

**ТЕОРІЯ РУХУ ПРИЧІПНОГО КОМБІНОВАНОГО
ПОСІВНОГО АГРЕГАТУ**

**В.В. Адамчук, д.т.н., академік НААН,
Є.А. Петриченко, інж.**

*Національний науковий центр “Інститут механізації та електрифікації
сільського господарства”*

Розроблена теорія руху причіпного комбінованого посівного агрегату, який складається з колісного трактора, до якого позаду за допомогою причіпного пристрою приєднана туковисівна сівалка, яка смуговим способом вносить мінеральні добрива, а позаду неї також за допомогою причіпного пристрою встановлена зернова сівалка. Для складових ланок даної динамічної системи визначені координати їх центрів, маси ланок, а також зовнішні сили і реакції, що діють з боку поверхні ґрунту. Для використання вихідних рівнянь динаміки у формі рівнянь Лагранжа II-го роду були визначені узагальнені координати і вирази для кінетичної енергії. Виконавши необхідні перетворення, була складена система з шести диференціальних рівнянь руху, яка описує поведінку комбінованого машинного агрегату при його плоскопаралельному русі. При цьому дві лінійні і одна кутова координати описують поведінку енергетичного засобу (колісного трактора), а три кутові координати описують повороти причіпного пристрою і центрів мас машин, які ним агрегуються. Для отриманої системи з шести диференціальних рівнянь плоскопаралельного руху визначені всі силові фактори і складена програма на ПЕОМ, що дасть можливість оцінити стійкість руху причіпного комбінованого агрегату в площині поверхні поля при виконанні технологічного процесу.
Ключові слова: агрегат, трактор, посів, внесення добрив, еквівалентна схема, кінетична енергія, узагальнена сила, система диференціальних рівнянь руху.

Постановка проблеми. Використання комбінованих посівних і навіть ґрунтообробно-посівних агрегатів стає все більш розповсюдженим, оскільки саме такі сучасні технології дозволяють вирішувати гострі проблеми переуцільнення орних земель, у зв'язку з високим тиском на них сільськогосподарської техніки та багатократністю проходів, а також значно економити кошти. Це також дозволяє також скоротити агротехнічні строки виконання польових робіт, зменшити втрати вологи шляхом скорочення між операційних проміжків часу, заощадити паливно-мастильні матеріали тощо.

Результати останніх досліджень і публікацій. Аналітичному дослідженню руху сільськогосподарських машин і машинних агрегатів присвячені чисельні фундаментальні праці академіка Василенка П.М. [1-4]. При цьому основним видом руху сільськогосподарських машин (причіпних, навісних і самохідних) є їх плоскопаралельний рух, оскільки саме цей вид руху визначає якість виконання заданих технологічних процесів. Дослідженню роботи комбінованих сільськогосподарських машинних агрегатів присвячено ряд опублікованих робіт [5-10].

При цьому агротехнічні та експлуатаційно-технічні показники роботи, а також продуктивність комбінованих машинно-тракторних агрегатів в значній мірі залежить від характеру їх саме плоскопаралельного руху. Тому, дослідження плоскопаралельного руху різних сільськогосподарських машинних агрегатів необхідні як при порівняльній оцінці існуючих так і при проектуванні принципово нових самохідних та причіпних агрегатів. Основним методом таких досліджень є складання і рішення диференціальних рівнянь руху машинних агрегатів [5].

Мета дослідження. Розробити теорію плоскопаралельного руху причіпного комбінованого посівного агрегату, використання якої дасть можливість знайти такі конструктивні та кінематичні його параметри, які забезпечують стійкість руху у горизонтальній площині, а відповідно й якість виконання технологічного процесу посіву.

Результати досліджень. Розглянемо плоскопаралельний рух причіпного комбінованого посівного агрегату, який складається з агрегуючого колісного трактора, до якого спочатку, за допомогою начіпного пристрою, приєднана туковисівна сівалка (яка здійснює смугове внесення мінеральних добрив), а вже до неї, в свою чергу, позаду причеплена звичайна зернова сівалка.

Для розробки теорії плоскопаралельного руху такого комбінованого агрегату побудуємо спочатку його еквівалентну схему. При цьому слід зробити ряд обґрунтованих припущень. Так, необхідно враховувати тільки основні елементи цього агрегата, які здійснюють плоскопаралельні рухи. Оскільки динамічна система, яка буде розглядатись, є багатомасовою, то для спрощення розрахунків будемо враховувати тільки рухи, які впливають на якість виконання технологічного процесу. Віднесемо такий комбінований агрегат до нерухомої декартової системи координат $Oxuz$. Також припускаємо, що при русі агрегата вздовж поверхні поля, усі його точки рухаються у площинах, які паралельні до площини xOy (рис. 1).

Щоб скласти систему диференціальних рівнянь плоско паралельного руху даного комбінованого агрегата, розглянемо його у додатному поточному положенні і опишемо положення під час руху на площині шістьма

незалежними узагальненими координатами. Також припускаємо, що у початковий момент часу $t = 0$ дана механічна система була орієнтована вздовж осі Ox і починає рухатись із стану спокою.

Віднесемо механічну систему, що досліджується, до нерухомої декартової системи координат $Oxyz$. Осі Ox та Oy розташуємо у горизонтальній площині (у площині поверхні поля), а вісь Oz спрямуємо вертикально вгору.

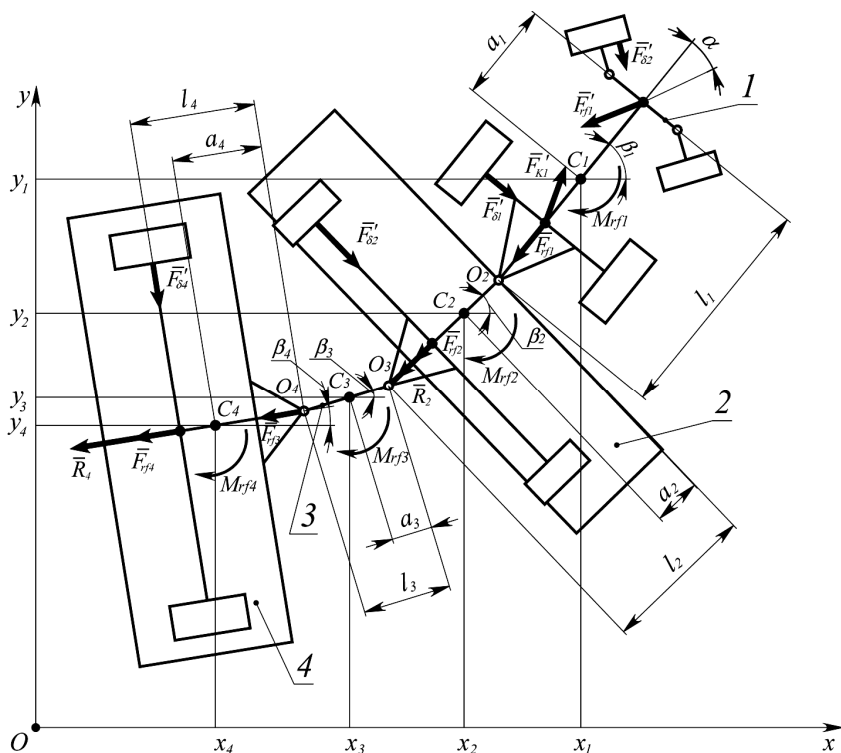


Рис. 1. Еквівалентна схема причіпного комбінованого посівного агрегата: 1 – агрегатуючий трактор, 2 – тукова сівалка, 3 – причіпний пристрій, 4 – зернова сівалка

Для складання диференціальних рівнянь руху одержаної механічної системи покажемо її у проміжному положенні і опишемо рух шістьма незалежними узагальненими координатами $x_1, y_1, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$, де x_1, y_1 – координати центра мас трактора, $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ – відпові-

дно кути, утворені повздовжніми осями ланок механічної системи з віссю Ox ; m_i ($i = \overline{1,4}$) – маси ланок механічної системи; $C_i(x_i, y_i)$ – центр мас i -ої ланки системи, ($i = \overline{1,4}$); a_i – відстані від центра мас ланки до її переднього шарніра; l_i – відстані між двома сусідніми осями шарнірів.

Нехай у початковий момент часу ($t = 0$) механічна система була орієнтована вздовж осі Ox і починає рухатись зі стану спокою.

Рух одержаної механічної системи опишемо рівняннями Лагранжа II-го роду [2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s \quad (s = \overline{1,6}), \quad (1)$$

де T – кінетична енергія механічної системи; q_s – узагальнена координата; s – номер узагальненої координати; Q_s – узагальнена сила, що відповідає узагальненій координаті q_s .

Кінетичну енергію механічної системи, що розглядається, обчислимо як суму кінетичних енергій кожної ланки системи:

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \left[m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + I_i \omega_i^2 \right], \quad (2)$$

де I_i – момент інерції i -ої ланки відносно вертикальної осі, що проходить через її центр мас; $\omega_i = \dot{\beta}_i$ – кутова швидкість повороту i -ої ланки; \dot{x}_i, \dot{y}_i – проекції вектора швидкості центра мас i -ої ланки системи.

Координати центра мас i -ої ($i = \overline{2,4}$) ланки виразимо через x_1, y_1 , координати центра мас та кути поворотів попередніх ланок і задані параметри:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - a_2 \cos \beta_2, \\ y_2 &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - a_2 \sin \beta_2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - l_2 \cos \beta_2 - a_3 \cos \beta_3, \\ y_3 &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - l_2 \sin \beta_2 - a_3 \sin \beta_3, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} x_4 &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - l_2 \cos \beta_2 - l_3 \cos \beta_3 - a_4 \cos \beta_4, \\ y_4 &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - l_2 \sin \beta_2 - l_3 \sin \beta_3 - a_4 \sin \beta_4. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Залежності (3) – (5) можна записати у загальному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - a_i \cos \beta_i - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \cos \beta_j, \\ y_i &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - a_i \sin \beta_i - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin \beta_j, \quad (i = \overline{2, 4}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Взявши похідні за часом від виразів (6), визначимо швидкості центрів мас ланок системи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_1 + (l_1 - a_1) \dot{\beta}_1 \sin \beta_1 + a_i \dot{\beta}_i \sin \beta_i + \sum_{j=2}^{i-1} l_j \dot{\beta}_j \sin \beta_j, \\ \dot{y}_i &= \dot{y}_1 - (l_1 - a_1) \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 - a_i \dot{\beta}_i \cos \beta_i - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \dot{\beta}_j \cos \beta_j, \quad (i = \overline{2, 4}). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Підставивши (7) у (2), отримуємо вираз для кінетичної енергії системи:

$$T = \frac{1}{2} \left[m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + I_1 \dot{\beta}_1^2 + \sum_{i=2}^4 (m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + I_i \dot{\beta}_i^2) \right]. \quad (8)$$

Обчислимо узагальнені сили, які відповідають узагальненим координатам.

Для цього сили, які діють на колеса машино-тракторного агрегата, приведемо до передніх та задніх мостів. Трактор, що агрегує дану систему, має колісну формулу 4К2 із приводним заднім мостом і його повороти здійснюються зміною положення передніх коліс повертанням на кут α . Позначимо вказані сили таким чином:

F'_{k1} – тягове зусилля трактора; F_{rfi} – сила опору руху i -ої ланки агрегата; $F_{\delta i}$ – бічна сила, яка діє на цю ланку; M_{rfi} – момент опору обертання цієї ланки; P_l і P_r – сили опору коченню коліс, що приведені до заднього моста і віднесені до складу сили F_{rf2} і моменту M_{rf2} ; R_2 – сумарна сила опору сошників розкидача добрив; R_3 – сумарна сила опору сошників сівалки.

Усі ці силові фактори визначаються згідно з [3] та відповідних експериментальних досліджень у залежності від типу ґрунту, параметрів коліс та типу трактора.

Тоді узагальнені сили визначаються згідно з означенням, тобто:

$$Q_{x_1} = \frac{1}{\delta x_1} \left[\sum_{i=1}^n \delta A(\bar{F}_i^a) \right]_{x_1} = \frac{1}{\delta x_1} \left[\sum_{i=1}^4 F_{xi} \delta x_i \right]_{x_1} = \sum_{i=1}^4 F_{xi}, \quad (9)$$

тут враховуємо, що $\delta x_i = \delta x_1$ ($i = \overline{1,4}$).

Отже,

$$Q_{x1} = \sum_{i=1}^4 F_{xi}, \quad (10)$$

аналогічно

$$Q_{y1} = \sum_{i=1}^4 F_{yi}, \quad (11)$$

де F_{xi} , F_{yi} – сума проекцій усіх сил, що діють на i -ту ланку механічної системи, відповідно на осі Ox та Oy .

Для того, щоб визначити узагальнені сили, що відповідають кутам поворотів β_i ($i = \overline{1,4}$), визначимо координати шарнірів $O_i(x_{0i}; y_{0i})$, ($i = \overline{2,4}$) та їхні варіації.

$$\left. \begin{aligned} x_{0i} &= x_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \cos \beta_j, \\ y_{0i} &= y_1 - (l_1 - a_1) \sin \beta_1 - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin \beta_j. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Звідки:

$$\left. \begin{aligned} \delta x_{0i} &= \delta x_1 + (l_1 - a_1) \sin \beta_1 \cdot \delta \beta_1 + \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin \beta_j \cdot \delta \beta_j, \\ \delta y_{0i} &= \delta y_1 - (l_1 - a_1) \cos \beta_1 \cdot \delta \beta_1 - \sum_{j=2}^{i-1} l_j \cos \beta_j \cdot \delta \beta_j, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

тоді:

$$\begin{aligned} Q_{\beta_1} &= \frac{\left[\sum_{k=1}^n \delta A(\bar{F}_k^a) \right]_{\beta_1}}{\delta \beta_1} = \frac{M_{c_1} - M_{0n_1} + \sum_{i=2}^4 [F_{xi} \delta x_{0i} + F_{yi} \delta y_{0i}]}{\delta \beta_1} = \\ &= (l_1 - a_1) \left[\sin \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{xi} - \cos \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{yi} \right] + M_{c_1} - M_{0n_1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Тут враховано, що згідно з (13) при $\delta\beta_1 > 0$ і

$$\delta x_1 = \delta x_2 = \delta\beta_2 = \delta\beta_3 = \delta\beta_4 = 0,$$

$$\delta x_{0i} = (l_1 - a_1) \sin \beta_1 \cdot \delta\beta_1,$$

$$\delta y_{0i} = -(l_1 - a_1) \cos \beta_1 \cdot \delta\beta_1$$

Остаточно отримаємо:

$$Q_{\beta_1} = M_{C_1} - M_{0n_1} + (l_1 - a_1) \left[\sin \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{xi} - \cos \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{yi} \right], \quad (15)$$

де M_{C_1} – алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на першу ланку відносно точки C_1 .

Аналогічно визначимо Q_{β_i} ($i = \overline{2,4}$):

$$\begin{aligned} Q_{\beta_i} &= \frac{\left[\sum_{k=1}^n \delta A(\overline{F}_k^a) \right]_{\beta_i}}{\delta\beta_i} = \frac{\left[(M_{0i} - M_{0n_i}) \delta\beta_i + \sum_{j=i+1}^4 (F_{xj} \delta x_{0i} + F_{yj} \delta y_{0j}) \right]}{\delta\beta_i} = \\ &= M_{0i} - M_{0n_i} + l_i \left(\sin \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{xj} - \cos \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{yj} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

У цих рівняннях враховано, що

$$\delta y_{0i} = -l_i \cos \beta_i \cdot \delta\beta_i;$$

$$\delta x_{0i} = l_i \sin \beta_i \cdot \delta\beta_i.$$

Остаточно знаходимо:

$$Q_{\beta_i} = M_{0i} - M_{0n_i} + l_i \left[\sin \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{xj} - \cos \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{yj} \right], \quad (i = \overline{2,4}), \quad (17)$$

де M_{0i} – алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на i -ту ланку відносно точки O_i .

Після виконання необхідних перетворень, які передбачені застосування рівнянь Лагранжа II-го роду (1) отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь, що описує поведінку даної динамічної системи:

$$\left. \begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{x}_i &= \sum_{i=1}^4 F_{xi}, \\
m_1 \ddot{y}_1 + \sum_{i=2}^4 m_i \ddot{y}_i &= \sum_{i=1}^4 F_{yi}, \\
I_1 \ddot{\beta}_1 + (l_1 - a_1) \sum_{i=2}^4 m_i (\ddot{x}_i \sin \beta_1 - \ddot{y}_i \cos \beta_1) &= \\
= M_{C_1} - M_{rf1} + (l_1 - a_1) \left[\sin \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{xi} - \cos \beta_1 \sum_{i=2}^4 F_{yi} \right], \\
I_i \ddot{\beta}_i + m_i a_i (\ddot{x}_i \sin \beta_i - \ddot{y}_i \cos \beta_i) &+ \\
+ l_i \sum_{j=i+1}^4 m_j (\ddot{x}_j \sin \beta_j - \ddot{y}_j \cos \beta_j) &= M_{O_i} - M_{rfi} + l_i \left(\sin \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{yj} - \right. \\
\left. - \cos \beta_i \sum_{j=i+1}^4 F_{yj} \right), & \quad (i = \overline{2, 4}).
\end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Система диференціальних рівнянь (18), яка описує рух причіпного комбінованого посівного агрегата у горизонтальній площині складається з рівнянь руху трактора вздовж осі Ox , рівняння руху трактора вздовж осі Oy і рівняння повороту трактора навколо його центра мас (перші три рівняння), а також з рівняння, яке описує повороти тукової сівалки, зчіпного пристрою і рядової зернової сівалки (останнє рівняння записано в загальному вигляді).

Визначимо далі силові фактори, що входять у систему диференціальних рівнянь (18) [5, 6]. Спочатку визначимо $\sum_{i=1}^n F_{xi}$ та $\sum_{i=1}^n F_{yi}$. Із силової схеми (рис. 1) знаходимо:

$$\begin{aligned}
\bar{F}_1 &= \bar{F}'_{\delta 1} + \bar{F}'_{\delta 2} + \bar{F}'_{rf1} + \bar{F}'_{rf1}, \\
\bar{F}_2 &= \bar{F}'_{\delta 2} + \bar{F}'_{rf2} + \bar{R}_2, \\
\bar{F}_3 &= \bar{F}'_{rf3}, \\
\bar{F}_4 &= \bar{F}'_{\delta 4} + \bar{F}'_{rf4} + \bar{R}_4.
\end{aligned} \quad (19)$$

Проектуючи ці векторні рівняння на осі Ox та Oy , отримаємо їх значення в проекціях на вісь Ox :

$$\begin{aligned}
F_{1x} &= F'_{\delta 1} \sin \beta_1 - F'_{rf1} \cos(\beta_1 - \alpha) + F'_{\delta 2} \sin(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \cos \beta_1, \\
F_{2x} &= F'_{\delta 2} \sin \beta_2 - F'_{rf2} \cos \beta_2 - R_2 \cos \beta_2,
\end{aligned}$$

$$F_{3x} = -F_{rf3} \cos \beta_3, \quad (20)$$

$$F_{4x} = F_{\delta 4} \sin \beta_4 - F_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4.$$

Аналогічно отримуємо в проєкціях на вісь Oy :

$$F_{1y} = -F'_{\delta 1} \cos \beta_1 - F'_{rf1} \sin(\beta_1 - \alpha) - F'_{\delta 2} \cos(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \sin \beta_1,$$

$$F_{2y} = -F_{\delta 2} \cos \beta_2 - F_{rf2} \sin \beta_2 - R_2 \sin \beta_2,$$

$$F_{3y} = -F_{rf3} \sin \beta_3, \quad (21)$$

$$F_{4y} = -F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4.$$

Отже:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 (F_{ix}) &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = F'_{\delta 1} \sin \beta_1 - F'_{rf1} \cos(\beta_1 - \alpha) + \\ &+ F'_{\delta 2} \sin(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \cos \beta_1 + F_{\delta 2} \sin \beta_2 - F_{rf2} \cos \beta_2 - \\ &- R_2 \cos \beta_2 - F_{rf3} \cos \beta_3 + F_{\delta 4} \sin \beta_4 - F_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 (F_{iy}) &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = -F'_{\delta 1} \cos \beta_1 - F'_{rf1} \sin(\beta_1 - \alpha) - \\ &- F'_{\delta 2} \cos(\beta_1 - \alpha) - F_{rf1} \sin \beta_1 - F_{\delta 2} \cos \beta_2 - F_{rf2} \sin \beta_2 - \\ &- R_2 \sin \beta_2 - F_{rf3} \sin \beta_3 - F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4. \end{aligned} \quad (23)$$

Аналогічно отримуємо:

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^4 (F_{ix}) &= F_{\delta 2} \sin \beta_2 - F_{rf2} \cos \beta_2 - R_2 \cos \beta_2 - F_{rf3} \cos \beta_3 + \\ &+ F_{\delta 4} \sin \beta_4 - F_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4, \end{aligned} \quad (24)$$

i

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^4 (F_{iy}) &= -F_{\delta 2} \cos \beta_2 - F_{rf2} \sin \beta_2 - R_2 \sin \beta_2 - F_{rf3} \sin \beta_3 - \\ &- F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4, \end{aligned} \quad (25)$$

а також:

$$\sum_{i=3}^4 (F_{ix}) = -F_{rf3} \cos \beta_3 + F_{\delta 4} \sin \beta_4 - F_{rf4} \cos \beta_4 - R_4 \cos \beta_4, \quad (26)$$

$$\sum_{i=3}^4 (F_{iy}) = -F_{rf3} \sin \beta_3 - F_{\delta 4} \cos \beta_4 - F_{rf4} \sin \beta_4 - R_4 \sin \beta_4. \quad (27)$$

Встановимо значення сил опору \bar{F}_{rfi} ($i = \overline{2,4}$) у випадку, якщо колеса котяться без ковзання. Для цього опишемо рух обох коліс i -ої ланки машинно-тракторного агрегата ($i = \overline{2,4}$). Використовуючи диференціальні рівняння плоскопаралельного руху коліс (рис. 2), запишемо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} m_{ki} \dot{x}'_{C_i} &= \sum_{k=1}^n F_{kx'_i}^e, \\ m_{ki} \dot{z}'_{C_i} &= \sum_{k=1}^n F_{kz'_i}^e, \\ I_{ki} \dot{\phi}'_i &= \sum_{k=1}^n M_{C'_i}(\bar{F}_k^e), \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

де m_{ki} – маса колеса i -го агрегата; I_{ki} – момент інерції колеса i -го агрегата відносно осі обертання; $\sum_{k=1}^n \bar{F}_k^e$ – векторна сума усіх зовнішніх сил, що діють на колесо i -го агрегата.

Визначимо прискорення центра мас лівого колеса \bar{a}_l . Спочатку складемо такі векторні рівняння:

$$\begin{aligned} \bar{a}_l &= \bar{a}_{C_i} + \bar{a}_{lC_i}^e + \bar{a}_{lC_i}^o, \\ \bar{a}_{C_i} &= \ddot{x}_i \bar{i} + \ddot{y}_i \bar{j}, \\ a_{lC_i}^e &= \varepsilon_i \cdot c_i c'_i, \\ a_{lC_i}^o &= \omega_i^2 \cdot c_i c'_i, \end{aligned} \quad (29)$$

де \bar{a}_{C_i} – прискорення центра мас i -ої ланки агрегата; ε_i – кутове прискорення i -го колеса в поворотному русі навколо центру мас i -ої ланки агрегата; $\bar{a}_{lC_i}^e$ – обертальне прискорення центра мас лівого колеса i -ої ланки агрегата навколо центру мас цієї ланки; ω_i – кутова швидкість повороту i -го колеса навколо центру мас i -ої ланки агрегата; $a_{lC_i}^o$ – доцентрове прискорення центра мас лівого колеса i -ої ланки агрегата навколо центра мас цієї ланки; $c_i c'_i$ – відстань від центра мас i -ої ланки агрегата до центра мас лівого колеса цієї ланки.

Тоді:

$$\ddot{x}'_{li} = pr_{x'_i} \bar{a}_l = \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) - \ddot{\beta}_i d_{li}. \quad (30)$$

де \bar{a}_l – прискорення центра мас лівого колеса.

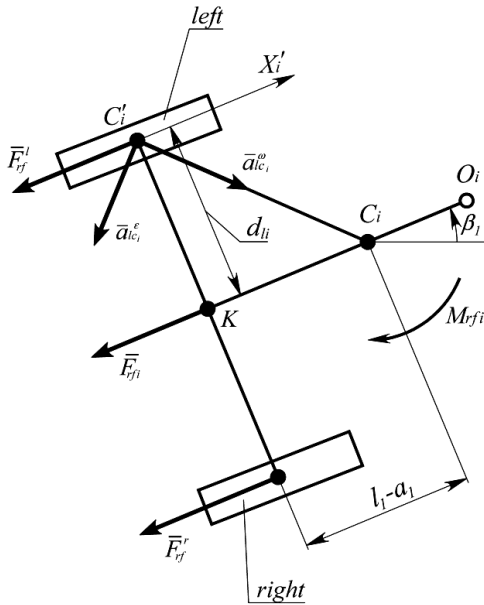


Рис. 2. Схема сил, що діють на ведучі колеса трактора при його плоскопаралельному русі

Для правого колеса аналогічно одержимо:

$$\ddot{x}'_{ri} = \ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) + \ddot{\beta}_i d_{ri}. \quad (31)$$

Умова кочення коліс без ковзання має такий вигляд:

$$x'_{C'_i} = r_{ki} \varphi_i. \quad (32)$$

Звідки шляхом двократного диференціювання знаходимо:

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{\ddot{x}'_{C'_i}}{r_{ki}}, \quad (33)$$

де r_{ki} – радіус колеса i -ої ланки агрегата.

Для лівого колеса рівняння (28) прийме вигляд:

$$I_{ki} \ddot{\varphi}_i = F'_{rfi} \cdot r_{ki}. \quad (34)$$

Звідси, враховуючи (33), одержимо:

$$F_{rfi}^l = \frac{I_{ki} \ddot{x}'_{li}}{r_{ki}^2}. \quad (35)$$

Підставляючи (30) у (35), дістанемо:

$$F_{rfi}^l = \frac{I_{ki} [\ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) - \ddot{\beta}_i d_{li}]}{r_{ki}^2}. \quad (36)$$

Аналогічно отримуємо:

$$F_{rfi}^r = \frac{I_{ki} [\ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) + \ddot{\beta}_i d_{ri}]}{r_{ki}^2}. \quad (37)$$

Тоді:

$$\begin{aligned} F_{rfi} &= F_{rfi}^l + F_{rfi}^r = \\ &= \frac{I_{ki} \left\{ 2 \left[\ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i) \right] + \ddot{\beta}_i (d_{ri} - d_{li}) \right\}}{r_{ki}^2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Обчислимо M_{rfi} – момент опору повороту i -ої ланки агрегата як суми моментів опору сил опору лівого та правого коліс відносно центра мас i -ої ланки:

$$\begin{aligned} M_{rfi} &= M_k(\bar{F}_{rfi}^l) + M_k(\bar{F}_{rfi}^r) = -F_{rfi}^l d_{li} + F_{rfi}^r d_{ri} = \\ &= \frac{I_{ki} \left\{ [\ddot{x}_i \cos \beta_i + \ddot{y}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 (l_i - a_i)] (d_{ri} - d_{li}) + \ddot{\beta}_i (d_{li}^2 + d_{ri}^2) \right\}}{r_{ki}^2}. \end{aligned} \quad (39)$$

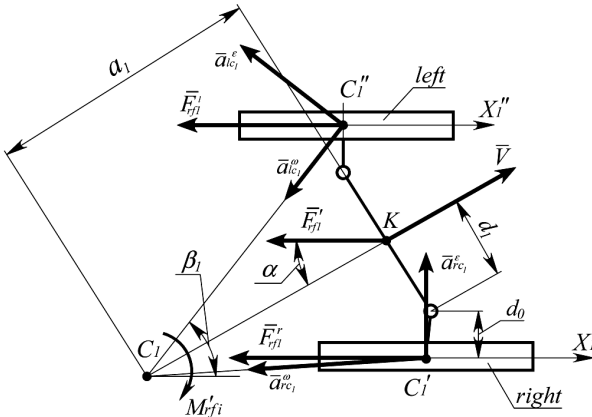


Рис. 3. Схема сил, що діють на ведені колеса трактора при його плоскопаралельному русі

Для задніх ведучих коліс трактора залежності (38) і (39) при умові, що $d_{ri} = d_{li} = d_1$ приймуть такий вигляд:

$$F_{rf1} = \frac{2I_{k1} \left[\ddot{x}_1 \cos \beta_1 + \ddot{y}_1 \sin \beta_1 + \dot{\beta}_1^2 (l_1 - a_1) \right]}{r_{k1}^2} - \frac{2M'_e}{r_{k1}}, \quad (40)$$

$$M''_{rf1} = 2I_{k1} \ddot{\beta}_1 \left(\frac{d_1}{r_{k1}} \right)^2, \quad (41)$$

де $M'_e = \frac{M_e \eta}{2}$; M_e – крутний момент, що розвивається двигуном агрегуючого трактора; η – коефіцієнт, що враховує тип трансмісії трактора.

Визначимо далі \bar{F}'_{rf1} і M'_{rf1} для ведених передніх коліс трактора (рис. 3).

Із кінематики плоскопаралельного руху твердого тіла визначимо прискорення центра мас правого і лівого колеса за наступними виразами:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{C_1} &= \bar{a}_{C_1} + \bar{a}_{lC_1}^e + \bar{a}_{lC_1}^o, \\ \bar{a}_{C_1} &= \ddot{x}_1 \bar{i} + \ddot{y}_1 \bar{j}, \\ a_{lC_1}^e &= \ddot{\beta}_1 \cdot c_1 c_1'', \\ a_{lC_1}^o &= \dot{\beta}_1^2 \cdot c_1 c_1''. \end{aligned} \quad (42)$$

Тоді для лівого колеса маємо:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1'' = pr_{x_1} \bar{a}_{C_1} &= \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) - \ddot{\beta}_1 \left[(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + \right. \\ &+ \left. (a_1 + d_0 \sin \alpha) \sin \alpha \right] - \dot{\beta}_1^2 \left[(a_1 + d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Аналогічно для правого колеса отримаємо:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1' = pr_{x_1} \bar{a}_{C_1} &= \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) + \ddot{\beta}_1 \left[(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + \right. \\ &+ \left. (a_1 - d_0 \sin \alpha) \sin \alpha \right] - \dot{\beta}_1^2 \left[(a_1 - d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

Із рівняння (35) для лівого колеса маємо:

$$\begin{aligned}
F'_{r'1} = \frac{I'_{k1}}{r'^2_{k1}} \cdot \ddot{x}_1'' = & \frac{I'_{k1} \left\{ \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) - \right.}{1} \times \\
& \times \frac{-\ddot{\beta}_1 \left[(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + (a_1 + d_0 \sin \alpha) \sin \alpha \right] -}{1} \times \\
& \left. \times \frac{-\dot{\beta}_1^2 \left[(a_1 + d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha \right] \right\}}{(r'_{k1})^2},
\end{aligned} \quad (45)$$

де r'_{k1} – радіус передніх коліс трактора; I'_{k1} – момент інерції передніх коліс трактора відносно осі обертання.

Для правого колеса:

$$\begin{aligned}
F''_{r'1} = & \frac{I'_{k1} \left\{ \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) + \right.}{1} \times \\
& \times \frac{+\ddot{\beta}_1 \left[(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + (a_1 - d_0 \sin \alpha) \sin \alpha \right] -}{1} \times \\
& \left. \times \frac{-\dot{\beta}_1^2 \left[(a_1 - d_0 \sin \alpha) \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha \right] \right\}}{(r'_{k1})^2}.
\end{aligned} \quad (46)$$

Враховуючи (45) і (46) отримаємо:

$$\begin{aligned}
F'_{r'1} = F''_{r'1} + F'_{r'1} = & \frac{2I'_{k1} \left\{ \ddot{x}_1 \cos(\beta_1 - \alpha) + \ddot{y}_1 \sin(\beta_1 - \alpha) - \right.}{1} \times \\
& \left. \times \frac{-\frac{1}{2} \ddot{\beta}_1 d_0 - \dot{\beta}_1^2 \left[a_1 \cos \alpha - (d_1 + d_0 \cos \alpha) \sin \alpha \right] \right\}}{(r'_{k1})^2},
\end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
M'_{r'1} = M_k(\bar{F}'_{r'1}) + M_k(\bar{F}''_{r'1}) = \\
= \frac{2I'_{k1} (d_0 + d_1 \cos \alpha) \left\{ \ddot{\beta}_1 \left[(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + a_1 \sin \alpha \right] + \dot{\beta}_1^2 d_0 \sin \alpha \cos \alpha \right\}}{(r'_{k1})^2},
\end{aligned} \quad (48)$$

де $M'_{r'1}$ – момент опору повороту ведених передніх коліс трактора, який

дорівнює сумі моментів сил опору правого та лівого коліс відносно центра мас.

Тоді, враховуючи (47) і (48), одержимо:

$$M_{rf1} = M'_{rf1} + M''_{rf1} = 2I_{k1}\ddot{\beta}_1 \left(\frac{d_1}{r_{k1}} \right)^2 + \frac{2I'_{k1}(d_0 + d_1 \cos \alpha) \times}{1} \times \left\{ \ddot{\beta}_1 [(d_1 + d_0 \cos \alpha) \cos \alpha + a_1 \sin \alpha] + \dot{\beta}_1^2 d_0 \sin \alpha \cos \alpha \right\} \times \frac{1}{(r'_{k1})^2}, \quad (49)$$

де M_{rf1} – момент опору повороту усіх коліс трактора.

Якщо деякі колеса агрегата будуть котитися із ковзанням, то для них сили опору (тертя) будуть максимальні і визначаються за наступним виразом:

$$F_{rfi} = N_i f_i, \quad (i = \overline{1,4}), \quad (50)$$

де N_i – сила тиску i -го колеса на ґрунт; f_i – коефіцієнт тертя ковзання між колесом та ґрунтом.

Сила тиску на ґрунт дорівнює:

$$N_i = \frac{m_i d a_i}{l_i}, \quad (i = \overline{1,4}),$$

$$N'_1 = \frac{m_1 d (l_1 - a_1)}{l_1}, \quad (51)$$

де N'_1 – сила тиску на ґрунт передніх коліс.

Визначимо бокові сили, які діють на мости трактора, згідно [6]:

$$F_{efi} = k_{wi} \varphi_{wi}, \quad (i = \overline{1,4}),$$

$$F'_{ef1} = k'_{w1} \varphi'_{w1}, \quad (52)$$

де k_w – коефіцієнт опору боковому відведенню, який визначається експериментально; φ_w – кут відведення мостів.

Визначимо кут відведення переднього моста трактора:

$$\varphi'_{w1} \approx \frac{\dot{x}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) - \dot{y}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) - a_1 \dot{\beta}_1}{\dot{x}_1 \cos(\beta_1 + \alpha) + \dot{y}_1 \sin(\beta_1 + \alpha) + a_1 \dot{\beta}_1 \sin(\beta_1 + \alpha)}, \quad (53)$$

та в загальному вигляді для інших ланок агрегату:

$$\varphi_{vi} \approx \frac{\dot{x}_i \sin \beta_i - \dot{y}_i \cos \beta_i + (l_i - a_i) \cos \beta_i \cdot \dot{\beta}_i}{\dot{x}_i \cos \beta_i + \dot{y}_i \sin \beta_i + (l_i - a_i) \sin \beta_i \cdot \dot{\beta}_i}, \quad (i = \overline{1,4}). \quad (54)$$

При цьому сила $F'_{k1} = 0$, оскільки вона враховується при визначенні сили F_{r1} .

Чисельний аналіз даної задачі необхідно провести за допомогою ПЕОМ.

Висновки.

1. Розроблена еквівалентна схема причіпного комбінованого машинно-тракторного агрегату, який складається з агрегуючого колісного трактора, позаду якого за допомогою причіпних пристроїв послідовно встановлені тукова і зернова сівалки.

2. Для дослідження плоскопаралельного руху даного причіпного комбінованого посівного агрегату застосовані вихідні рівняння динаміки у формі рівнянь Лагранжа II-го роду, для яких визначені аналітичні вирази для координат і центрів мас складових ланок даної динамічної системи, прийняті узагальнені координати, складені вирази для кінетичної енергії і узагальнених сил.

3. Після виконання необхідних операцій, передбачених застосуванням вихідних рівнянь, отримана система, що складається з шести диференціальних рівнянь (три останні рівняння записані у загальному вигляді), які описують плоскопаралельний рух причіпного комбінованого посівного агрегату.

4. Знайдені всі аналітичні вирази для силових факторів, що входять у складену систему диференціальних рівнянь руху комбінованого посівного агрегату, який складається з агрегуючого трактора і причеплених до нього позаду двох сівалок. Отримані аналітичні вирази виражені через узагальнені координати, а тому система диференціальних рівнянь є замкненою, що дає всі підстави для її розв'язування на ПЕОМ.

5. За результатами чисельних розв'язків є можливість побудувати траєкторії руху окремих точок комбінованого причіпного посівного агрегату в залежності от його конструктивних і кінематичних параметрів, а тому будуть усі підстави для визначення таких їх значень, які забезпечать більшу стійкість руху агрегату у горизонтальній площині.

Список використаних джерел

1. Василенко П.М. Введение в земледельческую механику. – К.: Сельхозобразование, 1996. – 252 с.
2. Василенко П.М. Об уравнениях движения мобильных машинных агре-

- готов. Сборник трудов по сельскохозяйственной механике т. II. – М.: Сельхозгиз, 1952. – С. 76-84.
3. Василенко П.М. Элементы теории устойчивости движения прицепных сельскохозяйственных машин и орудий. Сборник трудов по сельскохозяйственной механике. Том II. – М.: Сельхозгиз, 1954 – С. 202-211.
 4. Василенко П.М., Василенко В.П. Методика построения расчетных моделей функционирования механических систем (машин и машинных агрегатов): Учебное пособие. – К.: УСХА, 1980. – 137 с.
 5. Булгаков В.М., Горбовий А.Ю. Теория руху льонозбиральних комбайнів. Монографія. – Львів: Видавництво ЛьвЦНТІ, 2007. – 115 с.
 6. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др. Тракторы. Теория. – Москва: Машиностроение, 1988. – 376 с.
 7. Тимофеев А.И. Анализ энергетического режима работы тракторного агрегата при разгоне // ВАСХНИЛ. Земледельческая механика. Том V. Сборник трудов / под ред. В.А. Желиговского. – Москва: Машиностроение, 1965. – С. 391-405.
 8. Василенко П.М., Кузьминский В.Г. Уравнение движения самоходных машинных агрегатов при трогании с места и разгоне // ВАСХНИЛ. Земледельческая механика. Том V, Сборник трудов / под ред. В.А. Желиговского. – М.: Машиностроение, 1965. – С. 28- 43.
 9. Кутьков Г.М. Тракторы и автомобили. Теория и технологические свойства. – М.: Колос, 2004. – 504 с.
 10. Надыкто В.Т. Основы агрегатирования модульных энергетических средств. Монография. – Мелитополь: КП “ММД”, 2003. – 240 с.

Аннотация

ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ПОСЕВНОГО АГРЕГАТА

**В.В.Адамчук, д.т.н., проф., академик НААН,
Е.А.Петриченко, инж.**

Разработана теория движения прицепного комбинированного агрегата, который состоит из колесного трактора, к которому сзади с помощью прицепного устройства присоединена туковысеивающая сеялка, которая полосовым способом вносит минеральные удобрения, а сзади нее также с помощью сцепного устройства установлена зерновая сеялка. Для составных звеньев данной динамической системы определены координаты их центров, массы звеньев, а также внешние силы и реакции, действующие со стороны поверхности почвы. Для использования исходных уравнений динамики в форме уравнений Лагранжа II-го рода были определены обобщенные координаты и выражения для кинетической энергии. Выполнив необходимые преобразования, была составлена система из шести дифференциальных уравнений движения, которая

описывает поведение комбинированного машинного агрегата при его плоскопараллельном движении. При этом две линейные и одна угловая координата описывают поведение энергетического средства (колесного трактора), а три угловые координаты описывают повороты сцепного устройства и центры масс агрегируемых им машин. Полученная система из шести дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения подготовлена к решению на ПЭВМ, согласно составленной программы, что даст возможность оценить устойчивость движения комбинированного агрегата в плоскости поверхности поля при выполнении технологического процесса.

Ключевые слова: агрегат, трактор, посев, внесение удобрений, эквивалентная схема, кинетическая энергия, обобщенная сила, система дифференциальных уравнений движения.

Abstract

THEORY OF COMBINED TRAFFIC SEEDERS

V.Adamchuk, DrSc., prof., akademikian of the NAASU,

I.Petrychenko, Ing.

Developed a theory of movement trailer combined unit, which consists of a wheeled tractor to which the rear using fertilizer distributing hitch attached drill, which bandpass method makes fertilizers, and behind it is also using the hitch installed grain seeder. For composite units of the dynamical system determined the coordinates of their centers of mass units, as well as external forces and reactions exerted by the soil surface. To use the original dynamics equations in the form of Lagrange equations II-the first kind were identified generalized coordinates and the expression for the kinetic energy. After completing the necessary changes, the system was composed of six differential equations of motion that describes the behavior of the combined machine set when the plane-parallel motion. In this case, two linear and one angular coordinate describe the behavior of the power means (wheel tractor), and three angular coordinates describe the coupling turns and centers of mounted their machines. The resulting system of six differential equations of plane motion is prepared to address on a PC, according to the compiled program that will make it possible to assess the sustainability movement combined unit in the surface plane of the field in the performance of the process.

Keywords: machine, tractor, seeding, fertilizing, equivalent circuit, the kinetic energy, the generalized force, the system of differential equations of motion.