

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ ИЗНОШЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ МОЛОТКА ДРОБИЛКИ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА КАЧЕСТВО ДРОБЛЕНИЯ

А. И. СИДАШЕНКО

Рассмотрим процесс взаимодействия молотка с потоком движущегося материала (рис. 1а).

Очевидно, что силы взаимодействия молотка и потока материала определяются их кинематическими и динамическими параметрами — скоростью (линейной и угловой) молотка, скоростью потока, линейными параметрами, конфигурацией молотка и т. д.

Обратимся сначала к характеристике потока материала. Он определяется скоростью v_0 , площадью перпендикулярного сечения S_0 и удельным весом материала γ_0 .

Чем больше скорость V_0 , тем больше количество материала в единицу времени пройдет перед молотком и тем большее усилие со стороны молотка потребуется для того, чтобы транспортировать материал в направлении стенки (деки) дробилки.

Известно, что объем материала, перемещаемого в секунду через сечение площадью S_0 , равен

$$V = S_0 V_0. \quad (1)$$

Весовой расход материала соответственно будет

$$G = \gamma_0 S_0 V_0, \quad (2)$$

а массовый — секундная масса — получим, разделив зависимость (2) на ускорение свободного падения — g .

$$\mu = \frac{\gamma_0}{g} S_0 V_0. \quad (3)$$

Секундную массу μ можно получить и другим путем. Если весовая производительность дробилки Q кг/с, то μ равно

$$\mu = \frac{Q}{g}. \quad (4)$$

Теперь обратимся к процессу взаимодействия молотка с потоком материала, имеющим характеристики μ и V_0 .

По теореме о количестве движения сила давления потока, движущегося со скоростью V_n (рис. 1а) на недеформируемую поверхность, направлена по нормали к поверхности и равна:

$$\vec{F} = \mu(\vec{V}_n + \vec{V}_0). \quad (5)$$

Поскольку в дробилках $|V_0| \ll |V_n|$, то формула (5) упрощается:

$$P = \mu V_n. \quad (6)$$

Для определения скорости V_n введем окружную скорость u точка A потока на рабочей поверхности молотка и угол α между радиусом-вектором R точки A и касательной к поверхности молотка (рис. 16).

Из рис. 16 следует, что

$$V_n = u \cos \alpha. \quad (7)$$

Рассматривая V_n как абсолютную скорость движения точки A потока, u — переносную, определим относительную скорость потока по поверхности молотка

$$W = u \sin \alpha. \quad (8)$$

По аналогии с формулой (6) можно утверждать, что результат воздействия молотка на поток можно представить как воздействие усилием $P_n = \mu u$ в направлении окружной скорости u и усилием $P_w = \mu W$ в направлении, касательном к поверхности молотка, то есть в направлении скорости W (рис. 1в).

Под действием силы $P_u = \mu u$ поток свободно перемещается со скоростью u в направлении окружной скорости точки на поверхности молотка. Строго говоря, поскольку окружные скорости точек молотка отличаются по величине и направлению (например, u_1 и u_2), этот поток является расходящимся. Однако этим обстоятельством можно пренебречь, поскольку расхождение окружных скоростей невелико.

Под воздействием силы $P_w = \mu W$ поток перемещается вдоль поверхности молотка. Если поверхность молотка абсолютно гладкая, то скорость потока будет равна W ; если же она шероховатая, с коэффициентом трения f , то для определения действительной скорости движения потока относительно поверхности молотка следует составить дифференциальное уравнение относительного движения.

Введем относительную скорость \dot{X} . Тогда

$$\frac{d}{dt}(m\dot{X}) = P_w - fP = \mu W - f\mu V_n, \quad (9)$$

где $P_w = \mu W$ — движущая сила; $F_{тр} = f\mu V_n$ — сила трения потока о поверхность молотка; m — масса потока материала, находящаяся на молотке в момент удара.

Подставим значения входящих величин в уравнение (9) и преобразуем его

$$\frac{dm}{dt} \dot{X} + m \frac{d\dot{X}}{dt} = \mu u \sin \alpha - f\mu u \cos \alpha. \quad (10)$$

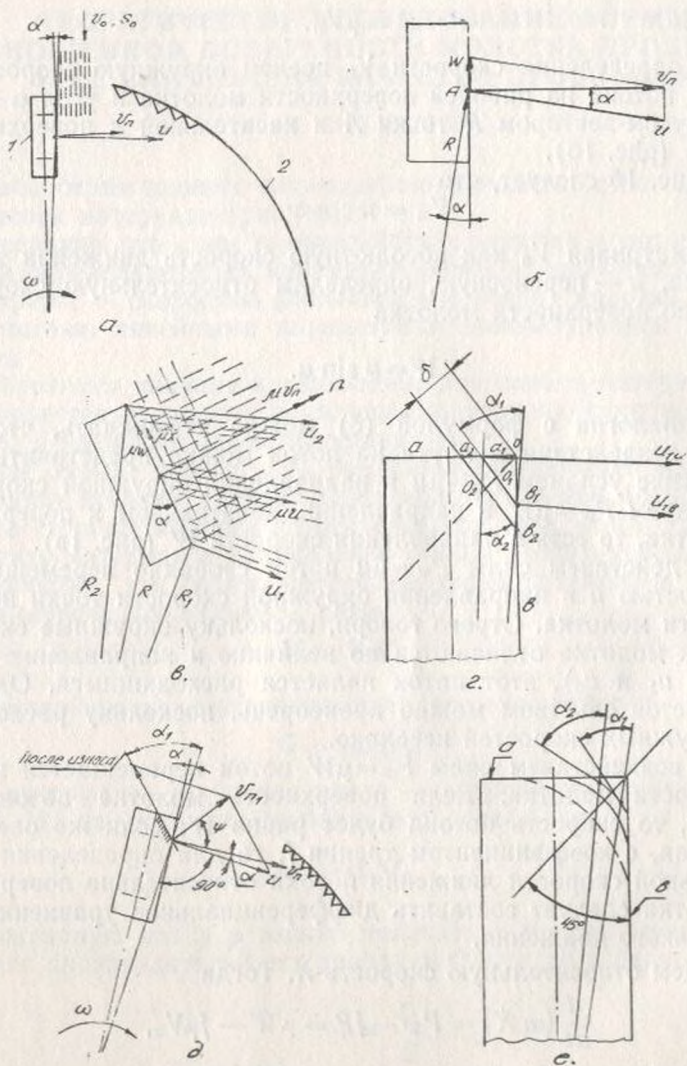


Рис. 1. Схема к расчету взаимодействия молотка с потоком материала:
 а) абсолютные скорости движения; б) относительная скорость движения материала по молотку; в) движение потока материала по молотку; г) к определению формы изношенной поверхности молотка; д) к определению отклонения потока материала при износе молотка; е) влияние заваливания кромок молотка.

Полагая, что за время удара изменение скорости $\frac{dX}{dt}$ ничтожно мало, изменение массы $\frac{dm}{dt}$ равно μ , $f = \operatorname{tg} \varphi$, где φ — угол трения, получим

$$\dot{X} = \frac{u \sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi}. \quad (11)$$

Проанализируем полученный результат. Как видим, с увеличением окружной скорости скорость проскальзывания потока относительно молотка в момент удара увеличивается. Поэтому для точек, наиболее удаленных от оси вращения, следует ожидать большей мощности трения, а следовательно, и большей величины износа.

Действительно, мощность трения равна

$$\begin{aligned} N_F &= F_{\text{тр}} \dot{X} = f \mu \cos \alpha \cdot u \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} = \\ &= f \mu u^2 \frac{\cos \alpha \sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi}. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, мощность трения, обычно пропорциональная скорости изнашивания, является квадратичной функцией от величины радиуса вращения точки на поверхности молотка. Чем удаленнее точка, тем она больше изнашивается в процессе работы. Из формулы (12) видно, что мощность трения существенно зависит также от углов α и φ . Если $0 \leq \alpha \leq \varphi$, то мощность трения будет равна нулю, поскольку равна нулю скорость скольжения X .

Таким образом, для снижения износа молотка следует так его расположить, либо придать ему такую форму, чтобы в момент удара по потоку угол α для любой и особенно наиболее удаленной точки профиля молотка удовлетворял условию $\alpha \leq \varphi$. Очевидно, что угол α может быть и отрицательным (молоток наклонен вперед). В этом случае условие отсутствия проскальзывания будет — $\alpha \leq \varphi$. Обобщая, запишем

$$|\alpha| \leq \varphi. \quad (13)$$

Существующие молотки выполнены так, как показано на рис. 16. Очевидно, что угол α для них больше нуля. Поскольку коэффициент трения для материала, подвергающегося дроблению, неизвестен, то вполне возможно, что $\alpha > \varphi$ и имеет место скольжение материала по молотку в момент удара. Отметим, что при условии (13) поток материала будет двигаться по на-

правлению окружной скорости, а не по нормали к поверхности молотка. Отметим также, что благодаря рассмотрению потока материала, а не отдельно взятой частицы, удалось объяснить явление износа молотка в том виде, который имеет место на практике. Если бы рассматривалась отдельно взятая частица, то можно было бы получить только такой результат — частица движется после удара со скоростью V_n в направлении, нормальном к поверхности молотка, не касаясь его, без скольжения по профилю.

Оба указанных подхода дают одинаковый результат, если трение потока о поверхность молотка равно нулю, что является идеализацией. Конечно, в действительности рассматриваемое явление происходит более сложно. Однако для наших целей такая схема процесса достаточна.

Объясним далее ожидаемую форму изношенной поверхности молотка, исходя из принятой схемы сил в момент удара (рис. 2г).

В первые часы работы молотка начинает изнашиваться его крайняя кромка. Это приводит к увеличению угла α ($\alpha \rightarrow \alpha_1$). Увеличение угла α приводит к росту скорости скольжения и дальнейшему увеличению скорости изнашивания. При этом, поскольку окружные скорости на грани b меньше, чем на грани a , то угол α на грани a больше, чем на грани b .

Определим, при каком значении угла α достигается максимум мощности трения.

Для этого исследуем (12) по α на экстремум. Получим

$$\frac{dN_F}{d\alpha} = \cos \alpha \cos (\alpha - \varphi) - \sin \alpha \sin (\alpha - \varphi) = \cos (2\alpha - \varphi) = 0,$$

отсюда, при $\varphi \approx 10^\circ$,

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2} \approx 50^\circ. \quad (14)$$

Таким образом, мощность трения увеличивается лишь до $\alpha = 50^\circ$, а затем уменьшается.

Поэтому следует ожидать, что максимальный износ будет в точке O_1 , находящейся на прямой, близкой к биссектрисе прямого угла, а в других точках он будет меньше.

Рассмотрим теперь, как может влиять такая форма изношенной поверхности на качественные результаты дробилки — на качество дробления. Качество дробления молотком определяется величиной мощности силы

$$N = \mu U_n^2 = \mu u^2 \cos^2 \alpha.$$

При $\alpha = 0, \quad N \rightarrow N_{\max} = \mu u^2.$

При $\alpha \cong 50^\circ, \quad N \cong (0,5 \div 0,55) N_{\max}.$

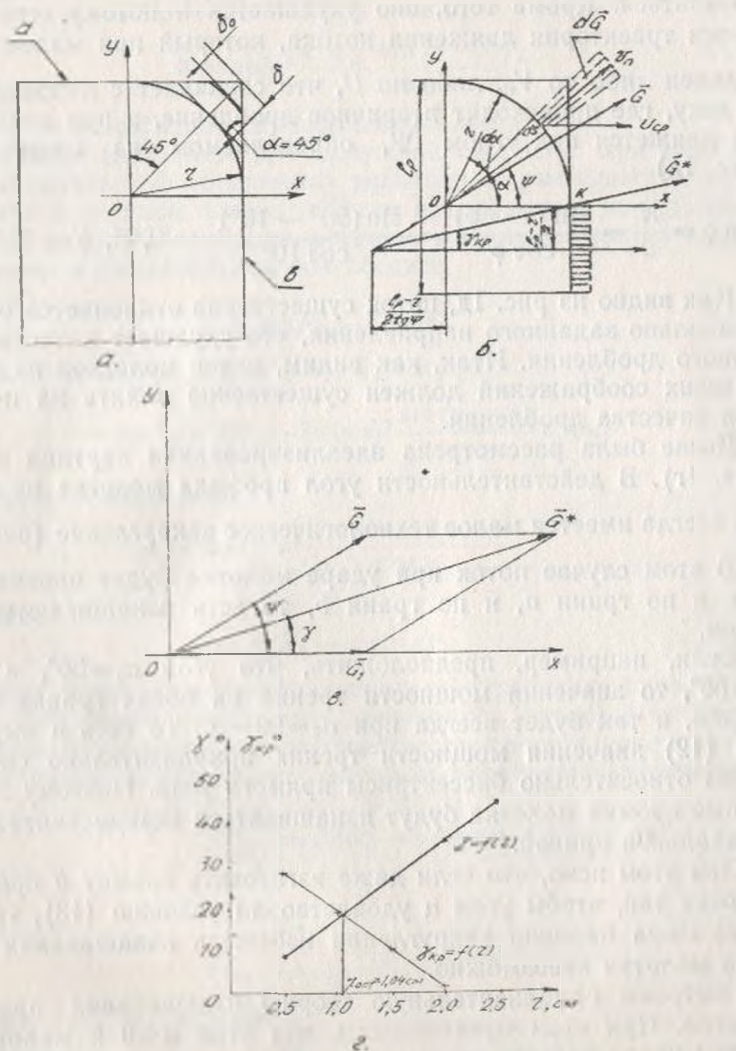


Рис. 2. К определению радиуса закругления молотка: а) расчетная схема; б) изменение направления потока с учетом изношенной поверхности молотка; в) к определению направления результирующего потока; г) расчет оптимального радиуса закругления молотка.

Как видим, с увеличением угла α качество дробления должно ухудшиться. Кроме того, оно ухудшается и потому, что изменяется траектория движения потока, который при малом α направлен либо по \bar{V}_n , либо по \bar{U} , что совпадает с направлением на деку, где происходит вторичное дробление, а при $\alpha \cong 50^\circ$ поток движется под углом ψ , определяемом из соотношения (рис. 1д)

$$\sin \psi = \frac{X}{u} = \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} = \frac{\sin(50^\circ - 10^\circ)}{\cos 10^\circ} = 0,65, \psi \cong 40^\circ. \quad (15)$$

Как видно из рис. 1д, поток существенно отклоняется от первоначально заданного направления, что ухудшает качество вторичного дробления. Итак, как видим, износ молотков из теоретических соображений должен существенно влиять на показатели качества дробления.

Выше была рассмотрена идеализированная картина износа (рис. 1г). В действительности угол профиля молотка не равен $\frac{\pi}{2}$, а всегда имеется малое технологическое закругление (рис. 1е).

В этом случае поток при ударе молотка будет проскальзывать и по грани a , и по грани b , то есть изнашиваются обе грани.

Если, например, предположить, что угол $\alpha_1 = 30^\circ$, а угол $\alpha_2 = 60^\circ$, то значения мощности трения на обеих гранях будут близки, и так будет всегда при $\alpha_2 = 90 - \alpha_1$. То есть в выражении (12) значения мощности трения приблизительно симметричны относительно биссектрисы прямого угла. Поэтому заоваленные кромки молотка будут изнашиваться эквидистантно первоначальной кривой.

При этом ясно, что если даже изготовить кромку b профиля молотка так, чтобы угол α удовлетворял условию (13), тем не менее из-за наличия закругления избежать изнашивания профиля молотка невозможно.

Построим приближительную теорию изнашивания профиля молотка. При этом предположим, что угол $\alpha = 0$ и молоток в момент удара вертикален (это предположение не ограничивает общности). Затем будем полагать, что прямой угол кромки скошен (фаска) под углом $\alpha = 45^\circ$. Начальный скос δ_0 будем считать весьма малым — $\delta_0 = 0$.

Учитывая вышеприведенные рассуждения относительно симметричности формы изношенной поверхности (относительно биссектрисы прямого угла), получим, что скорость износа δ средней точки скоса направлена по биссектрисе этого угла. Поло-

жим, как это всегда принимают для абразивного износа, что скорость износа пропорциональна мощности трения

$$\dot{\delta} = a_{\mu} f \mu^2 \frac{\cos \alpha \cdot \sin (\alpha - \varphi)}{\cos \varphi}, \quad (16)$$

где a — коэффициент пропорциональности.

Запишем выражение для окружной скорости. При этом будем учитывать, что абсолютная величина ее уменьшается с увеличением δ , а углом поворота будем пренебрегать, то есть полагать, что окружная скорость остается в процессе износа профиля в точке δ параллельной оси абсцисс.

Тогда

$$u = \omega (R_0 - \delta \sin \alpha). \quad (17)$$

Теперь, подставляя (17) в (16), будем иметь

$$\dot{\delta} = a_{\mu} \frac{f}{2} \omega^2 (R_0 - \delta \sin \alpha)^2 \frac{\sin (\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} \cos \alpha. \quad (18)$$

Введем обозначение

$$A = a_{\mu} \frac{f}{2} \omega^2 \frac{\sin (\alpha - \varphi) \cos \alpha}{\cos \varphi}. \quad (19)$$

Тогда

$$\dot{\delta} = A (R_0 - \delta \sin \alpha)^2. \quad (20)$$

Решив нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка (20), можно определить зависимость износа δ от времени работы молотка или от количества дробленого материала Q .

Уравнение можно решить методом разделения переменных.

$$\frac{d\delta}{dQ} = A (R_0 - \delta \sin \alpha)^2$$

или

$$\frac{d\delta}{(R_0 - \delta \sin \alpha)^2} = A dQ. \quad (21)$$

Интегрируя (21), получим

$$\int \frac{d\delta}{(R_0 - \delta \sin \alpha)^2} = A Q + C, \quad (22)$$

где C — произвольная постоянная, определяемая из условия при $Q=0$, $\delta=0$.

(величиной начального скоса δ_0 пренебрегаем).

Вычислим интеграл (22), для чего введем замену переменных

$$R_0 - \delta \sin \alpha = \delta_1; \quad -d\delta \sin \alpha = d\delta_1.$$

Имеем

$$-\int \frac{d\delta_1}{\delta_1^2 \sin \alpha} = \frac{\delta_1^{-1}}{\sin \alpha} = \frac{1}{\delta_1 \sin \alpha}. \quad (23)$$

Подставим (23) в (22). Получим

$$\frac{1}{\delta_1 \sin \alpha} = AQ + C \text{ или } \frac{1}{(R_0 - \delta \sin \alpha) \sin \alpha} = AQ + C.$$

При $Q = 0$, $\delta = 0$. Следовательно $C = \frac{1}{R_0 \sin \alpha}$.

Теперь

$$\begin{aligned} \frac{1}{(R_0 - \delta \sin \alpha) \sin \alpha} &= AQ + \frac{1}{R_0 \sin \alpha} \text{ или} \\ \frac{1}{R_0 - \delta \sin \alpha} &= \frac{AQR_0 \sin \alpha + 1}{R_0}. \end{aligned} \quad (24)$$

Определим из (24) δ

$$\delta = \frac{R_0 AQ}{AQR_0 \sin \alpha + 1}.$$

Окончательно получим:

$$\delta = \frac{AQR_0^2}{ADQ + 1}, \quad (25)$$

где обозначено $D = R_0 \sin \alpha$.

Выражение (25) показывает, что износ δ нелинейно зависит от количества обрабатываемого продукта. По формуле (25) можно расчетным путем его определить при известном коэффициенте a .

Итак, для одной точки профиля задача решена. Решение для других точек (рис. 2а) можно существенно упростить, если ввести некоторые предположения, основанные на соображениях физического плана. Можно принять, что изношенный профиль должен в некоторых точках касаться граней a и b , а не пересекать, поскольку мощность трения с уменьшением угла α до нуля также стремится к нулю, то есть профиль должен быть выпуклым, симметричным относительно биссектрисы прямого угла и касаться двух взаимно перпендикулярных граней a и b . Этому условию удовлетворяет окружность с центром в точке O и радиусом r . Определим радиус профиля Z в функции износа средней точки профиля δ .

Уравнение окружности имеет вид:

$$x^2 + y^2 = r^2. \quad (27)$$

Подставим координаты точки δ :

$$x = r - \delta \cos \alpha, \quad y = r - \delta \sin \alpha. \quad (28)$$

Подставим (28) в (27). Получим:

$$(r - \delta \cos \alpha)^2 + (r - \delta \sin \alpha)^2 = r^2.$$

При $\alpha = 45^\circ$ имеем $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7$,

тогда

$$2(r - 0,7\delta)^2 = r^2,$$

или

$$\sqrt{2}(r - 0,7\delta) = r, \quad r = 2,44\delta.$$

Итак, профиль изношенного молотка описан дугой окружностью переменного радиуса r . Подставляя значение δ в (29), получим $r = f(Q)$:

$$r = \frac{2,44AQR_0^2}{ADQ + 1}. \quad (30)$$

Радиус профиля увеличивается с ростом количества обрабатываемого материала нелинейно.

Рассмотрим теперь аналитически метод учета влияния изношенного профиля на качество дробимого материала.

В связи с износом профиля поток материала изменяет свое направление. Определим его.

Для упрощения выкладок пренебрегаем углом трения. Тогда поток материала, ударяемый изношенной поверхностью, будет направлен по нормали к профилю. Определим равнодействующую этого потока, отнесенную к единице ширины молотка. Приращение потока равно (положим $u = U_{\text{ср}} = \text{const}$):

$$d\bar{G} = ds V_n = r d\alpha u_{\text{ср}} \cos \alpha.$$

Горизонтальная проекция потока:

$$\bar{G}_x = \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\bar{G} = \int_0^{\pi/2} r u_{\text{ср}} \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{\pi r u_{\text{ср}}}{4}.$$

Вертикальная проекция потока:

$$\bar{G}_y = \int_0^{\pi/2} r u_{\text{ср}} \cos \alpha \sin \alpha d\alpha = \frac{r u_{\text{ср}}}{2} \int_0^{\pi/2} \sin 2\alpha d\alpha = \frac{r u_{\text{ср}}}{2}. \quad (32)$$

Угол наклона результирующего потока определяется из выражения (теорема синусов):

$$\text{tg } \psi = \frac{\bar{G}_y}{\bar{G}_x} = \frac{4r u_{\text{ср}}}{2\pi r u_{\text{ср}}} = \frac{2}{\pi} = 0,636, \quad \psi \sim 40^\circ. \quad (33)$$

Модуль потока равен:

$$\begin{aligned} |\bar{G}| &= \sqrt{\bar{G}_x^2 + \bar{G}_y^2} = ru \sqrt{\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}} = 0,93 u_{cp} \cdot r = \\ &= 0,93 r \omega (R_0 - r) (1 - \sin \alpha). \end{aligned} \quad (34)$$

На изношенной части поток направлен горизонтально и его величина равна (рис. 2б):

$$\begin{aligned} \bar{G}_1 &= (l_p - r) u_{1cp} = (l_p - r) \omega \left(R_0 - r - \frac{l_p - r}{2} \right) = \\ &= \frac{(l_p - r)}{2} \omega (2R_0 - l_p - r), \end{aligned} \quad (35)$$

где l_p — рабочая длина молотка.

Определим теперь равнодействующий поток (рис. 2в):

$$\begin{aligned} |\bar{G}^*| &= \sqrt{\bar{G}_1^2 + \bar{G}^2 - r \bar{G}_1 \bar{G} \cos(180^\circ - \psi)} = \\ &= \sqrt{(0,93 \omega r (R_0 - 0,3r))^2 + \left(\frac{(l_p - r) \omega}{2} (2R_0 - l_p - r) \right)^2 + \\ &\quad + 2 \cdot 0,93 \cdot \omega r (R_0 - 0,3r) \cdot \frac{\omega}{2} (l_p - r) (2R_0 - l_p - r) \cos \psi}. \end{aligned} \quad (36)$$

Угол наклона результирующего потока определяется из выражения (теорема синусов):

$$\frac{|\bar{G}|}{\sin \gamma} = \frac{|\bar{G}^*|}{\sin(180^\circ - \psi)}; \quad \sin \gamma = \frac{|\bar{G}| \sin \psi}{|\bar{G}^*|}. \quad (37)$$

Легко видеть, что чем больше изношенная часть, тем более направление потока приближается к углу Ψ , что, как указывалось выше, ухудшает качество вторичного дробления.

Кроме того, сила и мощность дробления будут меньше, чем при ударе прямолинейным молотком. Введем критический угол $\gamma = \gamma_{кр}$. Критическим углом будем называть такой угол наклона результирующего потока, при котором его вектор пройдет через точку k (рис. 2б). Соображения при выборе критического угла таковы. Если вектор результирующего потока проходит выше точки k , то это значит, что результирующий поток будет в основном проскальзывать по изношенному профилю и, следовательно, результирующая скорость потока будет близка по направлению к нормали изношенного профиля, что приведет к бросанию потока кверху. Если же вектор результирующего потока

лежит ниже точки k , то поток проскальзывает в основном не будет и, следовательно, будет двигаться по нормали к неизношенной части по направлению окружной скорости, то есть так, как это требуется для эффективного дробления на деке.

Определим критический угол $\gamma_{кр}$.

Из рис. 2б видно, что

$$\operatorname{tg} \gamma_{кр} = \frac{\frac{l_p - r}{2}}{r + \frac{l_p - r}{2 \operatorname{tg} \psi}} \quad (38)$$

Задавая различные значения r , можно рассчитать γ по формуле (37) и $\gamma_{кр}$ по формуле (38). Значение r , при котором $\gamma = \gamma_{кр}$, является предельно допустимым по условию качества дробления молотком. При этом значении молоток начинает ухудшать качество дробления.

Порядок расчета при теоретическом исследовании.

1. По формуле (25) задав δ , $R_0 = 68$ см, $\alpha = 45^\circ$ и Q найти A .
2. По (30) построить $r = f(Q)$ и сравнить с экспериментальными данными.
3. Проверить соотношение (29).
4. По формуле (34) определить $\bar{G} = f_1(r)_1$, при $\omega = 150$ рад/с.
5. По формуле (36) определить $\bar{G}^* = f_2(r)$ по формуле (37) ($\Psi = 40^\circ$) определить $\gamma = f(r)$, по формуле (38) определить $\gamma_{кр} = f(r)$.

При $\gamma = \gamma_{кр}$ определим (r)

$$l_p = r_{\max} = 2,2 \text{ см.}$$

Результаты расчета приведены на рис. 2г. Как видим, ухудшение качества отвечает $\gamma_{кр} = 19^\circ$ и $r_{\text{опт}} = 1,04$ см.

При $r > r_{\text{опт}}$ начинается нелинейный (возрастающий) характер ухудшения качества от производительности дробилки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельников С. В. Механизация и автоматизация животноводческих ферм. — Л.: Колос, Ленинградское отделение, 1978, 560 с.