

## АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ПОВОРОТУ ТРАКТОРА З ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОЮ РАМОЮ

Лебедєв А.Т., д.т.н., проф., Калінін Є.І., к.т.н., доц.,  
Шуляк М.Л., к.т.н., доц., Колеснік І.В. асп.

*Харківський національний технічний університет сільського господарства  
імені Петра Василенка*

*На основі розробленої математичної моделі визначений узагальнений діагностичний параметр – передавальна функція кутових прискорень внутрішнього керованого і рульового коліс, яка дозволяє оцінити функціонування систем рульового управління, без необхідності втручання в конструкцію або припинення технологічного процесу.*

*Ключові слова: трактор, рульове управління, кутове прискорення, передавальна функція.*

**Постановка проблеми.** Часто при проектуванні нових і модернізації вже існуючих тракторних агрегатів визначальними є характеристики криволінійного руху, дослідженнями якого займаються багато вчених.

Основні відмінності між моделями повороту полягають в різних підходах до формування реакцій з боку ґрунту. Саме при описанні взаємодії рушія з ґрунтом закладаються основні допущення, що обмежують, сферу застосування тієї, чи іншої моделі руху. Також підвищена увага приділяється визначенню маневреності тракторного агрегату, і як наслідок технічного стану рульового управління.

**Аналіз останніх публікацій.** Відповідно до законів механіки, плоский рух на площині системи абсолютно твердих тіл, жорстко пов'язаних між собою, можна описати як переміщення їх центру мас, рівняння руху мають вигляд системи трьох диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_{ЦТ} &= F_x^e + R_x \\ m\ddot{y}_{ЦТ} &= F_y^e + R_y \\ J\ddot{\alpha} &= M^e + M(R) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де:  $x_{ЦТ}, y_{ЦТ}, \alpha$  – координати центру ваги і кут повороту системи;

$m, J$  – сумарні маса і момент інерції тіл системи щодо вертикальної осі, що проходить через центр мас;

$F^e, M^e$  – зовнішні сили і моменти зовнішніх сил відносно центру мас;

$R, M(R)$  – сили і моменти реакцій з боку ґрунту, приведені до центру мас.

При повороті будь-якого тракторного агрегату пляма контакту рушія з опорною поверхнею здійснює складний рух, що складається з ковзання плями

контакту щодо ґрунту і кочення його по даній площі. Ковзання плями є плоскопаралельний рух, що є сукупністю поступальної і обертальної частини. Зв'язок між цими видами руху, згідно із законами механіки, здійснюється за допомогою миттєвого центру швидкостей (МЦШ) [1].

У процесі руху в зоні контакту з ґрунтом виникають елементарні сили опору  $dT$ , вектор яких спрямований в бік, зворотний вектору швидкості ковзання. В результаті приведення всіх елементарних сил тертя до центру контакту отримаємо результуючу силу  $T$  і результуючий момент  $M_c$ . Зв'язок між силовими чинниками ( $T$  і  $M_c$ ) здійснюється також через миттєвий центр швидкостей.

Введемо локальну систему координат  $OXY$ , пов'язану з центром плями контакту опори довільного рушія і виділимо на ній елементарну площадку  $dF$  з координатами  $\xi, \eta$ . Швидкість ковзання  $V$  елементарної площадки при плоскопаралельному русі завжди перпендикулярна лінії, що з'єднує цей майданчик з миттєвим центром швидкостей. Координати миттєвого центру в тій же системі координат позначимо  $x, y$  [4].

Після приведення системи елементарних сил до миттєвого центру швидкостей маємо [2, 3, 4, 5]:

$$\left. \begin{aligned} T_x &= \iint_F dT_x = - \iint_{\eta\xi} \varphi q \frac{y - \eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} d\xi d\eta, \\ T_y &= \iint_F dT_y = \iint_{\eta\xi} \varphi q \frac{x - \xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} d\xi d\eta, \\ M &= \iint_F r dT = \iint_{\eta\xi} \varphi q \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} d\xi d\eta \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Момент щодо центру плями контакту опори рушія з ґрунтом дорівнює:

$$M_c = M + xT_y - yT_x. \quad (3)$$

Для обліку анізотропних властивостей в контактні вводяться різні коефіцієнти тертя-зчеплення вздовж і поперек площині кочення опори. Пружні властивості враховуються введенням під знаком інтеграла (2) змінного коефіцієнта, який набуває властивостей питомої сили в контактні.

Це дозволяє сформулювати теорему ортогональності для усталеного руху: при повороті трактора миттєвий центр швидкостей опорного майданчика довільно розташованої опори рушія лежить на перпендикулярі, опущеному з центру повороту корпусу на площину її кочення [6, 4].

Дана теорема є узагальненням теореми Опейко Ф.А. про взаємне розташування миттєвих центрів ковзання паралельно-поступально рухомих тіл [7]. На її підставі для кожної опори рушія складаються додатково по два рівняння зв'язку:

$$\left. \begin{aligned} x_{ci} \cdot \operatorname{tg} \gamma_i &= y_{ci} \\ V_{ti} &= \omega(OC_i) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де:  $x_{ci}, y_{ci}$  – координати миттєвого центру швидкостей  $i$ -го колеса в глобальній системі, пов'язаної з корпусом трактора;  
 $\gamma_i$  – кут повороту  $i$ -го колеса щодо корпусу трактора;  
 $\omega$  – кутова швидкість повороту;  
 $(OC_i)$  – відстань від центру повороту машини до миттєвого центру швидкостей  $i$ -го опори.

У разі малих швидкостей руху, коли відцентровими силами можна знехтувати, поворот стає статичним. Модель такого повороту використовується для оцінки повороткості (визначення мінімального радіуса руху). В силу прийнятих припущень  $\omega = 0$ , число невідомих зменшується на одиницю і дорівнює  $2n + 2$ . Число рівнянь зменшується за рахунок виключення кутової швидкості із загального рівняння кінематичних зв'язків (4):

$$\omega = \frac{V_{ti}}{R_i} = \frac{V_{tn}}{R_n} = \operatorname{const} \rightarrow \frac{V_{ti}}{\sqrt{x_{ci}^2 + y_{ci}^2}} = \frac{V_{tn}}{\sqrt{x_{cn}^2 + y_{cn}^2}} \quad (5)$$

**Мета статті.** На підставі аналітичної моделі повороту трактора з шарнірно-зчленованою рамою, визначити узагальнюючий діагностичний параметр для оцінки функціонування систем рульового управління.

**Викладення основного матеріалу.** Загальний вигляд рівнянь кінематичних зв'язків (4) включає теоретичну швидкість кожної опори, що забезпечується моторно-трансмісійною установкою. Таким чином, зв'язки (4) накладаються системою управління та відображають особливості трансмісії і режим руху кожної опори (ведений, провідний, гальмівний). Вони можуть записуватися як для кожної опори окремо, так і для групи опор і бувають двох видів: силові, кінематичні.

В результаті дослідження силові і кінематичні взаємодії при повороті, рівняння нестационарного керованого криволінійного руху (1) набувають вигляду (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_{\text{ЦТ}} &= \sum (R_{x_i} + f_i G_i + P_{T_i}) + P_{\text{Ц1П}_x} + P_{\text{Ц2П}_x} + P_{\text{ЦСХ}_x} + P_{\delta_{1x}} + P_{\delta_{2x}} \\ m\ddot{y}_{\text{ЦТ}} &= \sum (R_{y_i} + f_i G_i + P_{T_i}) + P_{\text{Ц1П}_y} + P_{\text{Ц2П}_y} + P_{\text{ЦСХ}_y} + P_{\delta_{1y}} + P_{\delta_{2y}} \\ J\ddot{a} &= \sum (R'_{x_i} + R'_{y_i} + f_i G'_i + P'_{T_i}) + P'_{\text{Ц1П}} + P'_{\text{Ц2П}} + P'_{\text{ЦСХ}} + P'_{\delta_1} + P'_{\delta_2} + \\ &+ M_1 + M_2 + M_3 - M_{C1} - M_{C2} - M_{C3} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де:  $f_i G_i$  – опір коченню  $i$ -ої опори рушія;  
 $M_1, M_2, M_3$  – моменти, що обертають;  
 $M_{C1}, M_{C2}, M_{C3}$  – моменти опору повороту;  
 $R'_{x_i}, R'_{y_i}, f_i G'_i, P'_{T_i}, P'_{\text{Ц1П}}, P'_{\text{Ц2П}}, P'_{\text{ЦСХ}}, P'_{\delta_1}, P'_{\delta_2}$  – моменти відповідних сил.

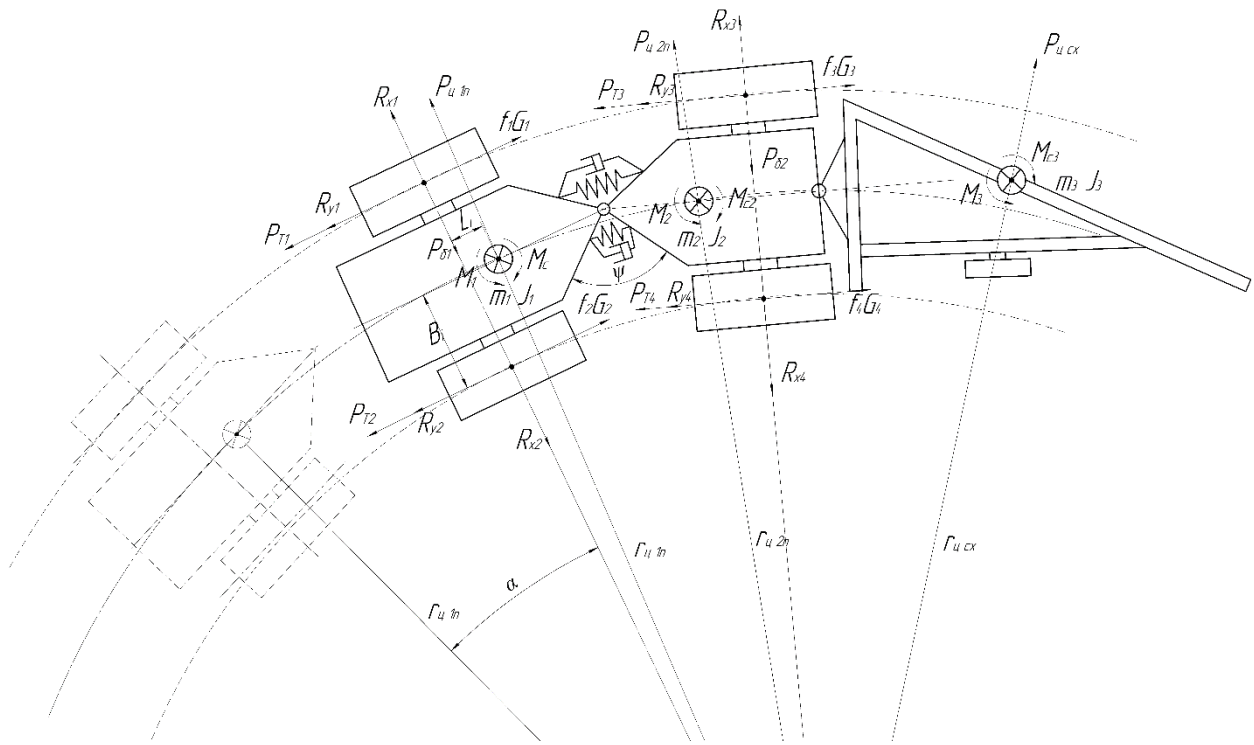


Рис 1 – Силова схема повороту МТА

Рівняння руху в режимі статичного повороту набувають вигляду трьох рівнянь рівноваги:

$$\left. \begin{aligned} \sum (R_{x_i} + f_i G_i + P_{T_i}) + P_{\delta 1x} + P_{\delta 2x} + P_{\delta 3x} + P_{\delta 1x} + P_{\delta 2x} &= 0 \\ \sum (R_{y_i} + f_i G_i + P_{T_i}) + P_{\delta 1y} + P_{\delta 2y} + P_{\delta 3y} + P_{\delta 1y} + P_{\delta 2y} &= 0 \\ \sum (R'_{x_i} + R'_{y_i} + f_i G'_i + P'_{T_i}) + P'_{\delta 1x} + P'_{\delta 2x} + P'_{\delta 3x} + P'_{\delta 1x} + P'_{\delta 2x} + \\ + M_1 + M_2 + M_3 - M_{C1} - M_{C2} - M_{C3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Однак, навіть при малій швидкості руху, поворот також може мати нестационарний режим. При відсутності відцентрових сил інерції, незважаючи на змінний радіус, в кожен момент часу зовнішні сили разом з реакціями з боку ґрунту представляють врівноважену систему сил. Це дозволяє представити процес руху як квазістатичний поворот, модель якого є змішаною системою, що складається з алгебраїчних рівнянь статичного повороту і диференціальних рівнянь для побудови траєкторії.

Модель статичного повороту представляється рівняннями:

- 3 рівняння руху (7);
- $n$  рівнянь геометричних зв'язків (4);
- $n - 1$  рівнянь кінематичних зв'язків (5).

Диференціальні рівняння траєкторії мають перший порядок і можуть бути записані на підставі теорії криволінійного інтеграла:

$$dx_{CT} = V_T \cos \left( \int \frac{V_T}{x_0(\tau)} d\tau \right) dt; \quad dy_{CT} = V_T \sin \left( \int \frac{V_T}{x_0(\tau)} d\tau \right) dt, \quad (8)$$

При русі по криволінійній траєкторії необхідно визначити кутову швидкість внутрішнього (щодо центру повороту) керованого колеса, а отже, і кутову швидкість повороту рульового колеса.

Кутова швидкість повороту внутрішнього керованого колеса визначається як:

$$\omega_{\alpha} = \frac{\omega_{pk} \cdot \eta_{pm}}{i_{pm}} \quad (9)$$

де:  $\omega_{pk}$  – кутова швидкість рульового колеса;  
 $\eta_{pm}$  – ККД рульового механізму;  
 $i_{pm}$  – передавальне число рульового механізму.

Поворот рульового колеса описується рівнозміним обертовим рухом, для якого характерно постійне значення кутового прискорення  $\dot{\omega}_{pk} = const$ . З огляду на фізичну можливість водія забезпечити значення кутової швидкості рульового колеса в межах  $\omega_{pk} = 7 \dots 9$  рад/с, [8]. Визначимо кутову швидкість і кут повороту  $\vartheta$  рульового колеса за формулами:

$$\omega_{pk} = \omega_0 \pm \dot{\omega}_{pk} \cdot t, \quad \vartheta = \omega_0 \cdot t \pm \dot{\omega}_{pk} \cdot \frac{t^2}{2}, \quad (10)$$

де:  $\omega_0$  – початкова кутова швидкість;  
 $t$  – час впливу оператора на рульове колесо.

Поворот трактора, за рахунок впливу зовнішніх факторів, що збурюють, представлених в залежностях (6) і (7), набуває нерівномірний обертальний рух. Даний рух характеризується змінними значеннями, як кутового прискорення  $\dot{\omega}_{\alpha} \neq const$ , так і кута повороту  $\alpha = f(t)$ . Тоді, рівняння (9) набуде вигляду:

$$\omega_{\alpha} = \dot{\alpha} = \frac{[\omega_0 \pm \dot{\omega}_{pk} \cdot t] \cdot \eta_{pm}}{i_{pm}}. \quad (11)$$

Для характеристики нерівномірного обертального руху трактора скористаємося кутовим прискоренням, за умови  $\omega_0 = 0$ , рівняння (11) набуде вигляду:

$$\dot{\omega}_{\alpha} = \frac{\dot{\omega}_{pk} \cdot \eta_{pm}}{i_{pm}} = \ddot{\alpha}. \quad (12)$$

Відношення кутових прискорень рульового колеса і трактора задають об'ємним ККД і передавальним число рульового механізму:

$$\frac{\dot{\omega}_{\alpha}}{\dot{\omega}_{pk}} = \frac{\eta_{pm}}{i_{pm}}. \quad (13)$$

Так як для даного трактора  $i_{pm} = const$ , то характеристикою об'ємного ККД буде передавальна функція  $K_i$ :

$$K_i = \frac{\dot{\omega}_\alpha}{\dot{\omega}_{pk}}. \quad (14)$$

### **Висновки.**

1. Розроблена математична модель, яка дозволяє оцінити функціонування МТА на основі силових параметрів, що виникають при керованому повороті тракторного агрегату.

2. На основі отриманої аналітичної моделі визначено узагальнюючий діагностичний параметр – передавальна функція кутових прискорень внутрішнього керованого і рульового коліс, яка дозволяє оцінити функціонування систем рульового управління, без необхідності втручання в конструкцію або припинення технологічного процесу.

### **Список використаних джерел**

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики [Текст] / С.М. Тарг – М.: Высшая школа, 1986-416с.
2. Жуковский Н.Е. Условие равновесия твердого тела опирающегося на неподвижную плоскость некоторой площадкой и могущего перемещаться вдоль этой плоскости с трением [Текст] / Н.Е. Жуковский – Труды отделения физических наук общества любителей естествознания, т.IX, вып.1, 1987, с.339-354.
3. Опейко Ф.А. Математическая теория трения [Текст] / Ф.А. Опейко – Минск, 1971-149с.
4. Трояновская И.П. Повышение эффективности малогабаритного погрузчика путем улучшения его поворотливости [Текст] / И.П. Трояновская – дисс. ... канд. техн. наук, ЧГАУ, Челябинск, 2002-167с.
5. Шиллер Н.Н. Заметки о равновесии твердого тела при действии трения на некоторую плоскую часть его поверхности [Текст] / Н.Н Шиллер – Труды отделения физических наук общества любителей естествознания, т.V, вып.1, 1892, с.17-19.
6. Позин Б.М. Кинематические соотношения при взаимодействии движителя с грунтом при повороте [Текст] / Б.М. Позин, И.П. Трояновская – Вестник ЮурГУ, серия «Машиностроение», вып.7, №14(54), Челябинск, изд-во ЮурГУ, 2005, с.93-96.
7. Опейко Ф.А. Колесный и гусеничный ход [Текст] / Ф.А. Опейко – Минск, 1960-228с.
8. Болдырев А.Г. Метод оценки энергетических затрат при функционировании всеколесного рулевого управления многоосных колесных машин на стадии проектирования: автореферат дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец 05.05.03 «Колесные и гусеничные машины» [Текст] / А.Г. Болдырев – М., 2006. – 16 с

## **Аннотация**

### **АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВОРОТА ТРАКТОРА С ШАРНИРНО-СОЧЛЕНЕННОЙ РАМОЙ**

Лебедев А.Т, Калинин Е.И., Шуляк М.Л., Колесник И.В.

*На основе разработанной математической модели определен обобщающий диагностический параметр – передаточная функция угловых ускорений внутреннего управляемого и рулевого колес, которая позволяет оценить функционирование систем рулевого управления, без необходимости вмешательства в конструкцию или прекращения технологического процесса.*

*Ключевые слова: трактор, рулевое управление, угловое ускорение, передаточная функция.*

## **Abstract**

### **ANALYTICAL MODEL ROTATION TRACTOR WITH ARTICULATED BACKHOE**

A Lebedev, E Kalinin, M Shuljak, I Kolesnik

*On the basis of the developed mathematical model defined by summarizing diagnostic parameter - the transfer function of the angular acceleration of the internal-managed and steering wheel, which allows you to evaluate the operation of the steering systems, without the need for intervention in the design or the termination of the process.*

*Keywords: tractor steering, angular acceleration, the transfer function.*