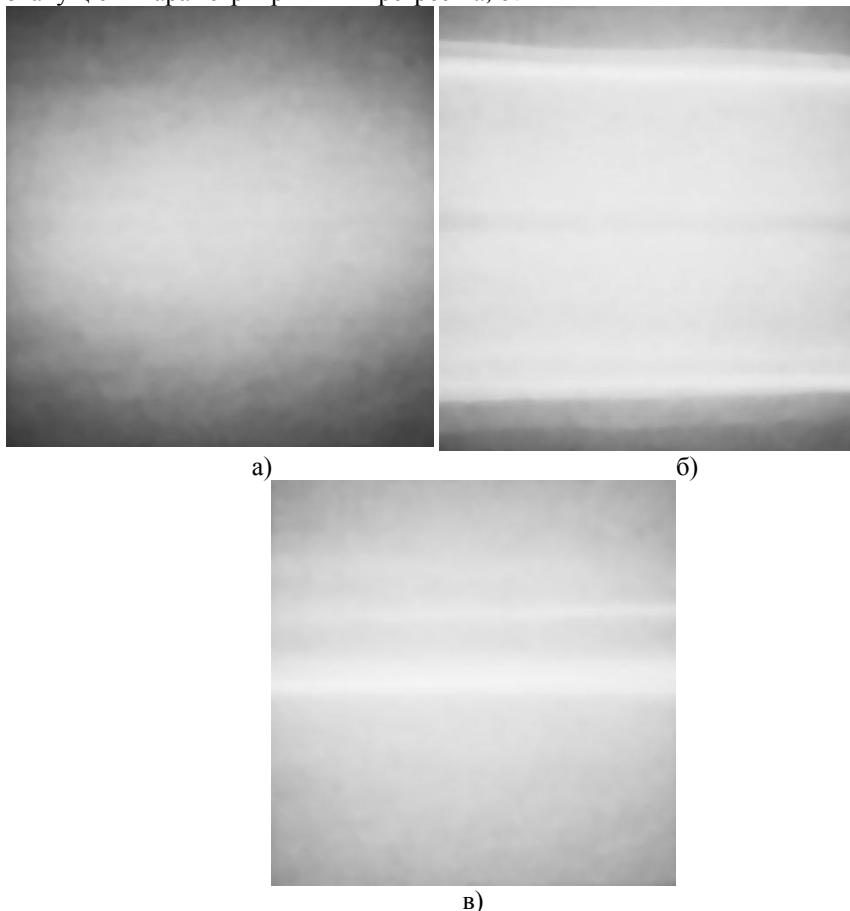


Рис.3.26. Фотографії зображення на екрані
а) без рефлектора; б) з рефлектором круглого профілю;
в) з рефлектором синусоїдального профілю

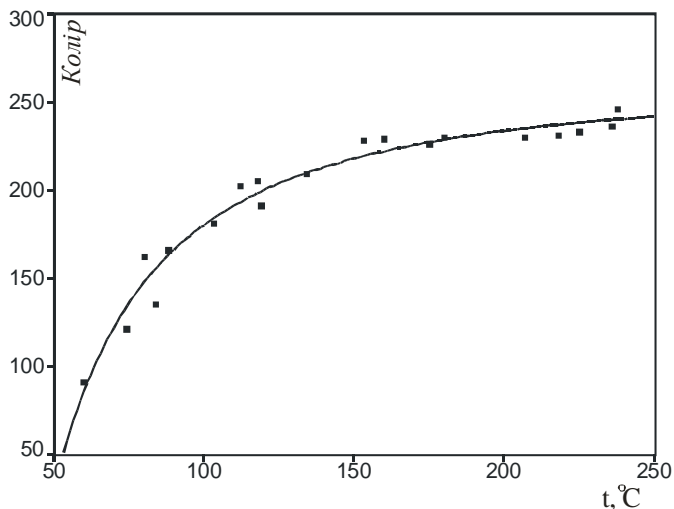


Рис. 3.27. Залежність температури від кольору

Ця формула справедлива тільки для лампи даного типу у діапазоні $\approx(50...300)$ °C. За більш високої температури яскравість зображення від лампи на екрані стає сталою і неможливо відстежити зміну температури. За більш низької температури зображення стає чорним, що також не дає можливості зробити числову оцінку.

Для оцінки нерівномірності теплового потоку був введений коефіцієнт

$$\eta = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max}}, \quad (3.13)$$

де E_{\max} , E_{\min} - максимальна та мінімальна температура відповідно.

Аналізуючи формулу (3.13), можна зробити висновок, що значення коефіцієнту буде знаходитись у межах $0 \leq \eta \leq 1$, а якщо $\eta \rightarrow 0$, то поле температур є рівномірним.

Спочатку вивчалася фотографія поля розподілу температур в установці без рефлектора (рис. 3.26а) з використанням рівняння (3.12) (зображення наведено на рис. 3.28). Коефіцієнт нерівномірності η , для поля, поданого на рис. 3.28 дорівнює $\eta = 0,73$.

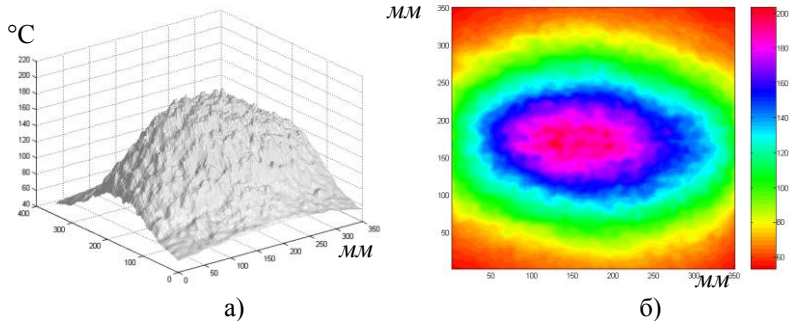


Рис. 3.28. Поле температур
а) 3D-вигляд температурного поля без рефлектора;
б) кольорова діаграма температурного поля без рефлектора

Для перетворення зображення було написано програму на MathLAB. Програма наведена у додатку Б.

Зображення після перетворення можна подати різними способами. Одними із них є представлення у вигляді 3D діаграми (рис. 3.28а) та у вигляді градієнта температур.

Після проведення експерименту без рефлектора було зроблено експеримент з рефлекторами круглого (рис. 3.29 а, б) та синусоїдального профілю (рис. 3.29 в, г).

Для рисунка 3.29 а,б коефіцієнт нерівномірності дорівнює $\eta = 0,66$, а для рисунка 3.29 в,г $\eta = 0,68$.

Із наведених прикладах дуже добре видно, що температурне поле в усіх випадках нерівномірне. Такий висновок можна зробити як візуально, так і порівнюючи коефіцієнти. Вже із аналізу цих полів можна зробити висновок про недоцільність використання рефлекторів із такими профілями.

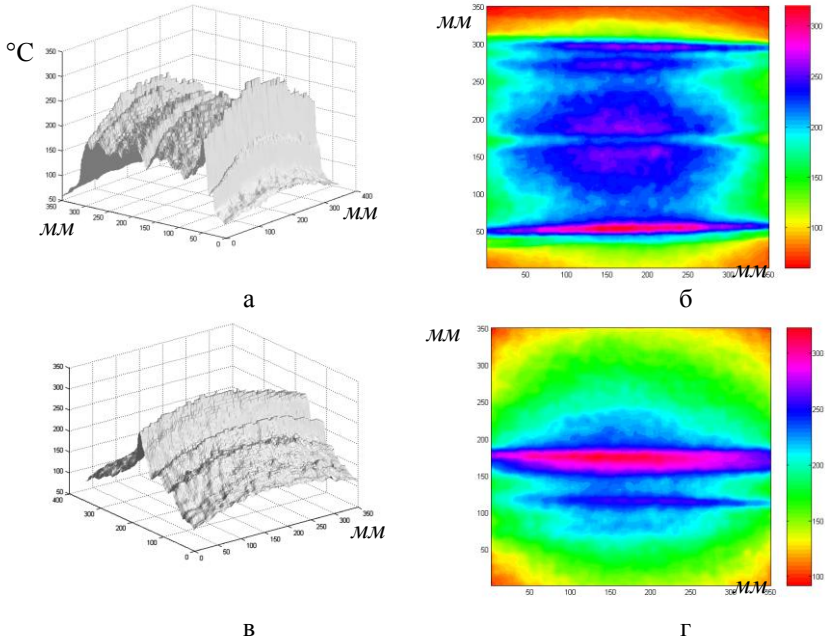


Рис. 3.29. Поля температур

- а) 3D-вигляд температурного поля з рефлектором круглого профілю;
 б) кольорова діаграма температурного поля з рефлектором круглого профілю; в)
 3D-вигляд температурного поля з рефлектором синусоїдального профілю; г)
 кольорова діаграма температурного поля з синусоїдальним рефлектором

3.6. Експериментальне підтвердження отриманих результатів.

Для підтвердження розрахунків із визначення профілю відбивача, які наведені в задачі 1 (рис.3.5), було виготовлено рефлектор та проведено відповідний фотометричний експеримент з опромінювання плоскої поверхні та отримані відповідні результати. На рис. 3.31 подано фотографію для випадку рівномірного опромінювання поверхні.

Під час проведення експерименту було додатково встановлено дві плоскі стінки на консолях відбивача сторч до його осі з метою вирівнювання поля променевого потоку й наближення розподілу теплоти на приймачеві до умов плоскої задачі.

За формулою (3.13) було встановлено, що коефіцієнт нерівномірності температурного поля складає $\eta = 0,08$.

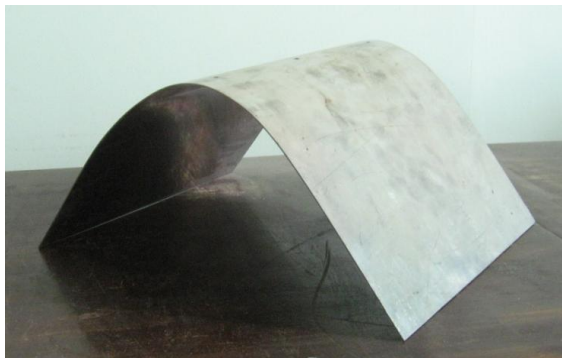
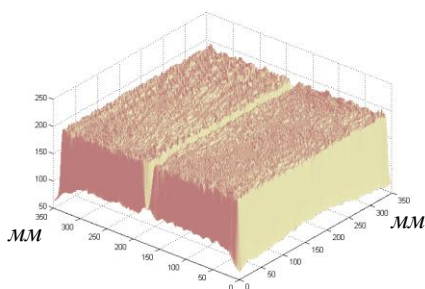


Рис. 3.30. Фотографія рефлектора

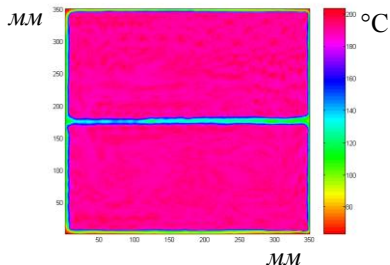


Рис. 3.31. Фотографія поверхні за її рівномірного опромінювання

Після обробки фотографії, наведеної на рис. 3.31, отримуємо температурне поле, що наведено на рис. 3.32.



а)



б)

Рис. 3.32. Поля температур

а) 3D-вигляд температурного поля; б) кольорова діаграма температурного поля

Висновки до розділу 3.

1. Комп'ютерний експеримент засобами TracePro, підтвердив правильність та ефективність запропонованого автором теоретичного методу визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок, отже його можна рекомендувати для застосування проектувальникам відповідного устаткування.

2. Запропонований удосконалений експериментальний метод оцінки розподілу теплового потоку дає змогу відносно просто отримувати числові характеристики температурних полів у камерах реальних апаратів харчових та переробних виробництв. У результаті його використання дослідник отримує фотографічний знімок у цифровому вигляді, програмна обробка і математичний аналіз якого дають 3D – модель температурного поля та рівняння зв'язку між кольором і температурою. Отже, зазначена методика дає змогу швидко отримувати поле температур на плоских поверхнях приймачів теплових установок без застосування спеціалізованого обладнання, що значно здешевлює експерименти.

РОЗДІЛ 4

АНАЛІЗ ВТРАТ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ У АПАРАТАХ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

4.1. Визначення форми перерізу відбивача теплотехнічної установки з урахуванням втрат частини енергії на випромінювання в довкілля.

Всі розрахунки, що зроблені у даній роботі, велися без рахувань втрат частини енергії на випромінювання в довкілля під час відбивання від рефлектора.

Нижче вивчено ускладнений варіант проблеми: вважається, що частина енергії поглинається поверхнею рефлектора і випромінюється в зовнішнє середовище.

За основу покладено умови задачі 2 (див. розділ 3), тобто будемо визначати форму рефлектора теплотехнічної установки уразі, коли щільність теплового потоку на плоскому приймачеві є сталою, а відбиті від рефлектора промені розподіляються на ньому за схемою В.

Як і раніше енергія $q(x)$, що потрапляє на приймач буде складатися з двох складових: енергії, обумовленої прямим опромінюванням поверхні приймача $q_1(x)$, та енергії, що відбивається від рефлектора $q_2(x)$.

Щільність прямого опромінювання не буде відрізнятися обчисленої раніше. Тому для її визначення скористаємось формулою (3.20).

Позначимо через μ ($0 \leq \mu < 1$) ту частину енергії, що поглинається в даній точці відбивача і йде на випромінювання в довкілля. Тобто якщо на цю точку попадає тепловий потік інтенсивності q_n , то енергія μq_n буде увібрана одиницею площі поверхні, а $(1-\mu) q_n$ віддзеркалиться в бік приймача. Із цього випливає, що із випроміненої джерелом в куті $d\varphi$ за одну секунду енергії dE до приймача дійде лише

$$dE_g = (1 - \mu)dE = \frac{1 - \mu}{2\pi} E d\varphi. \quad (4.1)$$

Очевидно, що в загальному випадку $\mu = \mu(\varphi)$. Тому всього за одну секунду від рефлектора відіб'ється така тепла енергія:

$$E_e = \frac{E}{2\pi} \int_a^b [1 - \mu(\varphi)] d\varphi \left(a = -\frac{\pi}{2} + \alpha, \quad b = \frac{3}{2}\pi - \alpha \right). \quad (4.2)$$

Коефіцієнт $\mu = \mu(\varphi)$ залежить від забрудненості поверхні відбивача, теплопровідності матеріалу, наявності теплоізоляції тощо, і для його визначення треба розв'язати відповідну теплотехнічну проблему. Але для якісної оцінки впливу на остаточну форму рефлектора величини μ можна скористатися спрощеним підходом.

В першому наближенні вважатимемо, що $\mu = \text{const}$. Тоді з залежності (4.2) випливає, що кожної секунди до приймача від рефлектора буде надходити така енергія:

$$E_e = (1 - \mu) \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) E. \quad (4.3)$$

Енергія теплових променів, що безпосередньо приходять до приймача дорівнює

$$E_\delta = \frac{E}{2\pi} 2\alpha.$$

Отже всього за одну секунду до приймача надходить така енергія:

$$E_n = E_e + E_\delta = E \left(1 - \mu + \mu \frac{\alpha}{\pi} \right).$$

Якщо врахувати, що цей потік повинен розподілитися рівномірно на поверхні приймача **3** завдовжки $2l$, то знайдемо інтенсивність

$$q = \frac{E_n}{2l} = \frac{E}{2l} \left(1 - \mu + \mu \frac{\alpha}{\pi} \right). \quad (4.4)$$

Із залежностей (2.23), (2.27), (4.4) випливає, що щільність теплового потоку, відбитого від рефлектора, має на поверхні приймача дорівнювати

$$q_2(x) = q - q_1(x) = \frac{E}{2l} \left[1 - \mu + \mu \frac{\alpha}{\pi} - \frac{lh}{\pi(x^2 + h^2)} \right]. \quad (4.5)$$

Із формули (2.37) знаходимо

$$p(\xi) = 1 - \mu + \mu \frac{\alpha}{\pi}, \quad p_1(\xi) = \frac{n}{\pi(\xi^2 + n^2)}, \quad \left(n = \frac{h}{l} \right),$$

а, отже,

$$p_2(\xi) = p(\xi) - p_1(\xi) = 1 - \mu + \mu \frac{\alpha}{\pi} - \frac{n}{\pi(\xi^2 + n^2)}.$$

Для визначення залежності $\varphi = \varphi(\xi)$ скористаємося як і раніше залежністю (2.48). У результаті отримаємо

$$\varphi(\xi) = \alpha - \frac{\pi}{2} + \frac{1}{1 - \mu} \left[\pi \left(1 - \mu + \mu \frac{\alpha}{\pi} \right) \xi - \arctg \left(\frac{\xi}{n} \right) \right]. \quad (4.6)$$

Тепер, для визначення профілю рефлектора можна розв'язати диференціальне рівняння (2.35).

Воно розв'язувалося чисельним методом Рунге-Кутта, для випадку $\alpha = \pi/3$ і двох значень μ : 0; 0.5. Координата φ обчислювалася за допомогою залежності (4.6). Результати обчислень наведені на рис. 4.1. Суцільна лінія відповідає випадку $\mu = 0$, пунктирна – $\mu = 0.5$.

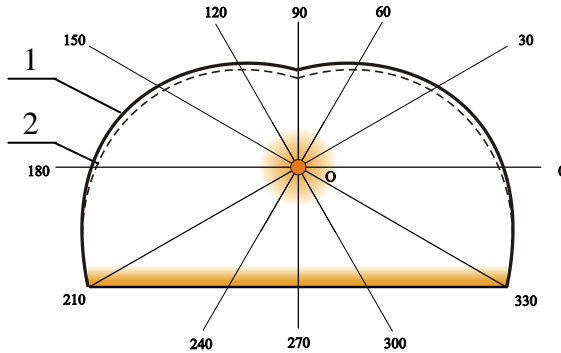


Рис. 4.1. Форми рефлекторів

1 – без урахування втрат енергії,

2 – з урахуванням поглинання частини енергії

Як бачимо, взяття за основу такого нереально великого за величиною коефіцієнта втрат $\mu = 0,5$ майже не відбилося на формі рефлектора. Тому автор припинив подальші дослідження в цьому напрямку й вирішив вивчати ідеалізований випадок, коли втрат енергії на випромінювання в довкілля зовсім нема.

4.2 Геометричне моделювання процесу променевої теплопередачі в поглинаючих газових середовищах

Раніше отримано геометричну модель для розв'язання прямої задачі променевої теплопередачі - визначення поверхневої щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, який надходить від електричного нагрівника до заданої фігури на площині. Але геометричне моделювання теплопередачі випромінюванням розглядалося лише для діатермічного середовища. Оскільки вплив середовища у робочій камері на параметри теплового потоку в ПЧ-устаткуванні є досить значним, невіршеним залишається питання геометричного моделювання променевої теплопередачі в поглинаючих газових середовищах.

4.2.1 Теоретичні передумови впливу складу газового середовища на теплотехнічні показники променевої теплопередачі

Носіями променевої енергії є електромагнітні хвилі, що випромінюються нагрітим тілом у вигляді певних порцій, якими є елементарні частки випромінювання (фотони). Фотон має властивості рухомих часток і нульову масу спокою, а також певну частоту, запас енергії, імпульс, спіні, які запозичуються від випромінюючої його частки. Кінетична енергія рухомих часток перетворюється в енергію випромінювання.

За законом Планка електромагнітне випромінювання, пов'язане з переходом системи з одного стаціонарного стану з енергією E_i в інший з енергією E_k , визначається співвідношенням

$$E = E_i - E_k = h \cdot \nu, \quad (4.7)$$

де E – енергія електромагнітного випромінювання, Дж;

h – стала Планка ($h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с);

ν – частота електромагнітного випромінювання, с⁻¹.

Електромагнітна хвиля, що є випроміненою тілом, взаємодіє із зарядженими частками поглинального середовища, крізь яке вона поширюється, або з частками тіла, яке вона зустрічає на своєму шляху.

Під час цієї взаємодії електричне заряджені частки приходять у рух, результатом чого є процес перетворення електромагнітної енергії в енергію руху заряджених часток. Як наслідок, енергія електромагнітної хвилі перетворюється у тепло.

Під час проходження теплових променів у поглинальному середовищі відбувається, відповідно до закону Бугера [25], послаблення інтенсивності випромінювання, зумовлене індукційованим (примусовим) поглинанням, тобто

$$I = I_0 e^{-kl}, \quad (4.8)$$

де I, I_0 - відповідно інтенсивності випромінювання, що виходить з шару товщиною l і входить у цей шар, Вт/м³; k - коефіцієнт поглинання ІЧ-випромінювання.

Характерною особливістю газового поглинання є селективність, тобто здатність поглинати енергію лише у певних смугах спектру.

Спектральна поглинальна здатність газового середовища залежить від його фізичної природи, товщини шару, і дорівнює числу поглинених за одиницю часу фотонів $z_{\text{погл}}$, частоти ν , розрахованому на одну частку з енергією E_k та на одиницю щільності випромінювання $\rho(\nu)$ [21]:

$$A = 1 - e^{-\alpha l} = \frac{1}{\rho(\nu)} \cdot \frac{z_{\text{погл}}}{n_k}, \quad (4.9)$$

де n_k - кількість часток, що поглинають, нижнього енергетичного рівня в одиниці об'єму; $\rho(\nu)$ - щільність випромінювання, тобто енергія фотонів в одиниці об'єму:

$$\rho(\nu) = z(\nu) \cdot h \cdot \nu, \quad (4.10)$$

де $z(\nu)$ - кількість фотонів частоти ν в одиниці об'єму.

Зі збільшенням температури (при сталому об'ємі) зменшується щільність газу і, відповідно, його поглинальна здатність. Потужність поглинання становить енергію, яка поглинається одиницею об'єму за одиницю час

$$\eta_n = h \cdot \nu \cdot A \cdot \rho(\nu) \cdot n_k, \quad (4.11)$$

Після поглинання фотон перестає існувати як частка, а його енергія, маса, імпульс та спіні передаються частці (молекулі газу), що його поглинула. Результатом цього є перехід частки з деякого нижнього енергетичного рівня E_k на верхній E_l . Маючи надлишок енергії, порівняно з нормальним станом, вона збуджується і стає нестійкою. У цьому стані частка не може знаходитися необмежено довго, навіть за відсутності зовнішнього впливу, і віддає енергію, що можливо двома способами: при зіткненні з іншою часткою (безвипромінюючий перехід) і шляхом випромінювання фотону (перехід із випромінюванням).

Перехід молекул газу у збуджений стан супроводжується підвищенням їх кінетичної енергії

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{m \cdot \omega_i^2}{2}, \quad (4.12)$$

де m – маса молекул, кг ($m = 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг); ω – швидкість поступального руху молекул, м/с; n – загальне число молекул.

Це призводить до збільшення кількості зіткнень з іншими молекулами. У результаті обміну кінетичною енергією з молекулами газового середовища відбувається без випромінюючий перехід, який супроводжується деяким зниженням енергії збудження, підвищенням середньої температури газового середовища і, відповідно, конвективного теплового потоку від газового середовища до об'єкту, що опромінюється.

У термодинамічній рівноважній системі кількості поглинутої і випроміненої кожним елементарним об'ємом енергії дорівнюють між собою. Тому рівноважні поглинальна $A_{(T)}$ та випромінювальна $\varepsilon_{(T)}$ здатності також є рівними за величиною, тобто $A_{(T)} = \varepsilon_{(T)}$.

Таким чином, наведені відомості переконливо свідчать про те, що зміна складу робочого середовища в ІЧ-апаратах може вносити суттєву поправку до механізму теплообмінних процесів [54]. Це залежить від оптичних властивостей газового середовища, вплив яких має сприяти перерозподілу променевої енергії та зміні співвідношення складових частин променево-конвективного теплового потоку.

У цьому зв'язку подальшими теоретичними та експериментальними дослідженнями необхідно встановити раціональні режими теплової обробки, концентрації газових компонентів робочого середовища, геометричні параметри

опромінюючої системи та робочої камери, які забезпечують економічно ефективно використання теплової енергії.

4.2.2 Обґрунтування застосування закону Бугера для розбіжного світлового пучка.

Відомо, що одно- та двоатомні гази (гелій, водень, кисень, азот тощо) є практично прозорими (діатермічними) для випромінювання. Триатомні гази (у першу чергу H_2O , CO_2 , які присутні у багатьох технологічних процесах харчових виробництв), мають значні випромінювальну та поглинальну здатності. Випромінювання газів носить об'ємний характер, тому їх поглинальна здатність залежить від щільності та товщини газового шару (зі збільшенням щільності та товщини шару його поглинальна здатність збільшується). Крім того, випромінювання газів має селективний характер, тобто здатність поглинати енергію лише у певних смугах спектру.

Під час розповсюдження випромінювання у поглинальному середовищі на деякому відрізку шляху променя dl частина енергії поглинається, тобто переходить в інші форми енергії. Відносне зменшення потоку енергії є пропорційним до шляху, який проходить випромінювання у поглинальному середовищі

$$\frac{dI}{I} = -k \cdot dl, \quad (4.13)$$

Для плоского шару розв'язок рівняння (4.13) називається законом Бугера:

$$I = I_0 e^{-kl}, \quad (4.14)$$

де k - коефіцієнт поглинання, а I та I_0 – інтенсивності плоскої монохроматичної хвилі на вході в шар поглинальної речовини завтовшки l та, відповідно, на виході з нього.

У даній роботі запропоновано метод визначення щільності теплового потоку від диференціальне малого елемента джерела випромінювання. При цьому утворюється розбіжний пучок. Отже, виникає питання можливості використання закону Бугера у вигляді (4.14) для розбіжного пучка.

Використаємо наступну схему (рис. 4.2), де S – точкове джерело випромінювання. Розбиваємо заданий пучок на елементарні конічні пучки з кутовою товщиною $d\alpha$, де кут α змінюється від 0 до α_0 . Для кожного елементарного пучка виконується закон Бугера:

$dI = dI_0 e^{-kl(\alpha)}$, де: $dI_0 = I_0 \frac{d\alpha}{\alpha_0}$, $l(\alpha) = \frac{l_0}{\cos \alpha}$, k – коефіцієнт поглинання середовища. Інтенсивність пучка на відстані l_0 від джерела дорівнюватиме:

$$I(l_0) = \int_0^{\alpha_0} dI_0 e^{-kl(\alpha)} = \frac{I_0}{\alpha_0} \int_0^{\alpha_0} e^{-\frac{kl_0}{\cos \alpha}} d\alpha. \quad (4.15)$$

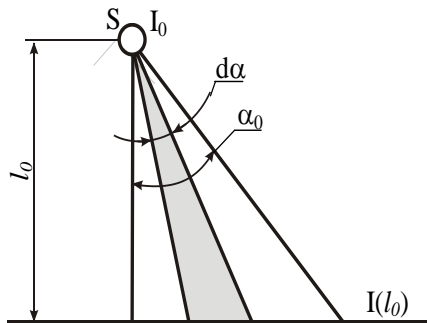


Рис. 4.2. Схема випромінювання для слабо розбіжного світлового пучка

Інтеграл у рівнянні (4.15) в аналітичному вигляді не виражається. Тому розглянемо випадок слабо розбіжного пучка, для якого $\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$. Ця залежність із точністю до 3% є дійсною для кутів до 50° , чого досить для практичних цілей. Тоді формула (4.16) приймає вигляд:

$$I(l_0) = \frac{I_0}{\alpha_0} e^{-kl_0} \int_0^{\alpha_0} e^{-kl_0 \frac{\alpha^2}{2}} d\alpha. \quad (4.16)$$

Інтеграл у (4.16) також не виражається в аналітичному вигляді, тому розглянемо випадок слабо поглинаючого середовища, для якого $kl_0 \leq 0.35$.

Для $\alpha_0 \leq 50^\circ$ в інтегралі (4.16) з точністю до 3% можна записати:

$$e^{-kl_0 \frac{\alpha^2}{2}} \approx 1 - kl_0 \frac{\alpha^2}{2}. \quad (4.17)$$

Після проведення необхідних розрахунків із (4.16) знаходимо остаточний вираз:

$$I(l_0) = I_0 e^{-kl_0} \left(1 - \frac{kl_0 \alpha_0^2}{6}\right). \quad (4.18)$$

Ця формула відрізняється від закону Бугера поправкою $\frac{kl_0 \alpha_0^2}{6}$.

Зауважимо, що для $\alpha_0 \leq 50^\circ$ та $kl_0 \leq 0.35$, як було прийнято вище, ця поправка складає $\frac{kl_0 \alpha_0^2}{6} \approx 0.06$, тобто менше 10%. Тому застосування закону Бугера $I(l_0) = I_0 e^{-kl_0}$ для слабо розбіжних пучків променів є виправданим у більшості практичних ситуацій.

4.2.3. Застосування закону Бугера для сферичної хвилі.

Розглянемо розповсюдження випромінювання в деякому тілесному куті ω (рис. 4.3).

Потік випромінювання Q (Дж/с) через F_r , тобто кількість енергії, яка переноситься випромінюванням за одиницю часу в межах елементарного тілесного кута ω через поверхню F_r , дорівнює

$$Q = I_r F_r \omega = I_r (r^2 \omega) \omega.$$

Потік випромінювання через поверхню F_r^* становить

$$Q^* = I_r^* F_r^* \omega = I_r^* (r + \Delta r)^2 \omega \omega.$$

Закон зміни I_r вздовж r розкладемо в ряд Тейлора

$$I_r^* = I_r + \frac{dI_r}{dr} \Delta r + \dots$$

Тоді

$$Q^* = (I_r + \frac{dI_r}{dr} \Delta r)(r + \Delta r)^2 \omega \omega. \quad (4.19)$$

З іншого боку, відповідно з (4.14)

$$Q^* = Qe^{-k\Delta r} = I_r r^2 \omega \alpha e^{-k\Delta r}. \quad (4.20)$$

Порівнюємо (4.19) і (4.20)

$$I_r r^2 e^{-k\Delta r} = (I_r + \frac{dI_r}{dr} \Delta r)(r + \Delta r)^2.$$

Відкидаючи нескінченно малі величини більш високого порядку, отримуємо:

$$I_r r \left(\frac{1 - e^{-k\Delta r}}{\Delta r} \right) + 2I_r + \frac{dI_r}{dr} r = 0.$$

Для $\Delta r \rightarrow 0$ $\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-k\Delta r}}{\Delta r} = k$, остаточно маємо:

$$\frac{dI_r}{dr} + \left(k + \frac{2}{r} \right) I_r = 0.$$

Розв'язуючи останнє рівняння, отримуємо вираз

$$I_r = C \frac{e^{-kr}}{r^2}. \quad (4.21)$$

Для визначення сталої інтегрування C , припустимо, що N (Вт) - потужність точкового джерела випромінювання. Тоді в тілесному куті ω тепловий потік $Q = \frac{N}{4\pi} \omega$ та

$$I_r = \frac{Q}{F\omega} = \frac{Q}{(r^2\omega)\omega} = \frac{N}{4\pi r^2 \omega}. \quad (4.22)$$

Порівнюючи (4.21) та (4.22), отримуємо

$$\frac{N}{4\pi r^2 \omega} = C \frac{e^{-kr}}{r^2} \rightarrow C = \frac{N}{4\pi \omega}.$$

Остаточно інтенсивність випромінювання залежно від відстані r визначається формулою

$$I_r = \frac{N e^{-kr}}{4\pi r^2 \omega}. \quad (4.23)$$

Використаємо отриману залежність для розрахунку щільності теплового потоку на смузї площини від точкового джерела S (рис. 4.4) таким чином:

$$E(x) = \frac{Q^*}{\Delta x^2} = \frac{I_r^* F_r^* \omega}{\Delta x^2} = \frac{I_r^* \Delta x^2 \cos \varphi}{\Delta x^2} \omega = \frac{N e^{-kr} \cos \varphi}{4\pi r^2}.$$

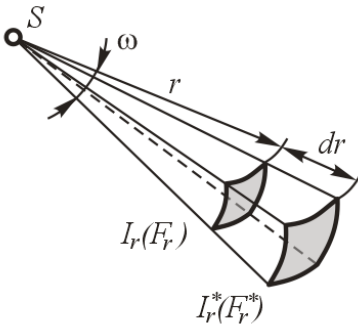


Рис. 4.3. Розповсюдження сферичної хвилі у тілесному куті ω .

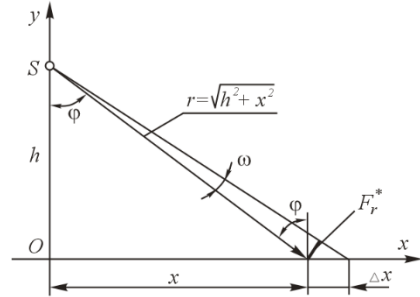


Рис. 4.4. До розрахунку щільності теплового потоку від точкового джерела на смузї площини.

Оскільки $\cos \varphi = \frac{h}{r}$, $r = \sqrt{x^2 + h^2}$, то отримаємо вираз

$$E(x) = \frac{Nhe^{-k\sqrt{x^2+h^2}}}{4\pi(x^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (4.24)$$

Наведені формули визначення інтенсивності та щільності теплового потоку випромінюванням є інваріантними щодо складу та параметрів поглинаючого газового середовища. Отримані залежності дозволяють удосконалити розрахунки технологічних процесів під час проектування ІЧ- устаткування харчової промисловості.

4.2.4. Дослідження впливу відносної вологості пароповітряного середовища на розподіл щільності теплового потоку в робочій камері ІЧ- установки.

За методикою [51] проведено розрахунок розподілу щільності потоку інтегрального теплового випромінювання, що надходить від циліндричного випромінювача потужністю $N=1$ кВт, розташованого на відстані $h=0,06$ м від плоского шару продукту розміром $0,3 \times 0,3$ м (рис. 4.5). Розрахунок здійснювався за умови діатермічного середовища у робочій камері ІЧ-апарату. Температура спіралі джерела дорівнює 1073 К, тому максимум випромінювальної здатності відповідає довжинам хвиль $\lambda=2,7$ мкм.

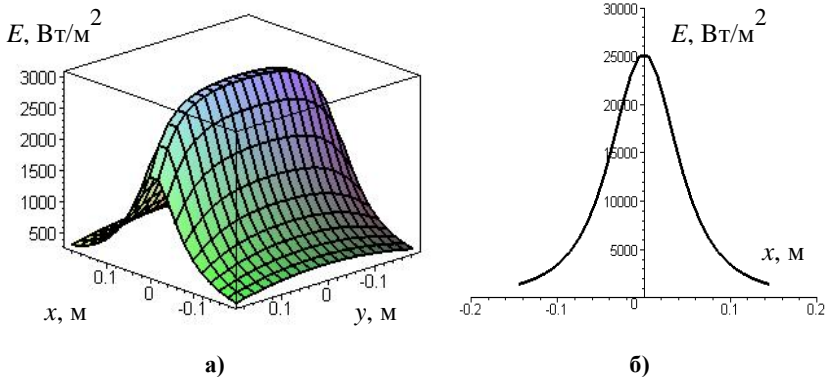


Рис. 4.5. Щільність потоку інтегрального теплового випромінювання від циліндричного КВ у діатермічному середовищі робочій камері ІЧ-установки: а) просторовий розподіл; б) розподіл у площині, яка є перпендикулярною до центру КВ.

При наявності водяної пари в робочій камері ІЧ-устаткування важливо провести оцінку ефективності використання променевої

енергії з урахуванням поглинальної та пропускнуї здатності H_2O (залежно від відносної вологості ППС). Виконано ряд обчислювальних експериментів (на базі системи комп'ютерної математики *Maple*) за наступних умов: тиск ППС у робочій камері $p=1,01$ МПа, відносна вологість має значення: 0% (діатермічне середовище), 20%, 40%, 60%. Теплоприймальна поверхня розбивається на ij елементарних площадок. Щільність потоку інтегрального теплового випромінювання на поверхні ij площадки, який надходить від циліндричного випромінювача, з урахуванням поглинальної здатності H_2O визначається за формулою

$$E_{ij} = \frac{N}{\pi^2 L} \int_L \frac{\cos \varphi_{ij}}{l_{ij}^2} e^{-kl_{ij}} dL = \frac{N}{\pi^2 L} \int_L \frac{(1-a_{ij}) \cos \varphi_{ij}}{l_{ij}^2} dL, \quad (4.25)$$

де N – потужність джерела; L – довжина спіралі джерела; φ_{ij} – кут падіння променя на ij -у площадку; a_{ij} – поглинальна здатність H_2O .

Поглиноальна здатність H_2O залежить від температури середовища та значення добутку pl , де p – парціальний тиск H_2O ; l – довжина шляху, який проходить промінь. Таким чином, для кожної ij -ї площадки існує відповідне значення a_{ij} . Поглиноальна здатність a_{ij} пароповітряного середовища визначається за номограмами (рис. 4.6, 4.7, 4.8), які побудовані Хоттелем на основі експериментів [59].

На рис. 4.9 наведено графіки розподілу щільності променевого потоку (криві: 1 - для діатермічного середовища, 2 - для пароповітряного середовища з відсною вологістю 20%, 3 - зменшення щільності за рахунок поглинання). На рис. 4.10 наведено графіки зменшення щільності за рахунок поглинання під час збільшення відносної вологості ППС.

Рис. 4.11 ілюструє зростання частки енергії, що поглинається, з віддаленням від джерела випромінювання та збільшенням відносної вологості. Для відносної вологості $\varphi = 20\%$ частка енергії, що поглинається, зростає від 6,2% (у центрі теплоприймача) до 11,4% - на межі). Для відносної вологості $\varphi = 60\%$, ці показники відповідно дорівнюють 12,6% та 21,7%.

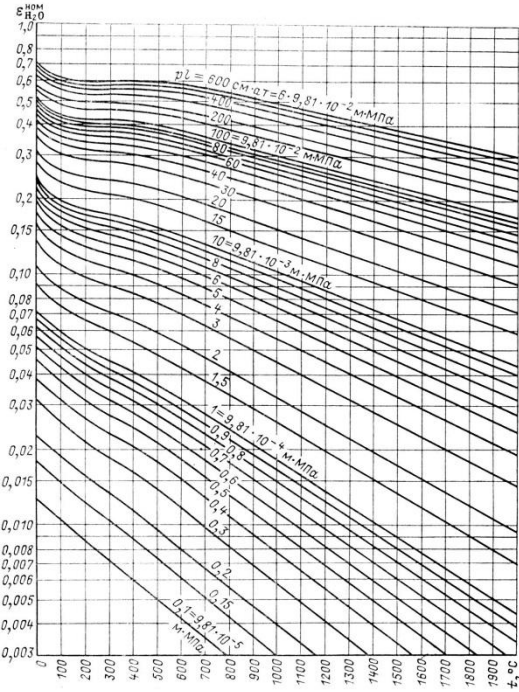


Рис. 4.6. Випромінювальна спроможність H_2O , яка приведена до нульового парціального тиску $p = p_{H_2O} \rightarrow 0$; $p_0 = 0,101 \text{ МПа}$.

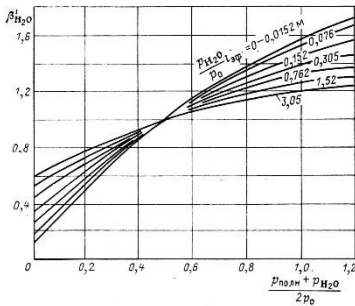


Рис. 4.7. Поправка до номограми випромінювальної здатності H_2O , яка враховує вплив повного тиску при $p > 0,101 \text{ МПа}$, та парціального тиску H_2O

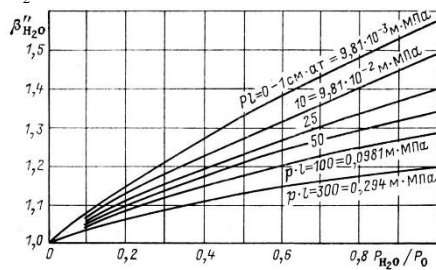


Рис. 4.8. Поправка на парціальний тиск при випромінюванні H_2O при загальному тиску суміші $0,101 \text{ МПа}$

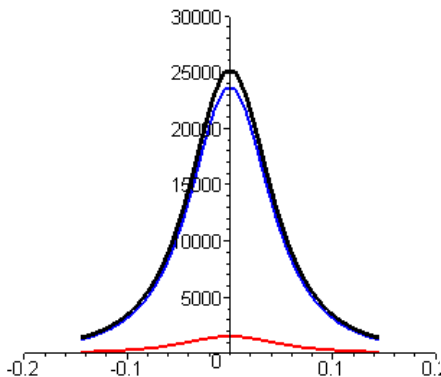


Рис. 4.9.Графіки розподілу щільності променевого потоку для:
 1 - діатермічного середовища;
 2 - ППС з відносною вологістю 20%;
 3 – зменшення щільності потоку за рахунок поглинання енергії газовим середовищем

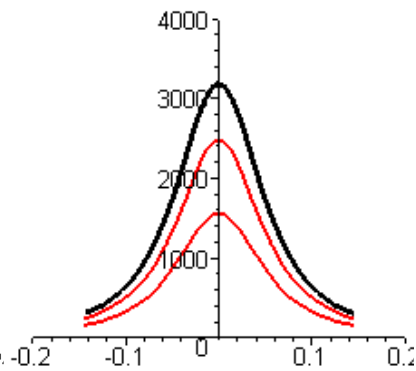


Рис. 4.10. Графіки зменшення щільності променевого потоку за рахунок поглинання, залежно від відносної вологості ППС:
 1 - 20%, 2 - 40%, 3 - 60%.

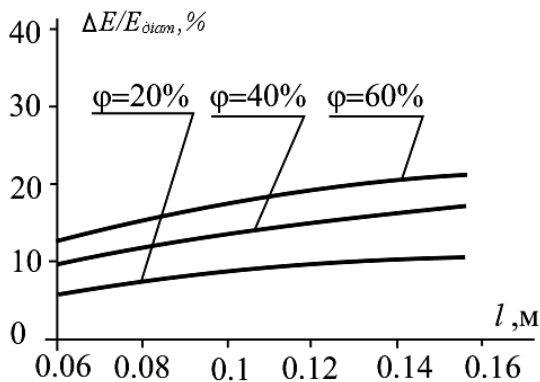


Рис. 4.11. Залежність відносного зменшення щільності променевого потоку від відстані до джерела випромінювання та відносної вологості ППС

Існує така довжина променя $L_0 = l/k$, для якої енергія випромінювання повністю поглинається середовищем. У квантовій

інтерпретації вона є середньою довжиною пробігу фотону, або вірогідністю виживання кванта.

Таким чином, вплив відносної вологості пароповітряного середовища на щільність теплового потоку випромінювання є досить значним, і цей вплив збільшується зі зростанням відстані від центру випромінювача. Це потрібно враховувати під час конструювання ІЧ-установок з метою оптимізації технологічного процесу теплової обробки харчових продуктів.

4.2.5 Експериментальна установка та методика дослідження показників теплотехнічного стану газових середовищ і харчових продуктів та відносної вологості пароповітряного середовища

Дослідження теплотехнічного стану газових середовищ і харчових продуктів (відносної вологості, температурних полів) здійснювалися на експериментальній установці (рис. 4.12), яка складається з модельного зразка ІЧ-апарата, самописного потенціометру КСП-4, термоелектричного перетворювача з відкритими хромель-копелевими термопарами, введеними в сталеві голки та зафіксованими таким чином, щоб їх спай знаходився у кінця голки та міг контактувати з продуктом під час введення у нього голок. Термоелектричний перетворювач подовжувальними дротами поєднано з потенціометром через перемикач вибору точок вимірювання ПТИ-М, змонтованим на його корпусі. Водяна пара подавалася у робочу камеру з автономного парогенератора, який розміщено у верхній частині апарата.

Для проведення досліджень температурного поля використовувалися методики [55,56].

Замір температури у харчових продуктах проводився за допомогою введених у них на різну глибину голок з термопарами (одну термопару розміщували у поверхневому шарі, другу – в центрі виробу). Заміри температури в кожній точці продукту в процесі його нагрівання здійснювалися послідовно з інтервалами часу 30 с. Контроль за часом обробки відбувався за допомогою секундоміру.

Замір температури газових середовищ здійснювався за допомогою термопари, розміщеної у фольговій соломці для попередження прямого попадання ІЧ-випромінювання на спай термопари. Термопари розміщувалися на різних відстанях від ІЧ-випромінювачів.

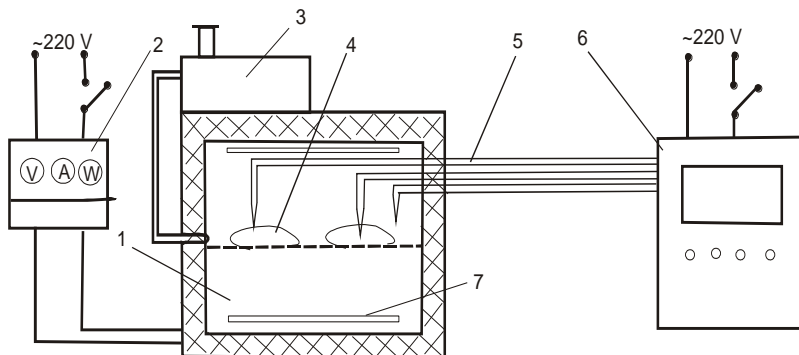


Рис. 4.12. Схема експериментальної установки для дослідження теплотехнічного стану газових середовищ та харчових продуктів:

- 1 – робоча камера ІЧ-апарата; 2 – вимірювальний комплекс К-50;
 3 – парогенератор; 4 – харчові продукти; 5 – виводи термопар;
 6 - самописний потенціометр КСП-4 з перемикачем ПТИ-М;
 7 - ІЧ-нагрівники

Для визначення відносної вологості пароповітряного середовища було використано психрометричний метод. Він заснований на вимірюванні температур двома термopарами: «сухою» (звичайною), яка екранована фольговою соломкою та «мочною», з батистом на снаї, що змочується зі спеціальної судини. В якості вимірювального пристрою використовувався самописний потенціометр КСП-4. Підрахунок показників по сухій і мокрої термopарі здійснювався в момент, коли температура мокрої термopари досягала максимуму. Відносна вологість за показниками потенціометру визначалась за допомогою таблиці, наведеної у [44].

Для побудови кривих швидкості нагрівання поверхневих та центрального шарів використовувався метод графічного диференціювання, за якого на графіках кінетики нагрівання відзначалося декілька точок, через них проводилися дотичні і визначався тангенс кута їх нахилу, що дорівнює зміні температури за одиницю часу, тобто відповідає швидкості нагрівання [31].

Градiєнт температури між поверхневими та центральним шарами розраховувався як похідна змін температури по нормалі за формулою

$$\text{grad } t = \frac{dt}{dn}$$

де dt - різниця температури між поверхневим та центральним шаром, °С; dn - відстань між ізотермічними поверхнями по нормалі, м.

Висновки до розділу 4

1.В ІЧ-установках харчової промисловості теплова обробка продуктів з метою інтенсифікації процесу відбувається в газових середовищах. Доведено, що при моделюванні теплопередачі випромінюванням у слабопоглинаючих газових середовищах для розбіжного світлового пучка можна застосовувати закон Бугера для плоскої хвилі з похибкою, яка не перевищує 10%.

2.Формули, які виведено для визначення інтенсивності та щільності теплового потоку випромінюванням, є інваріантними щодо складу та параметрів поглинаючого газового середовища та дозволяють удосконалити розрахунки технологічних процесів при проектуванні реальних ІЧ-установок харчової промисловості.

3.Результати низки експериментів, що проведені з використанням установки для дослідження показників теплотехнічного стану газових середовищ та харчових продуктів, відносної вологості пароповітряного середовища і т. ін., довели адекватність розробленої моделі досліджуваному технологічному процесові теплової обробки в ІЧ-установках.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алабовский А.И., Недужий И.Н. Техническая термодинамика и теплопередача. – Киев: Вища шк., 1990. – 255 с.
2. Андрианов В.Н. Основы радиационного и сложного теплообмена. - М.: Энергия, 1972. - 464 с.
3. Арендарчук А.В., Бородачев А.С., Филиппов В.И. Общепромышленные электропечи периодического действия М.: Энергоатомиздат, 1990. - 120 с.
4. Арендарчук А.В., Скороспелов В.А., Слободской А.П. Автоматизация проектирования и производства электротермических устройств с зеркальными отражателями //Электротехника, N 6, 1988. - С.35-37.
5. Арендарчук А.В., Слободской А.П. Электротермическое оборудование направленного излучения // Библиотека электротермиста. Вып.78. М.: Энергоатомиздат, 1991. - 80 с.
6. Астратова Г.В. Разработка технологии производства и показатели качества овощных полуфабрикатов и кулинарных изделий, обработанных в поле ИК-излучения. – Автореф. дис...канд. техн. наук. – М., 1986. – 23 с.
7. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Мир, 1972. - 456 с.
8. Белостоцкий Б.Р., Любавский Ю.В., Овчинников В.М. Основы лазерной техники/ Под ред. А. М. Прохорова. - М.: Сов. радио, 1972. - 408 с.
9. Беляев М.И. Тепловое оборудование // Оборудование предприятий общественного питания: В 3-х т. - М.: Экономика, 1990. - Т.3. - 559 с.
10. Беляев М.И., Пахомов П.Л. Теоретические основы комбинированных способов тепловой обработки пищевых продуктов: Харьк. ин-т обществ. питания- Харьков, 1991.- 160 с.
11. Борхерт Р., Юбиц В. Техника инфракрасного нагрева / Пер. с немец. под ред. И.Б. Левитина. - М.:Госэнергоиздат, 1963. - 460 с.
12. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Советское радио, 1996. - 475с.
13. Виноградов И.С., Юдин В.М. Универсальный метод расчета сложных отражающих концентрирующих систем / Вопросы теплообмена и тепловых испытаний конструкций. М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1988. С. 58-68 (Тр. МВТУ, №495).

14. Волончук С.К., Косторной В.Ф., Шорникова Л.П. Положительное влияние инфракрасного излучения на безопасность сушеных продуктов // Пищевая промышленность. – 2000. - № 10. – С. 64.
15. Генри Л. Хэкфорд. Инфракрасное излучение / Пер. с англ. В.И. Проскуракова. - М.: Энергия, 1964. - 336 с.
16. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. М.:ИЛ, 1962.
17. Гинзбург А.С. Инфракрасная техника в пищевой промышленности. - М.: Пищевая пром-сть, 1966. - 408 с.
18. Гинзбург А.С. Расчет и проектирование сушильных установок пищевой промышленности.-М.: Агропромиздат, 1985.- 336 с.
19. Гончарский А.В., Попов В.В., Степанов В.В. Введение в компьютерную оптику. - М.: МГУ, 1991. - 312 с.
20. Джеймс Т. Теория фотографического процесса / Т. Джеймс; Пер. с англ. 2-е русское издание. – Л.: «Химия», 1980. – 672 с.
21. Европейская хартия о солнечной энергии в архитектуре и строительстве// Архитектура и строительство России.- 1998.- №11-12. – с. 28-30.
22. Жуков Н.Н. Исследование термической обработки некоторых мясopодуKтов инфракрасным излучением: Дис... канд. техн. наук. - М., 1971.–154с.
23. Зворыкин Д.Б., Александрова А.Т., Байкальцев Б.П. Отражательные печи инфракрасного нагрева. М.: Машиностроение, 1985.-175 с.
24. Ильясов С.Г., Красников В.В. Физические основы инфракрасного облучения пищевых продуктов. – М.: Пищевая пром-сть, 1978. – 360 с.
25. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. - М.: Энергоиздат, 1981. - 416 с.
26. Кавецкий Г.Д., Васильев Б.В. Процессы и аппараты пищевой технологии. - 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Колос, 1999. - 551 с.
27. Козак Ю.В. Компьютерное моделирование некоторых поверхностей отражённых лучей / Козак Ю.В. // Сб. праць Міжнародної науково – практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання». Чстина 3. – Харків: ХІПБ ВМС України, 1998. – С. 112 – 115.
28. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. – М.: Сов. Радио, - 1978. – 400 с.
29. Куц О.К., Рохлина В.Н. Аналитический расчёт симметричных

- зеркальных светильников методом “обратного луча” // Светотехника, № 3, 1984.- С. 7 – 10.
30. Лабай В.Й. Тепломасообмін.- Львів: Тріада Плюс, 1998. - 260 с.
 31. Лабораторный практикум по процессам и аппаратам пищевых производств / А.С. Гинзбург, С.М.Гребенюк, Н.С.Михеева и др. / Под ред. А.С.Гинзбурга. – М.: Агропромиздат, 1990. – 256 с.
 32. Левитин И.Б. Применение инфракрасной техники в народном хозяйстве. – Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1981. – 264 с.
 33. Липатов Н.Н. Процессы и аппараты пищевых производств. – М.: Экономика, 1987. – 272 с.
 34. Мазуренко О.Д. Геометричне моделювання катакаустик та відбивальних кривих на площині: дис. канд. техн. наук / Мазуренко О.Д. – Харків: ХДПУ, 1996.– 244 с.
 35. Маклюков И.И., Маклюков В.И. Промышленные печи хлебопекарного и кондитерского производств. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Легкая пром-сть, 1983. –С. 36-38.
 36. Минухин Л.А. Расчеты сложных процессов тепло- и массообмена в аппаратах пищевой промышленности. - М.: Агропромиздат, 1986. - С. 28-30.
 37. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. - М.: Энергия, 1973. - 320 с.
 38. Муратов Ю.Г. Исследование процесса термообработки мясных кулинарных изделий при импульсном ИК-энергоподводе: Дисс...канд. техн. наук. - М., 1980. - 199 с.
 39. Островский Л.В. Исследование процесса тепловой обработки мясных кулинарных изделий инфракрасными лучами: Дисс...канд. техн. наук. - М., 1971. - 178 с.
 40. Плаксин Ю.М. К вопросу создания инфракрасного оборудования для пищевой промышленности // Науч. тр. Московской государственной академии пищевых производств, 1996. - Ч.2. – С. 55-61.
 41. Плевако В.П. Визначення форм рефлекторів теплотехнічних установок, які забезпечують заданий розподіл тепла на приймачах довільних перерізів / Плевако В.П., Тормосов Ю.М., Саєнко С.Ю. // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Збірник наукових праць. – 2007. – № 17. – С. 75-90.
 42. Подгорный А.Л. К анализу первых отражений звука при криволинейных формах залов.//Прикладная геометрия и инженерная графика. - К: Будівельник, Вып.30 ,1980. - с. 7-10.
 43. Поперечный А.М. Тепло- масообмінні процеси і апарати

- харчових виробництв. Навчальний посібник. – Донецьк.: ДонДУЕТ, 1999. – 243 с.
44. Практикум по курсу «Промышленные печи хлебопекарного производства» / А.А. Михелев, А.В. Володарский. - М.: Пищ. пром., 1974. – 287 с.
 45. Процессы и аппараты химической промышленности / П.Г. Романков, М.И. Курочкина, Ю.Я. Мозжерин, Н.Н. Смирнов. - Л.: Химия, 1989. - 560 с.
 46. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наукова думка, 1982. – 552с.
 47. Рогов И.А. Электрофизические методы обработки пищевых продуктов. - М.: Агропромиздат, 1988. - 272 с.
 48. Русин С.П., Перецкий В.Э. Тепловое излучение полостей. М.: Энергоатомиздат, 1987. - 152 с.
 49. Стабников В.Н., Лысянский В.М., Попов В.Д. Процессы и аппараты пищевых производств. - М.: Агропромиздат, 1985. - 503 с.
 50. Теплообмен излучением : Справочник / А.Г.Блох, Ю.А.Журавлев, Л.Н.Рыжков. - М: Энергоатомиздат, 1991. - 432 с.
 51. Тормосов Ю.М. Метод визначення щільності теплового потоку від циліндричної поверхні скінчених розмірів.// Вестник Херсонского государственного технического университета. Вып. 2(15).- Херсон: ХГТУ, 2002.- С.469-473.
 52. Черевко А.И., Михайлов В.М., Бабкина И.В. ИК-нагрев как перспективное направление в пищевых технологиях // Актуальні науково-методичні проблеми в підготовці спеціалістів вищої кваліфікації для торгівлі і харчування: Зб. наук. пр. - Ч. 1. – Харків: ХДАТОХ, 1997. - С. 155-156.
 53. Черевко А.И., Пахомов П.Л., Михайлов В.М., Бабкина И.В. Теоретические исследования влияния газовой среды на интенсификацию тепловой обработки /Холодильная техника и технология, 1999.-Вып.60.- С.57-60.
 54. Черевко О. І., Михайлов В. М., Лебединець І. В. Дослідження комбінованого способу теплової обробки харчових продуктів // Вестник национального технического университета “ХПИ”: Сб. науч. тр. – Харьков: НТУ ”ХПИ”, 2002. – С. 149-153.
 55. Черевко О. І., Михайлов В. М., Лебединець І. В. Застосування спектральних властивостей водяної пари у теплових процесах харчових виробництв // Обладнання та технології харчових виробництв: Зб. наук. пр. Донецьк: ДонДУЕТ, 2001. - № 6. – Т.

- 1.- С. 166-171.
56. Черевко О. І., Михайлов В. М., Лебединець І. В. Застосування спектральних властивостей водяної пари у теплових процесах харчових виробництв // Обладнання та технології харчових виробництв: Зб. наук. пр. Донецьк: ДонДУЕТ, 2001. - № 6. – Т. 1.- С. 166-171.
 57. Черевко О.І., Михайлов В.М., Бабкіна І.В. Процеси та апарати жаріння харчових продуктів: Навч.посібник, Харк. держ. акад. технол. та орг. харчування.- Харків, 2000.- 332 с.
 58. Юлін О.В., Пересічний М.І., Тарасенко І.І. Теплові процеси та апарати на підприємствах громадського харчування. - К.: ІСДО, 1995. - 176 с.
 59. Hottel H.C., Sarofim A.F. Radiative Transfer. New York: McGraw-Hill Book Company, 1967.

Наукове видання

ТОРМОСОВ Юрій Михайлович,
САШКО Сергій Юрійович

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕФЛЕКТОРІВ
ІНФРАЧЕРВОНИХ АПАРАТІВ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ**

Монографія

Редактор

Підп. до друку .2018 р. Формат 60x84 1/16
Папір офсет. Друк офсет. Обл. вид. арк. 6,7. Умов. друк. арк. 7,5.
Тираж 300 прим. Зам. №

Видавець та виготовлювач
Харківський державний університет харчування та торгівлі
вул. Клочківська, 333, Харків. 61051
Свідоцтво суб'єкта видавничої діяльності ДК №2319 від 19.10.2005 р.