УДК 519.218+620.92

ПРОГНОЗУВАННЯ ДОБОВОГО ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ В МІСТІ ХАРКІВ НА ПРОТЯЗІ ОДНОГО МІСЯЦЯ

Піротті О. Є., Піротті Є. Л.

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

Розглянута можливість використання нестаціонарного стохастичного процесу як математичної моделі щодобового споживання електричної енергії.

Постановка проблеми. В умовах енергоринку лімітація вжитку електроенергії, принаймні, теоретично відсутня. Споживач може замовляти будь-які об'єми електричної енергії, але при цьому він має бути готовим до того, що пуск додаткових потужностей збільшить граничні витрати на вироблення енергії, і тому ціна може зрости. Зростання цін на енергоносії поставило завдання вирішення проблеми енергозбереження в ряд найважливіших питань.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вочевидь, що в робочі та вихідні дні тижня нормальний вжиток електроенергії буде різним за формою добового профілю [1]. Тому для будь-якого календарного дня мають бути розглянуті прогнози, що враховують той випадок, що в поточному році цей день виявиться робочим, а в якомусь іншому – вихідним. У зв'язку із збільшенням промислового виробництва і збільшенням кількості електричного транспорту особливий інтерес набуває прогнозування профілю добового вжитку в робочі дні тижня [2]. Для того, щоб виключити вплив сезонної динаміки довготи світлого часу дня на рівень електровжитку, в роботі розглянутий місяць лютий.

Мета статті. Розглянуто споживання електроенергії в Харкові протягом робочих днів в лютому 2005 року. З отриманих архівних даних в цей період не було пікових відхилень в температурному режимі. Лютий містив 20 робочих днів. Як один з аспектів цього питання розглядається задача підвищення точності прогнозу вжитку електричної енергії.

Основні матеріали дослідження. Розглянемо випадковий процес

$$x_{ñð}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t) \qquad (1)$$

який є усереднюванням ансамблю реалізацій електроспоживання $x_i(t)$ $\left(0 \le t \le 24,\ i = \overline{1,20}\right)$ випадкового процесу $\{x_i(t)\}$.

Перевірка гіпотези про відсутність тренду у даного випадкового процесу з рівнем значущості $\alpha = 0,05$ показала, що нею можна знехтувати.

На підґрунті теореми Вейерштраса, будь-яку безперервну криву на заданому кінцевому проміжку можна описати, з будь-якою наперед заданою точністю, поліномом деякого ступеня m. Проведені дослідження показали, що для моделювання тренду досить узяти поліном шостого ступеня. Параметри тренду визначені методом найменших квадратів [3] (рис. 1):

$$\begin{aligned} x_{ðð}(t) &= 0,0002t^6 - 0,0219t^5 + 0,7915t^4 - \\ &- 13,661t^3 + 113,15t^2 - 354,11t + 1132,7. \end{aligned} \qquad (2)$$

Рисунок 1 – Середнє споживання електроенергії та його тренд

Наявність тренду в значеннях рівнів говорить про нестаціонарний стан процесу.

Для побудови математичної моделі добового споживання електроенергії повернемося до тренду даного процесу. Враховуючи дискретність процесу, загальний вигляд кореляційної функції буде наступним:

$$K(n,m) = \sum_{\tau} \varphi(n+\tau)\overline{\varphi(m+\tau)} \qquad 3)$$

где $\varphi(n+\tau) = u(n+\tau) + iv(n+\tau)$.

В якості моделі використовуємо дійсну частину кореляційної функції (3):

$$\begin{aligned} \tilde{K}(n,m) &= Re\, K(n,m) = \\ &= \sum_{\tau}\left[u(n+\tau)u(m+\tau) + v(n+\tau)v(m+\tau)\right]. \end{aligned} \qquad (4)$$

Виходячи з формули (3), для випадкового процесу (1) отримуємо

$$K(n,m)=|x_0|^2\ r^{n+m}\left[\cos n\varphi\ \cos m\varphi+\sin n\varphi\ \sin m\varphi\right]=$$
$$=|x_0|^2\ r^{n+m}\ \cos(n-m)\varphi\,. \qquad (5)$$

Тоді для кореляційної різниці

$$W(n,m)=K(n,m)-K(n+1,m+1)\,,$$

маємо наступний вираз:

$$W(n,m)=\varphi_1(n)\ \overline{\varphi(m)}+\varphi_2(n)\ \overline{\varphi_1(m)}=$$
$$=\sum_{\alpha,\beta=1}^{2}\varphi_\alpha(n)\ I_{\alpha\beta}\ \overline{\varphi_\beta(m)}\,, \qquad (6)$$

где $I_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $\varphi_1(n)=r^n\sqrt{1-r^2}\ \cos n\varphi$;

$\varphi_2(n)=r^n\sqrt{1-r^2}\ \sin n\varphi$.

З виразу (3) випливає, що вихідний випадковий процес є дисипативним і має кінцевий ранг нестаціонарності, рівний 2.

У [4] показано, що центрований тренд можна представити у вигляді

$$\overset{\circ}{x}_{mp}(t_j)=\overset{\circ}{x}_{0,mp}\ e^{i\lambda_j t_j}\,, \qquad (7)$$

де $\overset{\circ}{x}_{0,mp.}=\overset{\circ}{x}_{mp.}(0)$;

$$\lambda_j=\begin{cases} i\ \beta_j^2/2, & \text{если } x_n(t)x_0(t)>1,\\ \pi+i\ \beta_j^2/2, & \text{если } |x_n(t)x_0(t)|<1;\end{cases}$$

кожне λ_j відповідає моменту часу t_j.

Розв'язок показового рівняння (7) дає значення для β_j $\left(j=\overline{1,24}\right)$.

Таким чином, для прогнозованого нестаціонарного випадкового процесу $x_{ïð}(t)$ маємо розкладання [4]:

$$x_{np}(t)=\sum_{\kappa=1}^{24}\psi_\kappa(t)\xi_k\,, \qquad (8)$$

де ξ_k – детерміновані функції $<\xi_k,\xi_j>=\delta_{kj}$, а функції $\psi_k(t)$ задовольняють системі рекурентних рівнянь еквівалентної системи [4]:

$$\frac{d\psi_k}{dt}+\lambda_k\psi_k=\sum_{\alpha=1}^{r}u_{k,\alpha}(t)\sqrt{\omega_\alpha}Ma_\alpha\overline{\xi_k}\,, \qquad (9)$$

$$\psi_k(t)\big|_{t=0}=\psi_k(0)\,, \qquad (10)$$

$$u_{k+1,\alpha}(t)=u_{k,\alpha}(t)-\sqrt{\omega_\alpha}M\xi_k\overline{a_\alpha}\psi_k(t)\,, \qquad (11)$$

$$u_{1,\alpha}(t)\big|_{t=0}=0\,,\ (\alpha=1,24)\,, \qquad (12)$$

де a_α – базис в модельному просторі l^2; $Ma_\alpha\overline{a_\beta}=\delta_{\alpha\beta}$; ω_α – власні значення оператора $2\,Im\,\overset{\circ}{A}$.

Як було показано в [5], базис $\{a_\alpha\}_{\alpha=1}^{24}$ має вид: $a_1=\{1,0,0,...\}$, $a_2=\{0,1,0,...\}$,…, $a_{24}=\{0,0,...,0,1\}$. Враховуючи визначення скалярного добутку, отримуємо вирази:

$$Ma_1\overline{\xi_k}=\begin{cases}\cos t,\ k=1;\\ \sin t,\ k=2;\\ 0,\quad k=\overline{3,24},\end{cases}\quad Ma_2\overline{\xi_k}=\begin{cases}-\sin t,\ k=1;\\ \cos t,\ k=2;\\ 0,\ k=\overline{3,24},\end{cases}$$

$$Ma_3\overline{\xi_k}=\begin{cases}\cos 2t,\ k=3;\\ \sin 2t,\ k=4;\\ 0,\quad k=1,2,\overline{5,24},\end{cases} \qquad (13)$$

$$M\xi_1\overline{a_k}=\begin{cases}\cos t,\ k=1;\\ -\sin t,\ k=2;\\ 0,\quad k=\overline{3,24},\end{cases}\quad M\xi_2\overline{a_k}=\begin{cases}\sin t,\ k=1;\\ \cos t,\ k=2;\\ 0,\ k=\overline{3,24},\end{cases}$$

$$M\xi_3\overline{a_k}=\begin{cases}\cos 2t,\ k=3;\\ -\sin 2t,\ k=4;\\ 0,\quad k=1,2,\overline{5,24}.\end{cases} \qquad (14)$$

Хай на вході діє гармонічний синусоїдальний процес

$$u_{1,\alpha}(t)=X_\alpha\cdot\sin\alpha t\,,$$

який задовольняє початковим умовам системи (9) - (12). Постійні X_α дорівнюють амплітуді. Тоді система (9)-(12) з врахуванням виразів для математичних чекань при $k=1$ приймає вигляд:

$$u_{2,n}(t)=X_n\cdot\sin nt\,,\ n=\overline{3,24}\,, \qquad (15)$$

$$u_{2,1}(t)=X_1\cdot\sin t+\sqrt{\omega_1}\cos t\cdot\psi_1(t)\,, \qquad (16)$$

$$u_{2,2}(t)=X_2\cdot\sin 2t-\sqrt{\omega_2}\sin t\cdot\psi_1(t)\,, \qquad (17)$$

$$\frac{d\psi_1}{dt}+\frac{\beta_1^2}{2}\psi_1=X_1\sin t\sqrt{\omega_1}\cos t+X_2\sin 2t\sqrt{\omega_2}\sin t. \qquad (18)$$

Розв'язуючи лінійне диференціальне рівняння першого порядку (18) методом Бернуллі, отримуємо вираз для функції $\psi_1(t)$:

$$\psi_1(t)=\frac{X_1\cdot\sqrt{\omega_1}}{\beta_1^4+16}\left(\beta_1^2\sin 2t-4\cos 2t\right)+$$
$$+\frac{X_2\cdot\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\left(6\sin 3t+\beta_1^2\cos 3t\right)-$$

$$-\frac{X_2 \cdot \sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\left(\sin t+\beta_1^2 \cos t\right)+C_1 e^{-\frac{\beta_1^2}{2}t}. \quad (19)$$

Використовуючи метод допоміжного аргументу, позначимо

$$\vartheta_1^{(1)} = arctg\frac{1}{\beta_1^2},\ \vartheta_1^{(2)} = arctg\frac{\beta_1^2}{4},\ \vartheta_1^{(3)} = arctg\frac{6}{\beta_1^2}. \quad (20)$$

Тоді вираз (19) для функції $\psi_1(t)$ має наступний вигляд:

$$\psi_1(t) = -\frac{X_1 \cdot \sqrt{\omega_1}}{\sqrt{\beta_1^4+16}}\cos(2t+\vartheta_1^{(2)})+$$
$$+\frac{X_2 \cdot \sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+36}\cos\left(3t-\vartheta_1^{(3)}\right)-$$
$$-\frac{X_2 \cdot \sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+1}\cos\left(t-\vartheta_1^{(1)}\right)+C_1 e^{-\frac{\beta_1^2}{2}t}. \quad (21)$$

Враховуючи початкові умови (10), (12), отримуємо

$$u_{2,1}(0) = \sqrt{\omega_1}\psi_1(0);\ u_{2,n}(0)=0;\ \left(n=\overline{2,24}\right);$$
$$C_1 = 0;$$
$$\psi_1(0) = -\frac{X_1\sqrt{\omega_1}}{\sqrt{\beta_1^4+16}}\cos\vartheta_1^{(2)}+$$
$$+\frac{X_2\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+36}\cos\vartheta_1^{(3)}-\frac{X_2\sqrt{\omega_2}}{\beta_1^4+16}\sqrt{\beta_1^4+1}\cos\vartheta_1^{(1)}.$$

Аналогічно, розв'язуючи відповідні лінійні диференціальні рівняння, знаходяться функції $\psi_k(t)$ при значеннях $k=\overline{3,24}$. Після елементарних перетворювань формула (8) може бути представлена у вигляді

$$x_{ïð}(t) = A_0+\sum_{k=1}^{49} A_k \cos\left(kt-\theta_k\right). \quad (22)$$

У [5] запропонований метод знаходження власних значень ω_α $\left(\alpha=\overline{1,24}\right)$.

Враховуючи значення β_n, ω_n та X_n $\left(n=\overline{1,24}\right)$, отримуємо значення коефіцієнтів для функції (22).

Підстановка у вираз (22) значень $t=\overline{1,24}$ дає можливість визначити усереднене почасове прогнозне значення споживаної електричної енергії.

Для підтвердження правильності побудованої моделі для неї були знайдені довірчі інтервали. Експериментальні дані електроспоживання на наступний рік опинилися повністю усередині отриманих довірчих інтервалів.

Таким чином, побудована модель випадкового процесу є якісною апроксимацією емпіричних даних.

Висновки. На базі кореляційної теорії побудована математична модель нестаціонарних стохастичних процесів з дискретним спектром для розв'язання задач їх статистичної обробки та прогнозування.

На основі розглянутих моделей запропонована методика прогнозу добового споживання електричної енергії і проведена експериментальна перевірка побудованої моделі. Прогноз, який отриманий на основі проведених розрахунків, дав точність на 1,5 % вище, ніж у моделей, що використовувались раніше.

Список використаних джерел

1. Серебренников Б. С. Повышение энергетической эффективности технологических процессов промышленных предприятий / Б. С. Серебренников, Е. Г. Петрова // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2013.–№ 1. – С. 15-20.
2. Праховник А. В. Контроль ефективності енерговикористання – ключові проблеми управління енергозбере.женням / А. В. Праховник, В. Ф. Находов, О. В. Борисенко // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – 2009.–№ 8. – С. 41-54.
3. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. - М.: Дело, 2004. – 576 с.
4. Ахиезер Е. Б. Спектральные разложения векторных неоднородных случайных полей. // Вісник Харківського університету, серія "Математика, прикладна математика і механіка". – Харків: ХДУ. 2000. - № 475. – С. 341-346.
5. Ахиезер Е. Б., Пиротти Е. Л. Гармонические представления случайных процессов в динамических системах. // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2003. - № 6. – С. 157-161.

Аннотация

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СУТОЧНОГО ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ В ГОРОДЕ ХАРЬКОВ НА ПРОТЯЖЕНИИ ОДНОГО МЕСЯЦА

Пиротти А. Е., Пиротти Е. Л.

Рассмотрена возможность использования нестационарного стохастического процесса как математической модели суточного потребления электрической энергии.

Abstract

PREDICTION DAILY ELECTRICITY IN THE KHARKIV CONSUMPTION FOR ONE MONTH

O. Pirotti, E. Pirotti

The paper discusses the use of a non-stationary stochastic process as a mathematical model of Daily consumption of electric energy.