

# ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ БІНГАМОВСЬКОГО БАРОТРОПНОГО МАТЕРІАЛУ В КАНАЛАХ СКЛАДНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ШНЕКОВИХ МАШИН

**Білецький<sup>1</sup> Е.В., д.т.н., проф.,**  
**Петренко<sup>2</sup> О.В., к.т.н., доц.**

*(Національний технічний університет «ХНУ»)<sup>1</sup>*  
*(Державний біотехнологічний університет)<sup>2</sup>*

**Мета досліджень:** Моделювання руху в'язко-пластичного матеріалу, що стискається з показниками, залежними від тиску в каналах складної геометрії технологічного обладнання.

**Основні матеріали досліджень:** Більшість процесів хімічної і харчової технологій відбувається в умовах баротропності. Локальні значення тиску, що виникають при течії в'язкопластичних матеріалів обумовлюють рівень механофізичних або механохімічних перетворень. Залежність в'язкості від тиску на макрорівні відображає міжмолекулярні взаємодії, а залежність порога зрушення від тиску в бінгамовському матеріалі показує зміну ступеня консолідації елементів матеріалу [1].

Особливості руху високов'язких матеріалів, бінгамівських у тому числі, є основним фактором при конструюванні черв'ячних (шнекових) машин. У цих машинах основним елементом робочої камери є канал трапецеїдальної форми, сторони якого можуть бути відрізками прямих або кривих [2]. Поперечні перерізи таких каналів прийнято апроксимувати прямокутником. При такій апроксимації виникає питання про те, який прямокутник є найкращим. Зазвичай використовують ізопериметричне наближення. Вся робоча камера черв'ячної машини є сукупністю каналів з різними поперечними перерізами, які замінюються сукупністю прямокутних каналів тієї ж довжини. Стінки каналів утворюються внутрішньою поверхнею корпусу машини та зовнішніми поверхнями черв'яків (шnekів) або черв'ячних елементів (якщо черв'як є складовим). Рух черв'яка щодо корпусу означає рух різних стінок каналу у різних напрямках. Незважаючи на чисельні відмінності, швидкості руху всіх стінок каналу пропорційні швидкості обертання черв'яка, і залежать від кута підйому його гвинтової лінії. Для збільшення тиску та напруг зсуву в матеріалі, розташованому в робочій камері машини, канали, з яких вона складається, робляться дрібними. У таких каналах висоту

прямокутника, що лежить у поперечному перерізі, можна вважати малою порівняно з шириною так, що канал можна вважати плоским.

Як матеріал обрано бінгамовські (в'язко-пластичні) рідини з двома постійними параметрами – в'язкістю та порогом зрушення, які залежать від тиску.

Нами розглядається течія баротропного стискаючого матеріалу в пласкому каналі, в'язкість і поріг зрушення, якого залежать від тиску. Рух границь передбачається чисто поздовжнім, а поле течії при цьому поздовжнім не являється. Поява поперечної складової швидкості обумовлена залежністю параметрів реологічної моделі від тиску. Моделювання течії здійснюється в два етапи. На першому етапі розглядається реологічна модель течії бінгамівського матеріалу, але без стискання. На другому етапі проводилось вивчення впливу фактора баротропного стискання. При розгляді моделі течії нами використано метод суперпозицій [3].

Рівняння течії в напруженнях мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z} &= \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}; & v_z &= v_z(z, y); & \tau_{ik} &= (\mu + \frac{\tau}{\sqrt{I_2}}) (\frac{\partial v}{\partial F_k} + \frac{\partial v}{\partial F_i}); \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0; & v_y &= v_y(z, y); & \mu &= \mu(P); I_2 = \sum_{ik} (\frac{\partial v}{\partial F_k} + \frac{\partial v}{\partial F_i})^2 \\ & & \tau^2 &= 2\tau_{zz}^2 + 2\tau_{zy}^2; & \tau &= \tau(P). \end{aligned}$$

де  $\tau_{zz}$  і  $\tau_{zy}$  – компоненти тензора зсувних напруг у матеріалі;  $P$  – тиск в матеріалі;  $z$  і  $y$  – поздовжня та поперечна координати в каналі відповідно;  $v_z$  і  $v_y$  – поздовжня та поперечна складові швидкості матеріалів у каналі відповідно;  $\mu$  і  $\tau$  – в'язкість та поріг плинності матеріалу відповідно.

На підставі методу суперпозицій, який викладений у роботі [3], співвідношення (1) приводимо до задачі течії з поздовжньою швидкістю  $v_z$ , що залежить від змінних  $z$  і  $y$ , яка визначається як тричлен за змінною  $y$ , коефіцієнти якої залежать тільки від поздовжньої координати. Таке уявлення є факторизацією рішення і є наближенням до точного рішення. Рішення в такому вигляді відповідає граничним умовам течії, у результаті чого отримуємо два рівняння відносно ширини твердого ядра і його границь. Якщо течія бінгамівського матеріалу відбувається з постійними величинами в'язкості та порогом зрушення, рівняння моделі відразу отримують значення границі ядра й швидкість його руху [4]. У цьому випадку, коли в'язкість і поріг зрушення залежать від тиску кінцеві рівняння є

не алгебраїчними, а змішаними, тобто диференційно-алгебраїчними. Рівняння також дозволяють знайти і залежність тиску від поздовжньої координати, після чого можна отримати залежності для границь твердого ядра й визначити швидкість його руху.

**Висновки:** За результатами проведеного моделювання отримано модель течії неklasичного бінгамовського матеріалу, яку можна розповсюдити на матеріали, що стискаються та задовольняють умовам баротропності. У рамках запропонованої моделі отримані рівняння нульового та другого наближення для визначення характеристик бінгамівської течії в пласкому каналі. Отримані формули дозволяють визначити швидкість руху квазітвердого ядра яка визначається мірою відхилення величин в'язкості і порогу зрушення, та середнім значенням величини зворотної в'язкості на тому ж інтервалі тисків. Швидкість твердого ядра залежить як від суми, так і від різниці швидкостей на межах каналу. Стискаємість в'язко-пластичного матеріалу показана у величинах тиску та різниці швидкостей на границях каналу.

Встановлено, що для довгих каналів у нульовому наближенні стискаємість не має суттєвого впливу на течію, а чинить вплив тільки у другому наближенні, при цьому середній градієнт тиску залишається кінцевою величиною, тобто різниця тисків на кінцях каналу стає нескінченною величиною. Для баротропного стискаємого матеріалу це означає, що якщо на одному кінці каналу величина тиску стає нескінченною, то густина матеріалу на цьому кінці теж повинна стати нескінченною. Таким чином при прагненні величини тиску до нескінченності, величина густини залишається кінцевою величиною.

Математичний опис течії в'язко-пластичної баратропної рідини у каналах складної геометрії технологічного обладнання дозволяє з максимальною узагальненістю параметрів встановити залежність в'язкості і граничного значення напруження зрушення від тиску.

#### **Список використаної літератури:**

1. Харламов С. Гидродинамика и теплообмен : Новые тенденции и перспективы моделирования внутренних течений / С. Харламов – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013 – 116 с.
2. Gale M. Mixing in Single Screw Extrusion / M. Gale – Smithers Rapra Press, 2009. – 300 p.
3. Saramito P. Progress in numerical simulation of yield stress fluid flows / P. Saramito, A. Wachs // Rheologica Acta 56. – 2017. P. 211 – 230.
4. Petrenko E. Modeling of the viscoplastic flow of a bingham fluid with transverse circulation in a rectangular channel of a worm machine / E.

## ОГЛЯД ГІДРАВЛІЧНИХ ЯВИЩ МЕМБРАННОЇ ОБРОБКИ МОЛОЧНОЇ СИРОВИНИ

**Гузенко В.В., к.т.н., ст. викладач**

**Серебрянников Г.В., магістрант**

*(Державний біотехнологічний університет)*

Процес ультрафільтрації відрізняється від звичайних процесів фільтрування тим, що при цьому відбувається "фільтрування" на молекулярному рівні, тобто крізь мембрани розділяються компоненти гомогенних розчинів харчових продуктів. Ультрафільтрація базується на застосуванні напівпроникних полімерних чи керамічних мембран, здатних за певних умов розділяти розчин харчового продукту на його окремі компоненти. Так одержують концентрати харчових білків з сирної сироватки, концентрати желатинів та пектинів з їх розчинів, ферменти та інші біологічно-активні речовини, які застосовуються у харчовій промисловості.

При ультрафільтраційному розділенні молочної сировини, основною причиною зниження ефективності процесу є концентраційна поляризація високомолекулярних речовин на поверхні мембран. У цьому є доцільним розгляд цього явища з метою прогнозування можливих шляхів та методів його усунення чи нівелювання.

При перевищенні точки гелеутворення (розчини високомолекулярних речовин) або добутку розчинності (у гідрофобних колоїдних системах) на поверхні мембран можуть формуватися гелеподібні шари. Це призводить до значного збільшення гідравлічного опору масопереносу і до зміни початкових властивостей мембран, що затримують.

При фільтрації розчину на поверхні мембрани формується структура, що складається з двох шарів – граничного дифузійного.  $\delta_0$  та гелеподібного  $\delta_c$ . Величина дифузійного прикордонного шару характеризується таким значенням, у межах якого спостерігається помітна зміна концентрації речовини, що переноситься (рис. 1). Крім того, при обтіканні в'язкою рідиною твердих тіл епюра швидкості зміниться від граничного значення на мембрані до нульового значення на поверхні цього шару, що називається гідродинамічний