

УДК 629.1.01

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В КОРОБЦІ ЗМІННИХ ПЕРЕДАЧ МОБІЛЬНОГО ЕНЕРГЕТИЧНОГО ЗАСОБУ****Калінін Є.І., к.т.н., доцент, Шуляк М.Л., к.т.н., доцент,  
Шевченко І.О., к.т.н., доцент***(Харківський національний технічний університет  
сільського господарства імені Петра Василенка)*

*В роботі розглянуто питання зміни передаточного числа трансмісії трактора та його аналіз з точки зору перехідних процесів, які викликані ступінчастою зміною кутової швидкості при керуванні двигуном або при переключенні механічної коробки передач.*

**Вступ.** Робота трактора з неусталеним навантаженням характеризується перехідними динамічними процесами. Такі процеси можуть відбуватися через різке та глибоке порушення балансу крутного моменту двигуна та моменту опору, тому вони є нестационарними.

Можна навести багато прикладів роботи трактора при неусталеному навантаженні: вмикання та вимикання (повне або неповне) муфти зчеплення, різка зміна циклової подачі палива, заглиблення плуга, ввімкнення валу відбору потужності і т.п. Однак найбільш характерними є зрушення та розгін МТА, коли більшість координат системи змінюють свої значення у всьому діапазоні.

Робота трактора при неусталеному навантаженні через моменти двигуна та момент опору кочення колеса передається всередину трансмісійної установки, що також породжує динамічну нестабільність даної системи. Однак, коробка передач, як частина трансмісії, є окремим збудником перехідного процесу, оскільки переключення передач призводить до зміни параметрів роботи не миттєво, а в деякому часовому інтервалі.

**Аналіз останніх досягнень та публікацій.** Питаннями обґрунтування параметрів трансмісії колісних та гусеничних машин, та дослідженням динаміки МТА в різні роки займалися Є.Д. Львов, М.І. Медведєв, Д.А. Чудаков, Д.Н. Громов, В.В. Гуськов, В.М. Шаріпов, І.П. Ксєневич та багато інших. Однак, більшість робіт спрямована на вивчення переключення передач з точки зору зміни моменту, що передається в трансмісію [1-4] та впливу зміни передаточного числа на динамічні характеристики мобільного енергетичного засобу [5-7]

**Мета та постановка задачі.** Метою роботи є аналіз впливу зміни передаточного числа механічної коробки передач на перехідні процеси, що в ній виникають. Для досягнення поставленої мети необхідно розробити математичну модель, яка враховує нестационарність параметрів після моменту переключення передач.

**Вирішення задачі.** Перехідні процеси, які викликані зміною передаточного числа, мають особливості, що не дозволяють при аналітичному їх дослідженні використовувати звичайне рівняння динаміки

$$I_{\Sigma}^{np} \frac{d\omega}{dt} = M_{\partial\delta}^{np} - M_{on}^{np}, \quad (1)$$

де  $I_{\Sigma}^{np}$  – приведений сумарний момент інерції;  $M_{\partial\delta}^{np}$  – приведений момент обертання двигуна;  $M_{on}^{np}$  – приведений сумарний момент опору;  $\omega$  – кутова швидкість ланки приведення.

В рівняння (1) входять еквівалентні моменти інерції, обертання та опору, які приведені до будь-якої ступені передачі (в залежності від мети дослідження), значення яких залежать від передаточних чисел меж місцем їх прикладання та ланкою приведення.

Однак у випадку, що розглядається, перехідний процес є наслідком зміни цієї величини. Рівняння динаміки для нього можуть бути отримані, виходячи з основного рівняння закону збереження енергії. Для загального випадку вони мають вигляд:

$$\frac{\partial U}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial U}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} - \frac{d}{dt} (\sum A_k) = 0, \quad (2)$$

де  $U = U(z, \omega)$  – енергія системи;  $A = A(z, \omega)$  – робота зовнішніх сил;  $\omega = \omega(t)$  – приведена кутова швидкість;  $z = z(t)$  – змінне передаточне число.

У випадку, що розглядається, будемо мати:

$$U = I_{\Sigma}^{np} \frac{\omega^2}{2}; \quad \sum A_k(t) = \int_0^t \sum M_{\kappa}^{np}(z, \omega) \omega(t) dt. \quad (3)$$

Для спрощення розрахунків прийемо наступні позначення:

$$I_{\Sigma} = I_{\Sigma}^{np} \sum_{\kappa=1}^n I_{\kappa}^{np}; \quad M_{\kappa} = M_{\kappa}^{np}; \quad (4)$$

при цьому в число моментів  $M_{\kappa}$ , які розглядаються, входить й момент обертання двигуна.

Як відомо

$$I_{\kappa}^{np} = I_{\kappa}^{\phi} q_{\kappa s}^2, \quad M_{\kappa}^{np} = M_{\kappa}^{\phi} q_{\kappa s}, \quad (5)$$

де  $I_{\kappa}^{\phi}$  та  $M_{\kappa}^{\phi}$  – фактичне значення моментів інерції та опору в місці їх прикладання;  $s$  – ланка, до якої приводяться величини;  $q_{\kappa s} = \prod_{j=\kappa}^s q_j$  – загальне передаточне число від  $\kappa$ -ої до  $s$ -ої ступені;  $q_j$  – передаточне число  $j$ -ої ступені.

Рівняння (2) після перетворень приводиться до виду:

$$I_{\Sigma}(z) \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{z} I_{e\kappa s}(z) \frac{dz}{dt} = \sum_{\kappa=1}^m M_{\kappa}(z, \omega), \quad (6)$$

де  $I_{екв} = \sum I_{\kappa}^{np}$ , причому сума визначається за такими  $\kappa$ , для яких  $z \in q_{\kappa s}$ , тобто для тих ступенів, які розташовані так, що між ними та ступенем приведення знаходиться ступінь з передаточним числом, яке змінюється.

Розкладаючи рівняння (6) в двовимірний ряд Тейлора за  $\omega$  та  $z$  в точці усталеного режиму та переходячи до відхилень, отримаємо:

$$I_{\Sigma} \frac{d\Delta\omega}{dt} + I_{екв} \frac{d\Delta z}{dt} = \sum_{\kappa=1}^m \frac{\partial M_{\kappa}}{\partial \omega} \Delta\omega + \frac{1}{z} \sum_{\kappa=1}^l M_{\kappa} \Delta z. \quad (7)$$

Тут в останньому доданку правої частини підсумовування ведеться тільки для таких  $\kappa$ , для яких  $z \in q_{\kappa s}$ .

Для випадку, коли в системі забезпечується керування двигуном та, відповідно, його моментом  $M_{\partial} = M(z, \omega, y)$ , де  $y = y(t)$  – керувальний вплив на двигун, рівняння (7) прийме вид:

$$I_{\Sigma} \frac{d\Delta\omega}{dt} + I_{екв} \frac{\omega}{z} \frac{d\Delta z}{dt} = \sum \frac{\partial M_{\kappa}}{\partial \omega} \Delta\omega + \frac{1}{z} \sum_{\kappa=1}^l M_{\kappa} \Delta z + \frac{\partial M_{\partial}}{\partial y} \Delta y. \quad (8)$$

При використанні механічної коробки передач:

$$z(t) = z_0 + \Delta z I(t); \quad \frac{dz}{dt} = \Delta z \delta(t), \quad (9)$$

де  $I(t)$  – одинична функція Хевісайда;  $\delta(t)$  – імпульсна функція Дірака.

Використовуючи для цього випадку в формулі (7) (при умові використання лінеаризації, тобто якщо  $\Delta z \geq z_0$ ) перетворення Лапласа, отримаємо:

$$I_{\Sigma} p \Delta\omega(p) + I_{екв} \frac{\omega_{-0}}{z_{+0}} \Delta z = \sum_1^m \frac{\partial M_{\kappa}}{\partial \omega} \Delta\omega(p) + \frac{1}{z_{-0}} \sum_1^l M_{\kappa} \Delta z, \quad (10)$$

при цьому, як і в лінеаризоване рівняння (7), в (10) усі сталі величини за випадком  $z$  у другому доданку входять своїми передпочатковими значеннями, тобто границями зліва.

Для отримання точного значення збільшення швидкості в момент  $t = +0$  значення  $z$  в вищевказаному доданку введено своєю границею справа.

Розв'язок (10) має вигляд:

$$\Delta\omega(t) = (A + B_2) l^{\alpha t} + B_1, \quad (11)$$

де

$$\alpha = \frac{\sum_{\kappa=1}^m \frac{\partial M_{\kappa}}{\partial \omega}}{I_{\Sigma}}, \quad (12)$$

$$A = -\frac{I_{екв} \omega_{-0} \varepsilon}{I_{\Sigma} (1 + \varepsilon)}, \quad (13)$$

$$B_1 = -B_2 = \frac{\varepsilon \sum_{\kappa=1}^l M_{\kappa}}{\sum_{\kappa=1}^m \frac{\partial M_{\kappa}}{\partial \omega}}, \quad (14)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta z}{z_{-0}} = \frac{\Delta z}{z_0}, \quad (15)$$

з якого отримуємо:

$$\Delta \omega_{+0} = -\frac{I_{екв} \omega_{-0} \varepsilon}{I_{\Sigma} (1 + \varepsilon)}, \quad (16)$$

а для стійкої системи, тобто при  $\alpha < 0$ , будемо мати

$$\Delta \omega_{+\infty} = \frac{\varepsilon \sum_{\kappa=1}^l M_{\kappa}}{\sum_{\kappa=1}^m \frac{\partial M_{\kappa}}{\partial \omega}}. \quad (17)$$

Графік отриманого розв'язку для  $\Delta z > 0$  наведений на рис. 1, а для  $\Delta z < 0$  – на рис. 2.

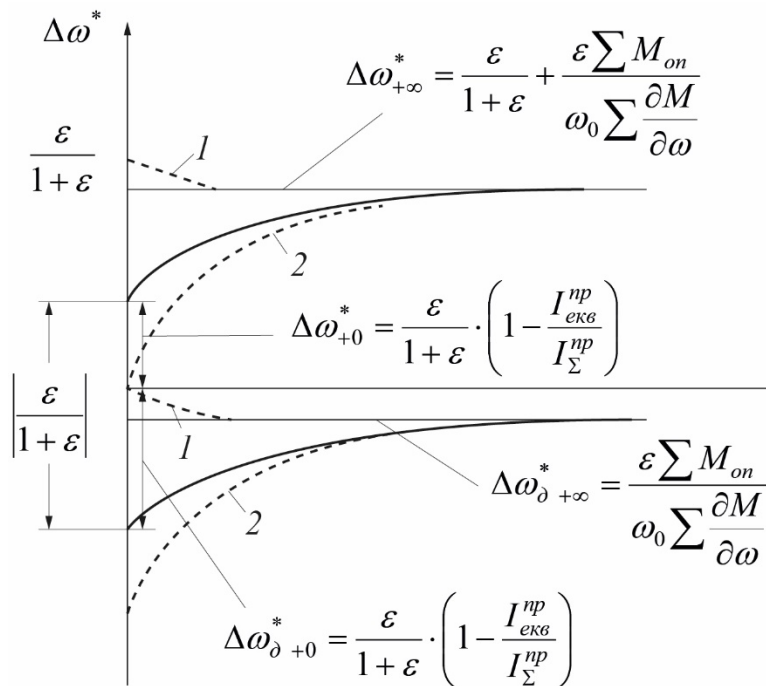


Рисунок 1 – Зміна відносної швидкості двигуна та виконуючого механізму (трансмісійної установки) після миттєвого збільшення передаточного числа:

————— – загальний випадок; - - - - - 1 та 2 – граничні випадки для  $I_{екв} = 0$  та для  $I_{екв} = I_{\Sigma}$  відповідно

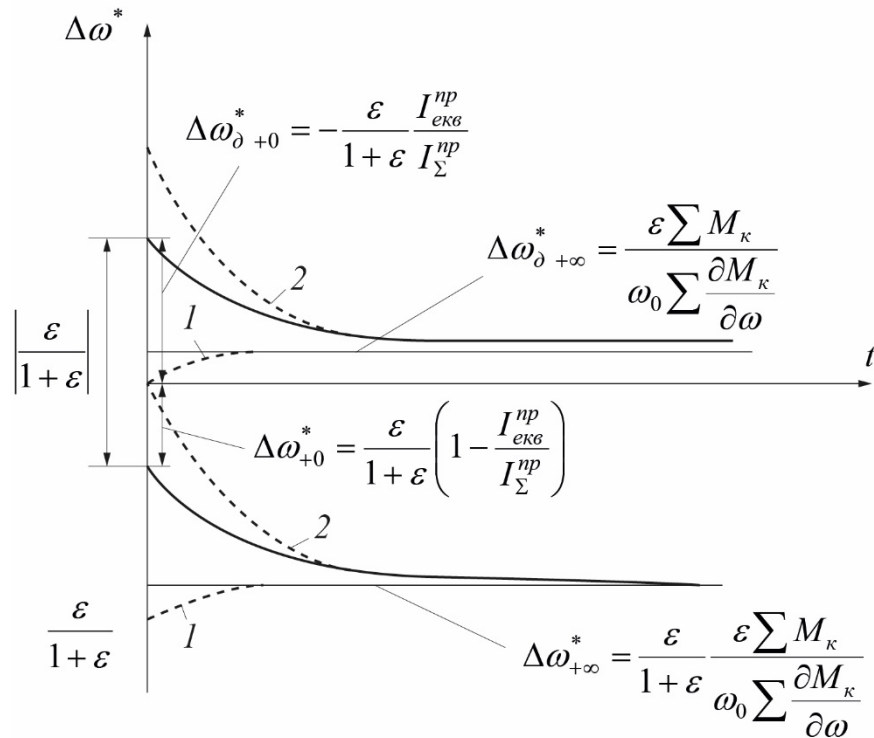


Рисунок 2 – Зміна відносної швидкості двигуна та виконуючого механізму (трансмісійної установки) після миттєвого зменшення передаточного числа:

————— – загальний випадок; - - - - - 1 та 2 – граничні випадки для  $I_{екв} = 0$  та для  $I_{екв} = I_{\Sigma}$  відповідно

Аналіз розв'язку показує, що в момент зміни величини  $z$  (в момент переключення передач) відбувається стрибкоподібна зміна швидкості як ведучого валу (валу, що з'єднаний з ДВЗ), так і веденого (вал трансмісії). Якщо ланкою приведення є двигун, то стрибок його швидкості визначається з рівняння (16).

Стрибок швидкості валу трансмісії знаходиться як різниця між його новою швидкістю, що визначається з виразу

$$\omega_{+0} = \omega_{\delta+0} q', \quad (18)$$

де  $q'$  – нове значення повного передаточного числа, та його швидкості до перемикавання передач. Враховуючи (16), будемо мати:

$$\Delta\omega_{+0} = \varepsilon \left( 1 - \frac{I_{екв}}{I_{\Sigma}} \right) \omega_{-0}. \quad (19)$$

Фізично, ці стрибки пояснюються перерозподілом кінетичної енергії системи, якою вона володіє до перемикавання, між частинами, розташованими до та за змінним ступенем передач. В залежності від розподілу моментів інерції між цими частинами системи, стрибки швидкості ведучого та веденого валу різні. В одному граничному випадку, коли вся маса зосереджена до ступені, що варіюється, тобто  $I_{екв} = 0$  з (16) та (19) отримаємо:

$$\Delta\omega_{\delta+0} = 0, \Delta\omega_{+0} = \varepsilon\omega_{-0}. \quad (20)$$

В іншому граничному випадку, коли вся маса системи зосереджена за ступенем, що варіюється, тобто  $I_{екв} = I_{\Sigma}$ , отримаємо:

$$\Delta\omega_{\delta+0} = -\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\omega_{\delta-0}, \Delta\omega_{+0} = 0. \quad (21)$$

Можна показати, що різниця змін відносних швидкостей ведучого та веденого валів після перемикавання передачі не залежить від розподілу мас в системі та визначається з виразу:

$$\Delta\omega_{+0}^* - \Delta\omega_{\delta+0}^* = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}, \quad (22)$$

де

$$\Delta\omega_{+0}^* = \frac{\Delta\omega_{+0}}{\omega_{\delta-0}q'}; \Delta\omega_{\delta+0}^* = \frac{\Delta\omega_{\delta+0}}{\omega_{\delta-0}}, \quad (23)$$

тобто визначається тільки відносною зміною передавального числа  $\varepsilon$ .

Якщо в якості базової швидкості в (23) прийняти  $\omega_{\delta}(t)$ , то співвідношення (22) стане справедливим для будь-якого  $t > 0$ .

Характер перехідного процесу залежить від співвідношення параметрів системи. Так, при  $A < B_1$  після стрибка швидкостей в момент  $t = +0$ , який визначається знаком та величиною  $\varepsilon$ , буде відбуватися збільшення швидкості, а при  $A > B_1$  її зменшення до величини  $B_1$ . При  $A = B_1$  система миттєво переходить в новий сталий режим роботи. Швидкість перебігу перехідного процесу, як видно з (12), визначається залежністю рушійного моменту та моментів опору від швидкості, збільшуючись при збільшенні величини  $\left| \sum \frac{\partial M}{\partial \omega} \right|$  та зменшуючись при її зменшенні. Окрім того, дана величина збільшується при зменшенні  $I_{\Sigma}$ .

При  $\sum \frac{\partial M}{\partial \omega} > 0$  в системі (точніше, в її лінійній моделі) виникає аперіодична нестійкість. В реальних системах, які в загальному випадку не є лінійними та для яких  $\sum \frac{\partial M}{\partial \omega} = f(\omega)$ , зміна знаку даної величини при зміні швидкості може породжувати автоколивання. Стала швидкість після закінчення перехідного процесу, як свідчить залежність (17), залежить від величини збільшення приведених моментів опору та характеру залежності моментів опору і рушійного моменту від швидкості.

**Висновки.** Таким чином, можна казати про те, що привод з механічною коробкою швидкостей не дозволяє перемикати швидкості без стрибка швидкості в трансмісійній установці. Для зменшення даного стрибка швидкості коробка передач повинна встановлюватися як можна ближче до двигуна (для зміни моменту інерції частини системи, що знаходиться до неї), а момент інерції

обертальних частин самого двигуна повинен бути зменшений до мінімального значення. Окрім того, для забезпечення потрібної сталої швидкості після переключення передачі, розрахунок зміни передаточного числа повинен проводитися з урахуванням зміни приведенного моменту опору, який визваний даним переключенням.

### Список літератури:

1. Калінін Є.І. Частотно-динамічна математична модель тракторного агрегату з передачею крутного моменту до рушіїв сільськогосподарської машини / Є.І. Калінін // Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. – 2015. – Вип. 156. – С. 327-334.
2. Кутьков Г. М. Тяговая динамика тракторов / Г.М. Кутьков. – М.: Машиностроение, 1980. – 216 с.
3. Барский И. Б. Динамика трактора / И.Б. Барский, В.Я. Анилович, Г.М. Кутьков. – М.: Машиностроение, 1973. – 280 с.
4. Болотин А.А. О характере нагрузки на двигатель и силовую передачу трактора / А.А. Болотин // Тракторы и сельхозмашины. – 1959. – №11. – С. 15-19.
5. Алексеева С.В. Силовые передачи транспортных машин. Динамика и расчет / С.В. Алексеева, В.Л. Вейц, Ф.Р. Геккер, А.Е. Кочура. – Л.: Машиностроение, 1982. – 256 с.
6. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания: научное издание / В.Л. Вейц, А.Е. Кочура. – Л.: Машиностроение, 1976. – 383 с.
7. Болтинский В.Н. Работа тракторного двигателя при неустановившейся нагрузке / В.Н. Болтинский // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1959. – №2. – С. 3-8.
8. Поляков О.А. Способы моделирования эксплуатационной загрузки колесного трактора / О.А. поляков // Тракторы и сельхозмашины. – 1971. – №2. – С. 11-13.

### Abstract

#### **Research of transition process in gear box of mobile power tools**

*Y. Kalinin, M. Shulyak, I. Shevchenko*

*The article describes the changes in the transmission ratio of the tractor transmission and its analysis in terms of transients caused by a step change in the angular velocity.*