

АНАЛІЗ СПОСОБІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ОПТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ В БІОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТАХ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

Цибух А. В.

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

В статті проведений аналіз особливостей взаємодії оптичного випромінювання з зовнішнім покривом тварин, та розглянуті методи математичного моделювання в задачах побудови сучасних діагностичних електротехнічних комплексів.

Постановка проблеми. Важливим фактором для побудови сучасних діагностичних електротехнічних комплексів розробки способу визначення необхідних технічних параметрів складових частин пристроїв та ефективних практичних методик діагностики, у вигляді загальних теоретичних моделей розповсюдження оптичного випромінювання в біологічних тканинах і середовищах.

Для створення ефективного методу обробки діагностичних даних, прогнозування результатів експерименту, визначення різноманіття параметрів розповсюдження випромінювання в середовищі, та особливостей його спектрального і просторового розподілення по інтенсивності, проводять теоретичний аналіз, і відповідне моделювання – шляхом застосування математичного апарату фізичної фотометрії і світлотехніки. Такі теоретичні методи та способи дослідження лежать в основі кожного сучасного розділу оптичної неінвазивної діагностики й терапії [1] і є одним з необхідних кроків на шляху створення електротехнічних комплексів для вивчення оптичних властивостей біотканин [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Об'єкти тваринництва в наших дослідженнях [3], які і інші подібні їм біологічні об'єкти, характеризуються складною клітинною макроструктурою [4], що обумовлює міждисциплінарний підхід і широке коло методів математичного моделювання процесів і явищ, які проходять в таких середовищах під дією оптичного випромінювання [1, 2]. Відбиття, заломлення, розсіювання і поглинання є основними ефектами, які виникають при взаємодії електромагнітного випромінювання з БО і якими оперують в теоретичних апаратах оптики.

Відношення між процесами відбиття і заломлення описуються загально відомими формулами Френеля, які були сформульовані ще у XIX столітті, та після математичного узагальнювання відношень амплітуд електричних полів падаючого, відбитого і заломленого світла, записуються наступним чином [5]:

$$\frac{E_p''}{E_p} = \frac{2 \sin \theta'' \cos \theta}{\sin(\theta + \theta'')} \quad (1)$$

де E_p та E_p'' – амплітуди векторів електричних полів, паралельних площі падіння.

У випадку нормального падіння випромінювання з повітря на поверхню біотканини показник залом-

лення на границі середовища повітря – біотканини визначається за формулою [Борн]:

$$r = 1 + \frac{4N_{re}}{(N_{re} + 1)^2 + N_{im}^2} \quad (2)$$

де N_{im} та N_{re} - уявна та дійсна частини показника заломлення середовища.

Вимушене коливання, як результат неспівпадання частоти хвилі оптичного випромінювання і частоти коливання частинок речовини характеризує розсіювання і розглядається як основне джерело дисперсії. [2, 5].

Розсіювання поділяють на гнучке і жорстке. Негнучке розсіювання, при якому змінюється енергія фотону під час процесу розсіювання, доцільно враховувати при використанні інтенсивного оптичного випромінювання. Тут, при взаємодії електромагнітної хвилі з біотканинами потрібно брати до уваги розсіювання Брілюена, яке може бути апроксимовано розглянуто як оптичний ефект Допплера [2]. Необхідність застосування високотехнологічного, складного обладнання для забезпечення реєстрації таких видів розсіювання, виключає його застосування в польових умовах сільського господарства, і тому не розглядається в наших дослідженнях.

Гнучке розсіювання, в першу чергу характеризується так званим Релеївським розсіюванням [6]. Відповідно висновку з закону Релея розсіювання зворотно пропорційне четвертій степені довжини хвилі і характеризується відношенням між розсіяною інтенсивністю і показником заломлення [2]:

$$I_s(\theta) \approx \frac{1 + \cos^2 \theta}{\lambda^4} \quad (3)$$

де θ - кут розсіювання вперед.

Беручи до уваги те, що у даній роботі не розглядається повністю прозорі, або близькі до них, середовища (наприклад роговиця, кристалик ока [6].), поглинання – є основним ефектом, який характеризує перешкоджання вільному розповсюдженню світла. Серед біологічних тканин макроструктурні елементи зовнішнього покриву тварин можна віднести до непрозорих середовищ, в яких падаюче випромінювання сильно, або практично повністю поглинається.

За відправну точку при моделюванні процесу поглинання речовиною електромагнітного випроміню-

вання традиційно беруть закон Ламберта-Бера, який описує послаблення паралельного монохроматичного пучка світла, при його розповсюдженні в поглинаючому середовищі [6]:

$$I(l) = I_0 e^{-k\lambda l} \quad (4)$$

де I_0 - інтенсивність вхідного пучка;

l – товщина слою речовини, через яку проходить світло;

$k\lambda$ – показник поглинання, який характеризує особливості речовини і залежить від довжини хвилі λ світла, яке поглинається.

Усі вище перераховані явища описують тільки окремі випадки і є певною ідеалізацією процесів, які відбуваються при взаємодії світла з середовищем. Так, вважається що у більшості біологічних тканин явища розсіювання і поглинання проявляються одночасно і тоді такі середовища називають непрозорими (мутними) середовищами, що у свою чергу описується сумою коефіцієнтів поглинання μ_a і розсіювання μ_s [2, 13].

Розглянувши взаємодію світла з зовнішнім покритвом тварини у вигляді спрощеної моделі (Рис.1) можна зробити висновок, що для математичного моделювання сукупності таких явищ потрібно вирішувати більш складну комплексну задачу з приведенням різних наближень.

В загальному випадку відомі декілька підходів до рішення таких задач, вони відрізняються ступенем врахування типів оптичних ефектів при взаємодії оптичного випромінювання з біологічною тканиною, яка моделюється випадково-розсіюючим, неоднорідним, суцільним або дискретно-випадковим середовищем [6]. В цих моделях, з допомогою рівняння дифузії, в кожній просторовій точці визначається інтенсивність світла, усереднена по всім напрямкам переносу.

Одним із підходів, в задачах побудови коректного чисельного алгоритму рішення стаціонарного рівняння переносу (рішення прямої задачі) є метод статичного моделювання (Монте-Карло), який опирається на послідовний розрахунок траєкторій фотонів випущених з джерела випромінювання [1, 2, 6]. Основою методу Монте-Карло є чисельне моделювання транспортування фотонів в розсіюючому середовищі, при цьому випадкове блукання фотонів всередині біологічної тканини простежується від точки входу в об'єкт дослідження до повного поглинання або виходу з нього.

Загальна схема цього методу базується на Центральній граничній теоремі теорії ймовірності, яка стверджує, що випадкова величина $S_n = \sum_{i=1}^N X_i$ рівна

сумі більшої кількості N незалежних випадкових величин X_i з однаковим математичними сподіваннями μ і дисперсіями σ^2 , завжди розподілена по нормальному закону з математичним сподіванням $N \cdot \mu$ і дисперсією $N \cdot \sigma^2$. Комп'ютерне моделювання здійснюється поетапно від генерації джерела фотона та його траєкторії, поглинання (або ліквідації, у випадку присвоєння

кожному фотону ваги) до реєстрації фотонів, які вийшли з середовища. З наукової літератури відомі роботи де застосовувався цей метод, для моделювання розповсюдження оптичного випромінювання в фантомі біологічної тканини, з сітковим рішенням стаціонарного рівняння переносу випромінювання [7]; для моделювання детермінації оптичних властивостей тканин в області 330-1100 нм довжин хвиль [8]; для розрахунку показників повного поглинання і розсіювання в тканинах на довжині хвилі 633 нм [9], для аналізу просторового розподілу чутливості детектора в багаточастотному випадковому - неоднорідному сильно розсіюючому і поглинаючому світло середовищі [10]; для спектроскопічного дослідження біотканин та суспензій клітин в задачах лазерної діагностики і терапії [1] та ін.

Не зважаючи на відносно високу точність і універсальність методу Монте-Карло, виникає необхідність аналізу статистичних властивостей усіх випадкових складових і введення багаточисельних параметрів розрахунку, що суттєво погіршує ефективність такого методу.

Найбільш фундаментальним і водночас простим підходом для описання розповсюдження світла в різного роду середовищах вважається евристичний метод запису рівнянь Максвелла [1, 2], коли параметри середовища задані у вигляді випадкових змінних від просторових координат. Відомі приклади вирішення таких задач в наближенні однократного розсіювання для випадку сильно розріджених середовищ, наприклад біологічних часток і розчинів [11]. Недоліком цього методу є складнощі пов'язані з врахуванням усіх типів дифракційних та інтерференційних ефектів у середовищах з високим ступенем неоднорідності і великою кількістю шарів біологічної тканини.

Наступним, за кількістю згадувань у фаховій літературі, можна назвати підхід який базується на рішенні відносно простіших рівнянь теорії Кубелки-Мунка.

За цією теорією, дифузний потік всередині біологічної тканини представляється у вигляді моделі ряду дискретних потоків, які розповсюджуються у різних напрямках всередині середовища [1, 2]. Так, наприклад, чотирьох потокова модель представляє собою два дифузних потоки, які розповсюджуються назустріч один-одному, і два колімованих когерентних пучка – один падаючий Φ_0 , а інший відбитий від задньої границі зразка Φ_1 [2]. Для поглинання і розсіювання дифузного випромінювання вводяться коефіцієнти Кубелки-Мунка, відповідно A_{KM} і S_{KM} , які у загально прийнятих величинах μ_a і μ_s записуються наступним чином [5]: $A_{KM} = 2 \mu_a$ і $S_{KM} = \mu_s$. З використання зазначених величин можна записати два лінійних диференціальних рівняння першого порядку:

$$\frac{d\Phi_0}{dz} = -A_{KM} \Phi_0 - S_{KM} \Phi_0 + S_{KM} \Phi_1 \quad (5)$$

$$\frac{d\Phi_1}{dz} = -A_{KM} \Phi_1 - S_{KM} \Phi_1 + S_{KM} \Phi_0 \quad (6)$$

де z - визначає середній напрямок падаючого випромінювання.

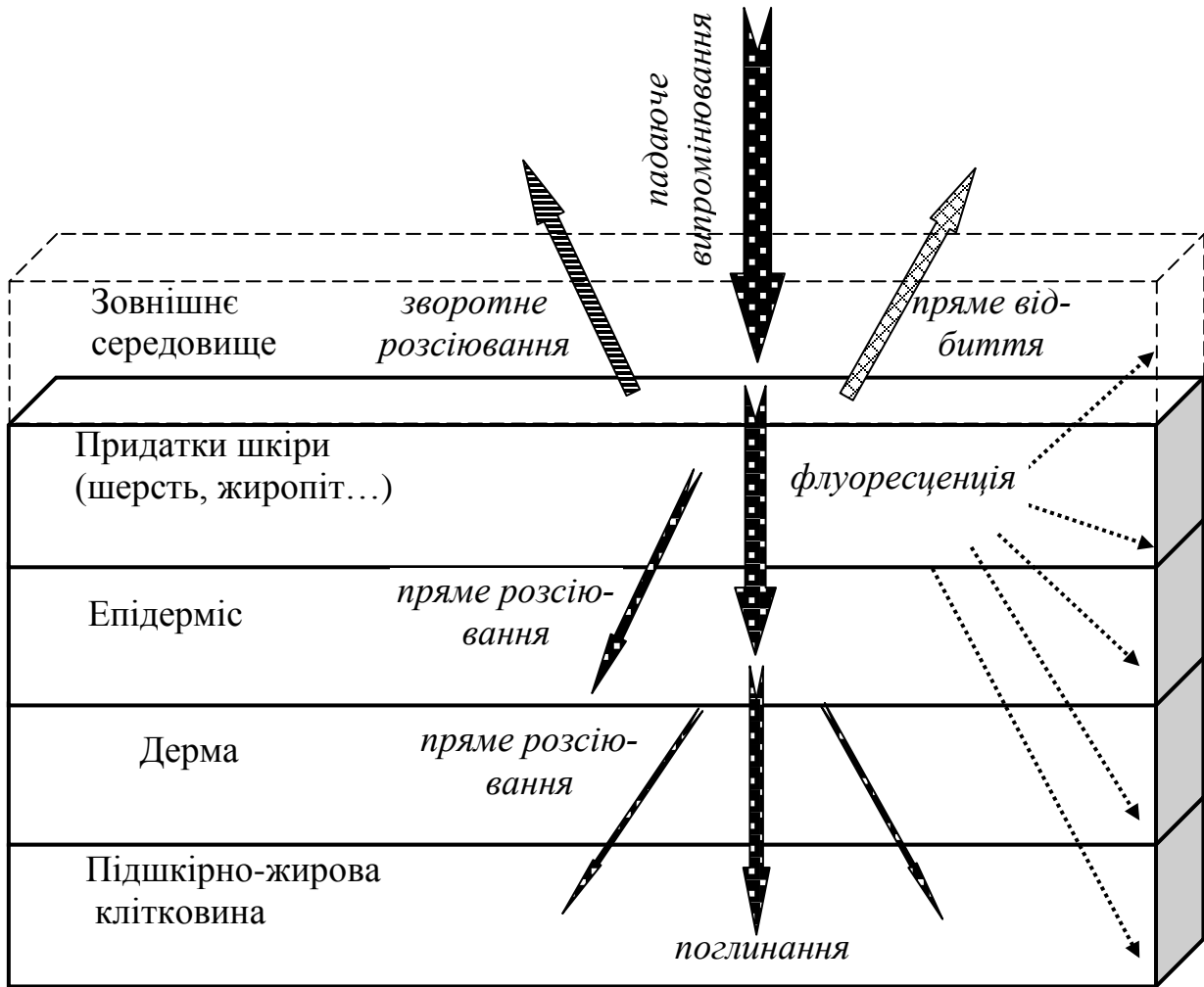


Рисунок 1 – Спрощена модель взаємодії оптичного випромінювання з зовнішнім покривом тварини

Можливість проведення відносно швидких обчислень, за рахунок простоти такого підходу, даються ціною зменшення точності розрахунків. Крім того, такий підхід обмежений випадками коли розсіювання у багато разів перевищує поглинання [2], а також обмежений в урахуванні кількості заломлюючих границь середовищ. [1,13].

На рівні з методом Кубелки-Мунка не менш часто згадується метод теорії переносу випромінювання (ТП), який широко застосовується в оптиці біотканин і в основному розглядає перенос фотонів через розсіюючі і поглинаючі середовища [1, 2,12]. В теорії переносу випромінювання і її різноманітних наближеннях описуються частинки, які володіють енергією νh і швидкістю c . Ці частинки розсіюються і поглинаються біотканиною і відбиваються на границі, підкоряючись закону Френеля. Інтегрально- диференціальні рівняння ТП враховує параметри середовища використовуючи погонні, детерміновані коефіцієнти. Зазвичай при складанні рівняння переносу випромінювання керуються рівнянням макроскопічного балансу енергії, припускаючи що, фотони не взаємодіють один з одним. Поля цих фотонів складаються, при цьому вони розглядаються в якості точкових одиниць, нехтуючи інтерференційними ефектами [2]:

$$\frac{dL(\vec{r}, \hat{s})}{ds} = -\mu_t(\vec{r}) \cdot L(\vec{r}, \hat{s}) + \mu_s \int_{4\pi} p(\hat{s}, \hat{s}') L(\vec{r}, \hat{s}') d\omega' + S(\vec{r}, \hat{s}) \quad (7)$$

де $L(\vec{r}, \hat{s})$ – інтенсивність випромінювання, (Вт/м²·ср·Гц), в точці випромінювання з радіус-вектором \vec{r} , яке поширюється в напрямку одиничного вектора \hat{s} ;

$S(\vec{r}, \hat{s})$ - функція джерел (Вт·ср/м³);

μ_t – коефіцієнт послаблення, рівний $\mu_a + \mu_s$;

$d\omega'$ - елемент тілесного кута, який має одиничний вектор \hat{s}' в якості зовнішньої нормалі;

\hat{s} - фазова функція розсіювання $p(\hat{s}, \hat{s}')$ визначає вірогідність того, що фотон, який летить у напрямку \hat{s} , після розсіювання буде мати напрямком \hat{s}' .

Найбільш часто вживаними фазовими функціями, які описують важливі макроструктурні параметри, є апроксимації за допомогою емпіричної функції Хені-Грінштейна:

$$p_{HG}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g \cos \theta)^{3/2}} \quad (8)$$

і фазової функції Еддінгтона:

$$P_{HG}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \cdot (1 + 3g \cos \theta) \quad (9)$$

де θ – кут між напрямками розповсюдження падаючого і розсіяного фотонів [1, 5].

З метою оптимізації аналізу інтегрально-диференціальних рівнянь, які вирішуються у теорії переносу випромінювання, застосовують їх спрощення шляхом апроксимації функції багаточленам, тобто лінеаризації рівнянь розкладанням у ряд Тейлора. Такий метод широко застосовується у оптиці біотканин і здобув назву – дифузне наближення [13]. Таке наближення припускає, що дифузна інтенсивність зустрічає багато частинок і розсіюється на них майже ізотропно [14]. За відомостями деяких авторів, можна відмітити, що результати отримані за допомогою дифузного наближення, методу Монте-Карло і аналітичним рішенням рівняння переносу, при значеннях оптичного альбедо, які відповідають біологічним мутним середовищам, майже співпадають [2, 5].

Висновки. Для успішного математичного моделювання в задачах побудови сучасних діагностичних електротехнічних комплексів, існує широкий вибір методів і підходів, вибір яких повинен керуватися необхідним співвідношенням точності обрахунку результатів експерименту, або їх прогнозування, до часу затраченого на введення і обрахунок цих даних.

Список використаних джерел

1. Тучин В. В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. – Саратов: Изд-во Саратов. Ун-та, 1998. - 384с.
2. Синичкин Ю. П. Флуоресцентная и спектрально-поляризационная диагностика биологических тканей *in vivo* : автореф. дис. на соискание науч. степени док. физ.-мат. наук : спец. 03.00.02. "Биофизика" / Ю. П. Синичкин. - Саратов, 2003. - 34 с.
3. Цибух А. В. Аналіз застосування лазерного випромінювання в сільському господарстві / А. В. Цибух // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка: Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження в АПК України. – Харків: ХНТУСГ, 2010. – Вип. 101. – С. 92-100.
4. Вракин В. Ф., Сидорова М.В., Панов В.П., Семак А. Э. Морфология сельскохозяйственных животных. Анатомия и гистология с основами цитологии и эмбриологии. / В. Ф. Вракин, М. В. Сидорова, В. П. Панов, А. Э. Семак /– К.: Изд-во ООО "Гринлайт", 2008. – 616 с.
5. Niemz M. H. Laser – Tissue Interactions: Fundamentals and Applications. – Berlin, 1996. – 305 p.
6. Пушкарева А. Е. Методы математического моделирования в оптике биоткани. Учебное пособие. СПб: СПбГУИТМО, 2008. – 103 с.
7. Басс Л. П. "Моделирование распространения оптического излучения в фантоме биологической ткани на супер ЭВМ МВС1000/М" /Л. П. Басс, О. В. Николаева, В. С. Кузнецов, А. В. Быков, А. В. Приезжев, А. А. Дергачев//, Матем. моделирование, №18(1)

2006, С. 29–42;

8. Flock S. T. Total attenuation coefficients and scattering phase functions of tissues and phantom materials at 633 nm / S. T. Flock, B. C. Wilson, M. S. Patterson // *Med. Phys.*, v. 14, 1987. – 284 p.

9. Меглинский И. В. Анализ пространственного распределения чувствительности детектора в многослойной случайно-неоднородной сильно рассеивающей и поглощающей среде методом Монте-Карло / И. В. Меглинский, С. Д. Матчер // *Оптика и спектроскопия*. – 2001. - Т. 91. – 4. - С. 692-697.

10. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах // А. Исимару, Пер. с англ., Т1 - М : Мир, 1981. – 281 с.

11. Симоненко Г. В. Оптические свойства биологических тканей / Г. В. Симоненко, В. В. Тучин // *Учебно-методическое пособие*. 2007. С. 48.

12. Andersen P. H., Bjerring P. Spectral reflectance of human skin *in vivo* // *Photodermatol. Photoimmunol. Photomed.* - 1990. - Vol. 7. - P. 5-12.

13. Otto M. Analytische Chemie. 4., überarbeitete und ergänzte Auflage / Matthias Otto / Wiley-VCH, Weinheim 2011, S. 236–237

14. Wang L. V. Use of a laser beam with an oblique angle of incidence to measure the reduced scattering coefficient of a turbid medium [L. Wang, S. L. Jacques] // *Appl. Opt.* - 1995. - Vol. 34. - 13. - P. 2362-2366.

Аннотация

АНАЛИЗ СПОСОБОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

Цыбух А. В.

В статье проведён анализ особенностей взаимодействия оптического излучения с внешним покровом животных. Рассмотрены методы математического моделирования в задачах построения современных электротехнических комплексах.

Abstract

ANALYSIS OF METHODS OF MATHEMATICAL DESIGN OF DISTRIBUTION OF OPTICAL RADIATION IS IN BIOLOGICAL OBJECTS OF AGRICULTURE

A. Tsybukh

In the article the analysis of features of interaction of optical radiation is conducted with the external cover of animals. The methods of mathematical design are considered in the tasks of construction modern electrical engineering complexes.